Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico. Convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia.

Boscolo, Alessandra

Boscolo, A. (2023). Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico. Convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia [PhD Thesis]. Australian Catholic University. https://doi.org/10.26199/acu.8z043

Libera Università Maria Santissima Assunta

L.U.M.S.A.

DOTTORATO DI RICERCA in
Contemporary Humanism, XXXV°Ciclo
Curriculum: Education

PERCEZIONE E MOVIMENTO NELLO SVILUPPO DEL PENSIERO MATEMATICO. CONVINZIONI E PRATICHE DEGLI INSEGNANTI IN ITALIA E IN AUSTRALIA

PED 04

Coordinatore

Prof.ssa Benedetta Papasogli

Tutor (LUMSA)

Prof.ssa Gabriella Agrusti

Tutor (ACU)

Prof. Vincent Geiger

Dottorando

Dott.ssa Alessandra Boscolo
Matr. n. D173

Anno accademico 2021/2022

Introduzione

Il ruolo che rivestono il corpo e il movimento nella matematica e nel suo insegnamento-apprendimento è stato studiato e approfondito in ambito filosofico, pedagogico, psicologico e neuroscientifico ed è un tema che ha acquisito sempre più centralità nella ricerca in didattica della matematica. Se, da un lato, le prospettive della psicologia cognitiva dell'*embodied cognition* sottolineano la natura sensibile e corporea della cognizione e la rilevanza di una comunicazione e produzione del pensiero multimodale, dall'altra, le prospettive *enattiviste* mettono in luce l'importanza dell'agire come motore per l'apprendimento, l'*embedded cognition* porta l'attenzione verso l'interdipendenza dello sviluppo del pensiero nell'interazione con l'ambiente circostante, l'*extended cognition* mette l'accento su una cognizione che si costituisce anche a partire dagli strumenti di cui disponiamo e che impieghiamo in questa interazione. Altresì, in didattica della matematica, un'attenzione particolare viene dedicata alla progettazione di artefatti, percorsi operativi e strategie didattiche che prevedono un coinvolgimento attivo degli studenti volto all'esplorazione dei significati matematici in attività di apprendimento laboratoriale, così come suggerito anche dalle politiche educative e dalle indicazioni curricolari in molti paesi.

Nonostante un sostanziale accordo all'interno del mondo della ricerca sull'importanza di coinvolgere gli aspetti percettivo-motori nell'apprendimento della disciplina, in attività di apprendimento attivo e laboratoriale, questi sembrano sottovalutati all'interno del mondo della scuola. Non abbiamo infatti sufficienti informazioni su quanto siano diffuse in classe pratiche laboratoriali che prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti, ma verosimilmente queste strategie didattiche non trovano lo spazio che le indicazioni di ricerca suggerirebbero. Infatti, l'insegnamento della matematica si presenta spesso ancorato a una didattica tradizionale, di tipo trasmissivo, e incentrata raramente su pratiche di attivazione cognitiva come quelle che coinvolgono attivamente e in modo esperienziale gli studenti, come mettono in luce le indagini internazionali. Per fare luce sulle ragioni di questo potenziale *gap*, sembra necessario investigare la prospettiva degli insegnanti rispetto alla proposta e la realizzazione in classe di attività di apprendimento laboratoriale che coinvolgono gli studenti con il loro corpo e movimento, focalizzandoci sia sulle pratiche che sulle convinzioni. Infatti, le convinzioni, sia sulla natura generale della matematica e del suo insegnamento-apprendimento che sullo specifico focus riguardante il coinvolgimento del corpo e movimento degli studenti, sono fattori determinanti nelle scelte didattiche degli insegnanti, per quanto il rapporto tra pratiche e convinzioni non possa considerarsi di natura causale. Per fare questo, nel nostro studio abbiamo assunto la prospettiva della linea di ricerca chiamata *Implementation Research* (ricerca sulla realizzazione dei risultati di ricerca o delle innovazioni didattiche), cercando dapprima di identificare le componenti che caratterizzano queste proposte didattiche e i fattori ritenuti determinanti nella e per la loro attuazione all'interno dei contesti solastici. Successivamente ci siamo rivolti in modo diretto al mondo della scuola, coinvolgendo gli insegnanti in uno studio esplorativo le cui direzioni investigative sono state dettate dalla fase precedente.

La ricerca è stata condotta in due contesti distanti, l'Italia e l'Australia, che possiedono una cultura della matematica e dell'insegnamento della matematica piuttosto differenti, con l'obiettivo di evidenziare alcune variabili latenti che potrebbero non emergere se immersi in un unico sistema culturale.

Il seguente studio mira quindi ad esplorare la proposta e la realizzazione a scuola delle attività di apprendimento laboratoriale che prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti nell'esplorazione dei significati matematici, che abbiamo chiamato attività ABM. Queste si presentano come un costrutto operativo, che tiene insieme i due principali elementi comuni alle prospettive di ricerca che hanno posto attenzione all'insegnamento-apprendimento della matematica in un'ottica *enactive-embodied,* presenti nella letteratura esaminata. La ricerca si è focalizzata, in particolare, sul punto di vista degli insegnanti, fruitori principali, assieme agli studenti, delle innovazioni derivanti dalla ricerca secondo una modalità partecipativa, attiva e critica. Pertanto è risultato necessario uscire da specifiche cornici teoriche e definire un costrutto che fosse chiaro e facilmente accessibile per comunicare con gli insegnanti.

Il primo obiettivo che ci siamo posti è stato quello di fornire una definizione e una caratterizzazione delle attività ABM, determinando come esse sono concettualizzate nella ricerca e come sono concepite nella scuola, o meglio, dal punto di vista degli insegnanti, collezionando anche esempi paradigmatici. Perseguendo questo obiettivo, abbiamo cercato di individuare i punti di allineamento e di distanza tra le opinioni dei ricercatori e le prospettive dei docenti, come anche gli elementi di comunione e di differenza nei diversi contesti di ricerca, ossia all'interno dei due stati che presentano differenti tradizioni culturali, come anche nel confronto tra i diversi ordini scolastici (ovvero tra insegnanti di scuola primaria e secondaria).

Il secondo obiettivo è stato quello di fornire una descrizione di possibili realizzazioni delle attività ABM nella scuola. All'interno dei differenti contesti abbiamo, dunque, cercato di individuare quali sono i profili di insegnamento che possono caratterizzare i docenti che propongono le attività ABM a scuola, in termini di convinzioni, consapevolezze, conoscenze ma anche strategie didattiche adottate e valutazioni riguardo la selezione e l'integrazione di tali attività nella propria pratica.

Infine, come terzo obiettivo, abbiamo cercato di identificare quali possano essere gli elementi che facilitano o ostacolano la proposta delle attività e la loro realizzazione nella scuola: le caratteristiche individuali degli insegnanti, i fattori contestuali (organizzativi e ambientali), gli attributi delle attività ABM, le strategie di supporto per la realizzazione e le variazioni della proposta nel tempo. L'analisi di questi fattori mira anche a mettere in luce i possibili interventi che potrebbero agevolarne la proposta e portare ad un miglioramento nella diffusione e realizzazione delle attività nella scuola.

Per perseguire questi obiettivi di ricerca, dopo uno studio della letteratura di settore, abbiamo condotto interviste a un ristretto numero di ricercatori esperti in didattica della matematica, che ricoprono una posizione privilegiata per fare luce sulla potenziale distanza tra ricerca e pratica poiché, a partire da una prospettiva di ricerca, essi si rivolgono al mondo della scuola lavorando nelle classi e con gli insegnanti. I ricercatori sono stati selezionati per i loro interessi di ricerca, che presentano intersezioni con il tema affrontato, e per l'esperienza a fianco dei docenti, in corsi di formazione o in sperimentazioni condotte nelle classi. In un secondo momento, abbiamo coinvolto in modo diretto gli insegnanti di matematica di scuola primaria e secondaria, di primo e secondo grado, distribuendo un questionario auto compilato ed effettuando successive interviste di follow-up per approfondire le questioni essenziali che guidano la ricerca e i principali temi emersi dai risultati del questionario.

La ricerca è stata condotta da remoto in entrambi i contesti, a causa dell'emergenza pandemica che ha costretto a rimodellare il disegno di ricerca, precludendo, in particolare, la possibilità di effettuare un'osservazione diretta nei contesti scolastici.

Il lavoro si articola quindi in sette capitoli, dei quali si illustra, di seguito, brevemente la struttura.

Nel primo capitolo si offrirà una panoramica della letteratura che riguarda il ruolo del corpo e del movimento nella matematica e nel suo insegnamento-apprendimento, soffermandoci sulle proposte didattiche di tipo esperienziale / laboratoriale, come anche sull'integrazione di materiali manipolativi e, più in generale, extra-curricolari all'interno della pratica didattica. Le prospettive di ricerca che affrontano queste tematiche sono varie e il *corpus* si presenta piuttosto disarticolato, con aree di sovrapposizione e di distanza: questa constatazione ha di fatto motivato l'esigenza di perseguire il primo obiettivo di ricerca. Presenteremo, in chiusura di capitolo, anche una breve revisione della letteratura sui *belief* riguardo la matematica e il suo insegnamento-apprendimento, descrivendo le principali categorizzazioni che abbiamo preso in considerazione per la costruzione dei nostri strumenti di indagine.

Descriveremo poi, nel secondo capitolo, i due contesti di ricerca considerati: in particolare, presenteremo le politiche educative e le indicazioni curricolari italiane e australiane, e offriremo una panoramica sul mondo scolastico di entrambi i Paesi attraverso i risultati delle indagini internazionali. Illustreremo, quindi, le ragioni che hanno motivato l'interesse di ricerca, le ipotesi della ricerca e gli strumenti teorici che abbiamo utilizzato per progettare l'indagine, come la prospettiva di ricerca dell'*Implementation Research in Mathematics Education* e del confronto tra molteplici culture dell'insegnamento. Presenteremo, di seguito, gli obiettivi e i principali interrogativi che guidano lo studio e, infine, descriveremo il disegno e le metodologie che abbiamo scelto per dare risposta a questi interrogativi. Concluderemo con un breve accenno al vaglio delle commissioni etiche in Italia e in Australia.

Il terzo capitolo tratta delle interviste condotte con accademici e insegnanti-ricercatori italiani e australiani, a completamento del quadro che mostra la prospettiva del mondo della ricerca riguardo l'oggetto di studio. Verranno qui illustrati lo strumento di ricerca e il processo di selezione dei partecipanti, dei quali forniremo inoltre una breve presentazione; verranno inoltre descritte le metodologie di trascrizione e analisi del materiale narrativo, come anche le questioni legate all'attendibilità del processo di analisi. Forniremo poi una panoramica dei principali risultati ottenuti e, con una discussione degli stessi, si completa questa prima fase della ricerca, che mira a definire e concettualizzare le attività ABM, oltre che delineare le direzioni di ricerca per lo studio esplorativo che ha coinvolto gli insegnanti in prima persona.

Con il quarto capitolo si apre l'indagine esplorativa rivolta direttamente al mondo della scuola. All'interno di questo capitolo presenteremo il primo e principale strumento di ricerca per questa fase dello studio: il questionario online. Mostreremo qui le scelte effettuate rispetto al quadro di riferimento teorico, la struttura e la progettazione dello stesso. I risultati relativi al questionario e alle interviste di follow-up saranno invece presentati separatamente nei due capitoli che seguono. Abbiamo deciso di separare, in due capitoli distinti, la presentazione dell'indagine condotta nei due paesi perché il numero di partecipanti e le metodologie d'indagine e analisi sono state piuttosto differenti: da un lato, anche a causa delle diverse strategie di diffusione del questionario che sono state adottate, abbiamo raggiunto due campioni non confrontabili numericamente, all'interno dei due contesti, e questo ha comportato, del resto, anche l'utilizzo di differenti strategie di analisi dei risultati. Inoltre, sebbene le interviste di follow-up abbiano ruotato intorno a nuclei tematici simili, sono state condotte come focus-group in Italia e come interviste individuali in Australia, coinvolgendo, di conseguenza, un ben più ristretto numero di docenti.

Nello specifico, nel quinto capitolo, descriveremo i risultati Italiani e, nel sesto, i risultati Australiani, presentando il campione dei docenti che hanno preso parte alla ricerca, descrivendo i risultati del questionario e approfondendo, al termine dei due capitoli, le interviste di follow-up, esaminando, nel primo caso, i protocolli dei focus-group e, nel secondo, le trascrizioni delle interviste.

Infine, presenteremo, nel settimo capitolo, le conclusioni della ricerca, discutendo i risultati raggiunti nelle varie fasi dello studio e mettendo in luce le principali indicazioni emerse, che compareremo secondo i diversi piani di confronto: le caratteristiche comuni e distinte all'interno dei due diversi contesti di ricerca, il grado di allineamento tra le prospettive provenienti dalle indicazioni della ricerca e quanto emerso dall'indagine condotta con gli insegnanti e, tra questi, i punti di contatto e di distanza tra i docenti di scuola primaria e secondaria. Infine, indicheremo i limiti della ricerca condotta e le possibili future direzioni d'indagine a partire da quanto raggiunto con questo progetto di tesi.

In appendice, dopo le indicazioni bibliografiche, sono riportati gli strumenti utilizzati, le trascrizioni e approfondimenti sui risultati, che abbiamo riportato anche in questo caso separatamente rispetto ai due contesti di ricerca, Italia (Appendice 1) e Australia (Appendice 2).

1. Apprendere la matematica attraverso l'esperienza corporea e sensibile. Una varietà di prospettive

Due componenti fondamentali, possibilmente interconnesse, caratterizzano l'oggetto di studio della seguente ricerca: la didattica di tipo laboratoriale e il coinvolgimento di corpo e percezione nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica. Nei prossimi paragrafi procederemo a presentare, per punti focali rispetto agli interessi della nostra indagine, prospettive teoriche che hanno preso in esame le due componenti menzionate.

Tratteremo quindi del ruolo del corpo e movimento nella matematica e nel suo insegnamento-apprendimento, presentendo contributi di ricerca che provengono dalla psicologia cognitiva, dalla pedagogia generale e dal campo specifico della didattica della matematica, facendo anche un breve accenno ad alcune questioni di filosofia ed epistemologia della matematica riguardo l'influenza di questi aspetti in relazione alla nascita ed evoluzione del pensiero matematico.

Passeremo poi a presentare la didattica laboratoriale ed esperienziale della matematica, accennandi alla sua storia e alla sua rilevanza all'interno della scuola di oggi sia nel contesto nazionale che internazionale.

Le proposte in linea con questo approccio didattico si presentano infatti, sovente, come esperienze dal carattere *enattivo* ed *embodied* volte all'esplorazione dei significati matematici.

Nell'affrontare questo tema di ricerca, non possiamo sicuramente esimerci dall'illustrare brevemente una sintesi degli studi che riguardano l'utilizzo di materiali e strumenti manipolativi nella didattica della matematica, così come, più in generale, dell'integrazione di materiali extracurricolari nella pratica didattica, dato che questo campo di ricerca si presenta come parzialmente integrato e sovrapposto al nostro oggetto di studio.

Al termine di questa carrellata, in cui vengono presentate le ricerche che rappresentano il variegato background teorico che abbiamo preso in considerazione per definire e poi studiare l'oggetto di ricerca, ovvero la proposta di attività didattiche laboratoriali che prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti per esplorare i significati matematici, procederemo a presentare i quadri teorici che abbiamo preso in esame per indagare i *belief* degli insegnanti. Questi, infatti, si relazionano alle pratiche didattiche, e quindi anche all'integrazione delle innovazioni didattiche, comprese le attività di nostro interesse, nella prassi scolastica.

Quanto illustrato all'interno di questi paragrafi rappresenta il background teorico sulla base del quale è stata elaborata la ricerca, compresa la concettualizzazione dell'oggetto di studio, l'individuazione delle direzioni d'indagine e la progettazione degli strumenti di cui ci siamo serviti per lo studio esplorativo.

1.1. Il corpo e il movimento nell'educazione matematica

All'interno di questo paragrafo presenteremo dapprima delle prospettive che vengono dai campi generali della pedagogia, principalmente nel riferimento alla cosiddetta pedagogia attiva, e alla psicologia cognitiva, nel riferimento alle teorie della cognizione nella "prospettiva delle 4E" (Newen et al., 2018). In ultimo, presenteremo come queste hanno delineato alcune prospettive specifiche della didattica della matematica. Faremo accenni anche a prospettive di natura filosofica, così come anche a ricerche neuroscientifiche, senza tuttavia scendere nel dettaglio, pur riconoscendo una primaria importanza a queste due branche del sapere sul tema di nostro interesse.

1.1.1. Il corpo e il movimento nei processi di insegnamento-apprendimento

1.1.1.1. Le prospettive dalla pedagogia

Presenteremo, nel seguente paragrafo, una carrellata dei principali protagonisti che, nel solco della tradizione della pedagogia attiva, dagli albori fino ad epoche più recenti, hanno aperto le strade alle prospettive pedagogiche e didattiche, ma anche filosofiche, psicologiche e cognitive, che costituiscono la base delle ricerche attuali.

I pionieri Johann Heinrich Pestalozzi e Friedrich Fröbel

Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) era un educatore ungherese, il quale, con una prospettiva davvero innovativa rispetto all'epoca in cui operava, ha posto al centro della sua filosofia dell'educazione il movimento del corpo e il gioco, concepiti come uno strumento essenziale di slancio verso l'esplorazione e la scoperta umana (Isidori, 2019). Nel suo saggio *Come Geltrude istruisce i suoi figli*, scritto nel 1801, Pestalozzi fa riferimento all'intuizione come "costruibile", concependo il suo insorgere come risultato del lavoro operativo. Come sottolinea Castelnuovo (2017), questo cambio di prospettiva operato da Pestalozzi, nei riguardi dell'intuizione che da statica diviene dinamica, rappresenta una grande rivoluzione per l'educazione. Inoltre, riprendendo una concezione vicina a quella che Jan Amos Komensky (1592-1670) aveva elaborato più di un secolo prima nella sua opera

Didactica magna pubblicata nel 1657, egli attribuisce un ruolo primario agli aspetti sensibili, percettivi, che sono necessari per la comprensione astratta: il processo di apprendimento, secondo lo studioso, deve perciò avvenire necessariamente attraversando dapprima una fase di descrizione per raggiungere poi una fase di definizione.

L'allievo di Pestalozzi, il tedesco Friedrich Fröbel (1782-1852), è considerato l'inventore del giardino dell'infanzia (*kindergarten*): in continuità con la prospettiva del maestro, egli è stato il pioniere della proposta pedagogica che prevedeva la messa a disposizione di risorse materiali, come primo approccio di apprendimento. Ad esempio, veniva offerto un gomitolo (che chiamava "gift") sotto l'attenzione dei sensi, nel gioco informale, dei bambini, molti anni prima del loro confronto formale con le proprietà della sfera.

John Dewey: il padre della pedagogia attiva

John Dewey (1859-1952), è considerato il padre della scuola attiva. La sua teoria della conoscenza e della pratica pedagogica si impernia su quello che viene riassunto come il principio del *learning by doing.* In estrema sintesi, egli evidenzia come l'apprendimento abbia una base esperienziale, immersiva e guidata da obiettivi, che consiste in una sequenza logica consecutiva: la percezione di un problema, l'articolazione del problema, la risoluzione agendo sul problema e, infine, la riflessione intorno al problema e alla sua risoluzione. Il significato dell'esperienza è perciò il risultato dell'interazione tra ciò che l'allievo mette a disposizione per la risoluzione, ovvero le conoscenze pregresse e il suo impegno nella risoluzione, e ciò che accade nella fase di riflessione, cioè nel mettere in relazione la sua esperienza concreta, che è guidata da ciò che già conosce, con la conoscenza che ricava dall'esperienza (Dewey, 1933;1938). Per tale ragione egli critica fortemente l'ambiente e l'organizzazione dello spazio nelle classi, con file di banchi ordinati che lasciano poco posto alla libertà di movimento degli studenti, ritenendolo poco adatto all'apprendimento, poichè presuppone esclusivamente la possibilità di starsene immobili e passivi all'ascolto (Arzarello et al., 2013). Peraltro, egli dedicò anche un'attenzione specifica all'ambito disciplinare della geometria (Dewey, 1903).

La prospettiva filosofica di Dewey ha trovato spazio nelle ricerche sperimentali dello psicologo cognitivo Jean Piaget (1896-1980) che, nella sua teoria dell'espistemologia genetica, pone l'interazione esplorativa con l'ambiente alle basi della conoscenza: "Knowing does not really imply making a copy of reality but, rather, reacting to it and transforming it (either apparently or effectively) in such a way as to include it functionally in the transformation systems with which these acts are linked" (Piaget, 1971, p. 6). In questa ottica, anche l'utilizzo del materiale per lui ha uno scopo puramente operativo, per creare l'occasione dell'apprendimento nel mutare delle rappresentazioni sotto l'azione intenzionale (Castelnuovo, 2017).

Tra gli altri, Georg Kerschensteiner (1854-1932), maestro elementare e matematico di Monaco, considerato l'ideatore della "scuola del lavoro" (*Arbeitsschule*), risentì fortemente dell'influenza del pensiero di Dewey e, in accordo con la sua filosofia educativa, progettò anche una riorganizzazione del sistema scolastico. Negli stessi anni anche Edouard Claparède (1873-1940) e Adolphe Ferrière (1879-1960), in Svizzera, e Alfred Binet (1857-1911), in Francia, furono altri esponenti di una pedagogia che si stava sviluppando sulla scia del pensiero di Pestalozzi e Fröbel (Giacardi, 2011).

La pedagogia scientifica di Maria Montessori e Jean-Ovide Decroly

Anche Maria Montessori (1870-1952) appartiene a questa tradizione. Ella effettuò, nel corso della sua vita, un'intensa attività di esplorazione e di analisi dei processi di sviluppo cognitivo ed emotivo del bambino che avvengono durante la sua esperienza di interazione con l'ambiente, in associazione con lo sviluppo sensoriale e motorio, strutturando un modello teorico sulla base di sperimentazioni e osservazioni dei bambini all'opera, seguendo una metodologia che è stata definita propria della pedagogia scientifica. Le sue ricerche si sono concentrate principalmente sui bambini con bisogni educativi speciali all'interno di contesti socio-economicamente svantaggiati, ed hanno portato alla costruzione di un modello educativo incentrato sulla personalità del bambino, inserito in un ambiente a sua disposizione e pensato per le sue esigenze, in grado di stimolare la sua curiosità, promuovendo la sua naturale inclinazione esplorativa, ossia elicitando la scoperta come motore per l'apprendimento (Montessori, 1984). La bontà di tale modello è stata poi riconosciuta nei confronti dell'apprendimento di tutti i bambini. L'ambiente e la sua gestione costituiscono il fulcro di questa pedagogia: gli spazi e i materiali messi a disposizione sono pensati affinché i bambini possano usufruirne, in modo autonomo, indipendente e libero, nel rispetto degli altri bambini (Lillard, 2017). È per questo che i materiali sviluppati da Montessori sono in grado di fornire feedback, che non dipendono dall'intervento dell'adulto, rispetto alla riuscita e ai tentativi erronei che vengono commessi durante le attività che l'esplorazione del materiale invoglia a compiere. Gli errori sono infatti considerati, in questa prospettiva, utili occasioni di scoperta e, dunque, d'apprendimento. L'insegnante, quindi, si presenta come un osservatore attento ed un facilitatore che supporta il processo di apprendimento, invece di avere un ruolo direttivo volto ad una trasmissione della conoscenza. Nel pensiero montessoriano il libero movimento acquista infatti un ruolo determinante, concepito come "igiene fisica" (Montessori, 2000), e, assieme ad esso, anche la percezione. Leggiamo, nell'opera *La mente del bambino* (Montessori, 2013a)*:*

> Il corpo va considerato da un nuovo punto di vista. A causa di errori e malintesi lo si è considerato sempre come qualcosa di meno nobile di quello che è: specialmente il movimento del bambino che è stato tristemente negletto nel campo dell'apprendimento intellettuale. […] Il movimento è il punto di arrivo del sistema nervoso, senza movimento non si può parlare di individuo.[…] I muscoli vanno considerati come formanti parte del sistema nervoso, che in tutte le sue parti mette l'uomo in relazione col suo ambiente. Ecco perché lo si chiama *sistema in relazione:* mette l'uomo in rapporto con il mondo inanimato e animato e perciò con gli altri individui, così che senza di esso non esisterebbero relazioni tra individuo e ambiente e società. (pp.139-140)
>
> È uno degli errori dei tempi moderni il considerare il movimento a sé, come distinto dalle funzioni più elevate […] È un errore accolto nel campo educativo. […] Se consideriamo la vita fisica da un lato e la mentale dall'altro, spezziamo il ciclo di relazione e le azioni dell'uomo rimangono staccate dal cervello. […] Ma lo sviluppo mentale *deve* essere connesso col movimento e dipendere da esso. È necessario che questa nuova idea entri nella teoria e nella pratica educativa. (pp.141-142)
>
> Nel movimento vediamo come si sviluppa il lavoro dell'individuo, e il lavoro dell'individuo è espressione della sua psiche ed *è* la vita psichica stessa (p.145)

I materiali sono costruiti affinché, nell'interazione senso-motoria con essi, ne scaturisca l'apprendimento del bambino e questo, in particolare, anche per discipline quali la matematica: sia per quel che concerne l'aritmetica che la geometria. Montessori, infatti, ha sviluppato una molteplicità di proposte al servizio dell'apprendimento di questa disciplina: dagli strumenti per la misura, a quelli per il calcolo o per l'esplorazione delle forme geometriche e le loro proprietà (Montessori 2011; 2013b; Bianconi, 2019). Tali proposte trattano esclusivamente questioni di matematica elementare, ma non mancano di profondità disciplinare, e, sebbene rivolte principalmente alla scuola dell'infanzia e alla scuola primaria, presentano spunti anche per i gradi successivi (Marchioni, 2015; Piscozzo, 2022).

Il belga Jean-Ovide Decroly (1871-1932), insieme a Maria Montessori, è considerato il capostipite della pedagogia scientifica, oltre che l'ideatore del cosiddetto *metodo globale*. Anch'egli aveva una formazione in medicina ed era impegnato in studi sui bambini che, ai tempi, venivano definiti "deficienti", ovvero che presentavano delle anomalie nell'apprendimento, principalmente in riferimento all'età pre-elementare o elementare. Questo gli offrì l'occasione di studiare, tramite l'osservazione diretta, gli effetti della proposta di materiali ed esperienze specifiche sull'apprendimento. Egli abbraccia la prospettiva costruttiva dell'intuizione di Pestalozzi e la declina per l'apprendimento delle discipline, in particolare anche per la matematica. Emma Castelnuono (1913-2014) battezza quello proposto da Decroly come un metodo *attivo-analitico* che, partendo dall'osservazione dei fenomeni naturali e della loro variazione continua, li analizza come farebbe uno scienziato, ovvero scomponendo la complessità in unità più semplici. Secondo la stessa, questo si distingue dal metodo *attivo-sintetico* della Montessori che, pur sempre nella prospettiva di percepire come essenziale il passaggio dal concreto all'astratto per l'apprendimento, si concentra però sulle caratteristiche di un materiale particolare dal quale poi occorre distaccarsi tramite un processo di idealizzazione. Ed è proprio quest'ultima caratteristica a farci percepire il metodo montessoriano come "più matematico" (Castelnuovo, 2017; p.16).

L'appena citata Emma Castelnuovo si presenta come un'esponente di primaria importanza nello sviluppo della pedagogia attiva, ma in riferimento all'ambito specifico della matematica. Per questa ragione, non approfondiremo in questo paragrafo il suo contributo, rimandandone la trattazione al paragrafo sulla didattica laboratoriale sviluppata in ambiente matematico.

1.1.1.2. Le prospettive dalla psicologia cognitiva

Quando si parla di processi di apprendimento, è fondamentale domandarsi quale sia la natura dei processi cognitivi che danno origine al pensiero. In tempi piuttosto recenti, le ricerche effettuate nel campo delle neuroscienze e della psicologia cognitiva, sulla base anche di prospettive di natura filosofica, hanno aperto le strade a nuove concezioni della cognizione, capaci di tenere insieme una complessità di aspetti che hanno un ruolo costitutivo in questo processo e che vengono ignorati nelle teorie classiche.

Una cognizione caratterizzata dalle 4E: embodied, embedded, enacted ed extended

L'implicazione della componente corporea nei processi cognitivi, oggi ampiamente condivisa all'interno del panorama filosofico-scientifico, trova radici lontane nel dibattito filosofico con posizioni contrastanti (Mavilidi et al., 2022) e non è stata da sempre una tematica d'interesse, al centro degli studi condotti in questo campo, tanto meno in quelli di psicologia. Per lungo tempo la visione dominante, perlomeno in Occidente, ha concettualizzato i processi di pensiero come appannaggio esclusivo della mente, privi di una dimensione corporea. In tutto il XX secolo, filosofi quali Dewey, James, Heidegger, Merleau-Ponty, Dreyfus, hanno invece contrastato con forza la prospettiva dualistica, che facciamo risalire a Cartesio, di separazione fra mente e corpo (Lakoff & Johnson, 2008).

Queste prospettive di natura filosofica hanno trovato conferma nelle scoperte di carattere scientifico che hanno costellato la fine del secolo scorso, provenienti principalmente dal campo delle neuroscienze cognitive (Dehaene, 2010; Nemirovsky e Borba, 2003; Looi et al., 2016). Studi in questo campo hanno infatti messo in luce la radice motoria dei processi di pensiero, come l'attivazione di particolari neuroni, i neuroni specchio (Rizzolatti et al., 1997), in presenza di un'azione effettuata o percepita dal soggetto, e la trasformazione delle informazioni grazie all'interpretazione dell'intenzionalità motoria: "Nella scuola i meccanismi imitativi, soprattutto quelli legati all'interazione con l'ambiente, svolgono un ruolo basilare nell'apprendimento" (Regni & Fogassi, p.347)

Intorno agli anni novanta, la nascita di nuove prospettive cognitive, avvenuta grazie al confluire delle teorie filosofiche e dei grandi avanzamenti nel campo della psicologia cognitiva e delle neuroscienze, ha determinato il definitivo superamento della visione dicotomica tra *res cogitans* e *res extensa.* A suggellare questo passaggio è stata l'uscita di un lavoro pioneristico di Varela, Thompson e Rosch, *The Embodied Mind* (1991), che, a partire da una prospettiva filosofia fenomenologica, e servendosi di alcuni risultati di neurobiologia, ha messo in luce la centralità dell'interscambio tra mente, corpo e ambiente nei processi cognitivi che sono coinvolti nell'impegno del soggetto che agisce (Newen et al., 2018). Nello stesso anno, un secondo lavoro, di Flor e Hutchins (1991), ha dichiarato la nascita di una nuova branca della psicologia cognitiva, battezzando la *distributed cognition,* ovvero la prospettiva secondo cui anche i sistemi di risorse esterne (come gli artefatti, le strutture esterne e la collettività) devono essere inclusi nelle unità di analisi considerate nei processi cognitivi. L'influenza di questa prospettiva ha dato origine all'idea di *extened cognition,* che troviamo nell'opera filosofica *The Extended Mind* (Clark & Chalmers, 1998), come anche nello sviluppo di ricerche psicologiche nella prospettiva ecologica di Gibson (1966) (Turvey, 2019).

La concezione dei processi cognitivi, propria delle prospettive caratterizzate dalle 4E (*embdied, embedded, enacted, extended)*, sostiene che la cognizione non possa essere ritenuta come isolata nella mente e astratta; ogni fenomeno cognitivo è invece costituito e determinato dalla morfologia, biologia e fisiologia del corpo coinvolto come anche dall'ambiente naturale, tecnologico e sociale con cui interagisce e dalla modalità con cui lo incorpora interagendoci:

> According to proponents of 4E cognition, however, the cognitive phenomena that are studied by modern cognitive science, such as spatial navigation, action, perception, and understanding other's emotions, are in some sense all dependent on the morphological, biological, and physiological details of an agent's body, an appropriately structured natural, technological, or social environment, and the agent's active and embodied interaction with this environment. Even most of the phenomena studied by traditional cognitive science—such as language processing […], memory […], visual-motor recalibration […] and perception-based distance estimation […] are not abstract, modality-unspecific processes in a central processing area either, but essentially rely on the system's body and its dynamical and reciprocal real-time interaction with its environment. (Newen et al., 2018, p.4)

In accordo con le prospettive delle 4E, è rilevante mettere l'accento sulla natura costitutiva, che si distingue dalla dipendenza causale, di tutte queste componenti che fanno parte dei processi cognitivi. Sarebbe a dire che i processi non sono semplicemente vincolati, ad esempio, dal corpo o dall'ambiente, ma si costituiscono dall'interazione fra questi e l'esperienza di questi, che comprende anche fattori emotivi. Riportiamo di seguito l'esempio che forniscono Newen e colleghi (2018) per delucidare questo punto che, peraltro, fa riferimento alla risoluzione di un problema di matematica:

> Consider the example of cognitive processes involved in solving a simple math problem. It likely involves visual perception (if the problem is presented on paper), memory, language or symbol processing, etc. This means it would depend on a variety of elements and processes that include neuronal processes in the visual cortex, in motor areas, in language areas, the hippocampus, frontal areas, etc. In addition, as I read the problem I move my eyes, and likely my head. I posture my body so that my eyes are a certain distance from the text. I may gesture with my hands as I work out the solution. All of these factors can be involved even if I am solving the problem "in my head," without pencil and paper or other instruments. If I am involved in a competition to solve the problem, that stressful fact may have an effect on my cognitive performance. (p. 6)

Nel saggio da cui è tratto questo passaggio, gli autori chiariscono che, all'inteno della prospettiva delle 4E, non è concepito né un rapporto di natura causale, né un rapporto che si costituisce di condizioni sufficienti o necessarie allo sviluppo di determinati processi, ma viene assunta la prospettiva di una semplice caratterizzazione del fenomeno cognitivo che comprende tutti questi fattori (Newen et al., 2015). L'assunto teorico preso in considerazione in queste teorie è appunto quello della *situated cognition,* ovvero della natura contestuale dei processi cognitivi e dalla circolarità ambiente-uomo-ambiente nello sviluppo di questi processi (Varela et al., 1991).

Un'altra caratteristica di questi approcci teorici è che abbracciano una teoria *enattivista* della percezione: si ritiene infatti che quest'ultima sia orientata dall'azione, ossia che si componga di una intenzionalità motoria. Una tale caratterizzazione della percezione deriva tanto dalla fenomenologia di Merleau-Ponty (2013) quanto dal pragmatismo di John Dewey (1933, 1938).

Infine, nelle prospettive della cognizione caratterizzate dall'assunto delle 4E, assumono centralità gli aspetti affettivi, sociali e di evoluzione culturale della cognizione, così come l'idea di un linguaggio di natura multimodale per la comunicazione e produzione del pensiero.

È bene sottolineare, tuttavia, che le prospettive che ipotizzano lo sviluppo cognitivo come caratterizzato dalle 4E non si presentano come uniformi e differiscono per le posizioni teoriche assunte rispetto a varie questioni, anche nei confronti di elementi ai quali abbiamo accennato, come ad esempio la natura della percezione (Caruana & Borghi, 2013). Non rientra però negli scopi di questa breve descrizione che offriamo soffermarci su tali questioni di natura teorica, bensì siamo interessati alle ricadute che queste prospettive cognitive hanno sulla concezione di come avvengono i processi di apprendimento.

A questo proposito, la principale conseguenza di una cognizione caratterizzata dalle 4E è che la conoscenza assume quindi un carattere sensibile ed esperibile, e che gli aspetti propriamente cognitivi sono in realtà compositi di caratteristiche culturali, affettive e sociali. Questa prospettiva sfida dunque il sistema educativo dominante, portando nell'educazione conseguenze sostanziali (Shapiro & Stolz, 2019): se da una parte risulta necessario che tempi, spazi e contenuti della didattica vengano ripensati per promuovere un apprendimento esperienziale (Buser, 2005), dall'altro dare rilievo anche alle componenti emotivo-corporee nella didattica diventa centrale (Damiani, 2017).

Come sottolinea Stolz (2022), le teorie dell'*embodiment* hanno avuto grandi sviluppi entro discipline quali la filosofia, la sociologia e la psicologia. Tuttavia, nonostante vi sia stata una risonanza nel mondo dell'educazione rispetto al ruolo del corpo e delle prospettive dell'*embodiment*, è necessario che entri a fare parte in modo più sostanziale del dibattito e delle ricerche nel campo dell'educazione.

Illustreremo, nei seguenti paragrafi, come, fino ad adesso, queste teorie si sono fatte spazio nel dibattito in educazione e, in particolare, nell'educazione matematica.

1.1.2. Le prospettive nella didattica della matematica

Le teorie dell'embodied cognition

In modo particolare, le teorie dell'*embodied cognition* sostengono che sia estremamente rilevante coinvolgere l'apparato sensori-motorio nei processi di sviluppo della conoscenza, ritenendo che la cognizione e lo sviluppo del pensiero superiore non si debbano considerare circoscritti nella mente, ma che si distribuiscano invece nell'intero corpo (Barsalou, 2008). Questo argomento porta con sé due conseguenze fondamentali per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica. La prima riguarda l'importanza di promuovere attività che stimolino la percezione e il movimento nei processi di apprendimento della disciplina. La seconda riguarda la necessità di considerare aspetti che appartengono al linguaggio non verbale, come i gesti e la percezione, che giocano un ruolo fondamentale nei processi di insegnamento-apprendimento, sia come fattori comunicativi (Cook et al., 2012; Alibali et al., 2014) sia di produzione di significati matematici (Cook et al., 2008; Alibali & Nathan, 2012; Cook, 2018). Se da un lato, secondo Chatelet (2000), i gesti e le metafore sono il modo per trasformare la "motilità disciplinata" del corpo in segni, dall'altro, come sottolineato da J.A. Seitz (2000), non "abitiamo" semplicemente il nostro corpo, ma ce ne serviamo per pensare.

Recentemente, gruppi di ricerca che si occupano di didattica della matematica hanno analizzato, ad esempio, il ruolo dei gesti e del linguaggio non verbale nei processi di insegnamento-apprendimento, che non rappresentano semplici elementi comunicativi, ma piuttosto aspetti sostanziali dello sviluppo del pensiero (McNeil, 1992; Valenzeno et al., 2003; Goldin-Meadow et al., 2012; Rueckert et al., 2017; Congdon et al., 2017). Ne è un esempio l'approccio multimodale, che ha analizzato questi aspetti da una prospettiva socio-costruttivista dell'apprendimento (ad esempio, in Arzarello & Robutti, 2009; Radford et al., 2017). Altri studi hanno invece posto l'attenzione sul legame inscindibile degli aspetti percettivo-motori dall'immaginazione in matematica (Nemirovsky & Ferrara, 2009), sul ruolo dei gesti (Goldin-Meadow & Singer, 2003; Carlson et al., 2007; Edwards et al., 2014; Vale & Barbosa, 2017) o sulla cognizione sensibile (Radford, 2013; 2014).

L'embedded cognition

La teoria dell'*embedded cognition,* in particolare, sottolinea come la cognizione si realizzi e sia vincolata dalle mutue interazioni che intercorrono tra il corpo e l'ambiente circostante. Questo evidenzia quanto gli artefatti esterni e i processi cognitivi siano profondamente interdipendenti e come, dal coordinamento fra le risorse corporali e ambientali degli studenti, dipenda l'apprendimento e la sua efficacia (Clark, 2008; Pouw et al., 2014).

Interessanti studi in questa direzione, che si fondano su prospettive teoriche quali il *materialismo inclusivo* (de Freitas & Sinclair, 2014), sono stati sviluppati anche grazie all'utilizzo di tecnologie e di risorse digitali (ad esempio, Baccaglini-Frank et al., 2020; Ferrara & Ferrari 2020; Shvarts & Abrahamson, 2019).

Come messo in luce, soprattutto, da queste teorie dell'*embedded cognition,* un campo di studi strettamente intrecciato con il tema che stiamo trattando è quello che si occupa dell'analisi e della progettazione di proposte didattiche che prevedono l'utilizzo di materiali e strumenti manipolativi per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica. Molti dei quadri teorici e degli studi presentati finora hanno portato allo sviluppo di materiali e percorsi didattici per l'insegnamento-apprendimento (ad esempio, Bussi & Maschietto, 2006; Baccaglini-Frank & Maracci, 2015; Baccaglini-Frank, 2015; Bartolini Bussi et al., 2018; Carotenuto et al., 2020). Alcune ricerche si inscrivono invece nel dibattito riguardo quali siano le risorse e i percorsi didattici che sono in grado di promuovere il pensiero matematico da una prospettiva embodied, come la ricerca condotta da Tran e colleghi (2017), che mette in luce punti di forza e debolezza dell'integrazione di materiali manipolativi, concreti e virtuali, o del coinvolgimento del corpo intero degli studenti, o come quella di Shvarts e colleghi (2021) che guarda alla prospettiva dell'*instrumentation.*

Altre prospettive teoriche, come quella della *mediazione semiotica* (Bussi & Mariotti, 2008), hanno studiato esplicitamente l'utilizzo di artefatti all'interno di attività didattiche per lo sviluppo del pensiero matematico. Altri studi hanno analizzato, in modo specifico, le caratteristiche delle rappresentazioni manipolative impiegate per scopi didattici (Belenky & Schalk, 2014; Carbonneau et al., 2013), così come i livelli di guida didattica nella realizzazione di attività che fanno uso di materiali e strumenti di manipolazione (Marley & Carbonneau, 2014) o anche le convinzioni e le pratiche degli insegnanti verso la realizzazione a scuola di tali attività (Carbonneau & Marley, 2015; Golafshani, 2013; Vizzi, 2016; Puchner et al., 2008). Parleremo, nello specifico, di queste ricerche in un apposito paragrafo successivo.

La pedagogia enattivista della matematica

La *pedagogia enattivista* pone le sue origini nel *learning by doing,* teorizzato da John Dewey, che ha trovato ampio spazio nell'epistemologia genetica di Jean Piaget (1896-1980), secondo il quale la capacità di apprendere è dipendente dalla nostra possibilità di assorbire il mondo tramite un impegno significativo. Sebbene il lavoro di Piaget sia stato duramente criticato e superato nella sua componente che riguarda l'ordine e la progressione dello sviluppo cognitivo da lui teorizzata (Spencer & Darvizeh, 1981; Wallace et al., 1987), questo non ha impedito che la prospettiva indicata dallo studioso rispetto all'importanza dell'interazione fisica dello studente con le rappresentazioni ha invece avuto un fortunato seguito. Tale prospettiva è stata sicuramente accolta da Jerome S. Bruner (1915-2016), che fu il primo ad utilizzare il termine *enactive,* teorizzando l'apprendimento come un agire situato, che si sviluppa in un continuum fra concreto ed astratto tramite il passaggio da rappresentazioni *enacttive* (come la manipolazione) a rappresentazioni *iconiche* (come le immagini) a rappresentazioni *simboliche* (come le parole).

Ma è con il contributo delle teorie dell'embodied cognition, in particolare con Verela e colleghi (1991), che vediamo realmente nascere il principio dell'*enaction* che, sulla scia del pensiero piagettiano, concettualizza il processo di conoscenza come un procedere attraverso interazioni con il mondo, di tipo sensori-motorio, che sono intrise di significato: "the enactive approach consists of two points: (1) perception consists in perceptually guided action and (2) cognitive structures emerge from the recurrent sensorimotor patterns that enable action to be perceptually guided" (pp. 172–173). I filosofi enattivisti, per molti tratti hanno visioni che si intrecciano con gli psicologi della grounded cognition, come Gibson (1966) (McGann et al., 2020). Ricerche rilevanti in questa direzione sono state prodotte da O'Regan e Noë (2001), che hanno sviluppato costrutti come quello della *sensorimotor contingency*, come anche da Roth (2012), o da Hutto (Hutto & Satne, 2015).

All'interno dell'ambito della didattica della matematica è stata teorizzata, recentemente, grazie ai ricercatori Abrahamson, Dutton e Bakker, una pedagogia enattivista della matematica in un articolo che si presenta come un manifesto di questa filosofia pedagogica disciplinare, dal titolo *Towards an enactivist mathematics pedagogy* (Abrahamson et al., 2022).

La loro teoria pedagogico-disciplinare, pone l'attenzione sulla "materialità" del pensiero matematico, in opposizione alle pratiche di insegnamento comunemente proposte, che privano i concetti matematici della loro corporalità, ignorando il rapporto tra corpo (movimento e percezione) e mente. In modo provocatorio, i ricercatori fanno riflettere sulle metafore terminologiche spesso utilizzate in ambito matematico, quali afferrare (*to grasp*) un concetto, costruire un'argomentazione (*to build an argument*), spacchettare delle nozioni (*to unpack a notion*), come anche in riferimento alla radice latina *prehendere* della parola comprendere (*to comprehend*), che evidenziano un richiamo forte alla nostra concezione secondo cui l'attività cognitiva si manifesti in modo analogo alla manipolazione nell'ambiente fisico (p. 156). A partire da questa constatazione, si interrogano su quanto, le prassi educative dominanti nella scuola, che mortificano la parte corporea dell'individuo nei processi di apprendimento, rispondano a questa natura esperienziale degli aspetti cognitivi, così come già Montessori sottolineava, e come ribadiscono ricercatori che provengono da differenti campi del sapere (Damasio, 1994; Radford, 2009; Regni & Fogassi, 2019). E questo viene particolarmente evidenziato nei confronti della matematica. Infatti, secondo i ricercatori, l'apprendimento della matematica ha un'origine corporale e motoria e si sviluppa tramite un discorso consapevole che prevede il coinvolgimento di processi descrittivi, di misurazione, analisi, modellizzazione e simbolizzazione, attraverso i quali le strutture percettive si trasformano in entità matematiche che presentano un ruolo attivo. Pertanto, il modo in cui rendiamo accessibile l'apprendimento, secondo i tre studiosi, dovrebbe discendere dalla riflessione di come permettere agli studenti di fare esperienza attiva dei concetti matematici, progettando un ambiente, degli artefatti e una valutazione che siano allineati a questo scopo.

Nell'articolo, i ricercatori presentano tre esempi, tratti dalle loro esperienze di ricerca: un'esperienza volta all'apprendimento del pensiero proporzionale di manipolazione virtuale individuale con controllo bimanuale (Abrahamson, 2019); un'esperienza, rivolta agli studenti di grado 9, che ne coinvolge l'intera corporalità, attraverso anche aspetti uditivi legati alla ritmica, per scoprire la pendenza di una retta descritta da una tabella di valori (Dutton, 2018); infine, un'esperienza collaborativa che prevede un'azione coordinata sull'artefatto lavagna-magica, volta ad esplorare gli andamenti delle funzioni trigonometriche (Abrahamson & Bakker, 2016).

I ricercatori definiscono inoltre i principi, scaturiti dal loro programma di ricerca, per la progettazione e realizzazione di attività coerenti con una pedagogia enattiva della matematica scaturiti dal loro programma di ricerca, che schematizzano (pp. 168-169) negli 11 punti che procediamo a presentare di seguito.

1) Si parta da un problema da affrontare, che preveda l'impiego del corpo e del movimento degli studenti per la risoluzione. Nello strutturare il problema da proporre, si dovrebbe assumere che esistano molteplici strategie percettivo-motorie per risolverlo. Perciò, un insegnante, prima di proporre un'attività, dovrebbe per primo farne esperienza; in questo modo egli, o ella, potrà accedere alle immagini dinamiche, implicite del suo modo di concepire una specifica idea matematica. Inoltre, possibilmente, dovrebbe condividere questa esperienza in un contesto collaborativo, così da poter entrare in contatto con differenti strategie per risolvere un compito e quindi anche differenti input percettivi, per essere più pronto ad accogliere i diversi stimoli che proverranno dagli studenti.
2) Nella costruzione del problema, si dovrebbe porre attenzione proprio agli aspetti di dinamicità motoria che vengono attivati con essa. Il problema può presentarsi sia come un problema individuale, ad esempio di controllo motorio bimanuale, oppure può essere collaborativo, ovvero due o più studenti sono chiamati a coordinare le loro azioni fisiche seduti a un banco o muovendosi nello spazio. Il concetto che si vuole fare emergere verrà costruito con una riflessione di carattere matematico, a partire dalle soluzioni percettivo-motorie individuate nel compito. È inoltre previsto che gli studenti possano imparare anche partecipando alla risoluzione motoria in modo non diretto.
3) Lo studente andrebbe coinvolto in attività che prevedono l'impiego di oggetti non-iconici, ovvero che hanno minima somiglianza con gli oggetti con i quali ha familiarità, così da permettergli un'esplorazione percettivo-motoria che sia meno vincolata possibile dai preconcetti rispetto a cosa sia un determinato oggetto e, quindi, come esso vada manipolato.
4) L'impegno dello studente dovrebbe essere supportato dall'insegnante, tramite l'osservazione e l'analisi di ciò che sta percependo e facendo, riorientando la sua attenzione, spronandolo a seguire le proprie strategie, stimolando e strutturando la riflessione matematica sulle proprie azioni.
5) La pianificazione delle attività dovrebbe essere inclusiva: le risorse d'apprendimento dovrebbero rispettare e venire incontro alle diversità degli studenti, che possono essere sensorimotorie, epistemologiche, culturali e linguistiche, o di altro tipo, valorizzando la ricchezza rappresentata dalle specifiche modalità dello studente di interagire con il problema, che possono rappresentare una risorsa d'apprendimento per l'intera classe.
6) Va enfatizzato il carattere enattivo dell'esperienza e, per questo, l'insegnante dovrebbe essere capace di anticipare e suggerire quelle azioni che possono essere vantaggiose per gli scopi didattici, immaginandosi in prima persona intento ad affrontare l'attività.
7) Nella riflessione matematica che si effettua con gli studenti, dovrebbe essere fatto uso della "ripetizione multimodale", includendo una comunicazione verbale e gestuale per far convergere le intuizioni motorie emerse nell'attività verso le idee matematiche istituzionalizzate.
8) Nel momento in cui gli studenti mettono in campo una molteplicità di strategie d'interazione percettivo-motoria, vanno incoraggiati a comparare e riflettere sulle diverse strategie intraprese, per determinarne gli aspetti comuni o complementari, e arrivare ad una coordinazione matematica di quanto emerso.
9) Per permettere la transizione degli studenti dalle intuizioni percettivo-motorie alla matematica, può essere utile introdurre artefatti simbolici di orientamento per l'interattività tipo griglie di linee, numeri o strutture ritmiche. Gli studenti faranno uso di queste risorse

supplementari per interpretare le proprie azioni, spiegare, valutare, e coordinare le loro strategie nella risoluzione del problema. Inoltre, potranno coinvolgere queste risorse come *frames* di riferimento per riconfigurare le loro strategie di azione, nel confrontarsi con l'interazione con gli artefatti simbolici, avvicinandosi al significato delle proprie azioni utilizzando parole e strutture della "matematica normalizzata".

10) È necessaria una fase di elaborazione e analisi di quanto esperito, per generalizzare quanto scoperto nelle attività. Per fare ciò, è importante che gli studenti ricreino, sul foglio o sulla lavagna, la situazione affrontata nell'attività, includendo gli oggetti che hanno manipolato, sia quelli fisici che immaginari. Gli studenti, nell'interazione con queste nuove rappresentazioni, possono fare uso di strumenti matematici per la costruzione e la misurazione, come il righello, il compasso o il goniometro.
11) Va promosso un *clima epistemico* (Feucht, 2010) enattivista, ovvero gli studenti devono imparare a rispettare, valorizzare e normalizzare una pratica di apprendimento di tipo *embodied-enactive*. Per fare questo, gli studenti vanno incoraggiati a descrivere quanto esperiscono e a fornire un significato percettivo-motorio ai concetti matematici, facendo uso, per esempio, della spiegazione attraverso metafore idiosincratiche, similitudini e animazioni immaginarie tramite le quali rendere mobilità ai concetti matematici (Abrahamson et al., 2012), come anche della gestualità con cui esprimono il loro ragionamento. In particolare, gli studenti devono prendere consapevolezza sia quando i gesti sono essi stessi esperienze dinamiche delle rappresentazioni matematiche attraverso il loro agire, sia quando devono collegarli rispetto a forme simboliche o schemi familiari, che quando devono mimare quanto esperito per astrarlo dall'azione stessa.

Per quanto riguarda il ruolo del movimento corporeo nell'apprendimento, e in particolare nello specifico apprendimento della matematica, vale la pena accennare brevemente ad alcune altre ricerche condotte da psicologi e filosofi che hanno avuto particolare seguito nella ricerca in didattica della matematica. Ad esempio, Maxine Sheets-Johnstone, nel suo lavoro (Sheets-Johnstone, 2011), introduce l'idea del pensiero in movimento (*think in motion*), concentrandosi sull'aspetto cinestetico della cognizione, considerando il movimento come un mezzo per pensare e riprodurre il pensiero. In precedenza, un'attenzione al movimento, più propriamente agli aspetti propriocettivi e cinestetici della percezione, era stata descritta dal fisiologo della percezione e dell'azione Alain Berthoz, nel libro *Le sens du mouvement* (1997). Il pensiero dello studioso è in affinità con quello espresso da Henri Poincarè (Poincarè, 1908), e in continuità con il filosofo e matematico Gilles Chatelet (2000), come anche con la visione della matematica di Giuseppe Longo (2005), a cui faremo riferimento più avanti.

1.1.2.1. Il corpo e il movimento in matematica

A portare le moderne teorie dell'*embodied cognition* all'interno dell'ambito matematico, sono stati Lakoff e Núñez (2000) con il loro libro *Where mathematics come from*, nel quale analizzano la natura *embodied* della disciplina. All'interno di questo libro, a partire da una prospettiva propria del campo dalla linguistica, viene descritto come la conoscenza matematica possa essere messa in relazione con la natura sensori-motoria dell'interazione dell'uomo con il mondo:

> […] conceptual knowledge is embodied, that is, it is mapped within our sensory-motor system. […] the sensory-motor system not only provides structure to conceptual content, but also characterises the semantic content of concepts in terms of the way that we function with our bodies in the world (Gallese & Lakoff, 2005; pp. 455–456).

Difatti, il dibattito che ha riguardato il ruolo del corpo e del movimento in matematica non è stato considerato solo da un punto di vista cognitivo, legato quindi al processo di apprendimento, ma anche dall'epistemologia della disciplina stessa (Núñez, 2006), in riferimento allo sviluppo delle idee matematiche. In effetti, dalle riflessioni di questi autori, è emerso il ruolo costitutivo del movimento corporeo per la matematica stessa, nello sviluppo concettuale e nella pratica matematica, basti pensare al ruolo delle rappresentazioni. Fanno parte di questo panorama, ad esempio, i già citati filosofi e matematici Chatelet e Longo. Ad essere onesti, tuttavia, nel corso dell'ultimo secolo, la tradizione occidentale dell’insegnamento della matematica ha tenuto poco in considerazione questo aspetto della dinamicità dei concetti matematici, che abbiamo già incontrato anche in Abrahamson et al. (2022). Ciò è evidente, per fare un esempio tra tanti, dalla presenza di molte definizioni bourbakiste nei libri di testo di matematica (Munson, 2010) come, ad esempio, quelle che introducono gli studenti alle funzioni (Denbel, 2015).

Nei loro studi, alcuni ricercatori hanno cercato di tenere insieme gli aspetti legati all’*embodied* dell’apprendimento con quelli dell’*embodied* della matematica, se così vogliamo semplificare la questione, cercando di “intrecciare l’idea di una matematica in movimento, animata e dinamica, con il ruolo del movimento in matematica” (Ferrara et al., 2019, p.29), come si propone di fare, ad esempio, il progetto *Matematica in movimento*.

La multimodalità

Le teorie dell’*embodied cognition*, come formulate da Lakoff e Nunez (2000), anche in Gallese e Lakoff (2005), portano con sé una rivoluzione nel paradigma tradizionale che concepisce una separazione tra aspetti di astrazione e intuizione nell’apprendimento della matematica. Molti ricercatori in didattica della matematica hanno evidenziato la natura multimodale del modo in cui impariamo, sviluppiamo e concettualizziamo la matematica (Arzarello & Robutti, 2009; Radford et al., 2009; Nemirovsky et al., 2013; Edwards et al., 2014). La natura multimodale prevede un’integrazione tra diverse modalità, non una semplice associazione tra aree distinte (Arzarello & Robutti, 2009). L’utilizzo di materiali e strumenti adeguati viene ritenuto, in questa prospettiva, come fondamentale all’apprendimento della matematica, sia perché include in questo processo gli aspetti sensibili (es. il tatto), la propriocezione e la cinestesia, come anche perché, nell’integrazione di azione e partecipazione sensibile, si sviluppano i processi immaginativi (Nemirovsky & Borba, 2003). Alcune, tra queste ricerche, hanno, ad esempio, l’obiettivo di investigare come gli aspetti multimodali ed *embodied* si manifestino nella pratica didattica (Ferrara & Ferrari, 2017).

Dato che stiamo trattando un tema che intreccia diverse prospettive teoriche e ha punti di contatto con molti settori di ricerca, nel nostro *framework* teorico dobbiamo tenere in considerazione studi che provengono anche da ambiti vicini, che hanno parziali sovrapposizioni con quello di interesse. Nel prossimo paragrafo tratteremo studi riguardanti le pratiche di insegnamento di tipo esperienziale, laboratoriale o per scoperta (usando i termini della ricerca internazionale, *inquiry* o *discovery-based)*. Nel successivo, illustreremo invece la letteratura riguardante l’impiego a scuola di materiali manipolativi, di rappresentazioni esterne e, più in generale, presenteremo ricerche riguardanti l’impiego dei materiali cosiddetti *extra-curricolari* nella pratica didattica.

È bene sottolineare che, quelle a cui facciamo riferimento, sono prospettive che hanno una intersezione con il nostro oggetto d’interesse, ma hanno altresì la necessità di essere adattate e ripensate all’interno del nostro studio per poterne fare parte come framework teorico di riferimento.

1.2. La didattica laboratoriale in contesto matematico

Utilizzando una terminologia divenuta ormai abbastanza nota in Italia, grazie ad una tradizione europea che si può far risalire a più di un secolo fa ma che si ritrova anche in recenti documenti programmatici, faremo riferimento ad una *didattica di tipo laboratoriale*, intendendo con questa una didattica volta alla sperimentazione attiva e finalizzata alla costruzione di significati matematici, della quale nel seguente capitolo illustreremo i riferimenti storici ed ufficiali, oltre a metterne in luce le caratteristiche principali.

Alternativamente, soprattutto in riferimento alla lingua inglese, faremo uso di termini quali *approccio sperimentale, di esplorazione (experimental, hands-on, inquiry-based)* o di *apprendimento attivo (active learning)*, termine maggiormente legato ad una visione che possiamo considerare Freinettiana, condivisa da Emma Castelnuovo e anche dagli *enattivisti,* più o meno moderni.

Vogliamo sottolineare che le terminologie appena nominate non sono intercambiabili e fanno riferimento ad approcci didattici che presentano delle differenze piuttosto rilevanti. Come abbiamo già osservato negli studi che mettono al centro il ruolo del corpo e del movimento, anche l'apprendimento esplorativo, esperienziale, attivo degli studenti è un oggetto studiato da varie prospettive teoriche.

Nel nostro studio abbiamo scelto di soffermarci principalmente a considerare la prospettiva della didattica laboratoriale perché, all'interno di questo panorama che contiene branche più generali, come l'*active learning*, il *discovery learning e* l'*inquiry-based learning,* questo pone particolare attenzione alla componente esperenziale prevedendo spesso il coinvolgimento di artefatti, strumenti come anche del corpo e del movimento degli studenti.

1.2.1. Le esperienze educative alle origini dell'apprendimento laboratoriale

A cavallo fra il XIX e il XX secolo, anche grazie al successo delle teorie costruttiviste di John Dewey (1859-1952), il già citato padre della cosiddetta *scuola attiva* e di altri come Georg Kerschensteiner (1854-1932), Jean-Louis Decroly (1871-1932) ed Édouard Claparède (1873-1940), in Europa, e non solo, sono state molteplici le esperienze educative e pedagogiche che hanno messo al centro dell'educazione il ruolo dell'esperienza come interazione fra colui che apprende e l'ambiente che lo circonda. Già alla fine dell' '800, abbiamo osservato in 1.1.1. come il tedesco Friedrich Fröbel (1782-1852), dando vita al *kindergarten* (il giardino dell'infanzia), proponeva di mettere nelle mani dei bambini risorse materiali per costruire un bagaglio di esperienze che costituissero la base per la loro conoscenza. Anche le sorelle Agazzi, Rosa Agazzi (1866-1951) e Carolina Agazzi (1870-1945), in Italia, svilupparono un metodo educativo che ha messo al centro l'esperienza del bambino, attore del suo processo di formazione. Ma è con Maria Montessori che la proposta pedagogica, che dà estrema centralità all'esperienza nel processo d'apprendimento, assume particolare rilievo nell'educazione della matematica, sia in riferimento alla scuola dell'infanzia che alla scuola primaria. Come abbiamo sottolineato nel pragrafo precedente, ella ideò una vastità di materiali e proposte rivolte agli studenti per fare esperienza dei concetti matematici elementari (Montessori, 1934a, 1934b), di cui si riconosce tutt'oggi il grande valore (Bianconi, 2019; Regni e Fogassi, 2019; Lillard, 2017).

Anche in riferimento a gradi scolastici superiori, nel panorama nazionale importanti matematici, quali Federigo Enriques (1871-1946) e Giovanni Vailati (1863-1909), si impegnarono nel dimostrare l'inefficacia dell'insegnamento trasmissivo della matematica, promuovendo invece una matematica da praticare, che fosse sperimentale, operativa e fondata su esperienze concrete e su esempi, e solo successivamente formalizzata. Riportiamo un estratto del pensiero del matematico Enriques, tratto da una relazione dal titolo *Sulla preparazione degli insegnanti di scienze,* tenuta al V Congresso degli Insegnanti di scuole medie nel 1906 :

> Se le matematiche vengono così spesso riguardate come inutile peso dagli allievi, dipende in parte almeno dal carattere troppo formale che tende a prendere quell'insegnamento, [..], da una critica analitica eccessiva e fuori di posto, della quale invero basterebbe ritenere il risultato sintetico che pone nell'esperimento la base della geometria, [..] al fatto che le matematiche siano studiate come un organismo a s., riguardandone piuttosto la sistemazione astratta conseguita dopo uno sviluppo secolare, che non l'intima ragione storica.

La sua filosofia sull'educazione della matematica appare emergere chiaramente dall'affermazione presente nel saggio *Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria* (Enriques, 1901), riportata in Carruccio (1966): "il sapere non è un dono che l'uno possa fare e l'altro ricevere passivamente, bensì una conquista che ciascuno deve fare o rifare per proprio conto". Come sottolineato da Speranza, nella concezione di Enriques è proprio il carattere dell'esperienza che è fondamentale nei processi di apprendimento. Secondo il matematico, infatti, la conoscenza si forma attraverso un'interazione fra strutture mentali ed esperienza: sono le prime a organizzare l'esperienza, ma questa a sua volta influisce sullo sviluppo delle strutture mentali (Speranza, 1992). Così acquistano grande valore gli esempi concreti, esemplificativi, che formeranno la base per la creazione di modelli astratti e di una sensibilità matematica, e anche l'errore acquisisce una dimensione costruttiva. In parallelo, Vailati teorizzò la "scuola-laboratorio" in Italia, mosso dalla convinzione che l'insegnamento trasmissivo della matematica fosse inefficace, sostenendo invece la bontà di un'impostazione sperimentale e operativa, soprattutto nella geometria. Fu sulla base di queste idee che, a inizio Novecento, a seguito dello sviluppo di queste teorie ed esperienze educative, prese spazio una discussione internazionale che vide coinvolti didattici, pedagogisti e importanti matematici (come, ad esempio, John Perry a Londra, Eliakim Hastings Moore in America, Emile Borel e Jules Tannery in Francia, Felix Klein in Germania), e che si realizzò anche in ambito disciplinare, ad esempio nel IV Congresso Internazionale dei Matematici, tenutosi a Roma nel 1908, nella sezione dedicata alla didattica della matematica, di cui Giovanni Vailati fu organizzatore. Queste sono state le radici sulle quali si è fondata l'idea di integrare nella pratica scolastica il Laboratorio di Matematica (Giacardi 2011; Maschietto 2015).

Emma Castelnuovo si fece attiva promotrice di questo pensiero, contribuendo alla creazione di materiali e di un vero e proprio approccio all'insegnamento della matematica; i suoi lavori si concentrano principalmente sull'insegnamento della geometria per la scuola secondaria di primo grado (Castelnuovo, 1959). Ella sosteneva che per creare un apprendimento solido e stabile delle conoscenze matematiche, l'insegnamento della disciplina debba incentrarsi su esperienze significative, che permettano di lavorare in profondità su concetti matematici fondamentali (Castelnuovo, 1963). Per fare questo è necessario mettere in moto le menti dei ragazzi, e questo movimento passa dall'esplorazione attraverso il corpo e lo spazio. Ella si concentrò sullo sviluppo di una didattica attraverso l'uso di materiali, ma i suoi materiali sono intrinsecamente pensati per contenere il movimento:

> Ma vogliamo sottolineare che in ogni caso il materiale deve essere mobile: è infatti la mobilità che attira l'attenzione del bambino e che lo conduce dal concreto all'astratto; perché non è il materiale in sé che è l'oggetti della sua attenzione, ma piuttosto la trasformazione del materiale, un'operazione dunque che, essendo indipendente dal materiale stesso, è astratta. (Castelnuovo, 1965; p.58)

Castelnuovo pone primaria attenzione ai processi percettivi, li considera infatti come disciplinati da parte della mente e perciò ritiene fondamentale elicitarli tramite l'azione. Pur facendo capo alla tradizione dei metodi attivi, nel solco di studiosi quali appunto Pestalozzi, Dewey, Decroly e la già citata Montessori, che hanno messo al centro l'intuizione come costruzione basata sulla percezione e l'impiego di materiali che la favoriscono (o l'analisi degli elementi naturali volta a questo scopo, nell'ottica di Decroly), si distanzia dalle prospettive assunte nei loro metodi, assumendo una concezione più piagettiana, legata all'importanza di utilizzare materiali didattici con obiettivi simili a quelli proposti da Cuisenaire e Gattegno, e attribuendogli una funzione prettamente operatoria e non costitutiva nell'attività d'apprendimento. Secondo Castelnuovo, infatti, l'attività di apprendimento non deve far focalizzare l'attenzione dell'allievo sul materiale ma sulla dinamica variazione delle configurazioni con cui si presenta (Castelnuovo, 2017). In virtù dell'attribuzione di questo ruolo subalterno al materiale didattico specifico, all'interno delle sue opere rivolte agli insegnanti, ella tende a considerare i suggerimenti di materiali e di attività che propone prettamente come spunti dai quali gli insegnanti posso attingere, ma da dover adattare, ripensare o abbandonare in vista di nuove esperienze nate dall'interazione con i propri allievi:

> È necessario ricorrere all'oggetto e all'azione se si vuole che l'insegnamento della geometria intuitiva abbia un carattere costruttivo e che sia quindi formativo […]. Oggetto e azione che non devono seguire uno schema prestabilito, ma lasciarsi ispirare ogni volta dalle esigenze della classe che l'insegnante avrà la sensibilità di saper cogliere: è proprio da queste esigenze che sono sorti gli esempi che abbiamo dato. I mezzi pratici per la realizzazione delle esperienze non hanno nessuna importanza: si tratterà di un modello, di un dispositivo, di un'esperienza realizzata con l'aiuto di un materiale o solamente immaginata, delle variazioni di una luce o del mutarsi di un'ombra. Ed è proprio forse questa liberà di ideare e interpretare, ugualmente alla portata del maestro e dell'allievo, che costituisce una delle caratteristiche del metodo costruttivo. (Castelnuovo, 1965; p.65)

Le sue idee, che si presentano estremamente attuali, hanno trovato in tempi più recenti un nuovo slancio, con esperienze didattiche di diversi gruppi di ricerca sul territorio nazionale (Arzarello & Bartolini Bussi, 1998; Bartolini Bussi et al., 2010; 2018; Carotenuto et al., 2020). Questa tradizione e gli importanti contributi provenienti dalla ricerca in didattica della matematica negli ultimi decenni hanno trovato sponda nelle politiche educative nazionali, come avremo modo di presentare in seguito.

1.2.2. La didattica laboratoriale nella scuola odierna

In Italia, al giorno d'oggi, la didattica laboratoriale è ritenuta ufficialmente una metodologia trasversale che dovrebbe appartenere alla quotidianità scolastica. Le prime indicazioni pubblicate in tal senso sono comparse una ventina di anni fa, nel documento programmatico Materiali UMI-CIIM Matematica 2003 (UMI-CIIM, 2003). Dal 2012, il riferimento al Laboratorio di Matematica è entrato a fare parte delle Indicazioni Nazionali (Indicazioni Nazionali, MIUR 2012; Nuovi Scenari, MIUR 2018). Nel descrivere il contesto italiano, ci soffermeremo proprio su queste indicazioni.

A livello internazionale, sebbene non venga utilizzato il termine laboratorio, sono frequenti le posizioni istituzionali che sostengono questa prospettiva, come ad esempio l'*Inquiry Based Science Education* promossa dalla commissione Europea (come indicato in Rocard, 2007), o la *demarche d'investigation* indicata nel curricolo di matematica in Francia (Maschietto, 2010). La presenza di riferimenti all'*Inquiry-based learning* (IBM) *o* all'*inquiry-based education* per l'insegnamento della matematica e delle scienze si è diffusa in modo molto pervasivo, a partire dall'inizio del nuovo millennio, all'interno delle politiche educative e curricolari nazionali e internazionali, anche fuori dall'Europa (Artigue & Blomhoj, 2013). Le origini dell'*inquiry* come strategia pedagogica sembrano fare riferimento a Dewey, considerato, non per altro, capostipite anche della pedagogia attiva. Molti sono i progetti che hanno cercato di definire e caratterizzare l'IBL in ambito scientifico e matematico (solo per citarne alcuni, i progetti europei Fibonacci[1] e PRISMA[2]), affrontando questioni teoriche e metodologiche per rendere operativo questo costrutto. Inoltre, entrando, in particolare, a fare parte della didattica della matematica è stato importante anche porsi domande rispetto alle relazioni

[1] http://www.fibonacci-project.eu/ (consultato il 25/10/2022)

[2] http://www.primas-project.eu (consultato il 25/10/2022)

dell'IBM con alcuni importanti e solidi framework teorici del settore (Artigue & Blomhoj, 2013). Così come già sottolineato per la pedagogia attiva, nonostante questi sforzi di restringersi al campo disciplinare, l'IBM presenta un orizzonte più ampio rispetto alla metodologia del laboratorio di matematica, e non del tutto sovrapponibile. Tuttavia, i punti di contatto sono piuttosto ampi e le proposte sviluppate sono spesso coerenti con entrambe le metodologie, anche se, in generale, la centralità dell'esperienza sembra assumere un ruolo più marginale nelle strategie didattiche legate all'IBM.

Sebbene sia presente un esplicito riferimento nelle politiche ufficiali ormai da diversi anni, la realizzazione di una didattica laboratoriale nella scuola, i suoi effetti e i suoi limiti, sono tutt'oggi al centro di molti studi nell'ambito della ricerca in educazione matematica.

Ad esempio, recentemente, un gruppo di ricercatori di Torino (Di Tommaso et al., 2021) ha studiato gli effetti dell'utilizzo di strategie didattiche laboratoriali nel ridurre il divario di genere (il cosiddetto *gender gap*) in matematica, che sappiamo avere un peso notevole, a svantaggio delle studentesse, soprattutto in riferimento al nostro paese (OECD, 2018). È stato infatti evidenziato come tale divario, oltre ad essere particolarmente accentuato in dipendenza di specifici domini matematici e nella proposta di particolari *item* (Cascella et al., 2020), possa variare in dipendenza delle metodologie di insegnamento proposte (Boaler, 2013; Di Tommaso et al., 2020), sottolineando come strategie quali il lavoro collaborativo e la discussione matematica, le strategie di tipo *inquiry* e di attivazione cognitiva (come il *problem solving*) sembrino promuovere una migliore prestazione delle studentesse (Boaler, 2002a; Boaler, 2002b; Boaler, 2009; OECD, 2016b; Zohar & Sela, 2003), normalmente più in difficoltà nell'apprendimento della disciplina. Particolare rilievo sembrano assumerlo le strategie didattiche che attribuiscono importanza e valore positivo all'errore, un'attenzione che abbiamo visto essere presente già nei lavori di Montessori (2013a) e centrale anche in ricerche odierne (Zan, 2007), come opportunità di apprendimento (il riferimento è al *growth mindset,* in Boaler, 2013). In questo senso, potrebbe non rappresentare una semplice coincidenza che nelle indagini internazionali TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) promosse dalla IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Assessment*) venga evidenziato come in Italia, dove il divario è particolarmente significativo, l'approccio didattico dominante sia quello tradizionale trasmissivo, basato sulla chiarezza espositiva più che sull'attivazione cognitiva. Approfondiremo questo punto nel prossimo capitolo, nel quale descriveremo i risultati delle indagini internazionali relativamente al contesto italiano ed australiano. Al contrario, una didattica di tipo laboratoriale, che contiene al suo interno questi elementi, sembrerebbe poter essere una buona soluzione per cercare di ridurre l'influenza del fattore legato alle strategie di insegnamento sul *gender gap.* I risultati dello studio effettuato (Di Tommaso et al., 2021), sembrano infatti confermare un aumento del livello delle prestazioni, in particolar modo proprio delle studentesse, in concomitanza con l'utilizzo di strategie didattiche laboratoriali.

L'approccio in esame sembra quindi promuovere una riduzione del *gender gap* in matematica. I risultati sono supportati anche da altre ricerche che analizzano gli effetti della promozione dell'*active learning* su queste variabili[3] (si veda, a tale proposito, anche Laws et al., 1999; Schneider, 2001).

Altri esempi sono rappresentati dagli studi che mirano a mettere in luce le caratteristiche di inclusività di una didattica laboratoriale (Barbieri et al., 2017; Idrofano et al., 2018; Baccaglini-Frank & Di Martino, 2020), o che analizzano il ruolo delle tecnologie nello svolgimento di queste attività (Nemirovsky et al., 2020; de Freitas et al., 2017; Sinclair & Baccaglini Frank, 2015), altri ancora lo

[3] Brame, C. (2016). Active learning. Vanderbilt University Center for Teaching. Retrieved [todaysdate] from https://cft.vanderbilt.edu/active-learning/ (consultato il 25/10/2022)

sviluppo di artefatti e di guide per il supporto scolastico, come ad esempio il progetto PerContare[4] (Baccaglini-Frank & Bartolini Bussi, 2012; Baccaglini-Frank, 2017) o altre esperienze, come, ad esempio, in Carotenuto e colleghi (2021) o Audrito e colleghi (2016).

Come sostengono Maschietto e Bartolini Bussi, a partire dalle osservazioni emerse durante le ricerche effettuate nell'ambito della formazione professionale per il progetto MMLab[5], riguardante il laboratorio sulle macchine matematiche, non è da sottovalutare il grande cambiamento che è richiesto agli insegnanti nell'implementare attività didattiche di questo tipo, che richiedono competenze specifiche che non possono essere considerate scontate (Maschietto & Bartolini Bussi, 2011). Per tale ragione sembra assolutamente necessario accompagnare i cambiamenti previsti nelle indicazioni istituzionali con una formazione specifica (come hanno evidenziato anche le sperimentazioni condoote negli Stati Uniti in seguito all'introduzione di specifiche indicazioni volte all'integrazione dei manipolativi nell'attività didattica (NCSM, 2013), che riporteremo nel paragrafo 1.3. Per fornire una misura dell'importanza che viene attribuita, a livello internazionale, al ruolo svolto dai corsi di formazione che accomagnano l'introduzione delle riforme che prevedono l'inclusione di nuove tecnologie e strategie didattiche, che coinvolgono la manipolazione attiva degli studenti, riportiamo quanto espresso da Killion (2015): un corso di formazione professionale per essere efficace dovrebbe concentrarsi su quattro aree specifiche, ovvero il contenuto matematico, la didattica disciplinare della matematica, il curricolo matematico e l'incorporazione dei manipolativi virtuali nella didattica della matematica. Anche in Italia, particolare attenzione viene data alla ricerca condotta nell'ambito della formazione professionale specifica rispetto all'apprendimento laboratoriale della matematica, come testimoniano, ad esempio, gli atti dei convegni Di.Fi.MA[6] o il Geogebra Day[7] organizzati dalle università (nello specifico, l'Università degli studi di Torino) e rivolti agli insegnanti.

1.2.3. Le caratteristiche della didattica laboratoriale

Il primo connotato che caratterizza una didattica di tipo laboratoriale riguarda gli obiettivi che essa si pone. Si tratta di una didattica *volta al senso*: si propone, infatti, di rendere accessibili i significati matematici tramite l'attiva costruzione del senso da parte di colui che apprende. Come evidenziato da Paola (2004), e ripreso da Idrofano et al. (2018):

> L'attività laboratoriale permette inoltre un approccio sensato alla matematica, dove l'aggettivo "sensato" è da intendersi con un triplice significato: quello di legato all'esperienza, alla percezione, ai sensi; quello di legato allo sviluppo e all'uso del sapere teorico; e infine quello di ragionevole, ossia adeguato alle esigenze e alla situazione attuali della classe. (Idrofano et al., 2018, p.96)

Tale didattica è contraddistinta anche da un ribaltamento della concezione classica del processo d'insegnamento-apprendimento della disciplina. Come presupposto di una didattica laboratoriale si trova la convinzione che l'approccio metodologico disciplinare, legato alla tipica struttura logico-deduttiva della matematica, non si accompagni in modo naturale alla comprensione e all'instaurarsi delle conoscenze matematiche. Esso rappresenta invece un obiettivo ultimo dell'azione didattica, che viene preceduto dalla ricerca dei significati. Conseguentemente, anche l'astrazione e la concettualizzazione rappresentano a sua volta mete ultime da conquistare, invece di rappresentare, come spesso accade nella presentazione assiomatica e formalizzata, il punto di partenza.

[4] https://www.percontare.it/ (consultato il 25/10/2022)

[5] http://www.mmlab.unimore.it/site/home.html (consultato il 25/10/2022)

[6] https://difima.i-learn.unito.it/course/index.php?categoryid=17 (consultato il 25/10/2022)

[7] https://difima.i-learn.unito.it/course/view.php?id=192 (consultato il 25/10/2022)

Come suggerisce Chiappini (2007), potremmo inquadrare questo cambio di prospettiva all'interno della teoria della trasposizione didattica di Chevallard (1985), ovvero analizzando come il sapere "nella sua forma de-contestualizzata, de-personalizzata, astratta e formale" (Chiappini, 2007, p.9), venga trasformato in sapere insegnato. In questa ottica, si tratterebbe di passare da un modello di trasferimento della conoscenza basato sulla trasmissione del sapere, che viene reso fruibile agli studenti tramite una "elementarizzazione e esemplificazione del sapere ufficiale" (p.9), mantenendone però inalterata la struttura (come avviene, ad esempio, all'interno dei manuali scolastici), in un nuova configurazione, in cui "la trasformazione del sapere a cui siamo interessati è finalizzata ad una ri-configurazione della conoscenza da insegnare per farla diventare un oggetto di investigazione per gli studenti e favorire la costruzione di idee e significati matematici" (p.9). Quindi, il ribaltamento non è rappresentato da una variazione nel sapere che viene trasposto, poiché non si prescinde dalla convinzione che la struttura del sapere disciplinare debba mantenere il suo assetto deduttivo, contraddistinto da una logica rigorosa:

> […] l'approccio metodologico disciplinare, di tipo logico-simbolico, centrato su definizioni e deduzioni e finalizzato a esibire dimostrazioni di una qualche verità matematica [..] costituisca le fondamenta su cui si basa l'intero edificio della conoscenza matematica e il cemento che dà unità e coerenza a tutte le sue parti (Chiappini, 2007, p.9)

Pertanto esso continua a rappresentare l'obiettivo ultimo della didattica, di qualsiasi tipo, e dunque anche di quella laboratoriale. Bensì, pur riconoscendo la centralità di questa componente, in una didattica di tipo laboratoriale si procede ad una riconfigurazione della conoscenza, che la renda accessibile agli studenti prima come esperienza figlia dell'investigazione e approdando solo successivamente a una concettualizzazione formale.

> Quello che cambia è la sequenza, l'ordine delle fasi di apprendimento: l'approccio metodologico disciplinare non è più il punto di partenza ma il punto di arrivo, la cui padronanza è l'obiettivo ultimo da raggiungere; si parte quindi da una forma di apprendimento-insegnamento di tipo percettivo-motorio per arrivare gradualmente e in modo sensato a una forma di apprendimento-insegnamento costruttivo-simbolico (Idrofano et al., 2018, p.97).

All'interno del suo articolo, Paola (2004) individua tre caratteristiche che, a suo parere, sono attributi fondamentali del Laboratorio di Matematica.

La prima caratteristica è *l'uso di strumenti*, che possono consistere in materiali poveri, di uso comune o materiali ricchi, strumenti nuovi o antichi, tecnologici o fisici. Rifacendoci al quadro teorico della mediazione semiotica (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008), possiamo pensare a tali artefatti come dei mediatori nei processi di insegnamento–apprendimento. Tali strumenti devono perciò essere selezionati con cura e criticamente analizzati dal docente, affinché possano diventare dei veri e propri strumenti di insegnamento-apprendimento, coerenti e funzionali al conseguimento degli obiettivi d'apprendimento. Proprio questa fase di studio critico permetterà infatti di utilizzarli in modo consapevole, rendendoli capaci di guidare "l'evoluzione dai sensi personali degli studenti (pre-concezioni, immagini mentali, significati posseduti prima dell'attività didattica) verso i significati istituzionali (obiettivi di apprendimento) individuati dall'insegnante" (Paola, 2004, p.1);

La seconda caratteristica è quella di concepire *una didattica lunga,* necessaria affinché l'insegnamento-apprendimento sia finalizzato alla costruzione dei significati matematici. Come riportano Idrofano et al. (2018), "per costruire significati è infatti necessario rispettare i diversi tempi di apprendimento degli studenti, lasciando loro il tempo di provare, di fare, di riflettere individualmente e in piccoli gruppi, di condividere, sotto la guida dell'insegnante, le conoscenze e i significati che via via si costruiscono ed evolvono" (Idrofano et al., 2018, p.97);

Infine, è necessaria un'attenzione specifica agli *aspetti di interazione sociale* interni al contesto classe, alle componenti legate all'affettività e alla gestione dei successi e degli insuccessi, in particolare al ruolo dell'errore e al giudizio valutativo:

> Nel laboratorio è necessario prestare attenzione non solo alle conoscenze e alle competenze in possesso degli studenti, ma anche a come tali conoscenze e competenze vengono comunicate, discusse e condivise, nella

> consapevolezza che emozioni e atteggiamenti influiscono in modo sostanziale sui percorsi di insegnamento–apprendimento. Nel laboratorio è opportuno prestare attenzione ai processi di pensiero attivati dagli studenti nella risoluzione di un problema o nella sistemazione delle conoscenze più ancora che ai prodotti della loro attività (Idrofano et al., 2018, p.97).

Oltre agli aspetti che sono stati finora citati, ci interessa particolarmente evidenziare come, nelle descrizioni fornite, appare molto forte il richiamo all'importanza dell'esperienza percettivo-motoria dei concetti matematici all'interno di questo approccio:

> Il laboratorio implica un coinvolgimento percettivo-motorio e non solo intellettuale, nella consapevolezza che un approccio attivo al sapere favorisce lo studente nella fase di appropriazione e di costruzione di significatività. Diversi studi cognitivi hanno infatti mostrato l'importanza della manipolazione diretta nella costruzione dei processi di pensiero caratteristici della matematica. Pertanto, l'approccio sperimentale non può essere uno strumento occasionale e i laboratori luoghi separati in cui rinchiudere la pratica sperimentale. (Idrofano et al., 2018, p.96)

Ed è proprio su questo punto che troviamo una connessione con il coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti, che è l'altra componente fondamentale presa in considerazione nel nostro studio.

1.3. I materiali manipolativi e l'integrazione di materiali extracurricolari nella pratica didattica

Nel seguente paragrafo, presenteremo riferimenti teorici e ricerche sperimentali che riguardano l'impiego di materiali manipolativi a uso didattico nella scuola, discutendone l'efficacia didattica, le modalità di utilizzo, le strategie e la guida didattica che vi si devono accompagnare, come anche i *belief* degli insegnanti a questo proposito. In ultimo, illustreremo alcuni risultati di studi che analizzano, più in generale, l'impiego di materiali extracurricolari nella pratica didattica degli insegnanti.

1.3.1. I materiali manipolativi ad uso didattico

Con tutta probabilità, l'impiego di materiali e strumenti per l'apprendimento della matematica è antico quanto il pensiero matematico stesso: strumenti per il calcolo e per la misurazione sono infatti presenti in moltissime culture ed epoche (Bartolini Bussi, 2018). Lo studio di questi materiali è stato condotto all'interno di diversi campi del sapere; ha infatti trovato realizzazioni in ricerche neuroscientifiche, in studi di psicologia cognitiva, in ricerche sperimentali di pedagogia generale e in didattica della matematica, come anche in studi di natura teorica e di carattere culturale. All'interno di questo capitolo, offriremo alcuni risultati teorici e sperimentali entro un *corpus* di ricerche che si presenta sconfinato.

1.3.1.1. Alcune definizioni

Hynes propone la definizione di materiale manipolativo come di un modello concreto che incorpora concetti matematici, che si presenta ai vari sensi e può essere toccato e spostato dagli studenti: "Manipulatives materials are concrete models that incorporate mathematical concepts, appeal to several senses and can be touched and moved around by students" (Hynes, 1986, p.11). Anche Moyer fornisce una simile definizione dei materiali manipolativi come oggetti progettati per rappresentare esplicitamente e concretamente le idee matematiche (che sono astratte), con un coinvolgimento del senso visivo e tattile e che possono essere manipolati dagli studenti tramite esperienze attive, che coinvolgono l'utilizzo delle mani: "Manipulative materials are objects designed to represent explicitly and concretely mathematical ideas that are abstract. They have both visual and tactile appeal and can be manipulated by learners through hands-on experiences" (Moyer, 2001, p.176).

Nella convinzione che l'utilizzo dell'approccio manipolativo non trovi giustificazione solamente nel rendere lo studente attivo nel suo apprendimento, ma che l'apprendimento tramite la manipolazione sia per gli studenti una necessità ed uno stimolo fondamentale per lo sviluppo del pensiero, Swan e Marshall (2010) forniscono la seguente definizione di materiale manipolativo, che si presenta come più generale rispetto alle precedenti e sottolinea questa concezione. Gli studiosi identificano un materiale matematico manipolativo come un oggetto che può essere manipolato da un individuo in una modalità sensoriale durante la quale viene promosso il pensiero matematico conscio ed inconscio: "A mathematics manipulative material is an object that can be handled by an individual in a sensory manner during which conscious and unconscious mathematical thinking will be fostered" (Swan & Marshall, 2010, p.14).

Differentemente dalle precedenti definizioni, in quest'ultima non viene fatto un esplicito riferimento ai concetti matematici di cui il materiale si fa modello concreto, manipolabile ed esposto ai sensi. Il materiale è un mezzo di promozione del pensiero matematico in un senso molto più generale e meno vincolato ad un rapporto di corrispondenza con i concetti astratti.

È opportuno notare che le definizioni elencate non includono né gli strumenti come calcolatrici o calcolatori, né macchine (*demonstration model*) e strumenti, come le tavole delle frazioni, utilizzati dall'insegnante come supporto esplicativo. Tuttavia negli ultimi anni la ricerca si è concentrata molto sull'utilizzo nella didattica di un approccio manipolativo virtuale. Siamo inclini quindi a considerare una definizione di carattere più generale dei materiali manipolativi, come la seguente tratta da Zuckerman, Arida e Resnik (2005): i materiali manipolativi sono oggetti che possono essere controllati dagli studenti, sia virtualmente che fisicamente, per apprendere nuovi concetti in una modalità attiva e formativa.

1.3.1.2. L'importanza di definire le condizioni a contorno per l'utilizzo dei manipolativi

L'implementazione di un approccio manipolativo nella pratica didattica è un fatto tutt'altro che innovativo. Tuttavia, sia la ricerca educativa che la pratica d'aula, in riferimento ad una didattica *manipulatives-based,* non hanno raggiunto lo stadio evoluto che ci si aspetterebbe e l'efficacia dell'utilizzo di materiali manipolativi nella didattica si presenta ancora oggi come una questione aperta. Per quanto sia presente una forte affermazione teorica riguardo l'efficacia dell'utilizzo di approcci manipolativi, che segue, da un lato, dalla lunga tradizione di psicologi costruttivisti e pedagogisti che ne hanno sostenuto la validità, come Dienes (1960), Bruner (1966), Piaget (1952), Montessori (1934), ecc., e, dall'altro, che trova supporto nelle recenti scoperte in campo neuroscientifico e cognitivo, non troviamo in letteratura un corrispettivo consistente di studi primari e solide evidenze sperimentali che ne definiscano limiti e potenzialità (Carbonneau et al., 2013; DeLoache, 2000; McNeil & Jarvin, 2007). Peraltro, già da diversi anni sono in circolazione raccomandazioni prescrittive sull'utilizzo di questi approcci nella didattica, provenienti da istituzioni nazionali e internazionali, soprattutto in riferimento alla scuola dell'infanzia e ai primi anni del primo ciclo di istruzione (Burns, 1996; Copple & Bredekamp, 2009). Ne sono un esempio le indicazioni fornite dalle due organizzazioni di ricerca americane *National Council for the Teaching of Mathematics* (NCTM, 2008) e la *National Association for the Education of Young Children* (NAEYC, 2009), ma anche, come vedremo nell'ultimo paragrafo, le Indicazioni Nazionali per il Curriculum in Italia (MIUR, 2012) o alcuni riferimenti nelle politiche educative australiane.

Come evidenziato da Marley e Carbonneau (Marley & Carbonneau, 2014), se, da un lato, la promozione di un approccio che sembra essere molto promettente è di per sé un fatto auspicabile, la mancanza delle necessarie evidenze sperimentali ha effetti molto negativi sulla didattica legata all'utilizzo di approcci manipolativi. Infatti, le raccomandazioni generali che si rivolgono al panorama scolastico, infondono negli insegnanti aspettative irrealistiche e una fiducia mal fondata sull'efficacia indiscriminata dell'utilizzo dell'approccio in esame, basata su evidenze deboli, non omogenee o scarsamente informative sui limiti e le potenzialità della sua applicazione nella pratica d'aula (Marley & Levin, 2011; Shadish et al., 2002), generando effetti che possono essere opposti rispetto a quelli auspicati. Il problema si presenta nel momento in cui viene promosso l'approccio manipolativo nella didattica senza prima aver chiarito con solida evidenza le condizioni a contorno che ne determinano l'efficacia, ovvero il raggio d'azione e delle ben definite modalità di utilizzo. Difatti, sebbene l'impiego di materiali da manipolare possa funzionare piuttosto efficacemente nel raggiungimento di alcuni obiettivi, tale approccio non può essere applicato in modo indiscriminato, pretendendo che promuova comunque buoni risultati d'apprendimento; ciò potrebbe rappresentare una concausa alla base della sua scarsa applicazione nella realtà scolastica.

Infatti, la genericità delle raccomandazioni potrebbe comportare un'applicazione di questo approccio in classe poco coerente rispetto agli obiettivi auspicati da parte degli insegnanti che abbracciano la prospettiva *tout-court*. Ad esempio, tale coerenza potrebbe venire a mancare nel momento in cui l'insegnante ha una scarsa consapevolezza dei limiti del modello di rappresentazione utilizzato, o se suppone un'efficacia dell'approccio indipendente dal campo di indagine o dagli obiettivi d'apprendimento e, dunque, ricerca ad esempio un riscontro dell'efficacia in abilità e competenze che possono non essere promosse dall'utilizzo di queste pratiche, oppure perché seleziona attività manipolative non idonee per i destinatari.

Questo diventa particolarmente pericoloso nel momento in cui, a causa di un'inappropriata applicazione dell'approccio manipolativo nella pratica d'insegnamento, il docente riscontra il mancato raggiungimento dei risultati d'apprendimento auspicati. Infatti, l'insegnante potrebbe reagire a questo fallimento percepito rigettando l'approccio nella sua totalità, considerandolo strumento privo di efficacia, senza indagare le cause dell'esito negativo riscontrato.

Diventa quindi di centrale importanza indagare a fondo quali siano le condizioni a contorno che permettano di raggiungere l'efficacia dell'utilizzo di un approccio manipolativo e quali siano i parametri secondo i quali viene definita questa efficacia, per fornire agli insegnanti consapevolezza riguardo l'utilizzo di queste pratiche. In secondo luogo, diventa estremamente rilevante indagare quali siano i *belief* e le consapevolezze degli insegnanti a questo riguardo.

1.3.1.3. Motivazione teoriche e risultati empirici riguardo l'efficacia didattica dei manipolativi

Una delle principali motivazioni teoriche a supporto dell'utilizzo di appropriati oggetti o strumenti manipolativi nella didattica è quello di portare la matematica nel campo del reale e di "rendere visibili i concetti matematici invisibili" (Golafshiani, 2013, trad. mia). Come sostengono Carbonneau e Marley (2014), i materiali manipolativi progettati a scopo didattico, in quanto rappresentazioni esterne, sono strumenti utili nel creare un collegamento tra il concreto e l'astratto, permettendo una comprensione dei significati più profonda:

> Manipulative-based instructional strategies allow learners to physically interact with concrete representations to learn target information (…). The primary assumption of instructional manipulatives, and other external representations, is that they provide a bridge from the concrete to the abstract, which, in turn, promotes greater conceptual understandings. (p.2)

Riguardo ai risultati teorici che giustificano l'efficacia didattica dell'uso di manipolativi, Carbonneau e Marley (2014) fanno riferimento ad alcuni studi che mettono in luce i buoni risultati che vengono raggiunti nei cosiddetti *self-performed task* (Engelkamp et al., 1994; Mulligan & Hornstein, 2003), nei confronti dell'apprendimento in generale, che si concentrano principalmente nell'evidenziarne la bontà rispetto a fattori mnemonici, all'abilità di riconoscimento (*recognition)* e alla capacità di richiamare informazioni importanti (*recall)* (Kormi-Nouri et al., 1994). Come anche vengono spesso apportate delle giustificazioni che fanno appello agli studi sull'*embodied cognition* (Mahon & Caramazza, 2008; Wilson, 2002) che, considerando i processi cognitivi come simulazioni mentali modali nelle quali il corpo, il movimento e la percezione rivestono un ruolo essenziale, necessariamente ci portano a considerare i materiali didattici di tipo manipolativo come promotori di un apprendimento efficace.

In molteplici ulteriori ricerche viene raccomandato l'utilizzo dei manipolativi per l'insegnamento in tutti i gradi scolastici, oltre che in riferimento ad una vasta gamma di concetti e competenze (Burns & Hamm, 2011; Yuan, 2009). Molti ricercatori suggeriscono, più in generale, l'impiego di materiali manipolativi per migliorare la comprensione dei concetti matematici (Chang, 2008) come anche per il miglioramento dei risultati dagli studenti in matematica (Boggan et al., 2011; Kaminski et al., 2008), supportati dalle evidenze di studi di carattere empirico (Chang, 2008; Huang, 2012; Vitale, Black et al., 2014).

In riferimento ai risultati provenienti dagli studi primari, riportiamo quanto emerso nella meta-analisi della letteratura effettuata da Carbonneau et al. (2013) sull'utilizzo di materiali manipolativi per l'insegnamento-apprendimento della matematica. Nella ricerca sono stati analizzati 55 studi primari, la grande maggioranza dei quali guarda all'efficacia didattica dei materiali manipolativi comparando strategie didattiche che fanno uso di materiali manipolativi rispetto a strategie che non ne fanno uso. Sebbene tale analisi ha fornito indicazioni in favore delle strategie didattiche che si servono di materiali manipolativi, non è stato possibile individuare quali variabili siano determinanti per una tale efficacia; gli studi considerati hanno infatti portato indicazioni disomogenee rispetto alle relazioni che intercorrono tra le variabili dipendenti e indipendenti. Ciò non ha permesso quindi di comprendere il ruolo che possono rivestire i vari fattori didattici che si accompagnano alle attività condotte con i materiali manipolativi nel determinarne l'efficacia. Negli ultimi venti anni, le ricerche in psicologia cognitiva ed educazione ha provato a esplorare queste dimensioni: ne sono esempi le indagini che hanno esplorato i vantaggi relativi all'acquisizione visiva di informazioni attraverso la manipolazione di oggetti fisici (Marley et al., 2007; 2010; Biazak et al., 2010), come anche altri studi che hanno anche provato a studiare gli effetti di lungo periodo dell'utilizzo di materiali manipolativi nella didattica (Pasquazi, 2020).

Riguardo alla dimostrazione empirica dell'efficacia dell'integrazione di pratiche didattiche che coinvolgono l'utilizzo di materiali manipolativi, dalle ricerche sperimentali analizzate nella meta-analisi emergono alcuni risultati parziali, che mettono in luce come soltanto alcuni aspetti di quella che può essere considerata l'efficacia didattica vengono promossi dall'utilizzo di materiali manipolativi.

In particolare, negli studi analizzati all'interno della meta-analisi, sono stati analizzati gli effetti rispetto alla capacità di riconoscere (*recognition*) e richiamare alla mente le conoscenze (*recall*), di applicare le conoscenze (*application*) e di trasferire la conoscenza a contesti differenti da quello utilizzato nella fase di costruzione del concetto (*transfer of learning*). Molteplici ricerche hanno mostrato, seppur parzialmente, un implemento nei rendimenti di test che valutano l'apprendimento immediato (al termine del trattamento) associati al riconoscimento e al richiamo delle informazioni rilevanti nell'affrontare task che sono contestualmente comparabili a quelli utilizzati durante l'attività realizzata con i materiali manipolativi. Tuttavia, rispetto al *transfer of learning,* i risultati danno invece indicazioni contraddittorie e non risulta perciò possibile determinare l'impatto dell'utilizzo dei materiali manipolativi a questo riguardo.

Non possiamo però soprassedere a questa incertezza, dato che questa abilità è ritenuta fondamentale nella determinazione di un apprendimento profondo e duraturo della matematica. Difatti, negli ultimi anni, la ricerca ha posto particolare attenzione nell'investigare quali pratiche didattiche riescano a promuoverlo, per cui questo dato merita dunque di essere approfondito. Le variazioni nelle *condizioni di apprendimento*, così come le ha definite Carbonneau, necessariamente giocano un ruolo fondamentale nel determinare questa disomogeneità nei risultati provenienti dalla letteratura.

Ad esempio, Marley e Carbonneau hanno evidenziato come la natura della guida didattica proposta, le qualità percettive dei materiali e le caratteristiche del modello possono distrarre dai contenuti d'apprendimento auspicati (Marley et al., 2014). Per quanto riguarda, ad esempio, i materiali utilizzati in contesti di educazione formale, questi non sempre riescono a richiamare l'attenzione sulle proprietà auspicate (Belenky & Schalk, 2014) e quindi possono talvolta distogliere dagli obiettivi di apprendimento. Un approfondimento riguardo alle caratteristiche dei materiali manipolativi verrà fornito al termine del paragrafo, in riferimento ai materiali extra-curricolari, mentre di seguito approfondiremo la questione relativa ai livelli di direttività della didattica che si possono accompagnare all'impiego di tali risorse.

1.3.1.4. I livelli di direttività della didattica

Sulla scia delle teorie costruttiviste, quando si utilizzano approcci manipolativi viene spesso raccomandato di minimizzare la direttività della didattica. È questo il caso, ad esempio, della proposta Montessoriana, in particolare in riferimento alla scuola dell'infanzia, dove i discenti vengono lasciati interagire in modo libero e volontario con l'ambiente ed i materiali a loro disposizione (Montessori, 2000).

Secondo Martin (2009), per poter analizzare l'appropriato livello di direttività della didattica è necessario essere consci dell'obiettivo con il quale vengono utilizzati i materiali manipolativi nelle pratiche d'aula. Ad esempio, il ricercatore, in riferimento all'utilizzo di un approccio manipolativo rivolto all'insegnamento nella scuola primaria, all'interno della teoria del PDL (*Physically Distributed Learning*), sottolinea come l'utilizzo di un alto livello di strutturazione della didattica, sebbene possa facilitare l'apprendimento rapido, ovvero la risoluzione di task specifici nell'immediato, lascia per strada molte altre possibilità di apprendimento che questi approcci didattici sarebbero capaci di fornire se accompagnati da altre strategie d'insegnamento. Sostiene infatti che, ad esempio, la coevoluzione di pensiero e azione, fondamentale nel generare quel cambiamento che comporta l'apprendimento nello studente, secondo la prospettiva del PDL, sia raggiungibile con più facilità quando l'interazione con i materiali non si accompagna alla richiesta di una produzione, che interviene invece quando viene proposta un'attività con un obiettivo da raggiungere.

Se la prospettiva è quella di utilizzare i materiali didattici per esperire, nella prospettiva più costruttivista dell'*embodied* ed *embedded cognition*, una guida all'azione è sicuramente limitante. Tuttavia, come sottolineano Marley e Carbonneau (Marley et al., 2014), le evidenze sperimentali fornite degli studi che hanno esaminato l'*instructional guidance* in riferimento all'approccio manipolativo (Alfieri et al., 2011; Chen & Klahr, 1999; Klahr & Nigam, 2004; Kirschner et al., 2006; Mayer, 2004) mostrano che, promuovere un intervento moderato o alto di *instructional guidance* ha generalmente apportato un miglioramento nei risultati d'apprendimento. Molte ricerche si sono quindi poste l'obiettivo di comprendere quale sia un giusto livello di direttività della didattica per massimizzare l'efficacia dell'utilizzo di un approccio manipolativo.

Una strategia didattica particolarmente promettente sembra essere quella che si rifà alla tecnica del *concretness fading,* analizzata da Fyfe et al. nel 2014 (Fyfe et al., 2014). Il modello della "dissolvenza della concretezza" prevede il superamento, nel dibattito didattico, della dicotomia dell'utilizzo di materiali concreti oppure astratti per favorire il processo di insegnamento-apprendimento della matematica, promuovendo invece una continuità fra questi due stadi: la tecnica prevede infatti l'impego iniziale di rappresentazioni concrete, e successivamente di rappresentazioni sempre più "idealizzate". Come evidenziato da Fyfe, l'utilizzo di questa tecnica nella didattica della matematica mira:

- ad aiutare gli studenti ad interpretare i simboli astratti ambigui o oscuri in termini dei più comprensibili oggetti concreti;
- a permettere un'attivazione delle percezioni *embodied* e di esperienze fisiche alle quali ancorare il pensiero astratto;
- a rendere gli studenti capaci di immagazzinare una buona quantità di immagini mentali da conservare in memoria, che possono essere richiamate ed associate ai simboli astratti che altrimenti resterebbero vuoti di significato;
- a guidare gli studenti ad eliminare, dalle rappresentazioni concrete, quelle proprietà non caratterizzanti rispetto all'oggetto di cui sono rappresentazione, mantenendo esclusivamente le proprietà generalizzabili.

Questo modello si basa sulla convinzione, tipica del pensiero *enattivista* di Bruner (1966), che le nozioni teoriche che compongono i concetti appresi si formino attraverso lo spostamento da una rappresentazione esecutiva (*enactive*) ad una rappresentazione simbolica dello stesso, ovvero a una codifica e un'espressione della realtà attraverso simboli e segni convenzionali (linguaggio, sistemi numerici, etc.), passando gradualmente attraverso rappresentazioni iconiche intermedie, che sono codifiche di riorganizzazione della realtà attraverso immagini mentali. La prospettiva è molto distante da quella di Martin sopra citata, che concepisce l'apprendimento della matematica come l'unione fra concretezza e astrazione, in una compresenza di azioni-percezioni ed idee e che si concretizza nel continuo processare sequenze di azioni ed interpretazioni in parallelo (Martin, 2009). Nella prospettiva del *concretness fading,* invece, la conoscenza si crea come conseguenza del passaggio dalla concretezza all'astrazione, dal graduale abbandono della fase di azione-percezione in favore della formazione dell'idea astratta.

Il motivo principale che porta a valutare positivamente il modello del *concretness fading* è che dopo un periodo di didattica con rappresentazioni esterne, gli studenti spesso falliscono nella generalizzazione dell'informazione (DeLoache, 2000; Resnick & Omanson, 1987). Sembra quindi essere particolarmente fortunata la scelta di utilizzare una guida didattica che, seguendo questo modello, accompagna lo studente verso l'astrazione. Di conseguenza, con una graduale dissolvenza (*fading*) dalle rappresentazioni attive a quelle simboliche, passando per le rappresentazioni iconiche come intermediari, l'apprendimento della struttura profonda dei concetti matematici e scientifici può essere meglio generalizzata a circostanze correlate ma distinte da quelle presentate (Marley et al., 2014).

Tuttavia, la questione della guida didattica che porta ad ottenere i migliori risultati nell'integrazione di materiali manipolativi, come anche, nel caso più generale, al coinvolgimento della percezione e del corpo degli studenti, resta aperta e irrisolta. Condividiamo, infatti, la riflessione di Martin, che la tipologia di guida didattica dipenda dagli obiettivi dell'azione didattica, come anche dalle convinzioni che riguardano l'insegnamento-apprendimento della disciplina, ovvero le ipotesi e gli obiettivi teorici che guidano la didattica del docente. Crediamo quindi sia di estremo interesse portare questa domanda all'interno della nostra ricerca, per comprendere quali siano i punti di vista sull'argomento tra i partecipanti del nostro studio esplorativo.

1.3.1.5. I tre punti su cui riflettere prima di implementare attività che fanno uso di materiali manipolativi

Secondo Marley e Carbonneau (Marley et al., 2014), prima di procedere a realizzare nelle classi un'attività che coinvolga l'utilizzo di materiali manipolativi, il docente deve avviare una riflessione che si articoli intorno ai tre elementi seguenti:

1) le condizioni di apprendimento, ossia il tipo di direttività della didattica, i materiali impiegati, il campo d'indagine. Infatti, come abbiamo brevemente esposto nel paragrafo precedente, questi fattori possono impattare l'efficacia didattica legata all'utilizzo di tali risorse;

2) le caratteristiche dei destinatari del trattamento, ossia il grado scolastico, ma anche la conoscenza pregressa degli studenti. Per prima cosa, il grado scolastico degli studenti deve essere considerato un parametro da relazionare all'efficacia dell'intervento, con il supporto di solide evidenze sperimentali. A conferma del fatto che vi sia ancora molto lavoro da fare in questa direzione, l'utilizzo dell'approccio manipolativo è spesso consigliato per giovani studenti, ma la letteratura primaria che tratta di evidenze sperimentali intorno all'efficacia comprovata sui bambini risulta spesso inconsistente (DeLoache, 2000; Uttal et al., 2009). Oltre al grado scolastico, altri fattori d'influenza sono rappresentati, ad esempio, dalla conoscenza pregressa degli studenti, che gioca un ruolo non trascurabile sull'efficacia dell'utilizzo dell'approccio manipolativo nella didattica (Petersen & McNeil, 2013).

3) gli obiettivi didattici attesi. Infatti, come abbiamo evidenziato, la ricerca ha dimostrato che differenti caratteristiche dell'apprendimento beneficiano in modo differente dall'utilizzo di queste pratiche (Carbonneau et al., 2013), nonostante anche su questo punto le risposte derivanti dalla letteratura non siano tutt'ora chiare e soddisfacenti.

Sicuramente, è sia necessario fare chiarezza sulle eventuali modalità con cui l'apprendimento associato all'utilizzo della manipolazione influenza la prestazione immediata degli studenti, ad esempio utilizzando test standardizzati per verificarla, ma anche su quale sia, in un secondo momento, la capacità degli studenti di generalizzare quanto appreso ad altre circostanze che si distaccano dal modello manipolativo proposto.

Le tre questioni poste non possono essere trattate in modo indipendente le une dalle altre, ma vanno considerate come tre aspetti interconnessi di una strategia didattica. Infatti, la bontà della scelta dei materiali e del livello di guida didattica per l'attività proposta in classe varierà molto, ad esempio, in dipendenza degli obiettivi didattici auspicati, che a sua volta saranno molto differenti a seconda del campo di indagine e dei destinatari dell'apprendimento.

È bene tener presente che il problema di determinare quali materiali manipolativi ed attività didattiche siano capaci di ottenere i migliori risultati d'apprendimento nasconde al suo interno questioni molto profonde, che riguardano sia il difficile compito di relazionare le abilità cognitive agli obiettivi didattici, che quello di selezionare tali obiettivi al fine di promuovere l'apprendimento. Da una parte si tratta di comprendere quali siano i processi d'apprendimento attivati dall'utilizzo di differenti rappresentazioni e materiali didattici, in dipendenza delle attività che vengono proposte e dello scopo per il quale vengono utilizzati. Dall'altra si tratta di comprendere quali siano i risultati di apprendimento auspicati e quali capacità riteniamo necessario sviluppare per ottenere una buona comprensione e conoscenza della materia. Quest'ultima questione è strettamente legata alla visione della matematica che vogliamo promuovere a scuola. In questa ottica, diventa importante andare ad investigare quali sono i sistemi di *belief* degli insegnanti; di seguito riportiamo i risultati provenienti da alcune ricerche che hanno messo in luce le convinzioni degli insegnanti rispetto al coinvolgimento dei materiali manipolativi nella pratica didattica. Prima però di passare ad illustrare le ricerche riguardanti i *belief* degli insegnanti, vogliamo effettuare una breve riflessione che vuole essere un raccordo tra quanto finora illustrato riguardo i materiali manipolativi e le prospettive teoriche che abbiamo considerato precedentemente.

1.3.1.6. Gli artefatti come prodotto culturale

I riferimenti teorici ai quali abbiamo fatto riferimento, mettono in luce che, anche all'interno delle diverse prospettive che ne esaltano l'importanza, all'impiego di materiali e strumenti nella didattica vengono attribuiti ruoli differenti. Abbiamo accennato ai punti di distanza della concezione di Emma Castelnuovo rispetto a quella di Maria Montessori, ad esempio.

Tuttavia, una considerazione sulla quale si trova molto consenso nel mondo della ricerca mette in luce che, se è vero che esistono buoni e cattivi materiali e che l'integrazione di buoni materiali è, in linea generale, una buona prassi, tuttavia, di per sé, i materiali non sono portatori di buone pratiche di insegnamento-apprendimento (Ball, 1992; Meira, 1998; Nemirovsky et al., 2004), né garanzia di una buona comprensione da parte degli studenti: "Although research generally supports the use of manipulatives, there is evidence [...] that the mere presence of manipulatives does not guarantee the acquisition of conceptual understanding (Baroody, 1989)" (Moyer, 2001, p.178), e come viene evidenziato anche in D'Amore et al. (2020).

Gran parte del lavoro è da considerare dipendente sia dall'attenzione e l'intenzione dello studente, ma anche dalla riflessione consapevole che si lega a quanto esperito attraverso la propria percezione e movimento. Infatti, come condividono molte delle prospettive teoriche che abbiamo presentato precedentemente, il materiale si presenta come un prodotto culturale e, in quanto tale, è portatore di un sapere che è culturalmente definito e deve esser messo a consapevolezza (Bartolini Bussi et al., 2018). In questi termini, la visione maggiormente condivisa al giorno d'oggi è quella di una prospettiva socio-culturale che, superando il costruttivismo radicale, va a considerare una prospettiva socio-costruttivista (Arzarello et al., 2013). Questo richiamo è esplicitato anche all'interno delle indicazioni nazionali, parlando degli strumenti impiegati nel laboratorio matematico (quando presenteremo il contesto italiano scenderemo nel dettaglio anche su questo punto).

1.3.1.7. I belief degli insegnanti riguardo l'utilizzo di materiali manipolativi

Come abbiamo già brevemente accennato nei paragrafi precedenti, sebbene, da quanto esposto in letteratura riguardo all'utilizzo di materiali e strumenti di manipolazione nella didattica della matematica, si evinca una generica convinzione della bontà del coinvolgimento di questi nel favorire l'apprendimento, nel tempo sono state evidenziate delle criticità rispetto al carattere generale di questa indicazione. Ad esempio, Ball (1992), in risposta a questo generale entusiasmo, afferma che i materiali manipolativi, non essendo né "magici" né generatori di significati e intuizioni di per sé, sono strumenti la cui potenziale efficacia dipende dalla funzione e dalle attività che vengono proposte dall'insegnante che ne coinvolge l'utilizzo. Quindi, per prima cosa, come evidenziano Douglas et al. (2008), gli insegnanti necessitano di una formazione opportuna, che fornisca loro le conoscenze e le competenze relative all'uso dei manipolativi affinché essi possano traghettare significati e abilità matematiche. Inoltre, come sottolinea Golafshani (2013), l'effetto dei manipolativi sull'apprendimento varierà molto in dipendenza dei *belief* degli insegnanti sulla loro efficacia e su quale considerano sia l'impatto che il loro utilizzo può apportare nell'apprendimento della matematica. In particolare, se gli insegnanti li riterranno un "di più" rispetto alla loro comune prassi didattica, utili ma non necessari, gli studenti ne beneficeranno in un modo strumentale e non rappresenteranno quindi un vero valore aggiunto per il loro apprendimento:

> If teachers perceive that the use of manipulatives in teaching math is just for fun but not necessary, or that it is simply a diversion in classrooms where teachers are not able to represent mathematics concepts themselves (...), then students will learn to use manipulatives in an instrumental (step-by-step procedures) and/or rote learning manner (…).Thus, without considering teachers' belief about the use of concrete materials and its effects on learning, the use of manipulatives in classrooms will not promote constructive learning and will only be an add-on to the reform package (p. 140).

Per questa ragione, oltre alle caratteristiche dei materiali o strumenti manipolativi ed i compiti che ne prevedono l'impiego nelle attività, anche le percezioni degli insegnanti rispetto all'utilizzo di questi materiali giocano un ruolo di primaria importanza. Se gli insegnanti sono, ad esempio, convinti che il lavoro con i materiali manipolativi sia secondario, quasi una perdita di tempo, rispetto al serio lavoro di apprendimento della matematica, questi incoraggeranno, anche inavvertitamente, i loro studenti ad utilizzare questi manipolativi senza porvi troppa attenzione, solo a scopo ludico e di conseguenza non si verificherà alcun apprendimento significativo (Moyer & Jones, 2004). Vizzi, che nel suo lavoro di dottorato ha analizzato le percezioni rispetto all'utilizzo di manipolativi degli insegnanti di matematica della *middle school* negli USA (2016), evidenzia quanto sia critica la concezione del docente rispetto al valore di queste risorse per l'apprendimento degli studenti:

> Teachers' perspectives about manipulatives are critical because teachers are ultimately the individuals responsible for the implementation and student use of virtual manipulatives (VM) and physical manipulatives (PM). Therefore, teachers must perceive the value of manipulatives in order for the implementation of manipulatives to be effective and noticeably increase students' mathematical understanding of concepts (p.8).

In secondo luogo, l'attitudine che gli insegnanti hanno verso l'uso dei manipolativi nell'insegnamento è fortemente associata a quali sono le convinzioni riguardo la loro efficacia per promuovere l'apprendimento degli studenti. Ad esempio, Puchner e colleghi (2008) hanno evidenziato come molti insegnanti non facciano un grande utilizzo dei manipolativi nella didattica della matematica per il grande impiego di tempo che richiedono rispetto agli scarsi risultati che riescono ad ottenere.

Vizzi (2016) sottolinea l'influenza della percezione degli insegnanti nella realizzazione di attività didattiche che fanno uso di materiali manipolativi sottolineando come spesso, quelli che sono ritenuti dei fallimenti nella realizzazione di queste attività, hanno radici in una sottovalutazione della complessità in gioco da parte dei docenti:

> Teachers often possess an internal representation, or meaning, which is their own personal way to solve a mathematical problem of a mathematical process (…). However, teachers assume manipulatives will mimic similar internal representations for the students (…). Puchner et al. maintained that when students yield poor results after the teacher has implemented these of manipulatives during math instruction it is because implementing manipulatives effectively is more difficult than teachers initially realize. With a deeper understanding of the teachers' perceptions, the gap of practice of using manipulatives to further learning of skills and concepts will be heightened (Vizzi, 2016, p.27).

All'interno del suo studio, la ricercatrice nota che gli insegnanti hanno spesso la percezione di utilizzare metodi innovativi, che fanno uso di tecnologie e materiali manipolativi, mentre nell'osservazione delle attività è emerso un sostanziale appiattimento rispetto a pratiche didattiche di tipo tradizionale:

> During my observations, math instruction was primarily procedural and systematic despite sample activities using manipulatives during math lessons written within the Curriculum Calendars. In only a few instances did I observe participants using PM or VM to enhance student learning experiences. However, the consensus among participants was that they believed using manipulatives would positively affect several aspects of their instruction, such as lesson planning, instructional methods, and increased use of technology (Vizzi, 2016, p.87).

Un altro punto focale al quale prestare attenzione riguarda i criteri con cui vengono valutati i risultati dell'attività. Vizzi (2016) si associa al pensiero di Goldsby, secondo cui un docente, nel proporre attività che coinvolgono l'utilizzo di manipolativi, debba concentrarsi su quello che desidera che gli studenti comprendano piuttosto che su ciò che essi riescono a produrre, forzandosi nello scollegare la diretta connessione fra il rendimento matematico, nella sua visione classica, e l'utilizzo di manipolativi:

> The tangible manipulation of an animate object, rather than a mental operation performed on an abstract symbol, helps students to understand intangible concepts. Goldsby (2009) noted that the procedural analogy theory discussed how using PM could assist students in understanding and developing the written systematic operations necessary to solve math problems. The paradigm hypothesized that this manipulation involves making comparisons, substitution, and simplification rather than a system involving symbols created from nothing. Goldsby also suggested PM are appropriate for two purposes: (a) permitting both learners and teachers to engage in discussions regarding how to figure out how to use and the associated meanings of learning tools and (b) offering a platform which learners are able to successfully perform. Thus, math education should focus more on the skills and knowledge teachers would like their students to understand versus the skills and knowledge teachers would like their students to simply compute (..,). Teachers' self-efficacy of PM is contingent upon the student outcomes the teacher is trying to achieve because teachers may be inclined to think of mathematics as having separate sets of procedures and rules for solving and manipulating expressions instead of how those procedures and rules overlap to solve math problems. When students do not appear to understand how or when to properly apply PM, the teacher has a tendency to label students as possessing lower academic achievement (Vizzi, 2016, p.34).

Difatti Goldsby (2009) sostiene che l'impiego dei manipolativi non è particolarmente utile per una didattica di tipo procedurale e che invece possa essere di supporto per l'instaurarsi di una comprensione profonda della conoscenza matematica che mira a promuovere competenze utili per lo sviluppo del pensiero matematico, e che la valutazione che l'insegnante da dell'utilizzo dei manipolativi dovrebbe conseguentemente andare in questa direzione.

In Ontario, dove nel 2005 il Ministero dell'Educazione ha fornito esplicite indicazioni che incoraggiano l'utilizzo di strumenti concreti che permettano di costruire modelli delle idee matematiche, Golfashiani (2013) ha condotto una ricerca che riguarda le convinzioni degli insegnanti del grado 9 proprio riguardo all'impiego di materiali manipolativi, prima e dopo un corso di formazione sull'argomento che è stato loro proposto. Una convinzione emersa, condivisa dagli insegnanti intervistati, riguarda l'utilità del coinvolgimento di materiali per tutti i tipi di studenti, ovvero sia per gli studenti che hanno facilità a comprendere l'astrazione matematica, dato che le attività con i manipolativi offrono loro una modalità alternativa di percepire i concetti matematici oltre a quella simbolica, sia per quelli che prediligono un apprendimento per visualizzazione (ovvero servendosi di rappresentazioni visive), fondamentalmente per due ragioni: permettono loro di apprendere i significati matematici e li facilitano nell'approdare ad una scrittura formale dei concetti. Nello studio emerge però una principale differenza tra gli insegnanti intervistati, che riguarda la percezione dell'utilizzo di manipolativi come opzionale o come necessario. Benché vi sia generalmente un comune accordo sull'utilità del loro impiego per migliorare l'apprendimento degli studenti, viene da taluni sottolineato che, per alcuni alunni, l'utilizzo di materiali manipolativi per apprendere la matematica non sia necessario. Inoltre, vi sono alcune perplessità rispetto al fatto che gli studenti riescano a mettere in relazione il contenuto astratto con le applicazioni relative all'utilizzo di manipolativi, che ne ridimensionerebbe la funzionalità. Secondo Golfashani, la posizione assunta dagli insegnanti è fortemente dipendente dalle convinzioni che hanno rispetto alla necessità che gli studenti comprendano il pensiero matematico attraverso il suo collegamento alle situazioni di vita reale. Se infatti essi abbracciano questa prospettiva, l'utilizzo dei manipolativi non può rivestire un ruolo secondario ma diventa cruciale.

Gli insegnanti hanno poi indicato che i fattori rilevanti, abilitanti e disabilitanti, che prendono in considerazione nell'integrare i manipolativi nella didattica sono: i fattori legati alla gestione della classe (come l'organizzazione degli spazi, il controllo della classe, il livello della rumorosità), la disponibilità dei materiali in classe, il fattore tempo, la competenza degli insegnanti per affrontare l'insegnamento utilizzando materiali e strumenti, la gestione dei materiali (la preparazione, il riordino e la pulizia). Soltanto dopo che hanno effettuato un percorso di formazione specifico hanno aggiunto a questo elenco due ulteriori fattori determinanti: i benefici che ne traggono gli studenti e il divertimento durante queste attività. Colpisce, che tra questi fattori, non sia stata menzionato dagli insegnanti la presenza di apposite indicazioni all’interno delle politiche scolastiche. Anche nello studio di Vizzi (2016), fattori quali la disponibilità economica e di tempo, la presenza/assenza degli strumenti in classe, ma anche la presenza/assenza di una formazione professionale specifica, sono considerati, dalla quasi totalità degli insegnanti intervistati, come determinanti per la loro scelta di fare uso o meno dei materiali manipolativi nella didattica.

Dalla raccolta di tutti i dati del suo studio, i fattori che sono stati individuati da Golfashiani come fattori ostacolanti, sono:

- uno scarso livello di familiarità con questo approccio e di fiducia nell’utilizzo dei materiali manipolativi nella promozione dell’apprendimento (dopo il corso di formazione, tale sfiducia è stata declinata principalmente come una preoccupazione per una mancanza di conoscenza e confidenza adeguata con i materiali e con i vari utilizzi che se ne possono fare);

- la mancanza di tempo, sia in riferimento allo svolgimento delle attività in classe, viene infatti evidenziato che presentare i concetti matematici facendo uso di materiali manipolativi richiede una quantità di tempo di gran lunga maggiore rispetto ad una didattica tradizionale, che alla fase che precede l’attività didattica, ovvero lo studio e l’analisi critica dei materiali/strumenti da coinvolgere, la preparazione e la pianificazione della lezione (quest’ultimo fattore è stato particolarmente rilevato successivamente al corso di formazione specifico proposto);

- la mancanza di risorse in termini di spazi adeguati nella classe o nella scuola, di un insegnamento continuativo con una medesima classe, di un set di materiali/strumenti a disposizione nelle classi;

- le difficoltà nella gestione della classe e la paura di non portare a termine gli obiettivi (interruzioni continue, imprevisti durante le attività ecc.).

Tra i fattori che gli insegnanti considerano invece come abilitanti troviamo la disponibilità in classe dei materiali manipolativi, una formazione specifica sia sui materiali manipolativi, che sul loro impiego e sulle caratteristiche di pianificazione e gestione delle attività in classe, e, in ultimo, il supporto di tipo amministrativo, sia come risorse economiche, da investire in materiali e formazioni, sia come tempo a disposizione per un’adeguata preparazione delle attività, sia per la presenza di personale di supporto.

Per quanto riguarda le tipologie di materiali/strumenti coinvolti, prima della frequentazione del corso di formazione la percezione dell’efficacia didattica era per lo più rivolta ai materiali fisici, piuttosto che ai virtuali mentre, conclusa la formazione, si è assistito all’estensione della valutazione positiva anche per i manipolativi virtuali, a dimostrazione del fatto che la conoscenza del potenziale degli strumenti permette un cambiamento nelle percezioni degli insegnanti e nella loro disposizione ad integrarli nella loro pratica didattica (Golafshiani, 2013). Infatti, sebbene durante la formazione gli insegnanti abbiano acquisito una maggiore consapevolezza anche riguardo l’impegno e il tempo che richiede il coinvolgimento di tali materiali nelle attività didattiche, divenendo altresì consci del potenziale che essi hanno per l’apprendimento, ne hanno rivalutato l’efficacia didattica e, di conseguenza, è aumentata la disposizione nel proporli. A tale proposito, non è da sottovalutare che, durante il corso di formazione, gli insegnanti abbiano potuto sperimentare con le proprie classi attività manipolative che coinvolgono l’utilizzo dei materiali presentati.

In ultimo, tale ricerca ha messo in luce la necessità di un supporto per gli insegnanti nel proporre queste attività, sia di tipo amministrativo che di tipo formativo. Questa caratteristica emerge in ulteriori ricerche, che evidenziano un trend che si presenta come tipico, perlomeno negli Stati Uniti: spesso gli insegnanti, pur avendo a disposizione i materiali manipolativi in classe, ne fanno scarso utilizzo, proprio per una mancanza di conoscenze specifiche (Hill et al., 2005), come mette in luce anche il *National Council of Supervisors of Mathematic* (2013). Vizzi (2016) sottolinea come, nonostante gli sforzi fatti in questa direzione a livello nazionale, per proporre dei cambiamenti nella didattica della matematica (ad esempio, nella richiesta di una didattica più creativa, che coinvolga l'utilizzo di materiali concreti e nuove tecnologie), ad essi non sia corrisposto un aumento dell'utilizzo di manipolativi da parte degli insegnanti, principalmente a causa della scarsa confidenza che hanno con essi, preferendo restare ancorati ad una didattica più tradizionale, che viene percepita come più familiare (Alsup & Sprigler, 2003; Boggan et al., 2012). Infatti, sebbene l'attenzione a livello istituzionale verso questo tipo di approcci didattici sia un primo passo essenziale, poiché, come sottolineano Wright e Grenier (2009), le strategie didattiche così come il ruolo che riveste l'insegnante cambiano in dipendenza dei cambiamenti nelle aspettative dei curricoli, è necessario che esse siano supportate da corsi di formazione specifici che riguardano l'utilizzo efficace di manipolativi per l'insegnamento della matematica.

Soprattutto in un insegnamento dal carattere meno strutturato e trasmissivo, è stato messo in luce come le conoscenze che gli insegnanti possiedono siano strettamente correlate alla fiducia nel proprio insegnamento (Ross et al., 2002) e gli insegnanti che hanno più fiducia nelle loro capacità di insegnamento sono capaci di promuovere un apprendimento maggiormente efficace. Leggiamo, in Vizzi (2016), a tal proposito:

> Teacher self-efficacy increases the teachers' sense of effectiveness and confidence in using the manipulatives that in turn has the possibility to greatly influence students' math achievement. (p.17)

Peraltro, lo studio di Vinson (2001), ha evidenziato come gli insegnanti che fanno uso di materiali manipolativi nella loro pratica sviluppano un buon senso di auto-efficacia e di fiducia in se stessi, diminuendo l'ansia legata all'insegnamento. Perciò risulta di estremo rilievo che vengano fornite delle conoscenze e competenze in corsi di formazione specifici, in riferimento all'introduzione di materiali e strumenti manipolativi nelle classi, per determinare una didattica efficace relativamente alle attività in cui vengono impiegati.

1.3.2. I materiali extracurricolari

Dato che stiamo esaminando, in riferimento al tema di studio di nostro interesse, la questione relativa all'impiego di risorse, come strumenti o materiali, nelle pratiche didattiche, prendiamo in considerazione alcuni risultati provenienti da studi che analizzano, in modo più generale, l'utilizzo da parte degli insegnanti di materiali extra-curricolari nel loro insegnamento.

Quando viene fatto riferimento all'impiego di materiale didattico a scuola, vengono comunemente distinte due tipologie di materiali: quelli curricolari e quelli extra-curriculari (Skoumpourdi & Matha, 2021; Casey, 2016).

I materiali curricolari sono quelli convenzionali, come il libro di testo, che in molte nazioni è in dotazione alla docenza e rappresenta spesso il solo supporto per l'insegnamento della matematica (Skoumios & Skoumpourdi, 2018). I materiali extra-curricolari sono invece gli artefatti non convenzionali che sono progettati per un preciso scopo matematico e fungono da rappresentazioni dei concetti matematici, rappresentando un mezzo ausiliario per l'insegnamento e apprendimento (Skoumpourdi & Matha, 2021). Fra questi materiali rientrano anche i materiali e gli strumenti manipolativi, ma la definizione, di carattere più generale, prende in considerazione anche materiali che non prevedono necessariamente il coinvolgimento attivo degli studenti tramite il movimento delle loro mani o del corpo, come possono essere, ad esempio, schede di supporto o video da proiettare.

In riferimento alla bontà dei materiali didattici, vi sono molti studi che sottolineano la loro validità come rappresentazioni esterne dei concetti matematici (Gueudet et al., 2013; Meira, 1998; Remillard, 2013). Scrivono Skoumpourdi e Matha (2021) che l'impiego di questi materiali in attività nelle quali il loro impiego è funzionale agli obiettivi didattici i vantaggi che ne derivano gli studenti per l'apprendimento sono molteplici:

> When children are encouraged to use educational materials in a way that makes sense to them, they actively engage in the teaching process (…), they achieve deeper conceptual understanding of mathematics concepts and improve their mathematical performance (...), they develop confidence and flexibility in their problem solving ability (…), they cultivate new learning strategies, mathematical way of thinking, computational skills, critical thinking and creativity. (p. 49)

Casey (2016), tramite un'indagine condotta negli Stati Uniti con 98 insegnanti di scuola elementare, sottolinea come una larga maggioranza di essi faccia uso di materiali extra-curricolari almeno una volta all'anno. Molti di loro se ne servono con alta frequenza, soprattutto coloro che presentano anche un alto livello di autonomia rispetto al materiale curricolare e che hanno accumulato esperienza di insegnamento avendo come riferimento uno stesso curricolo. È bene sottolineare che in America il contesto si presenta molto differente da quello delle ricerche condotte da Skoumios e Skoumpourdi (2018), come anche dal contesto italiano. Negli USA, infatti, spesso vengono forniti alle scuole, oltre ai libri di testo, dei set di materiali curricolari da utilizzare, tra i quali anche materiali o strumenti manipolativi.

1.3.2.1. La scelta e la selezione di materiali extra-curricolari

Casey (2016) individua quattro fasi relative al processo che porta alla realizzazione in classe di attività in cui vengono impiegati materiali extra-curricolari.

La prima fase è quella in cui l'insegnante prende in considerazione la possibilità di utilizzare materiali extra-curricolari, che avviene nel momento della programmazione. Nella sua indagine, Casey presuppone che i fattori che spingono un insegnante a considerare di includere nella sua pratica materiali esterni siano simili a quelli che li inducono a creare degli adattamenti nei materiali curricolari, ovvero la sua visione riguardo l'apprendimento della matematica e gli obiettivi che si pone come insegnante di matematica (Choppin, 2011; Son & Kim, 2015), le politiche educative nazionali (Chval et al., 2019), gli standard locali (Tarr et al., 2016), l'esperienza con il materiale curricolare (Drake & Sherin, 2009) e l'insoddisfazione per l'impiego di questo.

In particolare, dal suo studio emerge che i principali fattori che determinano una frequente ricerca di materiali extra curriculari sono tre: l'insoddisfazione per i materiali curriculari, la ricerca di materiali che rispondano alle specifiche esigenze educative degli studenti, per come vengono percepite dall'insegnante (che possono essere sia per creare una differenziazione didattica, che per rendere gli studenti più coinvolti) e, infine, gli specifici obiettivi d'insegnamento che l'insegnante si prefigge di raggiungere.

La seconda fase è quella di ricerca o scoperta dell'esistenza degli specifici materiali extra-curricolari, che può avvenire per ricerca attiva dell'insegnante, ad esempio tramite ricerche online o su libri, oppure passiva, ossia ricevendo informazioni tramite, ad esempio, newsletter di associazioni di insegnanti. Indichiamo di seguito i risultati di alcune ricerche che si sono focalizzate proprio sulla fase di ricerca e selezione del materiale.

Diekman e Olsen (2012) e Recker (2004) sottolineano che sovente gli insegnanti entrano in contatto con materiali extracurricolari perché questi sono stati lasciati in eredità, o mantenuti in condivisione, nella scuola in cui prestano servizio, o perché sono indicati nei libri che gli insegnanti acquistano autonomamente, per suggerimento dei colleghi, grazie alle informazioni che circolano su *mailing list* di settore o ad autonome ricerche online.

Davis, Janssen e Van Driel (2016) riportano che molti insegnanti, per ricercare il materiale da impiegare, effettuano delle ricerche autonome, su internet o acquistando libri, oppure si basano su informazioni a cui hanno accesso tramite newsletter e riviste di settore, e poi scelgono se adottarli nella loro pratica didattica qualora ne diano una valutazione positiva.

Casey (2016) ha osservato che gli insegnanti utilizzano una molteplicità di strategie per cercare i materiali che siano il più possibile allineati con i propri obiettivi e che, generalmente, riutilizzano fonti che precedentemente hanno prodotto risultati che sono stati valutati come positivi.

La terza fase è quella che riguarda la valutazione dei materiali extra-curricolari che sono stati scoperti tramite suggerimenti o ricerche. Casey (2016), rifacendosi agli studi che riguardano la valutazione che gli insegnanti fanno dei materiali curriculari, evidenzia che un materiale viene valutato positivamente dagli insegnanti se:

- è appropriato per gli studenti (ad esempio, se è adeguato per l'età e se è capace di coinvolgerli);
- è coerente con gli standard educativi;
- ha un approccio che risulta familiare all'insegnante;
- ha delle caratteristiche che vengono ritenute utili;
- richiede minimi adattamenti.

In particolare, dalla sua ricerca è emerso che i materiali vengono valutati positivamente principalmente quando sono di facile utilizzo, quando è possibile differenziarli agilmente per integrarli nella propria didattica e quando permettono di coinvolgere gli studenti.

La quarta fase è quella di preparazione/ adattamento di questi materiali per l'azione didattica. Recker (2004) sottolinea come, a causa della mancanza di tempo, gli insegnanti cerchino di dedicare il minore tempo possibile all'adattamento dei materiali. La ricerca di Casey (2016) ha confermato che, data la grande cura nelle due fasi precedenti, i materiali che vengono selezionati, generalmente, sono quelli che richiedono minimi adattamenti da parte degli insegnanti. Ovviamente questo discorso non si applica quando un determinato materiale viene impiegato per lungo tempo da parte di un docente, infatti, in questo caso, esso subirà probabilmente vari adattamenti nel tempo. In particolare, nella lettura che fornisce Casey (2016) rispetto a quest'ultima fase, ci soffermiamo su quei fattori che non dipendono dalla contingenza dell'attività in classe, sia contestuali che personali, che si ritiene possano influenzare l'impiego di materiale esterno. Anche stavolta Casey, procedendo per analogia a partire dai risultati conosciuti sugli adattamenti del materiale curriculare, individua quattro possibili fattori dai quali dipende la capacità di partecipare e non subire il curricolo da parte degli insegnanti: il senso di auto-efficacia nell'insegnamento della matematica, la percezione dell'autonomia rispetto al curricolo, gli anni di esperienza con le stesse indicazioni curricolari e gli obiettivi ai quali si mira come insegnanti di matematica.

Infatti, così come gli standard nazionali hanno influenza sulle decisioni curricolari, i *belief* che gli insegnanti e gli studenti hanno della natura della matematica, e del suo insegnamento-apprendimento, sono in grado di influenzare lo svolgimento del curricolo più di quanto sia influente la presenza delle risorse curricolari di cui dispongono (Nicol & Crespo, 2006; Superfine, 2009). Da questo punto di vista, possiamo quindi aspettarci che, se gli insegnanti considerano i materiali curricolari non allineati con le loro convinzioni sull'insegnamento, essi vadano alla ricerca di materiali esterni. Altri studi ai quali viene fatto riferimento nell'articolo, hanno mostrato che gli insegnanti che hanno maggiore conoscenza e confidenza con la disciplina sono più inclini ad adattare i materiali (Jamieson-Proctor & Byrne, 2008; Nicol & Crespo,2006) e che l'esperienza degli insegnanti con la matematica, sia da studenti che da insegnanti, ha una grande influenza sull'identità professionale d'insegnante come peraltro sull'uso del curricolo e sul suo adattamento (Drake, 2006; Drake & Sherin, 2006). Tuttavia, nella ricerca condotta da Casey (2016), non vi è una conferma del fatto che il senso di autoefficacia influenzi la scelta di materiali extra-curricolari, mentre un senso di autonomia rispetto al curricolo e gli anni di esperienza con lo stesso materiale curricolare sono invece correlati ad un'alta frequenza di adozione di materiale extra-curricolare per la didattica.

1.3.2.2. Criteri per la selezione dei materiali extra-curriculari

Esistono una grande varietà di materiali extra-curricolari in circolazione e l'avvento di Internet ha reso più accessibile la ricerca di materiali che si adattino alle precise necessità degli insegnanti (Casey, 2016). Tuttavia, anche gli insegnanti convinti della bontà del loro utilizzo sono spesso scoraggiati dall'intenso investimento di tempo e di energie nel cercarli, selezionarli e valutarli per integrarli nella loro pratica didattica (Skoumpourdi & Matha, 2021). Gli insegnanti richiedono spesso delle linee guida che li aiutino in questa scelta (Skoumpourdi, 2012), pertanto la determinazione di criteri che li assistano nella selezione dei materiali sta diventando un'urgenza della ricerca educativa. Se infatti, da un lato, la facilità di accesso a materiali differenti può essere vista molto positivamente, fra le altre cose, ad esempio, fa risparmiare tempo nella creazione dei materiali, non nasconde però delle criticità: spesso tali materiali sono, e sono utilizzati, in modo poco conforme agli obiettivi di apprendimento e a quanto indicato dalla ricerca sull'insegnamento e apprendimento della disciplina, se non in maniera superficiale (Casey, 2016). Diventa quindi necessario per gli insegnanti sia avere degli approcci efficienti per cercare materiali che siano significativi che per selezionarli in modo che rispondano agli obiettivi d'apprendimento.

Sebbene vi sia abbastanza accordo a livello teorico sull'effetto positivo, in termini di una didattica efficace che garantisca il successo nell'apprendimento (Marshall & Swan, 2008), dalla ricerca non provengono delle indicazioni chiare su come selezionare e valutare questi materiali (Casey, 2016). Per rispondere a questa esigenza, Matha e Skoumpourdi (2021) hanno proposto il cosiddetto modello FEMEM, (*Framework for Evaluating Math's Educational Materials*), il quale mette insieme sia i criteri di selezione utilizzati dagli insegnanti per la valutazione dei materiali educativi, sia i risultati che provengono dalle ricerche di settore, che evidenziano caratteristiche che sembrano essere incisive per l'efficacia dell'utilizzo di materiali extra-curricolari. Hanno creato dunque un modello formato da sei assi, con relative sottocategorie, relativi sia ad aspetti legati a una valutazione oggettiva che soggettiva della bontà dei materiali.

Rispetto a quali possano essere i criteri valutativi degli insegnanti, è stato evidenziato che vi sono alcuni fattori soggettivi che impattano notevolmente la selezione dei materiali:

- l'adattamento ai bisogni specifici dei propri studenti;
- gli specifici obiettivi didattici che si prefiggono di raggiungere;
- l'accordo con la loro pratica educativa;
- l'esperienza che hanno con quei materiali;
- la necessità di essere adattati, ovvero, i materiali che richiedono minore sforzo per essere adattati alla pratica didattica sono quelli che hanno più probabilità di essere adottati dagli insegnanti.

Vi sono poi altri criteri, considerati come oggettivi, come l'allineamento nei confronti dei concetti matematici, rispetto ai materiali curriculari e al contesto educativo in generale. Inoltre la disponibilità, accessibilità e il costo dei materiali sono fattori di natura pragmatica che incidono molto sulla selezione. Mentre, un fattore ritenuto importante in letteratura ma del quale non tengono molto conto gli insegnanti è la cosiddetta trasparenza. Riportiamo direttamente quanto esposto a questo proposito nell'articolo di Matha e Skoumpourdi:

> The criteria they use to evaluate them are in accordance with their students' needs (…), their own instructional goals (…), their teaching practice (…) as well as their experience with them (…). From the materials they evaluate positively, they usually select those educational materials that require minimum adaptation (…). In addition to the above subjective criteria, they also take into consideration the alignment of outside educational materials to the mathematical concept (…), to the curriculum recourses (…), as well as to the general educational context (...). Studies also confirm that other criteria, such as material's availability, accessibility and affordability are crucial in teachers' final decisions (…). Transparency, as the main factor of outside educational materials evaluation, which is highlighted in theoretical considerations, is not mentioned by empirical research as a teachers' criterion of evaluation. (Skoumpourdi e Matha, 2021, p.49)

La trasparenza è un concetto multimodale (Chase & Abrahamson, 2013), valutato in dipendenza del ruolo duale del materiale, sia come artefatto esistente che come rappresentazione simbolica matematica (Uttal et al., 2013). Le quattro dimensioni diquesto costrutto individuate da Matha e Skoumpourdi (2021), riguardano:

1. la *fedeltà epistemologica*, ovvero se il materiale rappresenta le caratteristiche del concetto matematico in modo corretto e non fraintendibile. Questa caratteristica non dipende dal contesto sociale del suo utilizzo;
2. la *trasparenza della forma*, ovvero la fruibilità delle componenti del materiale all'utente, che non necessariamente prevede la comprensione del funzionamento del materiale;
3. la *trasparenza operativa*, ovvero la comprensione della logica sottesa al funzionamento del materiale, e questa dipende fortemente dal contesto sociale di utilizzo;
4. la *validità cognitiva*, ovvero il potenziale d'attivazione dei processi cognitivi legato all'uso del materiale. Quest'ultima può essere valutata solamente investigando le rappresentazioni degli utenti;
5. l'*accessibilità*, ovvero la considerazione che un materiale può essere valutato soltanto quando molti utenti lo utilizzano e può essere sottoposto a sperimentazione, che permetta di valutarne le differenze di contesto e psicologiche.

1.4. I *belief* nell'educazione matematica: quadri teorici a confronto

Come è emerso nei paragrafi precedenti, i *belief* degli insegnanti riguardo la disciplina, i paradigmi di insegnamento-apprendimento, ma anche gli obiettivi del suo insegnamento, giocano un ruolo fondamentale per l'introduzione di innovazioni didattiche nella propria pratica.

I *belief,* termine comunemente tradotto nella letteratura italiana relativa alla didattica della matematica come le *convinzioni*[8]*,* sono un oggetto largamente studiato negli ultimi trenta anni nel

[8] Nel lavoro qui presentato, abbiamo scelto di non tradurre il termine *belief* in lingua italiana, così come suggerito nel lavoro di Funghi (2019). Infatti, come sostiene la ricercatrice, nel campo della Didattica della Matematica, il termine viene comunemente tradotto con la parola *convinzioni,* che ha tuttavia una valenza maggiormente legata al *credere* supportato da una giustificazione, rispetto al termine inglese *belief* che ha un'accezione più neutra, maggiormente conforme ai riferimenti teorici a cui viene fatto riferimento. Nel campo della sociologia e pedagogia vengono utilizzate anche altre terminologie, come *credenze* o *rappresentazioni* ma non sembrano afferire esattamente allo stesso costrutto che prendiamo in considerazione nella nostra ricerca. Ad esempio Trinchero (2004) utilizza intercambiabilmente i termini *intenzioni, preferenze, opinioni* per riferirsi ai "riflessi interiori di azioni e comportamenti che l'intervistato metterebbe in atto in una situazione in cui dovesse decidere fra più alternative" (p.30), portando l'esempio anche di credenze, facendo

campo dell'educazione matematica. L'interesse per questo oggetto di studio, e più in generale per tutti i costrutti legati al campo dell'affettività (*affect*), nasce dalla difficoltà di spiegare alcuni fenomeni legati all'insegnamento e l'apprendimento della disciplina, inquadrando il problema esclusivamente entro la sfera cognitiva (Di Martino, 2004). L'investigazione di queste componenti affettive mira, da un lato, a comprendere la matrice generatrice di queste convinzioni e dall'altro a capire in che misura queste abbiano conseguenze sull'insegnamento e apprendimento della disciplina. Intorno alla fine degli anni ottanta, comincia a nascere l'esigenza di strutturare questo campo di studi, dando un fondamento teorico ai costrutti che vengono sviluppati. Esigenza che però non ha mai prodotto un risultato unico e condiviso dalla comunità scientifica, ma che ha anzi generato una vastità di definizioni, spesso molto differenti, che coesistono e variano in dipendenza delle prospettive e dei problemi analizzati. Diventa perciò estremamente necessario, nell'occuparci di *belief*, esplicitare la prospettiva e i costrutti teorici presi in considerazione (Ruffell et al., 1998).

Procediamo adesso a presentare alcuni dei principali costrutti, definizioni e categorizzazioni che sono stati sviluppati in letteratura sull'argomento; ciò ci permetterà di fornire una panoramica sui principali fattori in gioco quando consideriamo questo oggetto di studio, oltre ad esplicitare i riferimenti che abbiamo preso in considerazione nella nostra ricerca.

1.4.1. La definizione dei *belief*

Come riportano Douglas e Susan McLeod (2002, p.118), i termini *belief*, *value*, *attitude*, *judgement*, *opinion*, *ideology*, *perception*, *conception*, *conceptual system*, *preconception*, *disposition*, *implicit theory*, *perspective* sono stati utilizzati in modo intercambiabile nella letteratura, seppure ogni studio ne faccia un uso a sé. Limitandoci alla sola caratterizzazione dei *belief*, Furinghetti e Pehkonen (2002) hanno selezionato, da una revisione della letteratura, nove caratteristiche attribuite ai *belief* e hanno chiesto ad un gruppo di esperti del settore di fornire un'attribuzione di accordo o disaccordo rispetto a tali connotati, con l'obiettivo di arrivare ad una visione condivisa del termine. Seppure abbiano trovato alcune caratteristiche che vengono generalmente condivise e rappresentano il fondamento del termine, non è comunque stato possibile ricostruire, a partire da queste, una singola definizione comune che trovasse un accordo generale. Perciò, come accennato nel paragrafo precedente, il problema della definizione resta tutt'ora una questione aperta nella didattica della matematica, e una sua esplicitazione viene ritenuta necessaria ai fini della chiarezza comunicativa all'interno dei lavori che si occupano di questo specifico argomento di ricerca (Furinghetti & Pehkonen, 2002). La mancanza di una definizione univoca è vista da alcuni ricercatori del campo, quali ad esempio Sfard e Prusak (2005), come una caratteristica intrinseca del costrutto sotto indagine o, come sostiene Di Martino (2004), come necessaria, poiché il costrutto *belief* si presenta come un modello teorico del ricercatore che deve adattarsi alla realtà studiata, non solo in dipendenza dei registri opportuni ma anche rispetto agli obiettivi specifici di ricerca. Inoltre, come sottolineato da Torner (2002), la necessità di chiarificare la terminologia utilizzata può costituire una risorsa preziosa, che contribuisce a determinare il preciso focus di ricerca.

Forniamo di seguito una breve presentazione di alcune delle principali definizioni presenti in letteratura, soffermandoci principalmente su quante appartengono a ricerche nelle quali i soggetti

---

però afferire questi alla dimensione puramente cognitiva del soggetto, cosa che li differenzia dai *belief* per come vengono concepiti nei quadri teorici presi in considerazione all'interno del nostro studio e presentati in questo paragrafo. Il solo altro termine che viene utilizzato da Trinchero, afferente alla sfera emozionale-affettiva è *atteggiamenti*, che associa ai "riflessi esterni di una disposizione interiore"(p.30), e sembra perciò corrispondere al costrutto a cui ci riferiamo in lingua inglese con il termine *attitudes* più che a quello di *beliefs.*

investigati sono gli insegnanti, o a compendi con questo specifico taglio, affine alla prospettiva della nostra ricerca.

Una definizione, di carattere molto generale, che si accorda con il senso comune legato a questo termine, è stata data da Rokeach (1972): "a belief is any simple proposition, conscious or unconscious, inferred from what a person says or does, capable of being preceded by the phrase 'I believe that …'" (p. 113).

Come ha osservato Silvia Funghi (2019, p.15), è importante sottolineare che il verbo *believe* in Inglese, così come il verbo *credere* in italiano, contiene in sé sia la possibilità di essere supportato da una giustificazione che di non esserlo affatto, ed in questo senso è comprensivo sia degli impliciti che degli espliciti che determinano le azioni.

Goldin, nel compendio *Belief: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (Leder et al., 2002) propone una definizione che travalica l'aspetto dichiarativo dei *belief,* definendoli come configurazioni cognitive/affettive che sono codificate in molteplici modi: "as multiply-encoded cognitive/affective configurations, usually including (but not limited to) prepositional encoding, to which the holder attributes some kind of truth value" (p. 64).

Torner, nello stesso volume, fornisce una definizione di *belief* che mira a estendere e rendere complessità a quanto comunemente viene inteso con questo termine, abbracciando la prospettiva di una possibile definizione aperta del costrutto, che dipende dalle quattro componenti di cui consta:

> […] a belief B constitutes itself by a quadruple B = (O, CO, μi, εj), where O is the debatable belief object, CO is the content set of mental associations (what traditionally is called a belief), μi, is the membership degree function(s) of the belief, and εj is the evaluation map(s) (Leder et al., 2002, p. 81).

Sebbene la definizione di stampo matematico dia ragione alla complessità del costrutto, la definizione delle componenti di cui si compone, ovvero l'oggetto O, la rete di relazioni mentali ad esso associate CO, la misura del livello di certezza, di consapevolezza, di attivazione μi e la componente affettiva legata a tale convinzione εj, ha un valore più teorico che operativo (Di Martino, 2004).

Richardson, nell'*Handbook of Research on Teacher Education* (1996), esplicitando l'uso che fa del termine *belief*, lo definisce come una parola che descrive una proposizione ritenuta vera dal dichiarante, evidenziando che tale concetto afferisce alla sfera psicologica e differisce da quella della conoscenza: "The term belief, as used in this chapter, […] describes a proposition that is accepted to as true by the individual holding the belief. It is a psychological concept and differs from knowledge which implies epistemic warrant" (p.105).

Anche Gill e Hardin, nell'*International Handbook of Research on Teachers' Belief* (2015), riprendendo una definizione di Clore e Palmer, enfatizzano la distanza che esiste fra i *belief* e la conoscenza, che ritengono maggiormente influenzata dalla percezione di una verità esterna:

> Belief are "states that link a person or group or object or concept with one or more attributes, and this is held by the believer to be true" (Clore & Palmer, 2009, p. 5), differentiating them from knowledge which has greater reliance on outside estimations of its truth value (p. 243).

Nello stesso volume troviamo altre definizioni, come quella di Zembylas e Chubbuck, che esplicita le caratteristiche dei *belief* degli insegnanti come prospettive interconnesse, affettive, concettuali e valutative rispetto a dimensioni quali se stessi, i propri studenti, il loro apprendimento, i metodi didattici, il curricolo e la scuola come istituzione:

> Teachers' belief are understood as the interconnected, affective, conceptual, and evaluative perspectives that teachers develop about themselves, their students, student learning, methods of instruction, curriculum, and schools as social institutions (p. 174).

Mentre Cross, Rapacki ed Eker utilizzano la definizione di *belief,* già introdotta da Cross (2009), che non si presenta così specifica per l'insegnante come la precedente, ma fa riferimento ad esso come ad un soggetto che ha una posizione all'interno di un gruppo sociale. I ricercatori si riferiscono ai *belief* come ad idee consce e inconsce, ritenute vere, che riguardano se stessi, il mondo e la propria posizione in esso: "embodied conscious and unconscious ideas and thoughts about oneself, the world and one's position in it developed through membership in various social groups, and considered by the individual to be true" (p. 337).

Infine, riportiamo quanto espresso da Skott riguardo la nozione di *belief*, che, ridimensionando la questione legata alla ricerca di una definizione precisa e condivisa (sulla quale resta volutamente vago), sposta l'attenzione su alcune caratteristiche fondamentali del costrutto, come il grado di stabilità e la convinzione che lo accompagna, ma soprattutto l'impatto che ha sulla pratica, che è ciò che ne caratterizza l'interesse di studio:

> […] the notion of belief is used in the literature about mental reifications that are acquired on the basis of comprehensive, previous social experiences and that are characterised by considerable degrees of conviction, commitment, stability, and impact. The core of the belief concept may, then, be defined as subjectively true, value-laden mental constructs that are the relatively stable results of substantial prior experiences and that have significant impact on practice (Pepin & Roesken-Winter, 2015, p. 6).

Negli ultimi anni la tendenza in questo settore di ricerca è quella di fornire una giustificazione coerente delle caratterizzazioni del costrutto che viene proposto, in base alle precise scelte dettate dall'obiettivo di ricerca (McLeod & McLeod, 2002), quella definita da Silvia Funghi (2019) come una *working definition*.

Adotteremo come *working definition* la definizione di Zembylas e Chubbuck, che ci sembra sufficientemente chiara e circoscritta rispetto ai nostri obiettivi di ricerca, indicando i *belief* come delle prospettive interconnesse che riguardano aspetti sia affettivi che concettuali e valutativi, che hanno come oggetto tutti gli elementi che giocano un ruolo nell'insegnamento apprendimento della matematica: sé stessi, gli studenti, l'apprendimento e i metodi didattici, l'istituzione scolastica e il curricolo.

1.4.2. Le categorizzazioni dei *belief*

Lasciando in secondo piano la descrizione dei modelli che descrivono i *sistemi di belief* (ad esempio, si veda a tal proposito, il famoso lavoro di Green, 1971), di interesse marginale per il nostro studio, ci concentriamo invece su un'altra questione ampiamente dibattuta: l'individuazione dei temi ritenuti fondamentali per costruire un sistema di *belief* riguardo l'apprendimento e l'insegnamento della matematica e la relativa costruzione di categorizzazioni, che ancora una volta devono rispondere allo specifico interesse di ricerca.

Nel loro articolo, Op't Eynde, De Corte e Vershaffel (2002) prendono in esame la categorizzazione tripartita: *belief* sulla matematica, *belief* sull'insegnamento della matematica e *belief* sull'apprendimento della matematica. Tale tripartizione può prevedere delle sottocategorie, che si differenziano da modello a modello, e può subire delle variazioni minori, nonostante che questo schema generale risulti piuttosto condiviso in letteratura. Ad esempio, gli autori che vengono presi in considerazione nell'articolo talvolta sovrappongono le categorizzazioni: McLeod (1992) include i *belief* sull'apprendimento in quelli sulla matematica, considerando però due altre categorie (riguardo se stessi, riguardo il contesto in cui l'educazione matematica prende luogo), Kloostermann (1996) include quelli dell'insegnamento in quelli sull'apprendimento. In alcuni modelli viene aggiunta una categoria; ad esempio, Underhill (1988) aggiunge la categoria relativa al contesto sociale, Pehnkonen (1995) la categoria del sé nel contesto sociale. Altri, come ad esempio il modello di Ernest (1989), rientrano esattamente nella tripartizione considerata.

Vi sono poi categorizzazioni che seguono criteri differenti (Funghi, 2019), come quella di Lewis (1990), che diversifica le categorie per l'origine del belief, ovvero dai valori da cui derivano, piuttosto che per il loro oggetto come nelle categorizzazioni precedenti, e quella di Di Martino (2004) che considera un modello a tre livelli, enfatizzando le interazioni che sussistono fra i *belief:*

- i *belief* di primo livello, sulla matematica, sul sé e sul contesto sociale;
- i *belief* di secondo livello, che rappresentano l'interazione dei belief di primo livello con la pratica quotidiana. Ad esempio, l'incontro fra i *belief* sulla matematica e sul contesto sociale origina le *teorie del successo*;
- un terzo livello è prodotto dall'interazione fra *belief* sul sé e le teorie del successo, originando il cosiddetto *senso di auto-efficacia*.

1.4.3. I *belief* sulla matematica

Per quanto riguarda i *belief sulla matematica,* generalmente gli studiosi nei loro modelli si concentrano su due aspetti distinti: quelli riguardanti la *matematica come disciplina* e quelli che riguardano la matematica *come materia scolastica*. Due riferimenti fondamentali sono rappresentati dal modello di Skemp (1976) ed Ernest (1989b), ma presenteremo anche ulteriori categorizzazioni rilevanti per la letteratura di settore.

Il modello di Skemp è bipolare e distingue fra una matematica *procedurale* (*procedural*), ovvero una matematica considerata come un insieme sconnesso di strumenti, formule e algoritmi, e *relazionale* (*relational*), ovvero una matematica come un corpus di oggetti in relazione fra loro.

Il modello di Ernest si concentra sulla visione della natura della matematica come disciplina, come campo del sapere, e distingue fra tre visioni, intese come filosofie: basata sul *problem solving*, *platonista* o *strumentale.* La sua categorizzazione si concentra sulla distinzione fra una concezione della matematica come oggetto dato, da scoprire o da utilizzare, o come un oggetto da creare o ricreare. Direttamente dalle sue parole:

> First of all, there is a dynamic, problem-driven view of mathematics as a continually expanding field of human enquiry. Mathematics is not a finished product, and its results remain open to revision (the problem solving view).
>
> Secondly, there is the view of mathematics as a static but unified body of knowledge, consisting interconnecting structures and truths. Mathematics is a monolith, a static immutable product, which is discovered, not created (the Platonist view).
>
> Thirdly, there is the view that mathematics is a useful but unrelated collection of facts, rules and skills (the instrumentalist view). (Ernest, 1989b, p. 21)

La suddivisione proposta nel modello di Ernest viene altresì applicata anche alla matematica come materia scolastica. Ad esempio, utilizzando questo tipo di suddivisione delle tre categorie di Ernest, sia nella visione della matematica come disciplina, che nella visione della matematica come materia scolastica, ed incrociando le sottocategorie di queste due dimensioni in una tabella a doppia entrata, Kim Beswick (2012) ha creato un modello composto da nove categorie riguardo i *belief* degli insegnanti, che determina profili molto più definiti, mettendo in evidenza quanto queste due visioni della matematica (come campo del sapere e come disciplina scolastica) possano differire nel sistema di convinzioni di un individuo.

Altri due modelli, simili a quello di Ernest, ma con enfasi su caratteristiche che li differenziano parzialmente, sono quello di Törner & Grigutsch (1994) e di Dionne (1993).

Törner & Grigutsch propongono una suddivisione che distingue principalmente fra il carattere statico o dinamico della disciplina e gli strumenti che vengono messi in campo nella pratica matematica, il pensiero deduttivo logico-formale o il pensiero intuitivo che mira a creare collegamenti e relazioni. Da un lato, una visione della matematica come *sistema,* formata da due componenti, una che enfatizza gli aspetti di calcolo, applicazione di formule e procedure, ovvero una matematica considerata come un *tool box*, e una che enfatizza gli aspetti teorici di sistema astratto, ordinato e strutturato ponendo attenzione sia ai sistemi dimostrativi che all'uso di un linguaggio formale e rigoroso. Dall'altro, una visione della matematica come *processo,* ovvero come un corpo dinamico in grado di generare regole e formule per inventare o re-inventare la matematica, con particolare enfasi sulle relazioni fra i contenuti, lasciando spazio, ad esempio, alle intuizioni, che invece sono escluse nella visione sistema.

Dionne analizza il problema da una prospettiva più didattica, concentrandosi sulle caratteristiche dell'insegnamento della matematica, che sono portatrici di una visione della matematica. Egli propone una suddivisione in:

- percezione *tradizionale* della matematica, che corrisponde all'idea che la matematica sia una collezione di regole da usare come una cassetta degli attrezzi per risolvere problemi;
- percezione *formalista* della matematica, che corrisponde all'idea che la matematica sia la scienza delle strutture formali e di una logica rigorosa;
- percezione *costruttivista* della matematica, che corrisponde all'idea che la conoscenza matematica non possa essere trasmessa, ma che debba essere costruita da colui che apprende, enfatizzando la centralità del pensiero produttivo in matematica.

Osserviamo che quest'ultima categoria si distingue da quella relativa al *problem solving*, enfatizzando maggiormente la centralità della costruzione attiva e partecipe del sapere matematico.

In ultimo, presentiamo il modello di Lerman (1983) che, utilizzando un criterio differente rispetto ai modelli precedenti, quello della certezza o dell'incertezza del sapere matematico, distingue fra una visione *assolutista e fallibilista* della matematica. La prima viene associata alla scuola di pensiero euclidea (Lakatos, 1978) e vede la matematica come oggetto costruito su una fondamento assoluto e universale e perciò astratta, assoluta e altra dalla realtà alla quale si applica, in una prospettiva che potremo definire platonica. La seconda abbraccia una visione quasi-empirica, che intende la matematica come un processo che si sviluppa per congetture, prove e confutazioni entro uno spazio dove è concessa l'incertezza (Thompson, 1992).

1.4.4. I *belief* sull'apprendimento e l'insegnamento della matematica

Alcune caratterizzazioni presentate riguardo ai *belief* sulla matematica possono essere concepite come categorie relative ai *belief* sull'insegnamento ed anche sull'apprendimento della matematica. È questo il caso della bipartizione di Skemp, il quale peraltro non distingue tra visioni sul processo di insegnamento e apprendimento. Con riferimento al modello già proposto, ad una visione *strumentale* viene associata un'attenzione all'applicazione di regole e formule, all'abilità di calcolo e ai prodotti della pratica matematica, mentre alla visione *relazionale* viene associata una maggiore attenzione ai perché che si nascondono dietro a regole, procedure ed algoritmi. Anche la caratterizzazione di Dionne già presentata, può benissimo rientrare come una categorizzazione della visione sia dell'insegnamento che dell'apprendimento della matematica, come abbiamo già accennato.

Per quanto riguarda il modello di Ernest riferito all'insegnamento della matematica, egli lo definisce come l'insieme delle concezioni dell'insegnante e delle tipologie e varietà di ruoli, azioni e attività in classe che si associano al suo insegnamento della matematica: "The model of teaching mathematics is the teacher's conception of the type and range of teaching roles, actions and classroom activities associated with the teaching of mathematics" (Ernest, 1989b, p.251).

Egli individua tre fattori fondamentali da tenere in considerazione per definire il modello di insegnamento della matematica del docente: i *belief* riguardo al ruolo che riveste, l'utilizzo che fa dei materiali curriculari (principalmente il libro di testo) e quale è il modello di apprendimento a cui si ispira.

Dapprima Ernest indica tre possibili profili di insegnanti, "istruttore" (*Instructor*), "colui che ha il compito di spiegare" (*Explainer*) e "facilitatore" (*Facilitator*), a cui associa i relativi obiettivi di apprendimento (*intended outcomes*) che si prefissano di raggiungere i docenti appartenenti ai differenti profili individuati:

- istruttore/allenatore: si prefissa l'obiettivo di rendere lo studente abile nell'ottenere delle buone prestazioni matematiche (*skills mastery with correct performance*);
- colui che ha il compito di spiegare: si prefissa l'obiettivo di rendere lo studente padrone di una comprensione concettuale della matematica come un sistema unitario di conoscenza (*conceptual understanding with unified knowledge*);
- facilitatore: si prefissa l'obiettivo di rendere lo studente confidente con la pratica di porsi e risolvere problemi (*confident problem posing and solving*).

Secondariamente, definisce tre modalità di interazione con il materiale curriculare: il conseguimento fedele del libro di testo e di uno schema predefinito, la modifica dell'approccio seguito dal libro di testo, arricchendo la proposta con problemi e attività aggiuntive, e l'autonoma costruzione del curricolo di matematica da parte dell'insegnante o della scuola.

Occupandosi, infine, del modello mentale dell'insegnante rispetto all'apprendimento della matematica, la classificazione di Ernest (1989b) effettua due distinzioni principali. La prima fra una visione dell'apprendimento come costruzione attiva contrapposta ad una ricezione passiva del sapere; la seconda fra uno sviluppo autonomo degli interessi dello studente nel campo matematico che si contrappone a una visione dello studente come conforme e sottomesso alla proposta didattica. Prevede perciò la seguente ripartizione basata sulla caratterizzazione dello studente:

- modello di comportamento conforme e atto alla padronanza delle competenze (*compliant behaviour and mastery of skill model*);
- modello di ricezione della conoscenza (*reception of knowledge model*);
- modello di costruzione attiva della comprensione (*active construction of understanding model*);
- modello di esplorazione autonoma e volta a perseguire i propri interessi (*exploration and autonomous pursuit of own interests model*).

Mettendo insieme i vari aspetti, Ernest (1989b) congettura dei profili d'insieme, considerando tutte le categorizzazioni sviluppate, ma tuttavia specifica che il modello è una semplificazione e che dobbiamo pensare che gli insegnanti possano trovare il loro posizionamento in stazioni intermedie tra i poli indicati:

> [..] the instrumental view of mathematics is likely to be associated with a transmission model of teaching, and with the strict following of a text or scheme. It may also be associated with the child's compliant behaviour and mastery of skills model of learning [..] Mathematics as a Platonist unified body of knowledge corresponds to a view of the teacher as explainer, and learning as the reception of knowledge, although an emphasis on the child constructing a meaningful body of knowledge, is also consistent with this view; Mathematics as problem solving corresponds to a view of the teacher as facilitator, and learning as autonomous problem posing and solving, perhaps also as the active construction of understanding (Ernest, 1989b, p. 26).

Kuhs & Ball (1986) propongono invece di classificare i modelli di insegnamento a partire dal focus d'interesse dell'insegnante:

- *Learner focused.* Se il focus è sullo studente, l'insegnamento darà primario rilievo al processo individuale di costruzione della conoscenza matematica.

- *Content focussed with an emphasis on understanding*. Se il focus è sul contenuto, con enfasi sulla comprensione concettuale, l'insegnamento sarà volto alla comprensione concettuale dei contenuti da parte degli studenti.
- *Content focussed with an emphasis on performance*. Se il focus è sul contenuto, con enfasi sulla performance, allora l'insegnamento verterà sui contenuti ma senza focalizzarsi sulla comprensione concettuale, bensì sullo sviluppo di abilità e competenze performative.
- *Classroom focused.* Se il focus è sulla classe, di conseguenza l'insegnamento darà particolare rilievo agli aspetti relativi alla dimensione sociale del gruppo classe.

Van Zoest, Thornton e Jones (1994) sostanzialmente riprendono questa classificazione e la propongono eliminando l'ultima categoria e modificando la prima visione da *Learner focussed* in *Learner focussed with an emphasis on social interaction,* dando maggiore enfasi al carattere socio-costruttivista dell'apprendimento. Il loro punto di vista si distanzia però da quello di Ball e Kuhs, in quanto essi non considerano questa categorizzazione come una partizione, bensì come un *continuum* di possibili posizioni, dando maggiore fluidità alla proposta di considerare posizioni intermedie fra i profili di Ernest.

Beswick (2005) propone, anche a questo riguardo, di incrociare le categorizzazioni pre-esistenti, afferenti ai tre differenti oggetti dei *belief* analizzati (la matematica, l'apprendimento della matematica, l'insegnamento della matematica) per creare dei profili che siano coerenti in maniera trasversale fra le tre dimensioni, ma entro cui gli insegnanti si possano posizionare in un *continuum* che connette i vari profili, proprio come teorizzano Van Zoest et al. (1994). Associa le categorizzazioni dei *belief* sulla matematica di Ernest (*Instrumental, Platonist* e *Problem-solving*), con quelle di Van Zoest et al.(1994) sull'insegnamento della matematica (relativamente: *Content focussed with an emphasis on performance, Content focussed with an emphasis on understanding* e *Learner focuessed*) e con tre delle categorie indicate da Ernest sull'apprendimento della matematica (1989b) (relativamente*: Skill mastery, passive reception of knowledge, Active construction of understanding,* e *Autonomous exploration of own interests*).

In ultimo, un modello recentemente sviluppato da Schoen e LaVenia (2019), che analizza i *belief* entro la sfera puramente cognitiva, categorizza i belief sull'insegnamento-apprendimento della matematica utilizzando tre dimensioni:

- la dimensione che guarda alla trasmissività dell'insegnamento (*trasmissionist)*, che mira a stabilire il posizionamento dell'insegnante rispetto ad un continuum fra la prospettiva del costruttivismo cognitivo, coerente con una prospettiva *bottom-up* dell'insegnamento-apprendimento (Hiebert & Carpenter, 1992) e quella del "trasmissionismo diretto" (*Direct Trasmissionism*) che prevede un approccio *top-down* dell'insegnamento anche descritto da Gage (2009) come l'approccio CDR (*Conventional-Direct-Recitation*). Tale scala si presenta all'opposto della scala proposta da Staub e Stern (2002) incentrata sul costruttivismo;
- la dimensione che valuta la matematica "fattiva" (*Fact First)*, ovvero pensata come strumento risolutore, riguarda i *belief* rispetto al promuovere una didattica che coinvolge (a) la risoluzione dei cosiddetti problemi di realtà e (b) la competenza degli studenti di richiamare fatti numerici e procedure di calcolo, ed anche questa dimensione si muove su una scala di valori che determinano la rilevanza che attribuisce l'intervistato all'insegnamento di questi fattori;
- la dimensione che guarda ad una matematica da insegnare istituzionalmente stabilita (*Fixed Instructional Plan)*: riguarda i belief dell'insegnante rispetto al dover insegnare aderendo a uno schema esterno fissato, che prevede una precisa frequenza e un cammino prestabilito da

seguire. In altri termini, considera la sua autonomia rispetto al curricolo più o meno implicito, identificato ad esempio, nell'ottica di Ernest, dall'indipendenza rispetto al libro scolastico.

1.4.5. I *belief* sul sé e sul contesto sociale

Oltre a questi tre temi maggiori, altri due temi individuati come estremamente rilevanti sono i *belief* sul contesto sociale e quelli sul sé. Tralasciamo la descrizione dei *belief* sul sé, che constano ad esempio dei costrutti della *self-efficacy* o delle cosiddette *teorie del successo*, perché non rientrano nella nostra analisi.

Riguardo ai *belief* sul contesto sociale, secondo McLeod (1992), vi sono due differenti tipologie che possono essere prese in considerazione: vi sono quelli relativi al contesto classe, e quelli relativi alle questioni culturali e le influenze di contesti culturali altri, come ad esempio la scuola o la famiglia. Mentre, Cobb e Yackel (1996) hanno individuato tre prospettive di tipo sociale riguardanti l'insegnamento-apprendimento:

- psicologica, che mette al centro l'azione individuale;
- interazionista, che guarda alla "microcultura" e alle attività sociali nella classe;
- socioculturale, che consta di due sottolivelli: il primo, legato ai ruoli degli insegnanti e degli studenti nella scuola, e il secondo, relativo alle norme sociali e le convinzioni generali e socialmente condivise su insegnamento e apprendimento.

Ci serviremo dei modelli presentati, in una versione originale, ibrida rispetto alle categorizzazioni descritte, per identificare i *belief* di carattere generale che riteniamo possano avere influenza rispetto al nostro specifico oggetto di ricerca. Analizzeremo in dettaglio le scelte effettuate nella selezione degli item che indagano tali *belief* nel paragrafo 4.2.

2. Dall'analisi dei contesti al disegno di ricerca

2.1. I contesti di studio: Italia e Australia

Nel seguente paragrafo, presenteremo i contesti di ricerca, quello Italiano e quello Australiano, cercando di caratterizzarli in riferimento alla proposta di strategie didattiche che possono prevedere il coinvolgimento di aspetti percettivo-motori degli studenti, come anche l'impiego di materiali e strumenti manipolativi, e alle esperienze di apprendimento laboratoriale (o attivo) della matematica.

Per fare questo, illustreremo alcuni riferimenti all'interno delle politiche educative e delle indicazioni curricolari che possono avere influenze sulla realizzazione di queste prospettive didattiche. Cercheremo inoltre di mettere in luce alcuni tratti che differenziano la cultura dell'insegnamento della matematica nei due contesti.

2.1.1. Il contesto Italiano

Di seguito, presenteremo le politiche educative che descrivono il contesto italiano. In particolare, dapprima presenteremo alcuni elementi che emergono dalle analisi condotte a livello europeo e che mettono in luce alcune caratteristiche delle direttive europee. Conseguentemente illustreremo due principali documenti che definiscono le politiche educative e i riferimenti programmatici per l'insegnamento della matematica in Italia, in riferimento al primo e al secondo ciclo d'istruzione, portando in evidenza quei punti che sembrano coinvolgere i temi presi in considerazione nella nostra ricerca, che abbiamo illustrato nel Capitolo 1.

2.1.1.1. Un inquadramento dell'Italia rispetto alle politiche educative europee

Nelle politiche educative europee, l'educazione della matematica e delle scienze è ritenuta centrale per affrontare i problemi e le sfide che si presentano alle nuove generazioni, come lo sviluppo sostenibile, la salute globale e la disinformazione. Inoltre, la mancanza di basi in matematica e scienze è ritenuta una causa principale del raggiungimento di bassi risultati nella *Numeracy* e *Literacy* da parte degli studenti (EACEA, 2022). Per queste ragioni, nel luglio 2022, è stato pubblicato un report, da parte della commissione europea *Eurydice*, dal titolo *Increasing achievement and motivation in mathematics and science learning in schools* (2022), che esamina come l'insegnamento e l'apprendimento delle scienze e della matematica sia organizzato e valutato all'interno dei paesi europei, e in particolare come questi mettano in campo strategie che supportano l'apprendimento degli studenti che presentano delle difficoltà in queste discipline.

I principali risultati del report sottolineano, fra l'altro, una carenza di insegnanti specializzati in matematica e scienze e una forte necessità di maggiore formazione professionale continua che coinvolga questi settori. Dalle rilevazioni ISCED 1-2 (2020/2021), gli insegnanti di matematica e scienze in Italia sono per circa 2/3 non specialisti della materia, e circa il 70% degli insegnanti di scuola primaria dichiara di avere necessità di ulteriore formazione pedagogico-disciplinare specifica (IEA, 2019).

Nel report vengono portate in rassegna le indagini internazionali OCSE PISA e TIMSS per gli scopi precedentemente descritti; sebbene osserveremo i principali risultati che emergono da queste indagini internazionali nei paragrafi successivi, ci limitiamo qui a riportare i principali punti messi in luce nel report europeo, che contestualizzano la situazione italiana rispetto alle direttive europee.

Un obiettivo dello studio riportato è quello di valutare quale sia il grado di inclusività della didattica nei sistemi educativi dei paesi europei, che, rispetto ai risultati delle indagini internazionali, significa, da un lato, valutare se la maggior parte degli studenti ha raggiunto almeno il livello minimo nei risultati delle indagini, e che non sia così ampio il divario tra i rendimenti ottenuti dai rispondenti. L'Italia presenta una situazione piuttosto critica sia per il fatto che riscontriamo un notevole *gender gap*, con un numero significativo di *low-achievers* fra le studentesse in matematica, che non si riflette nei ranking relativi alle scienze, e i *low achievers* sono peraltro spesso presenti nelle fasce socio-economiche più deboli.

Un'altra dimensione analizzata nel report è quella relativa al tempo dedicato all'insegnamento della matematica e delle scienze all'interno dei diversi sistemi scolastici. Sebbene alcuni studi mettano in evidenza che aumentare il tempo di insegnamento, specialmente in matematica, abbia degli effetti positivi (Battistin & Meroni, 2016), si ritiene che molto dipenda dalla qualità dell'insegnamento, ovvero da come questo tempo venga impiegato (Prendergast & O'Meara, 2016). Ciò che viene riconosciuto in maniera evidente è che metodologie di insegnamento che seguono un approccio *student-centred*, ovvero che pongono gli studenti al centro del processo di insegnamento-apprendimento, rispetto ad un approccio frontale *teacher-centred*, richiedono più tempo (Leong & Chick, 2011), così come accade anche per i metodi di insegnamento che si concentrano sui processi di apprendimento piuttosto che sui risultati (Prendergast & Chick, 2011). In Italia, gran parte del tempo previsto per l'insegnamento delle materie scientifiche viene dedicato alla matematica; in particolare, l'Italia spicca tra tutti i paesi europei per il numero di ore dedicate all'insegnamento della matematica rispetto a quello dedicato a tutte le altre materie (una media di 198 ore per anno, mentre in tutte le altre nazioni non vengono superate le 150 ore), anche se nella scuola secondaria di primo grado vengono contate anche le ore dedicate alle scienze all'interno di questo monte-ore. Nel report tengono però a precisare che un buon numero di ore dedicate alla matematica non significhi necessariamente una grande enfasi per la disciplina all'interno del curricolo.

Dato che si ritiene che la motivazione degli studenti giochi un ruolo di primo rilievo soprattutto nell'apprendimento di questa disciplina, nel report viene focalizzata l'attenzione, in particolare, sull'enfasi posta rispetto all'importanza di collegare i contenuti matematici alle applicazioni nella vita reale. Viene riconosciuto che, all'interno delle Indicazioni Nazionali italiane (MIUR, 2012), come per la maggior parte dei paesi europei, è presente un riferimento esplicito riguardante questo punto. Secondo le indagini TIMSS, riferite al grado IV, che mostreremo nel dettaglio in seguito, il 65,1% degli insegnanti italiani dichiara di fare riferimento circa in ogni lezione alle applicazioni nella vita reale dei contenuti affrontati.

Un altro elemento portato in evidenza all'interno del report è il rapporto della matematica e delle scienze con la storia e la filosofia di queste discipline. Viene evidenziato che l'insegnamento degli aspetti storici filosofici non sembra essere in relazione con un più basso numero di *low-achievers* nelle indagini internazionali, confermando alcune ricerche che suggeriscono che le questioni legate alla storia della disciplina più che avere effetti sulla sfera cognitiva ne hanno su quella affettiva.

> […] historical analysis of scientific events relates to students' interest in and understanding of the nature of science rather than to achievement results (Abd-El-Khalick and Lederman, 2000, 2010; Wolfensberger and Canella, 2015). […] Proper integration of historical investigations when teaching modern science concepts is challenging (Henke and Höttecke, 2015). More research is needed to determine the extent to which the reflective aspects of history of science are included in European curricula. However, the analysis presented in this report suggests that reflection of ethics in scientific developments is an essential part of scientific thinking. The science curricula of lower secondary education may benefit from the inclusion of socioscientific questions. (EACEA, 2022; p.136)

Anche se quasi ogni stato fa riferimento a questo ambito nelle indicazioni curricolari, l'enfasi sugli aspetti filosofici, storici e sociali della scienza non è uniformemente diffusa tra i paesi dell'Europa, soprattutto nel primo ciclo. Tuttavia, in buona parte degli stati europei, tra i quali rientra a pieno titolo l'Italia, l'insegnamento della storia e dello sviluppo delle idee scientifiche fa parte integrante dei curricola, anche se principalmente nei gradi superiori.

In compenso, a differenza di molti stati europei, in Italia, all'interno del primo ciclo, le questioni sociali ed etiche (*socio-scientific issues*), considerate un fattore determinante per la riduzione dei *low-achievers,* non sono affrontate all'interno dei curricoli scientifici.

Per motivare gli studenti in matematica o scienze e per diminuire gli studenti a basso rendimento, in Italia sono state approvate iniziative su larga scala che cercano di dare risposta a queste esigenze. In particolare, nel Novembre 2021, sono state pubblicate delle raccomandazioni per sviluppare un apprendimento di alta qualità ed inclusivo nella scuola primaria e secondaria, con strategie di lungo termine in modalità *blended (Council Recommendation of 29 November 2021 on blended learning approaches for high-quality and inclusive primary and secondary education 2021/C 504/03, OJ C 504, 14.12.2021)* ed è stato approvato il progetto dell'INDIRE intitolato "Edcuazione delle Scienze"[27]:

> In Italy, the project 'Science education' is designed to promote enquiry-based laboratory teaching in science, not as a theoretical statement but through innovative practical proposals, diversified content, methodologies, tools and levels of competence. (EACEA, 2022; p.136)

In conclusione, vogliamo evidenziare come, già a partire dalla disamina affrontata nel report, siano emerse l'attenzione per la radice storica del pensiero scientifico nell'insegnamento, che anche se non collegato al rendimento nei test standardizzati viene ritenuta rilevante per l'insegnamento secondo le direttive europee, come anche la rilevanza del ruolo etico e sociale delle scienze e dell'inclusività nell'insegnamento delle discipline scientifiche.

[27] http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/scienze/ (consultato il 25/10/2022)

2.1.1.2. Indicazioni curricolari e politiche educative nazionali

Venendo ora a presentare le indicazioni a livello nazionale, sottolineiamo sin da subito una differenza sostanziale rispetto al contesto australiano. L’Italia, diversamente dell’Australia, non possiede delle indicazioni curricolari programmatiche ma delle indicazioni generali rispetto alle finalità educative e i contenuti dell’apprendimento, lasciando di fatto largo spazio all’autonomia scolastica:

> Nel rispetto e nella valorizzazione dell’autonomia delle istituzioni scolastiche, le Indicazioni costituiscono il quadro di riferimento per la progettazione curricolare affidata alle scuole. Sono un testo aperto, che la comunità professionale è chiamata ad assumere e a contestualizzare, elaborando specifiche scelte relative a contenuti, metodi, organizzazione e valutazione coerenti con i traguardi formativi previsti dal documento nazionale.
>
> Il curricolo di istituto è espressione della libertà d’insegnamento e dell’autonomia scolastica e, al tempo stesso, esplicita le scelte della comunità scolastica e l’identità dell’istituto. La costruzione del curricolo è il processo attraverso il quale si sviluppano e organizzano la ricerca e l’innovazione educativa. (MIUR 2012, p.17)

Tuttavia, l’istituzione di una valutazione nazionale, analitica e comparativa, prevista nel decreto del 1999, attuata con l’istituzione dei test INVALSI, come anche delle indagini internazionali PISA, promosse dall’ OECD, e TIMSS, promosse dalla IEA, ha imposto alle scuole di perseguire in modo più vincolato un orizzonte comune (Landri, 2016), ridimensionando questa libertà tramite la valutazione delle performance e degli effetti (*otcomes)* sia tra i diversi sistemi educativi nazionali che all’interno degli stessi (Ciarini & Gianicola, 2016).

Come abbiamo sottolineato nei paragrafi precedenti, in Italia abbiamo una lunga tradizione legata all’insegnamento esperienziale della matematica, della quale troviamo traccia anche all’interno delle indicazioni nazionali, che presenteremo nel dettaglio nei seguenti paragrafi. Nel presentare i principali riferimenti per le politiche educative nazionali, ci soffermeremo inoltre ad evidenziare gli espliciti riferimenti che riguardano un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti, con l’eventuale utilizzo di materiali e strumenti.

2.1.1.2.1. Indicazioni per il primo ciclo di istruzione

In riferimento al primo ciclo di istruzione, nel 2012 è stato redatto il documento *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell’infanzia e del primo ciclo d’istruzione* (MIUR, 2012). Nel documento vengono indicati i traguardi per lo sviluppo delle competenze relative ai campi di esperienza e alle discipline specifiche:

> Essi rappresentano dei riferimenti ineludibili per gli insegnanti, indicano piste culturali e didattiche da percorrere e aiutano a finalizzare l’azione educativa allo sviluppo integrale dell’allievo. […] Nella scuola del primo ciclo i traguardi costituiscono criteri per la valutazione delle competenze attese e, nella loro scansione temporale, sono prescrittivi, impegnando così le istituzioni scolastiche affinché ogni alunno possa conseguirli, a garanzia dell’unità del sistema nazionale e della qualità del servizio. Le scuole hanno la libertà e la responsabilità di organizzarsi e di scegliere l’itinerario più opportuno per consentire agli studenti il miglior conseguimento dei risultati. (p.18)

Insieme a questi, il documento definisce gli obiettivi di apprendimento “campi del sapere, conoscenze e abilità ritenuti indispensabili al fine di raggiungere i traguardi per lo sviluppo delle competenze” (p.18), indispensabili per la progettazione didattica degli insegnanti. Tali obiettivi si riferiscono a periodi didattici lunghi (intero triennio della scuola primaria, intero ciclo della scuola primaria, intero ciclo della scuola secondaria di primo grado).

Vengono chiarite le finalità della scuola, come la promozione dell’inclusione di diverse persone e culture, e, altresì, di una scuola in cui “ogni alunno possa assumere un ruolo attivo nel proprio apprendimento” (p.31). Alcune indicazioni fanno riferimento, in modo specifico, alle caratteristiche desiderabili per un ambiente di apprendimento e, tra le altre cose, viene auspicato “un uso flessibile degli spazi, a partire dalla stessa aula scolastica, ma anche la disponibilità di luoghi attrezzati che facilitino approcci operativi alla conoscenza” (p.34). Si fa inoltre riferimento a una valorizzazione dell’esperienza e delle conoscenze degli alunni con l’obiettivo di ancorarvi nuovi contenti apportando senso a quanto appreso:

> Nel processo di apprendimento l’alunno porta una grande ricchezza di esperienze e conoscenze acquisite fuori dalla scuola e attraverso i diversi media oggi disponibili a tutti, mette in gioco aspettative ed emozioni, si presenta con una dotazione di informazioni, abilità, modalità di apprendere che l’azione didattica opportunamente richiamare, esplorare, problematizzare. (p.34)

E, ancora, si enfatizza l’importanza di una didattica che preveda adeguamenti verso le diversità, che incoraggi l’apprendimento collaborativo e che promuova la consapevolezza rispetto al proprio apprendimento. Soprattutto, però, riscontriamo la presenza, all’interno delle direzioni metodologiche che vengono suggerite, di due punti che riguardano due caratteristiche particolarmente in linea con la nostra tematica di studio, ovvero l’apprendimento per scoperta e la realizzazione di attività didattica in forma di laboratorio:

> Favorire l’esplorazione e la scoperta, al fine di promuovere il gusto per la ricerca di nuove conoscenze. In questa prospettiva, la problematizzazione svolge una funzione insostituibile: sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste d’indagine, a cercare soluzioni originali. (p.34)
>
> Realizzare attività didattiche in forma di laboratorio, per favorire l’operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio, se ben organizzato, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri, e può essere attivata sia nei diversi spazi e occasioni interni alla scuola sia valorizzando il territorio come risorsa per l’apprendimento. (p.35)

Più recentemente, nelle indicazioni del 2018, che fanno riferimento alle competenze per il cittadino, è comparso nuovamente un riferimento al laboratorio, che riportiamo di seguito:

> Alla luce della descrizione che ne viene data nelle Indicazioni 2012 il laboratorio può costituire anche una palestra per imparare a fare scelte consapevoli, a valutarne le conseguenze e quindi ad assumersene le responsabilità, aspetti anche questi centrali per l’educazione a una cittadinanza attiva e responsabile (Nuovi Scenari, MIUR 2018, p.8)

Concentrandoci ora sul settore disciplinare specifico della nostra indagine, vengono fornite dapprima indicazioni di natura generale che sottolineano l’importanza della disciplina matematica per la formazione culturale, mettendo in evidenza come essa si componga di un’abilità di pensiero ma anche di pratica:

> Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall’uomo, eventi quotidiani. In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri. (p.60)

All’interno di queste indicazioni disciplinari-specifiche, viene fatto nuovamente esplicito riferimento al laboratorio come metodologia didattica per l’insegnamento della matematica:

> In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l’alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. (p.60)

Per di più, viene rivolta attenzione anche all’integrazione di tecnologie come strumenti di supporto all’apprendimento:

> L'uso consapevole e motivato di calcolatrici e del computer deve essere incoraggiato opportunamente fin dai primi anni della scuola primaria, ad esempio per verificare la correttezza di calcoli mentali e scritti e per esplorare il mondo dei numeri e delle forme. (p.60)

Infine, nella consapevolezza che i *belief* rispetto alla disciplina siano fondamentali all'interno del processo di insegnamento-apprendimento, ci si auspica che l'insegnamento della matematica si curi anche dello sviluppo di una visione della matematica che potremmo definire "epistemologicamente corretta*"*, ossia allineata con la visione di chi la sviluppa e la professa oggi, come in passato:

> Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo. (p.60)

Restringendoci a considerare la scuola primaria, nella disciplina matematica le indicazioni si articolano in tre aree disciplinari: *Numeri, Spazio e figure* e *Relazioni, dati e previsioni*. Riguardo ai traguardi per lo sviluppo delle competenze da raggiungere al termine della scuola primaria, riportiamo di seguito tre indicazioni i cui obiettivi potrebbero portare alla proposta di attività che prevedono di includere il corpo e movimento dello studente con l'obiettivo di costruire significati matematici:

> Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.
>
> Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.
>
> Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro…). (p.61)

Troviamo, inoltre, anche un riferimento che va nella direzione della promozione di attività esperienziali, volte alla costruzione di senso:

> Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà. (p.61)

Simili riferimenti li troviamo anche all'interno dei singoli obiettivi di apprendimento, soprattutto nelle aree disciplinari *Spazio e figure* e *Relazioni, dati e previsioni*.

Nella secondaria di primo grado, nella disciplina matematica le indicazioni si articolano in quattro aree disciplinari: *Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni,* e *Dati e previsioni*. Riguardo ai traguardi per lo sviluppo delle competenze da raggiungere al termine della scuola secondaria di primo grado, i riferimenti tendono un po' meno esplicitamente verso l'inclusione di materiali e strumenti nella pratica didattica. All'interno degli obiettivi specifici, alcuni richiami più espliciti possiamo trovarli, in particolare, all'interno dell'area disciplinare *Spazio e figure,* sia in riferimento al seguente obiettivo "Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria)" (p.64), che nell'accenno alle attività di rappresentazione e visualizzazione di figure e oggetti nel passaggio tra 2D e 3D.

2.1.1.2.2. Indicazioni per la scuola secondaria di secondo grado

Nel 2000, più di un decennio prima della pubblicazione delle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012), è stata istituita dall'UMI (Unione Matematica Italiana) una commissione per lo studio e l'elaborazione di un curricolo di matematica per la scuola primaria e secondaria, indipendente dall'indirizzo scolastico, che ha coinvolto docenti di università e scuole (membri della CIIM, Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica, e i presidenti che si sono succeduti), producendo un documento programmatico, *Matematica 2003* (UMI, 2003), nel quale ha preso forma l'idea di una "matematica per il cittadino". Dopo una breve premessa che individua le linee guida per l'insegnamento della matematica, il documento si compone di una prima parte in cui viene presentato il curricolo relativo ai primi quattro anni del ciclo secondario e, nella seconda parte, sono presentati 85 esempi di attività didattiche ed elementi di verifica da proporre in classe (alla stesura dei quali ha collaborato anche la società *Mathesis*). Successivamente è stato redatto anche un documento relativo alla classe quinta (Anichini et al., 2004).

Il curricolo tiene conto di una funzione sia strumentale che culturale della disciplina, che si presenta come un naturale proseguo di quanto effettuato nel primo ciclo di istruzione, realizzando una didattica di tipo elicoidale. Il nesso tra questi due aspetti dell'insegnamento della disciplina si suggerisce che possa essere esplicitato facendo capo a riflessioni di carattere storico, di origine ed evoluzione delle idee matematiche.

All'interno di queste indicazioni iniziali, troviamo un riferimento al ruolo di primaria importanza dell'esperienza dello studente per il suo apprendimento, anche se non viene fatto esplicito riferimento al suo carattere percettivo-motorio, leggiamo infatti:

> Il bambino, e tanto più il giovane, non è una tabula rasa che acquisisce i concetti matematici per pura astrazione. Le ricerche più recenti hanno provato che sono le esperienze ad attivare gli opportuni circuiti cerebrali di cui l'essere umano già dispone. Non si tratta di imporre una matematica dall'esterno, ma di fare evolvere dall'interno la matematica che vive nel nostro corpo. Quindi le intuizioni, le metafore concettuali ecc. non sono un primo vago approccio ai concetti matematici, qualcosa di 'sporco' e scorretto da fare sparire al più presto, ma ne costituiscono un ingrediente fondamentale, che rimane anche a livelli estremi di rigore. Conseguentemente, la matematica deve essere insegnata come un'impresa umana (nel senso ampio di questo termine), non come qualcosa che va contro il nostro essere. Ciò ha conseguenze importanti sia rispetto a molte teorie didattiche sia rispetto al ruolo che i misconcetti e gli errori possono giocare nell'apprendimento. (p.5)

I nuclei tematici che vanno a caratterizzare il curricolo sono in continuità con quelli già presentati per il primo ciclo, con l'aggiunta dei temi algoritmi e funzioni: *Numero e algoritmi, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Dati e Previsioni.* A questi si sommano dei nuclei trasversali "centrati sui processi mentali degli allievi": *argomentare, congetturare, dimostrare, misurare, risolvere e porsi problemi.*

Troviamo poi, all'interno del documento, una riflessione che coinvolge alcune indicazioni metodologiche ed espressamente rivolte al *Laboratorio di Matematica* (qui presentato per la prima volta in un documento programmatico), che risultano estremamente rilevanti rispetto al nostro argomento di studio:

> il Laboratorio non costituisce né un nucleo di contenuto né uno di processo, ma si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate sull'uso di strumenti, tecnologici e non, e finalizzate alla costruzione di significati matematici. Il laboratorio di matematica non vuole essere un luogo fisico diverso dalla classe, ma piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone, strutture, idee. (p.6)

In particolare, nelle pagine 26-28, vengono brevemente delineate le caratteristiche metodologiche che definiscono il laboratorio di matematica. All'interno della sessione *Che cos'è il laboratorio di matematica?* possiamo infatti leggere una caratterizzazione del laboratorio, che viene associato all'idea di bottega rinascimentale, nella quale, al discente si apre la strada verso la pratica e il sapere matematico, tramite un'interazione che coinvolge strumenti, l'ambiente, i pari e gli esperti. Viene anche descritto un apprendimento che si presenta come culturalmente situato e del sapere matematico come prodotto culturalmente definito, che porta con sé una visione dell'apprendimento di tipo socio-costruttivista (evidenziando punti di distanza dalle prospettive classicamente costruttiviste):

> Il laboratorio di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).
>
> L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.
>
> La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività. È necessario ricordare che uno strumento è sempre il risultato di un'evoluzione culturale, che è prodotto per scopi specifici e che, conseguentemente, incorpora idee. Sul piano didattico ciò ha alcune implicazioni importanti: innanzitutto il significato non può risiedere unicamente nello strumento né può emergere dalla sola interazione tra studente e strumento. Il significato risiede negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usare lo strumento; l'appropriazione del significato, inoltre, richiede anche riflessione individuale sugli oggetti di studio e sulle attività proposte. (p.26)

Viene fornita anche una lista di esempi di potenziali strumenti da poter impiegare in attività di laboratorio di matematica, che riguardano sia strumenti di tipo tradizionale, che di tipo tecnologicamente avanzato.

In particolare, gli esempi proposti riguardano l'utilizzo di oggetti e strumenti di manipolazioni fisica, che vanno dagli strumenti meccanici come le macchine matematiche, "La possibilità di manipolare fisicamente oggetti, come per esempio le macchine che generano curve, induce spesso modalità di esplorazione e di costruzione di significato degli oggetti matematici" (p.26), fino all'impiego di materiali poveri:

> Il lavoro con fogli trasparenti, la piegatura della carta, l'uso di spilli, fogli quadrettati non dovrebbe essere considerata un'attività esclusivamente riservata ad allievi del ciclo primario; potrebbe invece costituire, per allievi del primo biennio, un significativo avvio allo studio delle isometrie, esplorate attraverso i movimenti che le determinano. Inoltre, l'uso di strumenti poveri, magari fatti costruire da gruppi di studenti, è un'attività particolarmente significativa e consona a rinforzare quell'atmosfera da bottega rinascimentale, nel senso prima detto. (p.26)

Vengono poi citati strumenti di calcolo e manipolazione virtuale, tra i quali i software di manipolazione simbolica, detti comunemente CAS (Computer Algebra Systems), per l'insegnamento dell'algebra, della geometria analitica e dell'analisi "che mettono a disposizione diversi ambienti integrati, in genere quello numerico, quello simbolico, quello grafico e un linguaggio di programmazione" (p.27), i fogli elettronici, le calcolatrici grafico-simboliche "che offrono anche la possibilità di collegamenti con sensori fisici, ossia rilevatori di misure di grandezze fisiche, aprendo interessanti e nuove prospettive nella costruzione di concetti matematici legati alla rappresentazione dei dati e all'analisi della loro variabilità" (p.27) e i software di geometria dinamica (come, ad esempio, Geogebra):

> […] veri e propri micromondi, nei quali gli studenti possono fare esperienze, compiere esplorazioni, osservare, produrre e formulare congetture e validarle con le funzioni messe a disposizione dallo stesso software. In questo modo lo studente entra in contatto con il sapere geometrico incorporato nel software, impara a osservare e riconoscere "fatti geometrici" e può essere avviato a un significato di dimostrazione come attività che consente di giustificare, all'interno di una teoria più o meno ben precisata, perché una certa proprietà osservata vale. (pp.26-27)

Inoltre, al termine della presentazione degli esempi, viene menzionato il ruolo che può avere la storia della matematica nel motivare l'introduzione di contenuti matematici e di suscitare l'interesse negli allievi, tanto da esse considerato esso stesso strumento per il laboratorio:

> La storia della matematica, pur presentando contenuti suoi propri e possibilità di sviluppi su vari fronti (pensiamo soprattutto agli aspetti interdisciplinari con la filosofia, con l'arte e con molte altre discipline), va vista, in questo contesto, come un possibile ed efficace strumento di laboratorio (inteso nel senso largo esposto prima) adatto a motivare adeguatamente e ad indicare possibili percorsi didattici per l'apprendimento di importanti contenuti matematici. (p.27)

Infine, viene enfatizzato il ruolo rivestito dall'interazione tra gli attori presenti nel laboratorio per la costruzione dei significati matematici, principalmente facendo riferimento al lavoro cooperativo, in piccoli gruppi, e alla discussione matematica. Lo strumento metodologico della discussione matematica viene ritenuto fondamentale, sia al termine della lettura del testo di un problema, sia "al termine della soluzione (individuale o in piccoli gruppi) o, talvolta, in un momento cruciale della soluzione stessa" (p.28) per confrontare le soluzioni realizzate dagli studenti e prevede la presentazione della propria soluzione, ma anche l'interpretazione e la valutazione di quelle dei compagni fino poi a effettuare valutazioni ad un livello meta, che riguardano "la correttezza e la ricchezza delle soluzioni proposte, la coerenza e l'attendibilità, il livello di generalizzazione adottato", che favoriscono "un approccio, graduale ma sistematico, al pensiero teorico"(p.28).

Dunque, all'interno di questo documento programmatico, abbiamo trovato un esplicito riferimento all'inclusione nella pratica didattica di strumenti, anche ad alta manipolabilità, che prevedono un diretto coinvolgimento degli studenti, come sperimentatori dei significati matematici. Ma, soprattutto, viene descritta una prospettiva del processo di insegnamento-apprendimento di stampo socio-costruttivista, mostrando esempi di metodologie didattiche che mirano ad incentivare la cooperazione tra pari e a consentire la comprensione dei significati di cui si è fatto esperienza attraverso la facilitazione e la mediazione dell'insegnante. Quanto appena commentato, viene dichiarato all'interno del documento stesso:

> […] le indicazioni relative al laboratorio di matematica sono particolarmente significative non solo per l'interazione con gli strumenti, ma soprattutto per l'impianto metodologico. Tale impianto si dovrebbe basare su quello che viene chiamato apprendistato cognitivo. L'apprendistato cognitivo coinvolge abilità e processi sia cognitivi sia metacognitivi: l'esperto modella e struttura l'attività del principiante, che osserva l'esperto e confronta e valuta il suo operato rispetto alle proprie attività intellettuali […] La metafora che può ben descrivere l'apprendistato cognitivo è quella della bottega d'arte del Rinascimento, in cui l'allievo impara facendo, vedendo altri che fanno e riflettendo sul perché fanno così, il tutto sotto la guida di uno più esperto di lui.. (p.31)

Questi aspetti metodologici vengono approfonditi nelle pagine 29-31, nelle quali viene riportata l'attenzione sulla proposta di "attività didattiche significative, in cui l'alunno possa essere attivamente coinvolto e stimolato ad affrontare e risolvere problemi", dove, per attività significativa si intende un'attività che "consente l'introduzione motivata di strumenti culturali della matematica per studiare fatti e fenomeni attraverso un approccio quantitativo, se contribuisce alla costruzione dei loro significati e se dà senso al lavoro riflessivo su di essi", la cui introduzione in classe è finalizzata a "la costruzione delle capacità di esercitare un controllo sulla realtà secondo i modelli della razionalità scientifica"(p.29).

Viene sottolineato inoltre che, sebbene il coinvolgimento dell'insegnante o dello studente possa avvenire in varia misura, gli approcci metodologici dovranno caratterizzare il processo di insegnamento-apprendimento come collettivo, fondato sulle interazioni tra gli studenti e con l'insegnante. Si suggerisce perciò un'integrazione, nella pratica didattica, di altre metodologie oltre alla classica lezione frontale (spiegazione da parte dell'insegnante, alla cattedra o alla lavagna, seguita da una serie di attività applicative) quali l' insegnamento per problemi (che fa capo all'*inquiry-based learning*), focalizzato sulle competenze di *problem solving*, *problem posing*, di ragionamento e di sviluppo del pensiero critico, come anche il lavoro in piccoli gruppi (da 2-4 persone, eterogenei o omogenei per livello e competenze, a seconda degli obiettivi) con modalità di *cooperative learning* o *collaborative learning,* e la discussione matematica: "In generale, le attività didattiche dovranno essere caratterizzate dalla pratica della verbalizzazione, dalla produzione e dalla verifica di ipotesi argomentate e dal ruolo di mediazione dell'insegnante in tutte le fasi dell'attività” (p.31). Infine, si enfatizza di promuovere progetti didattici di medio-lungo periodo, in cui le strategie didattiche vengono equilibrate in base alle esigenze delle classi nelle quali l’insegnante presta servizio:

> La matematica infine si caratterizza come una disciplina che ha bisogno di tempi lunghi di apprendimento, sia per la necessità di affrontare ed assimilare le strette connessioni tra i diversi concetti, sia per la loro caratterizzazione epistemologica. [...] I tempi medio-lunghi costituiscono la condizione che può garantire a tutti gli studenti di compiere il consolidamento tecnico, l’approfondimento operativo e la riflessione necessari per giungere ad una piena padronanza delle competenze matematiche coinvolte nell’attività. L’insegnante cercherà di trovare un equilibrio tra le attività più costruttive e formative e quelle di consolidamento tecnico e operativo, tenendo conto delle necessità della classe in cui opera. (p.31)

2.1.1.3. La formazione degli insegnanti

Vogliamo qui riportare esclusivamente due osservazioni riguardo alla formazione dei docenti in Italia, che ci aiuterà nella lettura delle indagini internazionali che ci apprestiamo a presentare.

In Italia il modello di formazione degli insegnanti è piuttosto recente. È stata istituita soltanto nel 1998 un’apposita laurea a ciclo unico per la formazione degli insegnanti di scuola materna e primaria, che prevede, nel monte ore complessivo corsi universitari, laboratori e tirocinio formativo. Prima era possibile accedere all’insegnamento con un diploma magistrale. Recentemente (normativa D.M. 270, ordinamento 2011), per quanto riguarda l’insegnamento della matematica, sono sati inseriti 22 crediti formativi disciplinari specifici.

Per quanto concerne invece la formazione degli insegnanti di scuola secondaria, diverse riforme si sono susseguite negli ultimi anni, che non hanno dato continuità alla formazione dei docenti. Tutt’oggi non è prevista una specifica formazione per l’insegnamento della disciplina se non, oltre ad una laurea che da accesso alla classe di concorso specifica, l’ammontare di 24 cfu in didattica disciplinare, pedagogia generale, psicologia cognitiva o antropologia. Per l’entrata in ruolo è richiesta l’abilitazione e un primo anno di prova, sotto la supervisione di un tutor che fornisce una valutazione dell’operato. Tuttavia, a partire dal 2015, con la riforma chiamata *la buona scuola,* agli insegnanti viene richiesto un aggiornamento in-servizio obbligatorio e sistematico.

In Australia invece si accede alla carriera di insegnamento o avendo completato un *bachelor,* ovvero una laurea di primo livello, in *Education,* specializzandosi in riferimento ai vari ordini scolastici, oppure avendo effettuato una laurea in una materia disciplinare (come in matematica) e poi un *Master of teaching,* ovvero, una specializzazione specifica rivolta all’insegnamento.

2.1.2. Il contesto Australiano

Forniremo, nel seguente paragrafo, alcuni elementi che contraddistinguono e descrivono le politiche educative australiane, come anche alcuni accenni al sistema scolastico e la cultura dell’insegnamento della matematica in questo contesto, limitandoci alle caratteristiche che potrebbero avere impatto rispetto alla nostra tematica di interesse. Chiaramente tale presentazione non mira ad essere esaustiva, volendo mettere in luce esclusivamente alcuni elementi in modo funzionale ai nostri obiettivi.

2.1.2.1. Indicazioni curricolari e politiche educative

Descrivere il contesto australiano è particolarmente complesso. L'Australia solo di recente ha adottato un curricolo nazionale AC:M, redatto nel 2010, successivamente aggiornato nel 2020 (ACARA 2020) e rivisto nell'aprile 2022 (ACARA, 2022) dopo un complesso processo di consultazione[28]. Tuttavia, oltre al curricolo nazionale, ogni Stato segue politiche educative regionali, in alcuni casi piuttosto programmatiche, che differenziano il modo in cui le direttive curricolari vengono declinate e attuate. Soprattutto negli Stati più grandi, le autorità responsabili del monitoraggio e dell'attuazione del curricolo a livello regionale forniscono ulteriori materiali di supporto sviluppati a partire da risultati di ricerca. In particolare, l'AC:M non fornisce consigli specifici sulle strategie didattiche e spesso, all'interno dei singoli stati, sono presenti siti web di riferimento in cui vengono presentati programmi specifici, che seguono approcci didattici differenti, per lo sviluppo delle competenze matematiche (ad esempio, *Count Me In Too, QuickSmart, First Steps e Scaffolding Numeracy in the Middle Years* (SNMY)). Alcune di queste risorse constano di pacchetti che includono letture consigliate per gli insegnanti, esempi di attività da proporre in classe e suggerimenti per gli strumenti da impiegare nelle attività, che si concentrano solitamente nel fornire supporto per lo sviluppo di aree curricolari che gli insegnanti trovano più difficoltà a trattare in classe (come, ad esempio, le *Fractions and Decimals Online Interview* messe a disposizione dallo stato Victoria per le scuole pubbliche). Inoltre, esistono alcuni materiali messi a disposizione gratuitamente a supporto dell'implementazione del curricolo a livello nazionale come, ad esempio, piattaforme online molto comuni tra gli insegnanti, che forniscono risorse e collezionano esempi di buone attività da realizzare in classe: tra questi, la piattaforma australiana *Scootle*[29], alla quale rimandano direttamente le indicazioni curricolari, nonché siti stranieri come le piattaforme *Nrich*[30], dell'Università di Cambridge, o *Illuminations*[31] del *National Council of Teachers of mathematics,* sviluppata negli USA. (Callingham et al., 2017).

Parlando in generale delle direttive curricolari e delle politiche educative australiane, non sembrano essere presenti espliciti riferimenti, né una particolare enfasi, relativamente all'importanza di includere il movimento del corpo degli studenti nelle attività finalizzate all'apprendimento della matematica. Tuttavia, sono presenti riferimenti (ad esempio, tramite link a riviste di riferimento e siti web in cui trovare risorse didattiche) all'uso di strumenti o materiali che sono utili per esplorare i concetti matematici in classe da prospettive multiformi, come l'utilizzo di rappresentazioni e manipolazioni concrete. Anche se non troviamo esplicitata, all'interno dei documenti, la necessità per gli studenti di età inferiore ai 16 anni di includere strategie didattiche che prevedono l'utilizzo di manipolativi, nella relazione *Report of the Developing an Evidence Base for Best Practice in mathematics Education Project* (Callingham et al., 2017) è stato evidenziato che le scuole che ottengono maggiori risultati nelle indagini nazionali fanno uso di un'ampia gamma di risorse e materiali concreti a disposizione, alle quali poter accedere secondo necessità, *"Concrete materials were available in all schools, including high schools, and accessed as needed and appropriate"* (p. 38), nonostante non sia stato individuato uno specifico programma didattico o particolari risorse condivise specialmente tra queste scuole.

Come sottolineato da Quigley (2021), sotto la spinta dettata da un orientamento internazionale, anche le politiche educative nazionali australiane hanno promosso l'introduzione di materiali manipolativi concreti come modelli rappresentanti i concetti matematici, dalla prima all'ottava classe, sia nell'AC:M, nelle versioni aggiornate, che nel *NSW Syllabus for the Australian Curriculum*:

[28] https://www.acara.edu.au/docs/default-source/curriculum/australian-curriculum-review/maths-final-report-australian-curriculum-review.pdf (consultato il 25/10/2022)

[29] www.scootle.edu.au (consultato il 25/10/2022)

[30] http://nrich.maths.org/) (consultato il 25/10/2022)

[31] http://illuminations.nctm.org (consultato il 25/10/2022)

mathematics K-10 Syllabus (NESA, 2019). Tuttavia, rispetto alle direttive di altri Paesi, come le politiche educative degli Stati Uniti (*Common Core State Standards Initiative*, 2020), che ne promuovono l'uso per sviluppare il problem solving, o di Singapore (*Ministry of Education Singapore*, 2012), dove si fa riferimento all'impiego dei materiali per promuovere la scoperta e la comprensione di concetti matematici astratti, l'approccio australiano sembra riferirsi alla loro integrazione per uso rappresentativo piuttosto che in una prospettiva di esplorazione attiva. Inoltre, come sottolinea lo studio comparativo ACARA[32], le indicazioni sull'integrazione di materiali concreti per l'introduzione di concetti matematici è molto meno pervasiva rispetto, ad esempio, al modello di Singapore, considerato virtuoso per gli ottimi risultati ottenuti nelle indagini internazionali. Nella stessa analisi comparativa, viene inoltre evidenziata la particolare enfasi data all'introduzione delle tecnologie digitali nel curricolo australiano.

All’interno del curricolo trova inoltre ampio spazio il riferimento a contesti e ad esperienze che connettono la matematica ai contesti di realtà, come sottolineato nello studio comparativo *Curricular orientations to real-world context in mathematics* (Smith & Morgan, 2016):

> […] there are jurisdictions that base their approach to real-world contexts within specifi ed units of work, either devoted to process skills or within a particular content area. Of course, some of the jurisdictions where the approach is permeating or cross-referenced also have units that focus on real-world applications; this is particularly true of the Australian jurisdictions. (p. 34)

In tempi meno recenti, in Australia, sembra esserci stata una maggiore attenzione per la matematica esperienziale, che faceva anche uso di materiali concreti. Ciò è testimoniato dall'ampia diffusione tra gli insegnanti, a metà degli anni Ottanta, di due manuali, le MCTP Activity Banks - Volume I e II[33] (1988) che raccolgono esempi di attività da realizzare in classe. Essi erano considerati riferimenti fondamentali nei corsi di formazione professionale degli insegnanti negli anni successivi alla loro uscita. All'interno di questi manuali è presente un'intera sezione dedicata al coinvolgimento fisico degli studenti nell'apprendimento della matematica. Sebbene il loro utilizzo non fosse previsto ufficialmente dai sistemi educativi, sono stati ampiamente adottati dagli insegnanti come esempi di buone pratiche di insegnamento e apprendimento. Negli ultimi decenni, sulla scia di un forte interesse internazionale, l'Australia ha sviluppato una forte attenzione alle cosiddette pratiche matematiche *inquiry-based* (Artigue & Blomhøj, 2013) rispetto a tutti i livelli di età, ad esempio sviluppando progetti come *The reSolve: mathematics by Inquiry project*[34].

Così, pur non essendoci un focus specifico sul ruolo del corpo, possiamo trovare dei riferimenti ad indicazioni che, da un lato, fanno riferimento all'uso di rappresentazioni concrete e di materiali o strumenti manipolabili (sia virtuali che fisici) e, dall'altro, alla promozione di una didattica attiva, *inquiry-based* e finalizzata alla costruzione dei significati matematici.

> Among the other support materials available through systems there is a strong emphasis on investigation, together with the use of concrete materials. Broadly, the approaches seem to take a socio-constructivist line with students experiencing different activities to develop understanding. The extent to which the activities build to a coherent mathematics program varies. (Callingham et al., 2017, p.28)

[32] https://www.australiancurriculum.edu.au/media/3924/ac-sc-international-comparative-study-final.pdf (consultato il 25/10/2022)

[33] Lovitt, C., Clarke, D., Curriculum Development Centre (Australia), & mathematics Curriculum and Teaching Program (Australia). (1988). *MCTP Activity Bank: Volume 1*. Woden, A.C.T: Curriculum Development Centre.

Lovitt, C., Clarke, D., Curriculum Development Centre (Australia), & mathematics Curriculum and Teaching Program (Australia). (1988). *MCTP Activity Bank: Volume 2*. Woden, A.C.T: Curriculum Development Centre.

[34] https://www.resolve.edu.au/resolve-mathematics-inquiry-project (consultato il 25/10/2022)

Se la *Numeracy* (così come la *Literacy*) sono i principali aspetti su cui si focalizza l'insegnamento della matematica, ciò peraltro viene confermato anche per le attività ABM:

> There is always a considerable emphasis on number and very little on geometry, and statistics is fairly undeveloped compared with other countries such as, for example, New Zealand. There is, however, little emphasis on the curriculum proficiencies of fluency, problem solving, reasoning and understanding other than some articles and presentations. (Callingham et al., 2017, p.28).

Già in fase di stesura delle indicazioni curricolari, era stato evidenziato da Lowrie e colleghi (2012) che all'interno del documento ACARA il riferimento all'integrazione di materiali per la manipolazione sembrava fare riferimento quasi esclusivamente all'area *Numbers and Algebra*. Nell'articolo erano stata mosse critiche specifiche alla mancanza di indicazioni sullo sviluppo degli aspetti visuo-spaziali e sull'uso di rappresentazioni ed esperienze di apprendimento per accompagnare il percorso nel dominio geometrico, al di là dei primi anni di scuola. In effetti, la stessa suddivisione nelle tre aree di contenuto della programmazione scolastica, *Numbers and Algebra, Geometry and Measurement,* e *Statistics and Probability*, nella giustapposizione dei termini Geometria e Misura all'interno della stessa area di contenuto se, da un lato, può sembrare che enfatizzi il legame della geometria con gli aspetti di praticità, sottolinea, dall'altro, una marginalizzazione degli aspetti teorici del pensiero geometrico non associato ai dati numerici.

Per concludere, come è stato portato all'attenzione in riferimento all'integrazione dei materiali e degli strumenti manipolativi nella prassi didattica (Moyer, 2001; Carbonneau & Marley, 2013; Marley & Carbonneau, 2014), la ragione della proposta disomogenea di una certa strategia didattica può derivare dalla mancanza di indicazioni precise che si traducano dai risultati della ricerca alla pratica. Da questo punto di vista, l'apprendimento *enattivo* ed *embodied* non è mai stato al centro del nesso teoria-pratica in Australia. In effetti, attività come quelle raccolte nei volumi MCTP erano esempi di buone pratiche, ma al di là di questa vaga argomentazione non sono state apportate indicazioni specifiche che lo giustificassero. Allo stesso tempo, i riferimenti nelle politiche educative sono stati spesso generici e non hanno fornito informazioni sulle modalità di attuazione nella pratica educativa.

Prima di passare alla descrizione del contesto italiano, vogliamo sottolineare che, nella nostra ricerca, abbiamo fatto riferimento alla versione 8.4 del curricolo australiano (ACARA, 2020), poiché quella appena approvata (cioè la versione 9.0) non era in uso durante la ricerca. Tuttavia commentiamo brevemente, di seguito, alcune modifiche rilevanti che caratterizzano l'ultima stesura delle indicazioni curricolari concernenti dei cambiamenti potenzialmente pertinenti con la realizzazione delle attività ABM.

L'ultima revisione non solo ha introdotto una diversa organizzazione nelle aree di contenuto, sostituendo, ad esempio, il dominio *Geometry and Measurement* (Geometria e Misura) nelle due aree *Space* (Spazio) e *Measurement* (Misura), ma anche nel fare riferimento in modo più esplicito al coinvolgimento attivo e creativo degli studenti:

> Mathematics provides opportunities for students to apply their mathematical understanding creatively and efficiently. It enables teachers to help students become self-motivated, confident learners through practice, inquiry, and active participation in relevant and challenging experiences. (ACARA, 2022)

Si fa inoltre esplicito riferimento[35], ad esempio, nella sezione *Probability* (Probabilità) all'apprendimento basato sulla sperimentazione attraverso l'esplorazione e il gioco, in riferimento ai gradi scolastici inferiori, "experimentation through exploration and play-based learning in the early years", come anche, nella sezione *Space,* alla capacità di gestire molteplici rappresentazioni che consentono la manipolazione e l'analisi di forme e oggetti attraverso la percezione e l'azione, "the

[35]https://v9.australiancurriculum.edu.au/teacher-resources/understand-this-learning-area/mathematics#accordion-b499bacc02-item-79eac682e3 (consultato il 25/10/2022)

ability to make pictures, diagrams, maps, projections, networks, models and graphics that enable the manipulation and analysis of shapes and objects through actions and the senses". Inoltre, all'interno del curricolo, un'attenzione specifica è rivolta all'uso dinamico degli strumenti digitali per la manipolazione virtuale, e vi sono anche riferimenti generali all'esperire i concetti matematici utilizzando metodi multisensoriali per stimolare le capacità di pensiero, "experience with mathematical concepts using multisensory methods to stimulate thinking skills", e l'utilizzo di oggetti quotidiani per rappresentare e risolvere problemi matematici al fine di soddisfare le esigenze di un maggiore numero di studenti "access to familiar objects to represent and solve mathematical problems".

Se, per certi versi, quindi, alcune modifiche del curricolo sembrano andare nella direzione di ridimensionare ancora il ruolo, ad esempio, della geometria nell'insegnamento della matematica, polarizzando ancora di più una cultura dell'insegnamento che non ha mai abbracciato profondamente la componente teorica, oltre che storica, di questa disciplina, parallelamente, sembra invece prendere spazio la proposta di attività che coinvolgono gli studenti nell'esplorazione della matematica, anche attraverso il corpo e il movimento, sia con strumenti tecnologici che della vita quotidiana.

2.1.3. I due Paesi nelle indagini internazionali

Procederemo adesso a descrivere i due contesti investigati a partire dai risultati che hanno ottenuto nelle indagini internazionali. Prima di procedere nella descrizione, vogliamo sottolineare limiti e potenzialità del fornire una presentazione del contesto attraverso i risultati delle indagini internazionali.

Come viene messo in luce nel report di *Eurydice*, *Increasing achievement and motivation in mathematics and science learning in schools* (EACEA, 2022), le indagini comparative internazionali presentano dei limiti evidenti. Esse sono infatti in grado di raccogliere solamente alcuni dei risultati prodotti dai sistemi educativi e, poiché sono progettate per essere indagini comparative, non possono tenere conto delle specificità legate alla cultura matematica e dell'insegnamento della matematica che caratterizza i singoli paesi. Anche la comparabilità potrebbe, in effetti, essere problematica, soprattutto se le differenze sociali, culturali ed economiche e i sistemi educativi dei paesi investigati sono considerevoli (Gori & Marin, 2012). In particolare, le indagini tengono conto solamente degli studenti che frequentano la scuola, escludendo perciò coloro che l'hanno abbandonata precocemente. Inoltre, riguardo alla misurazione delle competenze (ad esempio, nelle indagini dell'OECD), anche gli atteggiamenti degli studenti di fronte a prove standardizzate potrebbero essere differenti nei diversi paesi (Schnepf, 2018). Tuttavia, proprio perché sono progettate per essere comparabili (sia in termini di campionamento che di contenuto), rappresentano l'opzione più valida per effettuare confronti tra molti paesi ma anche, essendo effettuate ad intervalli regolari, per evidenziare trend di evoluzione nel tempo dei singoli.

Dobbiamo anche tenere conto che l'impatto che queste indagini hanno sulla formulazione di politiche educative nazionali è, anch'esso, molto vario all'interno dei diversi contesti.

Nella descrizione che abbiamo effettuato del contesto australiano, abbiamo riportato uno studio comparativo che l'ACARA, l'istituzione che si occupa di progettare, monitorare e valutare le direttive curricolari australiane, che ha per oggetto il curricolo australiano e quello di Singapore (capolista nelle indagini internazionali dell'OECD e della IEA). Questo, ad esempio, mette in evidenza come le politiche educative nazionali australiane siano piuttosto condizionate dai risultati delle indagini internazionali. Una tale inclinazione, tra le altre cose, può essere dovuta al fatto che gli obiettivi e gli standard curricolari della nazione australiana e delle indagini internazionali, come il PISA, sono piuttosto allineati, "Curriculum standards and goals already aligned with PISA competencies, so no pressure for change exists” (Breakspear, 2012, p.23), e che, dunque, i risultati di queste investigazioni vengono percepiti come un utile strumento di rilevazione per informare la progettazione e la modifica delle politiche educative interne.

Piuttosto diversa si presenta invece la situazione italiana. L’Italia è infatti poco incline a condizionare le politiche educative in dipendenza dei risultati delle indagini internazionali, nonostante questi, peraltro, non siano particolarmente positivi: “a large group of countries that perform below or at the OECD average, including Italy, Indonesia and France, indicated very little policy change in response to PISA” (Breakspear, 2012, p.12). Tuttavia, per la valutazione del sistema scolastico nazionale, l’Italia si serve delle indagini nazionali INVALSI, che per la loro progettazione tengono conto della struttura e del framework delle indagini internazionali: “The frameworks used as a basis for national assessments are specifically modelled on PISA and other international survey frameworks” (p.12). Per di più, i risultati ottenuti nelle indagini internazionali informano le politiche europee, infatti vengono analizzati all’interno, ad esempio, delle indagini *Eurydice*, come abbiamo illustrato nel paragrafo precedente in riferimento al report EACEA (2022), che a sua volta influenzano le direzioni nazionali.

Quindi, in modo più o meno diretto, le indagini internazionali informano e influenzano le scelte, a livello di politiche educative, nei due contesti.

Concludiamo dicendo che, in entrambi i contesi, quello italiano e quello australiano vengono effettuate anche delle indagini nazionali standardizzate, che hanno carattere censuario e non campionario a differenza delle indagini internazionali che presenteremo, e che vengono utilizzate da parte degli stati come strumento di valutazione del sistema scolastico, oltre ad essere informative per la ricerca e gli sviluppatori delle politiche educative. In Australia sono presenti le indagini NAPLAN[36] (*National Assessment Program)*, condotte nel grado III, V, VII, IX con cadenza annuale. Inoltre, l’ACARA (acronimo di *Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority*), che è l’ente preposto alla valutazione e il monitoraggio del sistema scolastico australiano e dell’implementazione del curricolo, emette dei report annuali che descrivono lo stato del sistema scolastico australiano, tra cui l’ultimo redatto è il *National Report on Schooling in Australia 2020*[37]*.* In Italia, invece, questo compito è affidato all’INVALSI[38], l’Ente di ricerca preposto a gestire il Sistema Nazionale di Valutazione del sistema di istruzione e di formazione. L’INVALSI promuove delle prove nazionali con cadenza annuale a partire dall’anno scolastico 2005-2006, che sono rivolte a tutti gli alunni di II e V primaria, I secondaria di primo grado e II secondaria di secondo grado.

Sebbene affidarsi ai risultati raccolti in queste indagini nazionali potrebbe portarci a prendere maggiormente in considerazione le caratteristiche specifiche dei contesti, tuttavia, proprio perché la nostra ricerca è progettata e sviluppata con strumenti che si presentano “a ponte” tra i due stati, abbiamo preferito fornire una descrizione in ottica comparativa e, dunque, servendosi dei risultati delle indagini internazionali.

2.1.3.1 L’indagine TIMSS

L’indagine TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) è una ricerca internazionale promossa dalla IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Assessment*) e rileva l’apprendimento degli studenti in matematica e scienze in 64 paesi (nell’ultima rilevazione, che risale al 2019[39]). Le rilevazioni, che si tengono ogni 4 anni a partire dal 1995,

[36] https://nap.edu.au/ (consultato il 25/10/2022)

[37] https://acara.edu.au/reporting/national-report-on-schooling-in-australia (consultato il 25/10/2022)

[38] https://www.invalsi.it/invalsi/index.php (consultato il 25/10/2022)

[39] IEA (2017). TIMSS 2019 Mathematics Framework, http://timss2019.org/wp-content/ uploads/frameworks/T19-Assessment-Frameworks-Chapter-1.pdf (consultato il 25/10/2022)

coinvolgono un campione relativo alla IV classe della scuola primaria (grado IV) e la classe III della scuola secondaria di primo grado, nel sistema italiano, e della *secondary (middle) school* in Australia (grado VIII), proponendosi di monitorare l'implementazione dei curricoli scolastici all'interno dei singoli Paesi. In particolare, l'indagine mira a comparare gli apprendimenti degli studenti, tenendo conto delle differenze dei sistemi scolastici di Paesi differenti, individuando punti di forza e debolezza dei rispettivi sistemi educativi, misurare i cambiamenti nel tempo interni ai singoli Paesi, identificare quei fattori (ad esempio, le variabili di sfondo di tipo socio-economico e culturale, i curricoli, le strategie-didattiche) mettendo in luce le differenze nei sistemi d'istruzione nei differenti paesi partecipanti.

Per quanto concerne la matematica, l'indagine presenta tre domini di contenuto (Numero 50%, Figure geometriche e misure 30%, Rappresentazione dei dati 20%) e tre domini cognitivi (Conoscenza 40%, Applicazione 40%, Ragionamento 20%).

2.1.3.1.1 Le indicazioni rispetto alla primaria (grado IV)

Relativamente alla rilevazione effettuata nella quarta primaria, nel 2019, il ranking delle prestazioni medie nell'area matematica vede come capolista Singapore (con un punteggio medio di 625) e presenta un punteggio medio relativo a tutti i paesi partecipanti di 500: l'Australia e l'Italia si presentano di poco, ma significativamente, sopra la media, con un punteggio medio rispettivamente di 516 e 515. In Italia, la distribuzione mostra che Sud e Isole presentano una media significativamente inferiore a quella nazionale, mentre Nord e Centro complessivamente sono in linea.

Per quanto riguarda i domini di contenuto, il dominio Numero risulta essere un punto di forza per circa la metà dei paesi, sono invece di più i paesi che hanno come punto di debolezza l'ambito geometrico e, ancora in numero maggiore, nel terzo dominio di contenuto.

In Italia, il dominio Numeri rappresenta un punto di forza (7 punti in più rispetto alla scala complessiva dell'abilità matematica raggiunta nel paese), gli studenti hanno dunque maggiore familiarità a rispondere a domande in questa aerea di contenuto; sono invece più deboli nelle domande che riguardano l'area Figure geometriche e misure (5 punti sotto la scala totale) e, soprattutto, nell'ambito Rappresentazione dei dati, quindi, ad esempio, in probabilità e statistica (17 punto sotto).

Im Australia, invece, la situazione si presenta all'opposto: l'ambito di Rappresentazione dei dati è un punto di grande forza (+18 rispetto alle abilità complessive), mentre l'ambito Numeri è l'area in cui gli studenti hanno raccolto punteggi inferiori (-10 rispetto alle abilità complessive).

Per quanto riguarda i domini cognitivi, gli studenti italiani hanno un grado di conoscenza dei concetti matematici essenziali e delle caratteristiche del pensiero matematico che non si discosta significativamente dalle loro abilità matematiche complessive, mentre sono mediamente un po' più bravi nell'applicazione di queste conoscenze e hanno invece una difficoltà nel dominio ragionamento abbastanza marcata (11 punti sotto la scala totale), diffusa in tutto il territorio nazionale.

Per gli studenti australiani, il punto di forza è rappresentato dall'area del Ragionamento (+6 rispetto alle abilità complessive), mentre la conoscenza è la componente più debole(-7 rispetto alle abilità complessive) e hanno, invece, risultati nella media nel dominio Applicazione.

L'indagine TIMSS individua livelli di rendimento e va a valutare le percentuali di studenti che rientrano in ogni livello: *Livello avanzato*, "gli studenti sono in grado di applicare la comprensione e le conoscenze in una varietà di situazioni relativamente complesse e di spiegare il proprio ragionamento", *Livello alto,* gli studenti "sono in grado di applicare le conoscenze al fine di risolvere problemi", *Livello intermedio,* gli studenti "sono in grado di applicare la conoscenza matematica in situazioni semplici."*, Livello basso,* gli alunni *"*possiedono solo conoscenze matematiche di base" (Rapporto IEA TIMSS INVALSI, p.37)

In Italia, gli studenti che hanno raggiunto il livello avanzato sono intorno al 4% (sotto la media internazionale del 7%) mentre, in Australia, sono in percentuale maggiore rispetto alla media TIMSS, intorno al 10%, ben lontano però dalla capolista Singapore che registra un 54%. Riguardo agli studenti italiani, il livello alto viene raggiunto dal 30% (poco al di sotto della media 34%), il livello intermedio si presenta sopra la media (73% sopra il 71% della media TIMSS) come anche il livello basso (95% contro il 92% della media TIMSS). Le distribuzioni nei livelli mostrano differenze notevoli nel territorio, soprattutto riguardo ai livelli alti: mentre nel Nord Est il livello alto è raggiunto da uno studente su 3, nel Sud e nelle Isole da uno su 5.

L'Australia, presenta invece il 70% degli studenti che hanno raggiunto il *National Proficient Standard* (NPS), ovvero hanno raggiunto almeno il livello intermedio, mentre il 10% di studenti è al di sotto del livello basso. Anche in questo paese la distribuzione dei risultati nel territorio mostra delle distanze nei punteggi ottenuti. In particolare, il Northen Territory ha ottenuto la media più bassa nei punteggi (461) con una percentuale di *low performers* del 28% e solo il 46% degli studenti che ha superato l'NPS, mentre l'Australian Capital Territory la più alta (540) con l'80% degli studenti che hanno raggiunto l'NPS e con il territorio del Queensland che si trova a metà tra le due (con un punteggio di 508). Inoltre, possiamo riscontrare una media dei risultati più alta nelle città metropolitane che nelle località più remote, così come la presenza di *high performer*; al contrario, vi è maggiore presenza di studenti che non raggiungono neanche il livello più basso nelle grandi città. Anche i livelli socio-culturali, come il numero di libri presenti in casa, sono associati a drastiche differenze nelle performance (Thompson et al., 2020).

Guardando il trend delle indagini nel tempo, possiamo concludere che in Italia i risultati sono in media migliorati, restringendo inoltre l'intervallo delle distribuzioni rispetto ai vari livelli. Già nel 2011, la performance degli studenti in Italia si presentava al di sopra della media TIMSS e migliore che al termine della secondaria di primo grado, ma nel tempo ha continuato a presentare percentuali piuttosto basse (spesso inferiori ai risultati dei Paesi UE o che partecipano anche alle indagini OCSE) di studenti che non raggiungono il livello minimo, mentre, dall'altro lato, i livelli elevati sono risultati sempre più scarsamente rappresentati. Ne possiamo quindi dedurre che sono soprattutto gli studenti dei livelli più bassi ad avere innalzato i propri risultati, avvicinandosi ai risultati degli studenti "più bravi", mentre il livello alto si è invece leggermente abbassato. Il trend non mostra significativi cambiamenti nella distribuzione a livello territoriale, registrando, senza discontinuità, risultati peggiori nel Meridione rispetto al resto dell'Italia.

In Australia, il trend dalle prime indagini condotte (1995) ha subito un buon miglioramento (21 punti percentuali), soprattutto fino alle indagini del 2007. Rispetto alle ultime due indagini (2015 e 2019) non mostra, invece, un incremento significativo nei punteggi in riferimento al grado IV e, anzi, mostra un peggioramento nell'area di contenuto Geometria e misura di 11 punti.

Rispetto alle differenze di genere registrate, tale diseguaglianza affligge gran parte dei paesi che hanno partecipato all'indagine (27 paesi non mostrano differenza di genere, 27 presentano differenze in favore dei maschi, 4 in favore delle femmine), in modo forte i paesi europei ma anche l'Australia, ad esempio, dove la differenza tra le medie a favore dei maschi risulta di 10 punti. Tale differenza è soprattutto negli studenti che raggiungono il livello avanzato (4 punti percentuali in più rispetto alle ragazze).

In Italia, la situazione si presenta molto peggiore: gli studenti maschi hanno ottenuto mediamente 12 punti in più sulla scala rispetto alle studentesse femmine (una media di 521 contro 509 delle studentesse). Possiamo però dire che la situazione sta migliorando: tale differenza è più contenuta rispetto a quella registrata nel 2015, che era di 20 punti sulla media; nel territorio, il solo che non ha diminuito la differenza di genere rispetto alla precedente rilevazione è il Centro.

2.1.3.1.2 Le indicazioni rispetto alla secondaria (Grado VIII)

Per il grado VIII le aree di contenuto sono Geometria (20%), Numero (30%), Algebra (30%), Dati e Probabilità (20%). Tra i domini cognitivi troviamo sempre Conoscenza (35%), Applicazione (40%) e Ragionamento (25%).

In Italia, nel grado VIII, l'abilità matematica è in media simile a quella degli altri studenti a livello internazionale (497 punti, con una media internazionale di 500) con risultati migliori nel Nord, mostrando però di avere pochi studenti (il 3%, contro la media internazionale del 5%, e Singapore al 51%) che si collocano a un livello Avanzato, mentre il dato del livello alto è in linea e il livello intermedio, sebbene sia sopra la media internazionale (56%), è raggiunto solamente dal 62% degli studenti. Tra gli ambiti di contenuto, la Geometria risulta essere un punto di forza (12 punti in più rispetto la scala della abilità generali), Numeri e Rappresentazione dei dati sono nella media, mentre nell'Algebra riscontriamo una debolezza (7 punti sotto la scala delle abilità generali). Tra gli ambiti cognitivi, la conoscenza (funzioni di ricordo, riconoscimento e recupero, abilità di classificare e misurare) sembra essere un punto debole (5 punti sotto la scala generale), il dominio applicazione risulta nella media, mentre il dominio ragionamento (analisi, valutazione, giustificazione) è invece risultato un punto di forza (+7 punti).

L'Australia presenta un punteggio medio pari a 517 punti (17 punti sopra la media TIMSS internazionale). Presenta, nel grado VIII, l'11% degli studenti nel livello avanzato e il 10% di studenti che sono *low performes,* ovvero che hanno un punteggio al di sotto del livello basso, mentre il 68% ha raggiunto l'NPS (ovvero ha raggiunto almeno il livello intermedio). Riguardo agli ambiti di contenuto, per gli studenti di grado VIII, risultano essere punti di forza l'ambito Numeri (+4 rispetto alla media delle abilità complessive in matematica) e, soprattutto, Dati e Probabilità (+15), mentre Algebra e Geometria sono due aree in cui gli studenti presentano debolezze (rispettivamente -16 e -4 rispetto alla media delle abilità complessive), ancora una volta in opposizione al dato italiano. Nei riguardi dei domini cognitivi, gli studenti risultano sopra la media delle abilità complessive nel dominio Applicazione (+4), ma con risultati peggiori per quanto riguarda la conoscenza (-7) e il ragionamento (-3).

La distribuzione dei risultati nel territorio mostra delle distanze inferiori rispetto al grado IV nei punteggi ottenuti. In particolare, il Northen Territory si conferma lo stato con la media più bassa nei punteggi (464), con una percentuali di *low performers* del 24% e solo il 45% degli studenti che ha superato l'NPS, mentre l'Australian Capital Territory la più alta (534), con il 72% degli studenti che hanno raggiunto l'NPS e il territorio del Queensland che si trova a metà tra le due (con un punteggio di 507). Inoltre, sia le medie dei risultati che il numero di *high performers* sono maggiori nei territori cittadini piuttosto che nelle aree rurali e più remote, ma, differentemente dalla situazione per il grado IV, è anche minore il numero di *low performer.* Le componenti socio-culturali, come il numero di libri presenti in casa, sono meno ampie rispetto al grado IV, anche se ancora significative (Thompson et al., 2020).

Guardando il trend nel tempo, i risultati italiani sembrano evolvere positivamente nel tempo, sebbene dopo i 2011 i risultati per questo grado si sono pressoché stabilizzati. Il dominio Algebra risulta aver subito un miglioramento nel tempo, mentre, per gli altri, non notiamo una sostanziale differenza rispetto agli ultimi cicli.

In Australia, il trend dall'inizio delle indagini ad oggi in matematica, rispetto a questo grado, non ha subito variazioni significative, se non un incremento nelle percentuali degli *high achievers.* Rispetto però alle ultime rilevazioni del 2015, c'è stato un innalzamento della performance media in matematica di 12 punti, soprattutto aumentando del 5% gli studenti che raggiungono il livello avanzato, che ha riguardato tutti gli ambiti di contenuto (ambito Numeri +10, ambito Algebra +11, ambito Geometria +13, ambito Dati e probabilità +14) e, in modo particolare, il dominio cognitivo dell'Applicazione.

Per quanto riguarda le differenze di genere rispetto a questo grado, la situazione internazionale vede 26 paesi nei quali non si registrano sostanziali differenze fra maschi e femmine, 6 in cui la disparità è a favore degli studenti maschi e 7 in cui è a favore delle femmine. In Italia vi è una differenza di genere tra maschi e femmine nella scala totale delle abilità matematiche di 7 punti (504 i maschi, 491 le femmine) e si presenta come seconda per *gender gap* nella scala internazionale, sotto solamente all'Ungheria. I domini dove i ragazzi vanno meglio delle ragazze sono le aree Numero e Dati e probabilità, mentre non ci sono differenze in Algebra e Geometria. Per quanto riguarda l'Australia, non c'è una differenza significativa nella media dei risultati tra maschi e femmine per questo grado, anche se, tuttavia, tra gli studenti che raggiungono il grado avanzato la percentuale è più alta di un 3% nei maschi.

2.1.3.2 L'indagine OCSE-PISA

L'indagine OCSE-PISA (*Programme for International Student Assessment*), promossa dall'OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*), ha l'obiettivo di misurare le competenze degli studenti quindicenni in Matematica, Scienze, Lettura e Problem Solving. L'indagine misura il rendimento degli studenti, in Livelli che vanno da 1 a 6, in più di 80 paesi.

2.1.3.2.1. Le competenze matematiche degli studenti

Ogni rilevazione, avvenuta ogni 3 anni a partire dal 2000, approfondisce un dominio principale; in particolare, la Matematica e il Problem Solving hanno caratterizzato l'indagine del 2012. In quell'indagine, l'Italia presentava risultati inferiori alla media OCSE, seppure si era notato un innalzamento rispetto alle rilevazioni degli anni precedenti (2006 e 2009). Nella rilevazione, sono stati registrati ampi divari territoriali: il Nord si presentava sopra la media nazionale, il Centro nella media nazionale, il Mezzogiorno al di sotto. L'ultima rilevazione risale al 2018 e gli studenti, in Italia, hanno mostrato risultati in linea con la media OCSE in matematica (inferiori invece in lettura e scienze), confermando un andamento stabile dal 2006. In particolare, il 76% degli studenti (di 2 punti inferiore alla media OCSE) hanno raggiunto il Livello 2 (livello base di competenza matematica) ovvero riconoscono e forniscono interpretazioni rispetto a una situazione semplice che può essere rappresentata matematicamente, senza che vengano fornite istruzioni dirette. Risulta di un punto percentuale inferiore alla media OCSE (11%), invece, il numero di studenti che hanno raggiunto il Livello 5 (livelli di eccellenza), ovvero che sanno modellizzare situazioni considerate complesse e selezionare e confrontare le opportune strategie di *problem-solving* per affrontarle. La percentuale di *low performer* (che non raggiungono il livello 2), in Italia, come anche nei paesi OCSE, è del 20%: con il doppio degli studenti appartenenti a questa fascia nel sud Italia (30%) rispetto al nord Italia (15%). In particolare, rispetto alle differenti tipologie di scuole secondarie di secondo grado, abbiamo le seguenti distribuzioni: un 11% di *low performer* e un 15% di *top performer* (che raggiungono almeno il livello 5) nei Licei, un 23% di *low performer* e un 6% di *top performer* nei Tecnici, un 50% di *low performer* e meno del 2% di *top performer* nei Corsi di Formazione Professionale, un 57% di *low performer* e meno dell'1% di *top performer* negli Istituti Professionali.

Anche gli Australiani hanno un rendimento medio che non si discosta dalla media OCSE, di 491 punti. Le distribuzioni interne sono simili a quelle italiane: tra gli studenti australiani, il 78% raggiunge almeno un Livello 2, mentre il 10% raggiunge il Livello 5 o più.

Guardando il trend nel tempo, in riferimento ai rendimenti, in Italia osserviamo un miglioramento del punteggio medio tra la rilevazione del 2006 a quella del 2009, che si è poi più o meno assestata intorno allo stesso valore. In Australia, invece, la performance nelle indagini è in declino sin dalla prima partecipazione all'indagine PISA del 2003, abbassando in modo uniforme per tutta la distribuzione degli studenti; inoltre, si è abbassata anche per gli ambiti lettura e scienze. Dal 2012 anche la percentuale di studenti che raggiunge il Livello 5 e 6 ha avuto un'inflessione, mentre gli studenti con più basso rendimento sono diminuiti.

I livelli di rendimento in matematica sono fortemente associati allo status socio-economico per tutti i paesi che partecipano al PISA, così come per le in Scienze. Sia in Australia che in Italia, il peso delle differenze socio-economiche sulla carriera scolastica si fa sentire. La differenza tra gli studenti che raggiungono i livelli più alti nelle performance è, in entrambi i paesi, dell'11% a favore degli studenti avvantaggiati socio-economicamente, uno scarto comunque inferiore alla media dei paesi OCSE (14%). In entrambi i paesi, ma particolarmente in Italia, tra gli studenti ad alto rendimento troviamo aspettative inferiori a quelle che ci si potrebbero aspettare sulla base dei rendimenti, soprattutto in presenza di situazioni socio-economicamente svantaggiate. Ad esempio, nei confronti del completamento degli studi terziari, tra gli studenti italiani che hanno un alto rendimento, il 60%, di coloro che hanno difficoltà socio-economiche si aspettano di completare l'istruzione terziaria, mentre tra coloro che hanno situazioni socio-economicamente avvantaggiate, la percentuale sale all'88%. La situazione è leggermente migliore in Australia, dove quasi tutti gli studenti che raggiungono livelli alti di rendimento e hanno condizioni socio-economiche vantaggiose pensano di completare gli studi terziari (il 90%), mentre, tra coloro che hanno uno status socio economico più svantaggiato, solamente il 75% dei cosiddetti *high performers* ha questa ambizione.

Un altro fattore che influisce sulle aspettative di carriera in Italia sono le differenze di genere: tra gli studenti ad alto rendimento in matematica e scienze, circa il 25% dei ragazzi si aspetta che all'età di 30 anni lavorerà come ingegnere o professionista scientifico e circa l'11% in professioni sanitarie, mentre solo 12,5% delle ragazze pensa che lavorerà come professionista scientifico contro il 25% che si immagina a lavorare in professioni sanitarie.

Inoltre, in Italia, il divario di genere nei risultati in matematica è di 16 punti a favore dei ragazzi, ben undici punti in più rispetto al divario medio dei paesi OCSE, a differenza di quanto succede per la lettura, come anche per le scienze. Peraltro, le differenze si registrano soprattutto nel Nord e nei Licei e gli Istituti Tecnici, ovvero dove in media i livelli raggiunti sono migliori. In Australia la situazione è molto più equilibrata: i ragazzi hanno rendimenti in media migliori di 6 punti sulle studentesse (soltanto un punto di scostamento dalla media OCSE). Tra gli studenti maschi, circa il 33% di quelli che hanno buoni risultati si aspetta che lavorerà come professionista scientifico o ingegnere, mentre soltanto un 20% delle ragazze, uno squilibrio comunque non paragonabile a quello italiano.

Riguardo al clima di classe, dal punto di vista disciplinare, sembra che in Italia la didattica sia fortemente compromessa dalla cattiva condotta e dalla rumorosità degli studenti, e in parte anche in Australia. Per un 70%, gli studenti italiani percepiscono che il docente ha piacere nell'effettuare la lezione, e questa percentuale sale all'82% nel contesto australiano. Il 48% degli studenti italiani ha indicato di collaborare con i compagni, mentre il 38% di essere in competizione con i pari (contro una media OCSE relativamente del 62% e del 50%), e il 12% che ha dichiarato di sentirsi abbastanza o molto solo a scuola (media OCSE del 16%). In Australia, se il 64% degli studenti (quindi poco sopra la media OCSE) sottolinea che c'è un clima collaborativo con i compagni, la stessa percentuale indica che c'è competizione tra gli studenti (una percentuale 14 punti maggiore rispetto alla media OCSE). Peraltro, gli studenti australiani hanno più paura del fallimento, soprattutto le ragazze.

2.1.3.2.2. I contesti a confronto

Descrivendo i contesti e i divari tra i contesi scolastici, dalle rilevazioni condotte con i dirigenti è emerso che, sia in Italia che in Australia, vi è una carenza di personale e materiale a disposizione della scuola, che viene manifestata in modo superiore alla media OCSE. Però, mentre in Italia non è presente una differenza significativa tra scuole avvantaggiate o svantaggiate socio-economicamente, invece, in territorio australiano, vi è una discrepanza a seconda delle condizioni di stampo socio-economico. Le differenze tra scuole, sembrano in genere interessare in modo minore l'Italia, dove, ad esempio, la carenza di personale docente, in particolare, è presente in scuole svantaggiate in modo maggiore, interessando soltanto un 9% in più degli studenti iscritti a queste scuole rispetto a quelli iscritti in scuole avvantaggiate (comunque, all'interno di questo gruppo di scuole, il 18% degli studenti risentono di questo fenomeno). Anche la presenza di insegnanti con almeno una laurea e l'abilitazione all'insegnamento non risente dei condizionamenti socio-economici della scuola, oscillando tra l'80% e l'84%. Invece, in Australia, il fenomeno della mancanza di personale docente interessa il 34% degli studenti che vanno in scuole svantaggiate, contro il 3% di coloro che vanno in scuole avvantaggiate. Inoltre, sebbene non ci sia una differenza statisticamente significativa nella percentuale di insegnanti con almeno una laurea, tra scuole avvantaggiate o svantaggiate (che si aggira tra il 97% e il 99%), vi è invece differenza se osserviamo la presenza di docenti che hanno effettuato una laurea magistrale (*master degree*).

Infine, presentiamo un dato relativo alla multiculturalità presente nelle classi. Nel 2018, il 10% degli studenti italiani aveva un background migratorio e quasi la metà di loro si trovano nella fascia maggiormente socio-svantaggiata. Gli immigrati in Australia sono una percentuale ben maggiore, il 28% del totale degli studenti australiani, che rappresentano il 5% in più rispetto al dato del 2009, e il 20% di loro è in condizioni socio-economiche svantaggiate.

Per analizzare le pratiche didattiche degli insegnanti, invece, viene preso maggiormente in considerazione il questionario rivolto agli studenti rispetto a quello rivolto agli insegnanti, perché si ritiene che riporti un dato che si presenta come più attinente all'effettiva ampiezza della realizzazione (Scippo et al., 2020).

In particolare, PISA 2015 distingue tra quattro approcci didattici, non mutualmente esclusivi, e che, anzi, si presentano spesso combinati tra loro: l'istruzione diretta dall'insegnante (*teacher-directed*), che prevede spiegazioni dell'insegnante, domande agli studenti e discussioni orchestrate dal docente; l'istruzione basata su riscontri percepiti (*perceived feedback*), che prevede pratiche di restituzione agli studenti, per renderli consapevoli del loro processo di apprendimento; l'istruzione flessibile (*adaptive instruction*), ovvero un approccio di adattamento delle pratiche didattiche alle esigenze della classe; e, infine, l'istruzione basata sull'indagine (*enquiry-based*), che prevede un coinvolgimento degli studenti in attività pratiche e di sperimentazione per comprendere i significati della disciplina (OECD, 2016, pp. 62-69). Possiamo osservare che i risultati del test mostrano un'associazione negativa tra la frequenza di pratiche basate sui riscontri percepiti o sull'indagine e i punteggi ottenuti dagli studenti nelle prove, mentre troviamo un'associazione positiva di questi tipi d'istruzione rispetto a convinzioni epistemologiche migliori e a maggiori aspettative di lavorare in ambito scientifico. Invece, la frequenza dell'impiego di pratiche d'istruzione diretta dall'insegnante sono positivamente associate a punteggi più alti nei test. L'indagine sembra perciò suggerire che proporre un mix di approcci didattici possa essere il modo migliore per ottenere risultati positivi rispetto alle tre variabili di risultato osservate (punteggi nelle prove, convinzioni epistemologiche e aspettative in ambito scientifico) (Scippo et al., 2020).

Guardando come si presenta l'Italia rispetto alla proposta variabile di questi approcci, il nostro paese presenta un indice di frequenza maggiore della media OCSE solo in riferimento all'approccio didattico del riscontro percepito, mentre più basso rispetto a tutte le altre dimensioni e in maniera sostanziale per *l'enquiry-based,* come avremo modo di osservare anche presentando le indagini TALIS 2018.

2.1.3.3. Le indagini TALIS

L'indagine TALIS (*Teaching And Learning International Survey*), promossa anch'essa dall'OECD, esamina alcuni aspetti, ritenuti determinanti, dell'attività professionale degli insegnanti: gli orientamenti pedagogici, le pratiche didattiche e il grado di interazione all'interno della scuola con i colleghi e la dirigenza scolastica. L'indagine TALIS si rivolge a docenti e dirigenti del *level 2 - International Standard Classification of Education* ISCED-97, ovvero agli insegnanti della scuola secondaria di primo grado in Italia e della *secondary school* nel sistema scolastico australiano, distinguendo gli insegnanti delle STEM dagli altri. La prima indagine è stata effettuata nel 2008 (in 24 paesi), la seconda nel 2013 (33 paesi) e l'ultima nel 2018 (in 45 paesi). Il focus e i quesiti nelle indagini TALIS nei diversi anni non sono i medesimi, perciò faremo riferimento a indagini di anni diversi durante questa presentazione.

2.1.3.3.1. Generalità, formazione e sviluppo professionale dei docenti

Come viene messo in luce nelle note pubblicate sul sito INVALSI dell'OECD[40], l'Italia è il paese che più si discosta dalla media TALIS internazionale per la percentuale di insegnanti che ha ricevuto insegnamenti sui contenuti disciplinari, pedagogici e sulle pratiche di classe nella formazione iniziale (64% contro il 79% della media TALIS). Le rilevazioni del 2018 hanno messo in luce che, tra gli insegnanti italiani della scuola secondaria di grado I, la media di coloro che hanno avuto, all'interno del loro percorso di istruzione formale, una formazione nei contenuti della disciplina insegnata si aggira intorno al 91,7%, un valore di poco sotto la media TALIS, mentre coloro che hanno avuto una formazione riguardante la conoscenza pedagogica della disciplina insegnata sono il 69% (ben 30 punti percentuali sotto la media TALIS), mentre nella didattica della disciplina insegnata circa l'85% (4 punti sotto la media TALIS), di pedagogia generale il 72% (mentre la media TALIS è 92,5%). Rispetto alla conoscenza dei contenuti disciplinari, riportiamo inoltre un risultato proveniente da un'altra indagine internazionale (OCSE PISA, 2015): l'Italia, tra tutti i paesi partecipanti al PISA 2015 ha la più bassa percentuale di insegnanti di materie scientifiche che hanno una laurea e una specializzazione nella materia insegnata (OECD, 2016, p. 59).

Rimanendo nel territorio italiano, è stato anche evidenziato che soltanto per il 65% degli insegnanti intervistati questa professione è stata la prima scelta (4 punti percentuali sotto la media TALIS). Si conferma peraltro un'anzianità degli insegnanti italiani rispetto alle medie internazionali, come anche una maggiore presenza di donne nell'insegnamento, anche se in matematica questo fenomeno risulta più attutito rispetto ad altre materie. Infatti, la media degli anni di esperienza in Italia è, per il 18%, più alta di circa un anno rispetto alla media TALIS, e l'età media degli insegnanti è di 5 anni maggiore a quella della media TALIS (44 anni). La percentuale di insegnanti donne nelle materie STEM è del 75,6% (inferiore rispetto alla percentuale nelle altre materie: 79,9%). In modo diffuso all'interno di tutti gli ordini e gradi analizzati, sia dalle indagini INVALSI che nelle OCSE PISA, la percentuale di insegnanti maschi in matematica è maggiore rispetto ai docenti che insegnano altre materie (come, ad esempio, italiano).

Riguardo al percorso di formazione, soltanto il 25% degli insegnanti partecipanti all'indagine del 2018 ha affermato di avere atteso una qualche attività di inserimento formale o informale nel momento del reclutamento, contro una media OCSE del 42%. Per di più, le attività di *peer-mentoring* non sono molto sviluppate, solo il 5% degli insegnanti ha un mentore assegnato per un tempo inferiore ai 5 anni (mentre la media TALIS è cinque volte tanto), e solo il 2% per più di 5 anni (e, anche in questo caso, la media TALIS è 4 volte superiore).

Come avevano già messo in luce le indagini TALIS sin dal 2008, viene confermato nel 2018 che gli insegnanti che investono le loro energie nell'effettuare un aggiornamento personale sono al di sotto della media TALIS, ma che coloro che decidono di effettuarlo lo fanno dedicandogli molto tempo. In generale, quello appena sottolineato, sembra essere un fatto abbastanza accentuato all'interno della

[40] https://www.invalsi.it/invalsi/ri/talis/doc/CN_ITA_it_def.pdf

scuola secondaria di secondo grado, come evidenziano Scippo e colleghi (2020) nel seguente passaggio:

> Le evidenze più rilevanti sono che nella scuola secondaria di primo grado, gli insegnanti italiani di discipline STEM seguono meno programmi formali (che rilasciano attestati) e meno conferenze su tema educativo rispetto ai colleghi delle altre discipline e, in generale, sono di meno gli insegnanti che si aggiornano sulle competenze pedagogiche, sulla gestione della classe e sull'inclusione, mentre sono di più quelli che si aggiornano sulle TIC. Nella secondaria di secondo grado gli insegnanti STEM partecipano a più programmi formali (al contrario dei colleghi di primo grado) e a reti di insegnanti per lo sviluppo professionale. (p.40)

Tuttavia, analizzando i risultati di TIMSS e TIMSS *Advanced* 2015, è stato anche evidenziato che "a parità di grado scolastico, la percentuale di insegnanti di matematica che si aggiornano per più ore è più alta rispetto ai colleghi di scienze o fisica" (p.40).

Riguardo ai corsi di formazione che hanno ricevuto, i docenti italiani intervistati nell'indagine TALIS 2018 riconoscono come tipo di attività che hanno avuto maggiore impatto nella propria pratica didattica quelle che hanno offerto loro occasioni per mettere in pratica in classe idee e competenze nuove (86,3%) e sono risultate particolarmente efficaci se si sono incentrate sull'innovazione didattica (per il 74,4% dei docenti, circa 6 punti sopra la media TALIS), se si sono svolte in un ampio arco temporale (per il 62,1 % dei docenti, 20 punti sopra la media TALIS) e se si sono svolte all'interno dell'istituto (47,4%, solo due punti sotto la media TALIS). I docenti descrivono una situazione secondo la quale i colleghi sono aperti al cambiamento, alla sperimentazione di innovazioni didattiche e alla collaborazione con percentuali sotto la media TALIS (di circa 6 punti).

La popolazione degli insegnanti australiani è piuttosto diversa da quella italiana, Innanzitutto essi sono ben più giovani, hanno un'età media di 42 anni, inferiore alla media TALIS (44%) e in diminuzione rispetto a TALIS 2013 (43%). La maggioranza di loro ha un'età compresa tra i 30 e i 49 anni e, in percentuale superiore rispetto alla media dei Paesi OECD, ha un'alta proporzione di insegnanti sotto i trent'anni. Secondariamente, la percentuale di insegnanti donne sono il 62%, ben meno della proporzione italiana.

Rispetto alla formazione, poco più della metà degli insegnanti (52%) non ha una laurea ma ha frequentato un corso specifico per l'insegnamento dopo la scuola superiore, mentre il 48% ha effettuato una laurea triennale in Educazione. Una più alta proporzione, rispetto alla media OECD, di insegnanti australiani indica di avere ricevuto, durante l'immissione in ruolo, un *training* nell'insegnamento che ha previsto anche l'uso delle ICT e affrontato questioni legate alla multiculturalità e al multilinguismo. Tuttavia, gli insegnanti australiani si presentano come meno sicuri della propria formazione disciplinare, pedagogica e nelle competenze di gestione della classe rispetto alla media dei Paesi OECD (70%), con percentuali variabili tra il 60% e poco meno del 70%. A differenza di altri paesi, gli insegnanti ai primi anni non si trovano a lavorare in contesti più svantaggiati rispetto agli altri, tuttavia sono spesso costretti a insegnare in zone più periferiche.

Il 99% degli insegnanti australiani effettua corsi di aggiornamento, e il 92% di loro trova che la formazione in itinere abbia effetti positivi sulla propria pratica didattica, in particolare, se la formazione è stata costruita a partire dalla loro conoscenza pregressa e ha promosso un apprendimento attivo e collaborativo. Principalmente i corsi di formazione si occupano di contenuti curricolari e della conoscenza disciplinare, si presenta invece sotto la media la conoscenza pedagogico disciplinare in riferimento alla materia insegnata. L'ambito in cui i docenti richiedono maggiore formazione è l'insegnamento con studenti con bisogni specifici d'apprendimento (12%), un trend in aumento dalle indagini TALIS del 2013 (del 3%), confermato come esigenza rilevante anche nella media OECD (22%).

2.1.3.3.2 Le pratiche didattiche degli insegnanti

Nelle indagini viene anche investigato se, nella pratica didattica quotidiana, gli insegnanti seguano un insegnamento trasmissivo o di tipo costruttivista. Nelle definizioni che vengono fornite di queste tipologie di didattica, le principali caratteristiche che vengono ricondotte ad un insegnamento di tipo trasmissivo sono le seguenti: l’insegnante mostra il modo corretto per risolvere un problema, la didattica dovrebbe affrontare problemi che abbiano risposte chiare e corrette che il maggiore numero degli studenti può affrontare in tempi rapidi, l’apprendimento degli studenti dipende dalla loro preparazione di base, e è necessario avere una classe tranquilla per un apprendimento efficace. In un insegnamento di tipo costruttivista, invece, il ruolo dell’insegnante è quello di facilitatore, per permettere agli studenti di investigare e trovare soluzioni a problemi da soli (così viene permesso un apprendimento più efficace) e i processi di ragionamento hanno una posizione primaria rispetto al contenuto specifico del curricolo. Riguardo alle convinzioni rispetto all’insegnamento - apprendimento della matematica, i trend del 2008 hanno messo in luce come l’Italia fosse, fra gli stati intervistati, il solo che predilige un insegnamento di tipo trasmissivo rispetto a uno di stampo costruttivista, mostrando in modo chiaro la scarsa disponibilità degli insegnanti italiani rispetto all’innovazione didattica. Tutt’altro si può dire dell’Australia, che si è posizionata tra i primi stati con una convinzione più diffusamente di stampo costruttivista.

Domande specifiche vengono, poi, rivolte ai docenti per indagare come avviene la loro organizzazione dell’attività didattica. In particolare, vengono descritte le seguenti tipologie di attività: attività strutturate, attività *student-oriented*, attività avanzate. Le attività strutturate sono caratterizzate dall’esplicitazione degli obiettivi dell’apprendimento, e si basano sul richiamo delle conoscenze apprese nelle lezioni precedenti, sulla revisione dei compiti svolti a casa, sul controllo della comprensione degli studenti durante le lezioni. Le attività *student-oriented* prevedono invece il lavoro in piccolo gruppo per trovare soluzioni comuni a problemi o compiti proposti, gli studenti contribuiscono alla pianificazione dell’attività, la valutazione tiene conto della partecipazione al lavoro di gruppo ed è prevista anche l’autovalutazione. Le attività avanzate si contraddistinguono per il lavoro su progetti di lunga durata (almeno una settimana) che mirano alla produzione di un prodotto e di una relazione, i risultati della quale verranno poi condivisi.

Gli insegnanti italiani, nelle indagini del 2008, prediligono chiaramente un’attività del primo tipo ; soprattutto, emerge come questo sia particolarmente vero per le materie scientifiche e, in modo specifico, principalmente per la matematica. Anche gli insegnanti australiani intervistati nel 2008 prediligevano attività strutturate, ma con meno distacco rispetto alle altre due tipologie di proposte. Anche in questo paese, come del resto notiamo in un trend generale, l’insegnamento della matematica è particolarmente ostico al cambiamento rispetto ad un insegnamento di stampo tradizionale.

E, ancora riguardo le pratiche didattiche realizzate, ma in riferimento alla più recente indagine TALIS 2018, vengono investigate alcune tra quelle che sono state evidenziate in letteratura come “pratiche efficaci” (*effective practices*), che sono state raggruppate in 4 tipologie di strategie: *classroom management, clarity of instruction, cognitive activation and enhanced activities*.

Dalle indagini condotte nel 2018, emerge che, in Italia, le pratiche di insegnamento vigenti sono piuttosto direttive e gli input provengono prevalentemente dall’insegnante. Ad esempio, troviamo valori sotto la media TALIS per quanto riguarda il lasciare la libertà agli studenti di adottare le proprie strategie risolutive per risolvere problemi complessi, una strategia promossa soltanto dal 43% degli insegnati (due punti sotto la media dei Paesi OECD). Inoltre, è raro che vengano proposti progetti/ricerche di lunga durata da far svolgere agli studenti, o il lavoro in piccoli gruppi per trovare soluzioni condivise ai problemi e ai compiti assegnati. In generale, si presentano come meno diffuse le pratiche che mirano ad una attivazione cognitiva degli studenti, condizione condivisa in tutti i paesi dell'OECD, ma presente in Italia in modo particolarmente significativo.

Mentre si presentano sopra la media TALIS sia la strategia didattica che prevede la somministrazione di esercizi simili, proposti fino a che non si ritiene che tutti gli studenti abbiamo raggiunto un buon grado di comprensione, che anche quella di richiedere una sintesi di argomenti trattati in precedenza, esplicitando il rapporto che li lega ai nuovi argomenti trattati (93% contro una media dei Paesi OECD dll'84%), o anche mostrare l'utilità di quanto appreso introducendo problemi di realtà, ovvero tutte quelle strategie che fanno capo alla chiarezza didattica (*clarity of instruction*). Insieme a queste, sono piuttosto diffuse anche le pratiche volte a migliorare la gestione della classe, come, ad esempio, calmare gli studenti (65%, pari alla media OECD).

Per quanto riguarda le pratiche didattiche promosse dagli insegnanti australiani che hanno preso parte alle indagini TALIS 2018, osserviamo che, rispetto alle strategie volte alla chiarezza didattica, queste sono diffuse sostanzialmente in linea con la media TALIS: il 93% (di 3 punti sopra la media TALIS) spiega agli studenti quello che andranno ad apprendere all'inizio della lezione, l'83% collega i nuovi argomenti con quelli già affrontati, l'82% definisce gli obiettivi a inizio lezione e il 73% contestualizza gli argomenti trattati nella vita reale, il 74% riassume i contenuti già affrontati necessari per la comprensione dei nuovi contenuti proposti e il 67% propone esercizi ripetitivi finché non ritiene che sia stata raggiunta una comprensione sufficiente. Invece, dichiarano di promuove frequentemente pratiche di attivazione cognitiva il 70% degli insegnanti, ben 12 punti percentuali in più rispetto alla media OCSE. Un'eccezione in questo gruppo di strategie è rappresentata dal presentare problemi che non hanno una soluzione ovvia: rispetto a questa dimensione i docenti australiani si attestano 5 punti percentuali sotto la media TALIS (del 34%). Tra quelle che vengono definite strategie di *enhanced activities*, gli australiani, in percentuali sopra la media OCSE, lasciano agli studenti usare le ICT per effettuare dei progetti o lavorare in classe su campi compiti da completare in tempi lunghi (almeno una settimana).

2.1.3.3.3 Le condizioni lavorative

Gli insegnanti italiani individuano come principale criticità la capacità della scuola di ottenere finanziamenti pubblici e fornire le condizioni per poter lavorare al meglio. Soprattutto al secondo grado, vediamo anche riportare come critica la capacità di abbracciare innovazioni didattiche da parte degli insegnanti (Scippo et al., 2020). Riguardo alle condizioni per poter lavorare al meglio, le indagini TALIS 2018 hanno messo in evidenza che il 43,5% dei docenti di scienze ritiene che vi sia una carenza di materiali didattici e infrastrutture che inficia l'offerta didattica; circa il 32% lamenta anche carenza o inadeguatezza del personale assistente. Inoltre, circa il 70% ritiene che sarebbe opportuno investire maggiori risorse per ridurre il numero di alunni per classe, per aumentare il personale docente e aumentare i salari, come anche per migliorare le infrastrutture. Come sottolineano Scippo e colleghi (2020), queste criticità sono state confermate anche da altre indagini internazionali; ad esempio, TIMSS e TIMSS Advanced del 2015 hanno evidenziato che "in tutti i gradi raggiunti dalla rilevazione, i problemi degli spazi di lavoro, delle attrezzature e dei materiali didattici inadeguati sono quelli ritenuti gravi o di una certa rilevanza dagli insegnanti di materie scientifiche" (p.46).

Un ruolo importante è giocato anche dalla cultura dell'ambiente scolastico. Leggiamo nelle note dell'OCSE relative alle indagini TALIS 2018[41]:

> Nel complesso, la stragrande maggioranza degli insegnanti e dei dirigenti scolastici considera i loro colleghi come aperti al cambiamento e le loro scuole come luoghi che hanno la capacità di adottare pratiche innovative. In Italia, il 74% degli insegnanti riferisce inoltre che essi stessi e i loro colleghi si sostengono reciprocamente

[41] https://www.invalsi.it/invalsi/ri/talis/doc/CN_ITA_it_def.pdf (consultato il 25/10/2022)

> nell'attuazione di nuove idee. Si tratta di una percentuale inferiore alla media dei paesi OCSE e delle economie che partecipano a TALIS (78%). (p.2)

Dalle indagini TALIS 2018 emerge quindi che il clima collaborativo e aperto all'innovazione sia inferiore rispetto alla media, seppure si presenti come ampiamente maggioritario tra gli intervistati. Simili informazioni sono anche state raccolte nelle indagini INVALSI 2017, che tuttavia ha approfondito maggiormente la natura della collaborazione alla quale fanno riferimento gli insegnanti. È infatti emerso che più dell'80% degli insegnanti di matematica di tutti i gradi scolastici dichiarano di scambiarsi, da spesso a quasi sempre, opinioni sulla didattica; con percentuali variabili tra il 50% e l'80%, in modo degradane rispetto al grado scolastico, dichiarano di scambiarsi frequentemente informazioni, materiali o prove valutative; infine, scende ancora la percentuale di coloro che dichiarano di effettuare in modo collaborativo la programmazione di unità didattiche, la preparazione di materiali o le prove valutative. In particolare, un trend, che sembra confermato anche delle indagini TIMSS, è la diminuzione delle pratiche collaborative al crescere degli ordini e dei gradi scolastici (Scippo et al., 2020).

Guardando alla soddisfazione nei confronti del lavoro e delle condizioni lavorative, nelle indagini TALIS 2013, gli insegnanti sembrano dichiarare una buona consapevolezza del proprio valore e del valore dell'istruzione, ma, d'altro canto, evidenziano che questo viene scarsamente riconosciuto dalla società. Essi percepiscono inoltre di trovarsi in situazioni penalizzanti: molti, ad esempio, dichiarano di adattarsi a insegnare materie diverse da quelle per cui hanno una preparazione specifica e, come già sottolineato in riferimento alle indagini del 2018, di avere scarse risorse e una carenza di personale amministrativo e di supporto alla didattica.

I principali risultati evidenziati dalle indagini TALIS 2018 rispetto all'Australia mettono in luce che gli insegnanti sono piuttosto soddisfatti del loro lavoro (90%, come la media OECD) e delle loro condizioni di lavoro (78% contro il 66% della media OECD), come, ad esempio, nei riguardi dello stipendio (il 67% contro la media OECD del 39%). In questo Paese, infatti, gli insegnanti intervistati sono risultati piuttosto stabili nelle scuole dove prestano servizio: l'86% di loro ha un contratto permanente (sopra la media OCSE dell'82%) e coloro che hanno un contratto per un tempo minore o uguale ad un anno sono solamente il 10% (2 punti percentuali in meno della media dei Paesi OECD). Hanno anche buone occasioni di mobilità, se le desiderano (25% contro il 20% della media OECD). Inoltre, la percezione degli insegnanti della prestigiosità del lavoro svolto all'interno della società è cresciuta (di 6 punti percentuali) rispetto al 2013. Tuttavia, i docenti dichiarano alti livelli di stress per un 24%, una percentuale superiore alla media OECD di 6 lunghezze.

Riguardo all'autonomia che gli insegnanti hanno nella scuola, che ha molto a che vedere con la realizzazione delle innovazioni didattiche in classe, nel report dell'OECD, che evidenzia i principali risultati australiani delle indagini TALIS 2018[42], leggiamo che il 73% degli insegnanti ha autonomia su alcuni contenuti del corso (contro una media OECD dell'84%), inoltre quelli che dicono di avere abbastanza autonomia di lavoro sulla propria classe, solitamente, sono quelli che lavorano in scuole più innovative. Un altro fattore individuato come decisivo per realizzare innovazioni nella didattica è rappresentato dalla collaborazione con i colleghi e il supporto dei dirigenti scolastici: in Australia, gli insegnanti dichiarano di avere un contesto scolastico collaborativo con una percentuale del 76% (sotto la media OECD di 5 punti) e, in media con i Paesi dell'OECD (60%), hanno dirigenti che effettuano interventi regolari di supporto alla collaborazione e allo sviluppo di nuove pratiche didattiche. Spesso queste scuole sono le stesse che tendono a coinvolgere anche maggiormente i docenti nelle decisioni collegiali. Leggiamo, infine, che pratiche come quelle dell'insegnamento in team non sono molto frequenti in Australia, rispetto alla media dei Paesi OECD, mentre tali modalità

[42] https://www.oecd.org/education/talis/TALIS2018_CN_AUS_Vol_II.pdf (consultato il 25/10/2022)

di lavoro solitamente risultano associate alla disposizione a proporre attività didattiche che mirano all'attivazione cognitiva degli studenti:

> Professional collaboration can become a solid foundation for innovative and effective practices. On average across the OECD, teachers who engage in professional collaboration, which involves a higher degree of interdependence among teachers, also tend to report more frequent use of effective teaching practices such as cognitive activation. However, professional collaboration is not a frequent practice across the OECD countries and economies participating in TALIS. In Australia, 39% of teachers report participating in collaborative professional learning at least once a month (OECD average 21%) and 23% engage in team teaching with the same frequency (OECD average 28%) (p.4)

Dobbiamo infine sottolineare che le tipologie di scuole e di classi in cui prestano servizio gli insegnanti australiani mostrano un maggiore ventaglio di differenze interne, rispetto alla media dei Paesi OECD, in termini di numerosità degli studenti con bisogni educativi speciali, rifugiati, immigrati, studenti che hanno un background socio-economicamente svantaggiato o che hanno una lingua madre diversa da quella dell'istruzione. Tuttavia, le classi australiane vengono descritte dai docenti piuttosto rumorose e indisciplinate, come nella media dei Paesi OECD.

2.2. Le conferme dalla ricerca, una proposta disomogenea nella scuola

Come abbiamo brevemente delineato all'interno del capitolo precedente, possiamo considerare che, a livello di ricerca, vi sia un accordo generale sulla rilevanza che hanno gli aspetti percettivo-motori nella matematica e nel suo insegnamento-apprendimento, come anche rispetto all'importanza di promuovere nella scuola una didattica della disciplina capace di rendere gli studenti attivi protagonisti del processo di apprendimento, che possiamo definire esperienziale o laboratoriale. Per di più, tali tematiche hanno registrato negli ultimi decenni un crescente interesse all'interno del mondo della ricerca, come dimostrano la nascita e lo sviluppo di molteplici quadri teorici e di proposte didattiche, ma anche lo spazio che è stato offerto a queste ricerche nelle riviste di settore, come sottolineato da Drijvers nell'intervento in plenaria alla conferenza CERME-11 (2019). Ad esempio, l'*Educational Studies in Mathematics,* una delle principali riviste internazionali, ha dedicato tra il 2004 e il 2009 due numeri speciali[43] all'*embodiment* nell'educazione matematica.

In questo studio abbiamo deciso di focalizzare l'attenzione sulle proposte didattiche in ambito matematico che tengono insieme gli aspetti di un apprendimento laboratoriale volto all'esplorazione dei significati matematici con il coinvolgimento degli studenti fondato su esperienze di tipo percettivo-motorio.

Come abbiamo evidenziato nel paragrafo precedente, le politiche educative nazionali e internazionali hanno dato voce, in modo più o meno forte, alle indicazioni che provengono dalla ricerca, modellandole rispetto alla tradizione matematica e alla cultura del suo insegnamento presenti negli specifici contesti. Tuttavia, non possediamo adeguate informazioni che riguardano la natura e la portata nella scuola di proposte didattiche che si presentano in accordo con quanto viene indicato dalla ricerca a tale proposito, se non che le indicazioni provenienti dalle indagini internazionali (IEA, 2016a; 2019; OECD, 2016; 2019), così come le dichiarazioni di alcuni ricercatori (Bartolini Bussi et al., 2010), sembrano suggerire che vi sia una diffusione disomogenea, se non ridotta rispetto a quanto auspicato, di queste pratiche didattiche all'interno della scuola. Riassumeremo, di seguito, brevemente, quanto discusso nel precedente paragrafo rispetto ai due contesti d'indagine.

In Italia, come abbiamo osservato analizzando i risultati delle indagini internazionali dell'OECD, l'insegnamento della matematica nelle scuole risulta ancora, in larga parte, rigidamente ancorato ad

[43] Numero 57(3) (Nemirovsky et al.,2004), e Numero 70(2) (Edwards et al., 2009).

un approccio didattico puramente trasmissivo (OECD, 2009; 2016). Le pratiche didattiche dominanti tendono a focalizzarsi molto più su strategie che mirano alla *clarity of instruction*, ad esempio, finalizzate all'insegnamento di una matematica procedurale, piuttosto che proporre strategie che mirano ad una attivazione cognitiva, come ad esempio il problem solving e le strategie esplorative laboratoriali di apprendimento attivo (OECD, 2019). In particolare, nelle indagini PISA 2015 (OECD, 2016) è stato registrato che l'Italia si discosta dai valori medi dei paesi OCSE, in modo maggiore rispetto alle altre dimensioni investigate, per la frequenza media con cui vengono realizzate pratiche *enquiry-based* nell'insegnamento delle STEM (Scippo et a., 2020), che hanno elementi in comune con le proposte che stiamo investigando. Quindi, sebbene sia presente una lunga tradizione che si rivolge a una didattica laboratoriale della matematica e all'utilizzo di rappresentazioni concrete, strumenti e manipolativi, che si rispecchia anche nelle politiche educative nazionali, e che non manchino sul territorio esperienze di ricerca in questa direzione, non sappiamo quanto queste proposte didattiche abbiano trovato spazio nella pratica quotidiana degli insegnanti (Bartolini Bussi et al., 2010).

In Australia, le pratiche didattiche *inquiry-based* (Artigue & Blomhøj, 2013) sembrano avere una grande diffusione sul territorio, come mettono in luce le indagini internazionali (OECD, 2016). Abbiamo riportato nel capitolo precedente come , nel Paese, siano stati promossi progetti su larga scala che promuovono queste pratiche (ad esempio, il già citato *The reSolve: mathematics by Inquiry project*[44]). Tuttavia, non sappiamo in che misura la proposta di queste pratiche sia legata anche ad un apprendimento di tipo esperienziale e al coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti, ovvero in quale misura tali pratiche possano rientrare nel nostro oggetto di studio. Lo studio comparativo dell'ACARA[45], che abbiamo già richiamato all'inizio del paragrafo precedente, mette in luce come le indicazioni sull'integrazioni di materiali concreti per l'introduzione dei concetti matematici siano molto meno pervasive rispetto, ad esempio, al modello Singapore, capolista nelle indagini internazionali. Sebbene, sotto la spinta di politiche di carattere internazionale, anche nelle politiche educative nazionali australiane venga promossa l'introduzione di materiali manipolativi concreti come modelli di concetti matematici, tuttavia, tali indicazioni sembrano fare riferimento alla loro integrazione ad uso di rappresentazione piuttosto che in una prospettiva di esplorazione attiva (Quigley, 2021). Quindi, anche l'integrazione di materiali manipolativi non sembra essere così allineata con le proposte didattiche che siamo interessati a studiare.

Sembra perciò necessario fare luce su quale possa essere lo iato tra ricerca e prassi scolastica, e dunque superare le differenti prospettive teoriche per investigare la proposta e la realizzazione nella scuola delle attività di apprendimento laboratoriale in cui gli studenti sono coinvolti attivamente tramite il loro corpo e movimento. L'obiettivo è dunque quello di descrivere la portata e caratterizzare la natura di questa proposta nella scuola, compresi gli adattamenti e l'omissione di componenti ritenute fondamentali, ed esplorare la possibile presenza di fattori contestuali che possono sostenere o inibire tale introduzione (Century & Cassata, 2016).

Per compiere un primo passo in questa direzione, nel presente studio abbiamo indagato la prospettiva degli insegnanti di matematica, sia di scuola primaria che di scuola secondaria, rispetto alla proposta e la realizzazione in classe di strategie di apprendimento attivo che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti, proponendoci di identificare, a partire dalle loro opinioni, possibili fattori ostacolanti e facilitanti quali, ad esempio, le convinzioni dei docenti, che abbiamo visto (Capitolo 1) essere in stretta relazione con le pratiche realizzate.

---

[44] https://www.resolve.edu.au/resolve-mathematics-inquiry-project (consultato il 25/10/2022)

[45] https://www.australiancurriculum.edu.au/media/3924/ac-sc-international-comparative-study-final.pdf (consultato il 25/10/2022)

Lo studio ha inoltre previsto il coinvolgimento di contesti molto distanti, l’Italia e l’Australia, con lo scopo di osservare alcune variabili latenti ed impliciti che potrebbero non emergere conducendo l’indagine immersi in un unico sistema educativo e culturale. Infatti, parafrasando il pensiero di Michael Cole (1996), così come i pesci immersi nell'acqua non si accorgono della sua presenza, noi non possiamo 'vedere' la cultura perché essa è il medium in cui noi esistiamo. È l'incontro con le altre culture che ci rende più semplice capire la nostra cultura come oggetto di pensiero.

Nei prossimi paragrafi, illustreremo le ipotesi di ricerca e gli strumenti teorici che abbiamo utilizzato per progettare l’indagine, presenteremo gli obiettivi e gli interrogativi principali che guidano la ricerca, e infine descriveremo il disegno e le metodologie che abbiamo scelto per dare risposta a questi interrogativi.

2.3. Le ipotesi di ricerca e gli strumenti teorici

Questo studio pone le sue basi su assunti e quadri teorici, provenienti dal campo di ricerca della didattica della matematica, che ci apprestiamo a presentare all’interno di questo paragrafo.

Dapprima discuteremo come la direzione d’indagine che abbiamo intrapreso si mostri in continuità con uno sforzo che caratterizza la tradizione italiana di ricerca in didattica della matematica, abbracciando però una prospettiva di ricerca emergente, di respiro internazionale, che presenta elementi di distanza rispetto agli approcci consueti.

Illustreremo, poi, il quadro teorico che abbiamo assunto come framework di riferimento per la nostra indagine e presenteremo la ricerca sotto la luce di questa prospettiva teorica, dichiarando le ipotesi che assumiamo riguardo all’oggetto di studio, discutendo anche l’adeguatezza di definire la nostra ricerca come una ricerca sulla realizzazione a scuola (*implementation*) di un’innovazione didattica, e giustificando il focus che abbiamo deciso di assumere sulla prospettiva degli insegnanti.

Infine, motiveremo l’interesse ad integrare più contesti culturali all’interno della ricerca, che, oltre a comportare un aumento della complessità, può costituire un elemento utile per individuare degli impliciti di cui altrimenti avremo difficilmente consapevolezza.

2.3.1. Il framework di riferimento

Il potenziale gap tra le conferme dal mondo della ricerca e la diffusione limitata di proposte didattiche in cui gli studenti sono coinvolti attraverso la loro percezione e movimento per esplorare significati matematici motiva l’interesse verso lo studio della proposta e realizzazione[46] di queste attività nella scuola. Per fare ciò, abbiamo deciso di assumere una prospettiva di ricerca che è quella dell’*Implementation Research (IR)* all’interno della ricerca in didattica della matematica, della quale forniamo una breve presentazione di seguito.

Prima, però, di presentare la prospettiva di ricerca dell’IR, il paragrafo seguente illustrerà brevemente come il nostro studio si sviluppi nel solco della tradizione della ricerca in didattica della matematica italiana, profondamente legata al tema dell’innovazione dell’insegnamento-apprendimento nella scuola. Tuttavia, dobbiamo sottolineare che il punto di vista che assumiamo nella nostra ricerca si

[46] All’interno di questo lavoro tradurremo il termine inglese *implementation* con l’italiano “realizzare” poiché, seppure il campo di ricerca dell’IR trovi origine nell’ambito industriale e guardi perciò al contesto educativo con una prospettiva di questa natura (con opportuni distanziamenti per la profonda differenza tra questi ambiti di applicazione), sembra piuttosto inappropriato nella lingua italiana riferirsi in termini di “implementazione” qualora ci rivolgiamo al sistema scolastico.

distanzia dalle prospettive usualmente assunte all’interno di questa tradizione, occupandosi maggiormente di mettere in luce la distanza tra la ricerca e il mondo scolastico più che concentrarsi sulle esperienze di contatto. Queste sono le ragioni per le quali abbiamo selezionato il framework internazionale dell’IR.

2.3.1.1 Il rapporto tra ricerca e scuola nella tradizione italiana della didattica della matematica

I ricercatori Arzarello e Bussi, nell’articolo nel quale hanno descritto la tradizione italiana di ricerca in didattica della matematica, *Italian trends in research in mathematical education: A national case study from an international perspective* (1998), si sono avvalsi della seguente citazione di Francis Bacon per evidenziare come l’obiettivo di migliorare l’insegnamento-apprendimento della matematica sia sempre stato un lume che ha guidato le direzioni di ricerca nel nostro paese:

> Researchers in didactics of mathematics run the risk of being like spiders which produce shining but brittle webs; or like ants, which accumulate blindly grains for winter. Instead they must be like bees which produce honey. (p.1)

La ricerca accademica in campo educativo, e quindi anche nell’educazione matematica, può infatti produrre grandi avanzamenti a livello teorico, sviluppando risorse preziose per il sistema educativo, che potrebbero però non avere una diffusa ripercussione nel miglioramento della pratica scolastica, a meno che non vi sia una forte intenzionalità nel trascinare la scuola all’interno di questi processi evolutivi.

In particolare, come evidenziano Mariotti e colleghi (2019), in Italia la ricerca in didattica della matematica ha sempre espresso grande interesse per le ricadute sull’educazione matematica delle scoperte di ricerca e, specialmente fino ai primi anni del secolo scorso, tale interesse era condiviso da parte di importanti matematici del nostro paese, come abbiamo illustrato nel Capitolo 1 in riferimento al Laboratorio di Matematica. Si può dire che la moderna ricerca in didattica della matematica sia proprio nata a partire dal dialogo fra scuola e università. Le associazioni di matematica in Italia, come l’Associazione *Mathesis* fondata nel 1895 e l’UMI (Unione Matematica Italiana) fondata nel 1920, hanno da sempre permesso di riunire ricercatori e docenti intorno al tema dell’educazione matematica. Per come la conosciamo oggi, la nascita del campo di ricerca della didattica della matematica viene fatta risalire agli anni settanta del secolo scorso (D’Amore & Godino, 2006). Infatti, in quegli anni, divenne evidente la presenza, all’interno dei dipartimenti di matematica, di ricercatori espressamente dediti ai temi della didattica della disciplina e nel 1987 si tenne il primo seminario nazionale interamente dedicato a questo tema. Già a quei tempi, la tradizione collaborativa tra insegnanti e ricercatori era una pratica ampiamente consolidata, che produceva risultati che miravano a migliorare l’insegnamento della matematica nella scuola, a pubblicare documenti che informassero i cambiamenti che la scuola richiedeva e le possibili direzioni da intraprendere, oltre a promuovere attività di formazione professionale per insegnanti in servizio o pre-servizio.

Quindi, se inizialmente l’interesse in questo campo di ricerca era principalmente rivolto agli aspetti teorici legati ai processi e ai concetti matematici (Arzarello et al., 2013), gradualmente le pressioni provenienti dalla scuola hanno spostato l’interesse su temi di ricerca che mettevano al centro i processi di insegnamento-apprendimento, come, ad esempio, la necessità di coinvolgere l’intera classe in modo interattivo, sotto la guida dell’insegnante, ponendol’attenzione sui processi di lunga durata e coinvolgendo la manipolazione di materiali e strumenti, senza però venire meno all’obiettivo di sviluppare gli aspetti teorici del pensiero matematico, come sottolineato da Mariotti e colleghi (2019):

> […] the importance of whole-class interaction (beyond the more popular studies on individual problem solving and small-group cooperative learning), the teacher’s role as a guide (beyond the more popular focus on learners’

> processes), long-term processes (beyond the more popular studies on short-term processes) and the manipulation of concrete artefacts (e.g., abacuses, curve drawing devices, and tools for perspective drawing) without overlooking the theoretical aspects of mathematical processes. (p.100)

Il dialogo con le istituzioni ha portato a rendere queste istanze parte delle politiche educative e delle indicazioni nazionali, che hanno preso in seria considerazione il lavoro svolto dalle commissioni che riunivano gruppi di matematici, didatti della matematica e insegnanti-ricercatori. Ad esempio, figure provenienti dal mondo della scuola e dell'università sono state direttamente coinvolte nella stesura delle indicazioni programmatiche che regolano il sistema scolastico, come illustrato nel paragrafo precedente.

Successivamente, il confronto internazionale ha portato all'emergere di nuove tematiche all'interno della ricerca di settore portata avanti da vari gruppi di ricerca in Italia, come gli studi sui *belief* e sugli aspetti affettivi (Di Martino & Zan, 2011) o sulla multimodalità nel processo di insegnamento-apprendimento (Arzarello & Robutti, 2010), e anche il cambiamento del panorama scolastico ha portato a confrontarsi con nuove sfide: l'impiego delle tecnologie, l'inclusione e l'apprendimento per studenti con bisogni educativi speciali, come anche la multiculturalità (Mariotti et al., 2019).

Possiamo quindi concludere che, a partire dagli anni settanta si è perciò ampiamente diffusa, nel panorama italiano la proposta di progetti per l'innovazione della matematica nella scuola, in riferimento ai vari ordini e gradi, che hanno previsto una stretta collaborazione tra insegnanti (che hanno il profilo di insegnanti-ricercatori) e accademici, con l'obiettivo di rispondere alle esigenze della scuola, portando avanti la tradizione matematica che si è sviluppata dentro le università. Tra questi, alcuni esempi sono il progetto ArAL[47], il progetto Laboratorio delle Macchine matematiche[48], il progetto Lauree Scientifiche[49]. Altri esempi sono le ricerche condotte dal gruppo di ricerca dell''Università di Genova[50] , come anche le attività di sperimentazione convogliate nel progetto Ma.S.E.[51], condotte dal nucleo di ricerca NRD di Bologna, e successivamente raccolte nella collana Pitagora, o quelli indicati sul sito dell'UMI dedicato al Laboratorio di Matematica[52]. Tra i progetti sviluppati più recentemente, altri esempi sono rappresentati dal progetto DI.FI.MA.[53] promosso dall'Università di Torino, e dai progetti su larga scala *Problemi al centro*[54] e *PerContare*[55].

2.3.1.2. L'*Implementation Research* (IR) nella didattica della matematica

In modo particolare, negli ultimi anni, il rapporto tra lo sviluppo della teoria e la pratica didattica sta emergendo come tema caldo nella ricerca in didattica della matematica a livello internazionale. Se, da un lato, infatti, dalla seconda metà del secolo scorso la ricerca in questo campo ha avuto un grande sviluppo, generando una moltitudine di quadri teorici, costrutti, proposte didattiche, *solid findings* ecc., e molti ricercatori si sono impegnati in progetti che mirano al trasferimento nella pratica e alla diffusione dei risultati di ricerca raggiunti, tuttavia, la discussione relativa alla realizzazione di questi

[47] http://www.progettoaral.it/aral-project/ (consultato il 25/10/2022)

[48] http://www.mmlab.unimore.it/site/home.html (consultato il 25/10/2022)

[49] http://attiministeriali.miur.it/anno-2010/agosto/nota-04082010.aspx (consultato il 25/10/2022)

[50] http://didmat.dima.unige.it/ (consultato il 25/10/2022)

[51] https://www.digitaldocet.it/allegati/damore/problemi/presentazione_Mase.pdf (consultato il 25/10/2022)

[52] https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/trasversali/riflessioni-sul-laboratorio-di-matematica/ (consultato il 25/10/2022)

[53] http://www.difima.unito.it/ (consultato il 25/10/2022)

[54] https://www.giuntiscuola.it/progetto-problemi-al-centro (consultato il 25/10/2022)

[55] https://www.percontare.it/ (consultato il 25/10/2022)

progetti non ha trovato un opportuno spazio di discussione nel mondo della ricerca disciplinare fino a qualche anno fa (Jankvist et al., 2017).

Per questa ragione, come sottolineano Ahl ete colleghi (2022), all'interno della ricerca in didattica della matematica la branca di studi denominata *Implementation Research* ha recentemente preso piede in modo piuttosto rilevante: a partire dal 2017 è stato istituito un apposito *Thematic Working Group,* il TWG 23, all'interno della conferenza europea dei ricercatori in didattica della matematica (CERME) mentre, nel 2021, la casa editrice Brill ha dato la nascita ad un giornale, l'*IRME (Implementation and Replication Studies in Mathematics Education),* che si occupa proprio delle ricerche condotte in questo campo di studi, e, nel medesimo anno, *ZDM,* una delle principali riviste internazionali di settore, ha lanciato una *special issue* interamente dedicata a questo argomento. L'obiettivo di questa ricerca è di presentare e discutere ricerche sperimentali e teoriche che ruotano intorno alla questione di come riuscire a trasformare in pratica didattica la conoscenza accumulata nel campo di ricerca dell'educazione matematica, rispondendo agli interrogativi *"How can we apply and implement stable research findings in «real life»? and How can we bring the accumulated research knowledge into practice?"* (Jankvist et al., 2017, p.2). Tra gli obiettivi principali del TWG 23 leggiamo, infatti, quello di portare all'attenzione le ricerche che indagano le condizioni che inibiscono e favoriscono la realizzazione a scuola dei prodotti generati a livello di ricerca, sia sperimentale che teorica, e aprire una discussione di natura teorica che abbia come oggetto questi lavori:

> [..] to presenting and discussing empirical and theoretical studies focused on elucidating the enablers and general conditions that favor or inhibit the implementation of research products generated in our field in practice as well as reporting on research-based designs themselves. (Jankvist et al., 2017, p.2)

Essendo un campo di ricerca emergente nel contesto dell'educazione matematica, la costruzione di un framework teorico è in fase di definizione ed è obiettivo del progetto *Implementation research as an emerging field of mathematics education* (Prytz et al., 2022). Il tentativo che finora è stato fatto è quello di adattare framework più generali al particolare caso dell'educazione matematica. La definizione provvisoria di IR nel contesto della didattica della matematica che è stata proposta nella sede del TWG 23 all'interno del CERME 10 (2017) è stata la seguente:

> Implementation is a change-oriented process of adapting and enacting a particular resource (e.g., an idea, a tool, an innovation, a framework, a theory, an action plan, a curriculum, a policy) that occurs in partnership of two communities, a community of the resource proponents (CRP) and a community of the resource adapters (CRA). These communities differ but can intersect. At the beginning of the process, the CRP has the ultimate agency over the resource. The process of adapting a resource by CRA includes some of the following: (1) constructing an agency over the resource, (2) changes in ways of communicating, and (3) changes in practice. Accordingly, implementation research in mathematics education is research that focuses on aspects of implementation, as specified above, in the context of mathematics education. (Jankvist et al., 2017, p.9).

Leggiamo, quindi, che la ricerca IR nel contesto dell'educazione matematica può essere definita come lo studio del processo, orientato al cambiamento, consistente nella realizzazione di una risorsa prodotta da una comunità di proponenti, che nel caso specifico sono i ricercatori, da parte di una comunità di adattatori, che possono essere, ad esempio, i docenti. Come specificato, seppure queste comunità differiscono possono però esserci delle zone di sovrapposizione.

Tra i principali modelli che fanno parte della ricerca in educazione, ma non specificatamente della didattica della matematica, che vengono considerati, soprattutto, dai ricercatori del TWG 23 che partecipano alla discussione sulla costruzione di un apposito framework teorico, troviamo quello di Rogers (1962) relativo all'idea di *innovation* e di diffusione dell'innovazione. In particolare, i risultati di ricerca vengono concepiti come innovazioni, nel senso di Rogers (1962), poiché la loro realizzazione crea dei cambiamenti nella pratica quotidiana che sono determinati dalla relazione tra la natura dei risultati teorici che vengono proposti, i fattori di influenza e i principali individui che ne sono interessati. Inoltre, la diffusione nel sistema educativo dei risultati della ricerca potrebbe essere concepita in modo segmentato, così come proposto da Rogers nel suo volume (1962), procedendo per gradi attraverso gli individui che ne vengono interessati (che possono essere considerati degli *end user*, in un certo senso): dagli innovatori, che partecipano sia allo sviluppo che alla realizzazione dell’ “innovazione”, si passa ai primi utenti, ovvero i docenti che la adottato relativamente presto, a una maggioranza che vi arriva tardivamente, fino a una componente residua che potrebbe non essere mai partecipe del cambiamento.

Queste visioni classiche dell’*implementation*, adattate al contesto educativo, vengono anche criticate, principalmente perché i cambiamenti che portano ad un’innovazione didattica avvengono spesso in modo organico e non è possibile isolare l’elemento che ha innescato un preciso cambiamento, ovvero l’*innovation* (Jankvist et al., 2017).

Un altro possibile paradigma di riferimento (Jankvist et al., 2017) prevede di adattare il modello riferito al curriculum di Stein e colleghi (2007), che prevede l’esistenza di 4 categorie fondamentali che possono essere individuate in riferimento al curriculum (*written*, *intended, enacted* e *attained*) e alle quali possiamo riferirci a seconda della fase del processo di insegnamento-apprendimento che stiamo considerando. Stando a questo modello, anche nel considerare l*’implementation* possiamo fare riferimento a 4 componenti principali: una forma stabile (facendo un parallelo con il *written curriculum*) che corrisponde ai risultati di ricerca consolidati e pubblicati in modo fruibile per gli insegnanti (*published research*), gli obiettivi che si accompagnano alla realizzazione dei risultati di ricerca (ovvero le *intended implication*), le varie attività o esperienze proposte agli studenti per raggiungere le *intended implication* (ossia l’*enacted implication*) e, infine, le *attained implication,* rappresentate dai risultati della proposta in termini di apprendimento degli studenti rispetto sia all’*intended* che all’*enacted implication.*

Il riferimento maggiormente tenuto in considerazione è però il modello scaturito dalla revisione della letteratura sull’IR effettuata da Century e Cassata (2016), ed è questo il modello che consideriamo anche per la nostra ricerca. I due ricercatori forniscono la seguente definizione operativa di *IR* nell’ambito della ricerca educativa:

> […] as systematic inquiry regarding innovations enacted in controlled settings or in ordinary practice, the factors that influence innovation enactment, and the relationships between innovations, influential factors, and outcomes. (Century & Cassata, 2016, p.170)

Anch’esse parlano di *innovation* in termini di elementi che, nel momento in cui si realizzano, portano ad un cambiamento nell’individuo che rappresenta l’utente ultimo a cui sono diretti (fondamentalmente insegnanti o studenti): “innovations as programs, interventions, technologies, processes, approaches, methods, strategies, or policies that involve a change (e.g., in behavior or practice) for the individuals (end users) enacting them” (p.170). Si riferiscono agli studi condotti all’interno di questo campo di ricerca come al tentativo di comprende quanto e come gli sforzi della ricerca in educazione raggiungano il loro ultimo obiettivo, ovvero migliorare il sistema educativo, come leggiamo nel seguente estratto:

> The field of education research is ultimately focused on one shared goal: making education better. Over many decades, we have developed countless interventions and theories about how to develop, enact, iterate, operationalize, institutionalize, and diffuse something that will yield the prize of successful, lasting change. Implementation research is the study of these efforts. It examines the products, strategies, processes, and theories that researchers, practitioners, policymakers, and other stakeholders create by asking a set of basic questions: What are we doing? Is it working?For whom? Where? When? How? And Why? In other words, implementation research is an endeavor to better understand whether the field of education research is accomplishing its goal. (pp.169-170).

Infatti, la ricerca sull’implementazione non si occupa di una mera misurazione di quanto è diffusa la decisione di aderire a una determinata proposta educativa ma di indagare cosa accade dopo che questa decisione è stata presa, ovvero che cosa è attualmente realizzato, come è realizzato e perché i contesti, le condizioni, le caratteristiche e gli altri fattori di influenza danno forma a una tale realizzazione. Ovvero, studia la dinamica del processo di implementazione, senza limitarsi a considerarne la diffusione, o altre caratteristiche, come l’efficacia o la fedeltà dell’adattamento al contesto, rispetto alla proposta teorica. Presenteremo, di seguito, i principali nodi affrontati all’interno dell’articolo, che sono stati uno strumento fondamentale per l’elaborazione della nostra indagine.

2.3.1.2.1. Concettualizzazione dell’oggetto di studio e dei fattori di influenza

Un passo fondamentale da compiere negli studi che abbracciano questa prospettiva di ricerca è rappresentato da un’analisi relativa alla concettualizzazione dell’oggetto del quale vogliamo studiare la proposta, ovvero la determinazione dell’*innovation,* o, meglio, del risultato di ricerca sul quale ci stiamo concentrando. Questo significa cercare risposta alla domanda “what?”, per usare le parole di Century e Cassata (2016), e determina l’individuazione degli elementi che caratterizzano tale oggetto, primi tra tutti le *componenti essenziali* (*core component),* che sono teorizzate o determinate sperimentalmente, considerate fondamentali ai fini degli obiettivi che ci si propone di raggiungere e, pertanto, indispensabili nell’attuazione della proposta (almeno fintanto che il loro ruolo cruciale nel determinare i risultati non venga smentito da ulteriori risultati di ricerca). È bene tenere presente che, tra queste componenti fondamentali, possiamo trovare delle sotto-categorie: le componenti *uniche*, ovvero specifiche dell’oggetto del quale indaghiamo la proposta, o *necessarie ma non uniche*. Un’altra sottocategoria è rappresenta dalla divisione in *componenti naturalmente strutturali,* ovvero quelle che determinano una struttura organizzativa e un modello di proposta, e quelle di *processo*, come possono essere specifiche tipologie di interazione tra studenti e insegnanti, il livello di partecipazione nei processi decisionali e di progettazione dell’innovazione (Centuy & Cassata, 2016). Oltre a queste componenti essenziali, sono presenti delle componenti che rappresentano caratteristiche accessorie, appartenenti ad una *adaptable periphery,* per usare una terminologia di Damschroder e colleghi (2009).

L’individuazione di queste componenti principali risulta piuttosto complessa, poiché, spesso, anche gli stessi sviluppatori teorici tendono a considerare la maggiore parte delle componenti come estremamente rilevanti, prediligendo una visione olistica dell’innovazione e mancando quindi della specificità necessaria per la loro identificazione. Perciò, viene spesso consigliato di servirsi di una moltitudine di approcci per individuare questi elementi: dalle interviste con i ricercatori che le hanno teorizzate e progettate, alla raccolta di informazioni da coloro che ne usufruiscono (insegnanti / studenti), come dall’osservazione diretta delle pratiche o da una revisione delle indicazioni ufficiali e degli strumenti impiegati. Leggiamo direttamente nelle parole di Century e Cassata (2016):

> […] researchers are encouraged to use multifaceted approaches to identifying innovation components that combine information from developers and other experts, from end users, from observations of innovations in practice, and from reviews of artifacts, such as practice guides and other program materials (p.182)

Questo processo di individuazione delle componenti nelle quali è articolata una determinata proposta, oltre che per riuscire a mettere in comparazione differenti contesti in cui si realizza, è essenziale quando intraprendiamo ricerche che mirano a comprende la natura della proposta così come è attualizzata nella scuola, poiché ci permette di misurare, analizzare e capire in che relazione stanno tra loro, e con i risultati di ricerca, i diversi elementi costituenti (Century & Cassata, 2016).

Dopo esserci occupati di questa caratterizzazione, un secondo punto fondamentale è quello di determinare le ragioni per le quali vengono realizzate le proposte, il “why?”, e come queste vengono attuate, l’“how?”, per cui l’attenzione si sposta sull’analisi dei fattori che influenzano la sua realizzazione.

Rifacendosi alla tassonomia delle condizioni contestuali descritta da Berman (1981) e il framework relativo alle sfere di influenza presentato da Greenhalgh e colleghi (2004), nel modello descritto da Century e Cassata (2016) vengono individuate le principali tipologie di fattori da considerare per investigare il trasferimento dei risultati di ricerca nella pratica:

- *le caratteristiche degli individui interessati*, che possono essere, nel caso dell'educazione matematica, sia insegnanti che studenti. Restringendoci al caso degli insegnanti, di nostro interesse, dobbiamo tenere conto che essi non si presentano come degli utilizzatori passivi ma che le convinzioni personali, le esperienze e le caratteristiche della propria personalità si fondono nei cambiamenti che essi si trovano ad affrontare (Ball & Cohen, 1996). Per cui, dobbiamo tenere in seria considerazione le caratteristiche individuali e le capacità nell'attuare una proposta da parte loro, oltre a quelle che Caswell (1950) definisce come le *caratteristiche psicologiche nel cambiamento*, che riguardano, ad esempio, la prontezza di affrontare un cambiamento, l'apertura verso di esso e la convinzione di essere capaci di affrontarlo (Peterson, 2013). Queste caratteristiche individuali sono principalmente di due tipi: quelle che sono sostanzialmente in relazione con l'oggetto di studio (come possono essere, ad esempio, il livello di conoscenza, di esperienza, i *belief*, i valori, l'attitudine, la motivazione, il senso di autoefficacia) e quelle che sono indipendenti dallo specifico oggetto (come, ad esempio, l'intraprendenza, le capacità organizzative, lo stile di gestione della classe, la visione dell'insegnamento-apprendimento in generale) che sono però altrettanto influenti.
- *i fattori contestuali.* Questi comprendono, in primis, i fattori *dell'organizzazione*, che sono fondamentalmente di tre tipi: quelli che riguardano l'organizzazione interna alla scuola (come il numero di alunni per classe, le risorse disponibili, gli spazi a diposizione, i tempi delle lezioni, l'organizzazione della struttura), quelli che riguardano il tipo di amministrazione e gestione organizzativa interna alla scuola (come la libertà decisionale che ha il singolo insegnante), o i fattori che determinano la cultura dell'organizzazione (o del contesto), quindi le attitudini collettive e il comportamento degli individui che fanno parte del sistema scuola. Vi sono poi dei fattori che possiamo definire *ambientali*, che comprendono le condizioni economiche, le direttive governative, la rete professionale dell'insegnante al di fuori della scuola (ad esempio, se appartiene ad associazioni professionali di insegnanti).
- *gli attributi dell' "innovazione*", ovvero dell'oggetto di cui si indaga la realizzazione. Questi attributi possono essere *oggettivi*, ovvero propri della proposta stessa, (come la complessità della proposta, gli obiettivi, le evidenze empiriche prodotte dalla ricerca, i costi, la progettazione, la specificità), oppure possono essere caratteristiche *percepite* dagli utilizzatori (la chiarezza con cui la proposta si presenta al docente, come la chiarezza delle istruzioni, l'attrattività della proposta e dei materiali coinvolti, la facilità d'uso, la familiarità, la rilevanza percepita, il vantaggio percepito rispetto alle correnti pratiche realizzate), o, ancora, caratteristiche *ibride*, appartenenti ad entrambe le categorie, come l'adattabilità della proposta alle circostanze, che in parte è determinata dalla proposta stessa e in parte dalle caratteristiche dell'utilizzatore (le sue conoscenze, l'attitudine, la creatività). In particolare, i fattori soggettivi si è notato che possono variare se ci riferiamo a differenti gruppi di utilizzatori, come, ad esempio, a insegnanti inseriti in contesti con culture d'insegnamento molto diverse, come nel nostro caso.
- *le strategie di supporto per la realizzazione*, che possono prevedere interventi molto differenti, che spaziano da proposte strutturali ad altre più sporadiche: dalla stesura di piani operativi che integrano la proposta nella pratica, alla messa a disposizione delle risorse, a corsi di aggiornamento, periodi di accompagnamento, una programmazione strategica e la condivisione dei processi valutativi. Il supporto può essere fornito sia dai ricercatori che hanno

sviluppato la proposta teorica che da organizzazioni intermedie o interne alla scuola (ad esempio, da parte dei colleghi).

- *la realizzazione della proposta nel tempo*, ovvero una valutazione delle fasi realizzative, dei tempi di adattamento o in cui la proposta continua ad essere attuata, o quanto tempo occorre prima che divenga potenzialmente routine o, ancora, le eventuali modificazioni che subisce nel tempo. Questo fattore può dipendere da tutte le sfere di influenza precedentemente presentate, ovvero da fattori contestuali, individuali, della proposta in sé e organizzativi.

In particolare, per la valutazione del successo o fallimento nella realizzazione di un risultato di ricerca, Century e Cassata (2016) hanno identificato alcuni elementi centrali da considerare, quali: i risultati ottenuti dagli studenti o i cambiamenti comportamentali che hanno coinvolto studenti o insegnanti, la fedeltà dell'introduzione dell'innovazione rispetto agli elementi essenziali identificati dalla ricerca, la permanenza del cambiamento. Tuttavia, come una tale valutazione debba articolarsi tra queste componenti è tutt'altro che un problema semplice da affrontare; per quanto riguarda, ad esempio, la fedeltà, come osservano Solomon e colleghi (1973), "The fact that materials and strategies were prescribed does not guarantee that the teacher actually engaged children in the intended way" (p.2), ovvero, la fedeltà di una proposta rispetto alle prescrizioni non è garanzia di una attuazione che ne rispetti la filosofia e gli obiettivi, e quindi potrebbe essere considerato al contempo un fattore in contraddizione con gli altri presi in esame o viceversa.

2.3.1.3 L'indagine sulle attività ABM nella prospettiva IR

Nel nostro disegno di ricerca, abbiamo adottato nello stesso momento una molteplicità di prospettive d'indagine che riguardano l'*implementation,* per come sono categorizzate nell'articolo di Century & Cassata (2016), rispondendo a domande di diversa natura. Abbiamo cercato, per prima cosa, di caratterizzare l'oggetto di studio, di analizzare il ruolo dei possibili fattori di influenza, ma anche di raccogliere informazioni riguardo la possibile reale proposta delle attività nella scuola e, quindi, fornire un'ipotetica misura della pervasività descrivendone l'attuale proposta, con l'obiettivo di comprendere, da un lato, le possibilità di miglioramento nelle strategie di supporto e, dall'altro, di esplorare le relazioni tra le innovazioni di ricerca, i fattori di influenza, gli individui coinvolti e i risultati auspicati, in accordo con quanto dichiarato da Century e Cassata (2016):

> To describe the extent and nature of innovation use in practice, including adaptations and omission of core components, and explore the contextual factors that support or inhibit innovation use. Rather than bringing an evaluative view to the innovation enactment, some studies that examine implementation as conducted bring a more descriptive and explanatory approach to the inquiry. Documenting implementation as conducted enables researchers to understand the ways that innovations are operationalized in practice, the influential factors that affect that practice [...], the different patterns of practice, or "configurations"[...], and in some studies, the relationships between these patterns and outcomes. (p.190)

All'interno dell'articolo, la metodologia di ricerca associata agli obiettivi che abbiamo individuato è descrittiva, con un'analisi correlazionale che permette di identificare le componenti critiche, definire i confini che delimitano gli adattamenti accettabili e individuare gli elementi centrali che supportano o inibiscono la proposta in relazione ai fattori contestuali. L'analisi di queste componenti è condotta al fine di apportare informazioni utili per un miglioramento nella realizzazione e nella pervasività della proposta nel mondo della scuola.

2.3.1.3.1. Le attività ABM: un costrutto operativo

Inserendoci in questa prospettiva di ricerca, per prima cosa, è risultato necessario definire il nostro oggetto di studio e caratterizzarlo. Tale processo ha dovuto tenere in considerazione una doppia esigenza: se, da un lato, il costrutto ha dovuto infatti essere chiaramente caratterizzato in relazione alle prospettive di ricerca teoriche, allo stesso tempo, ha dovuto definirsi in un modo che fosse facilmente comunicabile e comprensibile agli insegnanti. Dopo avere analizzato le prospettive di ricerca prese in considerazione all’interno della didattica della matematica, alle quali abbiamo fatto riferimento nel Capitolo 1, abbiamo identificato le due componenti fondamentali che caratterizzano le attività didattiche delle quali vogliamo indagare la realizzazione in classe. Si tratta di attività che prevedono:

- il coinvolgimento esperienziale/laboratoriale degli studenti volto all’esplorazione e alla costruzione dei significati matematici
- il coinvolgimento degli aspetti percettivi-motori nell’apprendimento tramite l’attivazione del corpo e del movimento degli studenti.

Abbiamo quindi provveduto a fornire una definizione operativa del costrutto investigato, che discutiamo brevemente di seguito, mettendo in evidenza come abbiamo cercato di integrare queste caratteristiche e perseguire gli obiettivi discussi.

Alla varietà di teorie menzionate nel capitolo precedente corrispondono costrutti teorici sviluppati entro specifiche prospettive filosofiche, psicologiche e pedagogiche che li contraddistinguono. Nella nostra ricerca abbiamo svolto uno studio esplorativo volto a comprendere le prospettive degli insegnanti, oltre a quelle del mondo della ricerca. Per questa ragione, la definizione dell’oggetto di studio ha dovuto basarsi su una negoziazione di significati che ha tenuto conto della varietà degli attori che sono stati coinvolti nel progetto, al di fuori di un preciso quadro teorico. Mettendo da parte le differenze che caratterizzano le prospettive teoriche, due sono state le componenti fondamentali che riteniamo essere minimo comune denominatore delle proposte che stiamo investigando: il ruolo attivo degli studenti nell'esplorazione matematica e l’apprendimento esperienziale degli studenti che ne preveda un coinvolgimento percettivo-motorio. Pertanto, abbiamo identificato un costrutto generale che possa fare da riferimento per la moltitudine di proposte teoriche sviluppate e che possa essere chiaro e facilmente accessibile agli insegnanti. Utilizzeremo, quindi, la terminologia di attività ABM (*Active, Bodily experience Mathematics learning activities*) per identificare le attività laboratoriali, in cui gli studenti sono attivamente coinvolti con il loro corpo e movimento nell'esplorazione di concetti matematici, prevedendo l’utilizzo di oggetti manipolabili, strumenti (virtuali o fisici) o il semplice movimento del corpo intero o delle mani.

Nell’indagine esplorativa condotta con gli insegnanti, la definizione è stata introdotta corredata da un’opportuna descrizione ed esempi possibilmente noti agli insegnanti e coerenti con quanto definito. Tale presentazione dell’oggetto di indagine è stato il risultato del primo obiettivo che ci siamo posti all’interno della nostra ricerca: individuare le caratteristiche del costrutto analizzato, a partire dalle indicazioni provenienti dalla letteratura del campo (la totalità e la varietà delle varie prospettive) e dalle indicazioni fornite da esperti ricercatori in didattica della matematica. Discuteremo al temine del prossimo capitolo la scelta della definizione e degli esempi inserita all’interno del questionario, fulcro della *teacher survey* che abbiamo condotto.

2.3.1.3.2. Una vecchia questione, un problema attuale

All’interno del nostro studio, pur abbracciando la prospettiva dell’IR, abbiamo tenuto presente che l’oggetto del nostro studio presenta alcune caratteristiche che possono essere considerate come improprie rispetto a questo quadro teorico. Per prima cosa, come abbiamo descritto, non si tratta di un prodotto di ricerca chiaramente identificato e definito a livello teorico, rappresentando invece un costrutto operativo che fa capo a diverse prospettive filosofiche, psicologiche e pedagogiche che hanno anche profonde differenze interne ma alcuni elementi fondamentali in comune. Per seconda cosa, appare difficile pensare alle attività ABM come ad un risultato o un’innovazione di ricerca, data la lunga storia che caratterizza il dibattito sul corpo e movimento in matematica e sull’insegnamento-apprendimento esperienziale e le molteplici attuazioni di questa proposta in contesti scolastici. Tuttavia, sebbene la proposta di attività di apprendimento esperienziale che coinvolgono anche corpo e movimento degli studenti abbia una tradizione così lunga e ampiamente dibattuta, la presenza di questa prospettiva nella pratica didattica è disomogenea, come abbiamo sottolineato nei paragrafi iniziali di questo secondo capitolo. Inoltre, tali prospettive teoriche, incoraggiate da risultati sperimentali, stanno sviluppando un'ampia gamma di artefatti e proposte educative innovative che devono ancora trovare una diffusa realizzazione. Per queste ragioni, ci sentiamo di considerarla un’innovazione, nella prospettiva di Rogers (1962) che abbiamo prima illustrato, proprio riferendoci al cambiamento che potrebbe comportare nella pratica didattica quotidiana l’introduzione di queste proposte didattiche.

2.3.1.3.3. La prospettiva degli insegnanti al centro dello studio

Nella nostra ricerca, abbiamo investigato la realizzazione delle attività ABM prendendo in oggetto il punto di vista degli insegnanti, partendo dal presupposto che essi possono fornirci preziose indicazioni sull'attuale realizzazione nelle classi, aiutandoci ad individuare elementi di distanza o comuni con il mondo della ricerca, come anche fattori d’influenza per la loro proposta e attuazione. Questi includono, ad esempio, le convinzioni e l'esperienza dell'insegnante, che giocano un ruolo centrale nel cambiamento educativo (Coburn & Talbert, 2006; Peterson, 2013), e la percezione delle attività ABM, che, rifacendoci a studi in campi limitrofi, supponiamo possa avere un impatto drastico sulla loro implementazione (Domitrovich et al., 2008; Ruiz-Primo, 2006), come evidenziato nel caso dell'introduzione dei materiali manipolativi, ad esempio, in Golafshani (2013) e Vizzi (2013). Inoltre, non sono da sottovalutare le difficoltà, portate da un cambiamento nella propria pratica didattica, che un insegnante si può trovare ad affrontare e l’interpretazione che egli, o ella, da di queste. Tali caratteristiche, peraltro, molto spesso non sono prevedibili da parte del ricercatore; infatti, anche i cambiamenti che potrebbero non apparire complessi ai suoi occhi potrebbero apportare numerosi dubbi e incertezze negli insegnanti che non ne hanno familiarità, come sottolinea Fullan (2007): “even changes that do not seem to be complex to their promoter, may raise numerous doubts and uncertainties on the part of those not familiar with them” (p. 45).

La questione, in realtà, si presenta ancora più complessa. Infatti, se da un lato le caratteristiche dell’insegnante (come possono essere i *belief* rispetto alle modalità con le quali gli studenti imparano, i valori dell’educazione, l’attitudine verso la materia insegnata, le capacità interpersonali) possono essere considerati fattori d’influenza, poiché possono rappresentare variabili in grado di mediare o moderare e, quindi, di supportare o ostacolare l’attuazione della proposta, allo stesso tempo, però, esse possono anche rappresentare un risultato che si vuole raggiungere attraverso l’attuazione dell’innovazione didattica (Century & Cassata, 2016).

Un altro elemento considerato rilevante negli studi che si occupano di *Implementation*, sottolineato nell’articolo presentato da Century e Cassata (2016), riguarda l’importanza di distinguere la proposta dal contesto. Per fare questo, sembra estremamente rilevante investigare la proposta entro contesti che presentano differenze sia per quanto concerne la struttura organizzativa che per quanto riguarda la cultura dell’insegnamento e della materia d’insegnamento nel contesto. Un tale confronto può permetterci, da un lato, di discernere gli elementi intrinseci delle attività e quelli legati ai contesti e, dall’altro, di fare emergere delle variabili d’influenza che potrebbero restare implicite se la ricerca venisse condotta all’interno di un unico contesto.

I contesti considerati nella nostra ricerca sono stati vari. All’interno di uno stesso panorama nazionale, abbiamo infatti deciso di considerare tutti gli ordini e i gradi, inoltre, abbiamo condotto l’indagine in due stati appartenenti a continenti differenti, caratterizzati da paradigmi educativi, culture matematiche e dell’insegnamento della matematica distinte. Se questo, da un lato, rende la ricerca più complessa, dall’altro può fornire una chiave di lettura per interpretare i fenomeni, come sottolinea Funghi (2019):

> […] è possibile che invece tenere in considerazione la dimensione culturale dell’insegnamento-apprendimento della matematica ci dia degli strumenti preziosi per comprendere delle dinamiche delle quali altrimenti faremmo fatica a comprendere il significato. (p.69)

Nel prossimo paragrafo faremo riferimento ad alcune ricerche che hanno messo il luce la portata del ruolo giocato dalla cultura della matematica, e del suo insegnamento, per la pratica didattica e la realizzazione di innovazioni nella scuola.

2.3.2. La cultura dell’insegnamento: il confronto interculturale

Nella ricerca sulla proposta e realizzazione delle innovazioni didattiche e dei risultati di ricerca, i fattori legati alla cultura del contesto giocano un ruolo estremamente rilevante (Century & Cassata, 2014). D’altro canto, per caratterizzare i fattori contestuali, una pratica particolarmente fruttuosa è quella di prendere in considerazione differenti contesti e investigare la presenza di variabili emergenti. Allan Bishop (1988) suggeriva di riconoscere le pratiche matematiche come fenomeni sociali prodotti dalla cultura che li ha generati e gli studi di etnomatematica, successivi al suo lavoro, hanno messo in evidenza quanto lo studio di fattori sociali e culturali possa essere informativo quando investighiamo le pratiche matematiche per la comprensione sia della cultura, che della matematica, che dell’educazione matematica (d’Ambrosio, 2010; Barton, 2007). In particolare, dato che l’insegnamento si figura come un’attività culturale, l’implementazione di attività didattiche nella scuola è soggetta alla specifica cultura dell’insegnamento presente nel contesto (Cai et al., 2016). Perciò, il confronto di contesti con culture dell'insegnamento eterogenee può portare ad una migliore comprensione delle attività studiate e della loro attuale implementazione, rivelando la presenza sia di caratteristiche di specificità contestuale, che possono trovare ragione nelle particolari culture, che di caratteristiche condivise, che attraversano i confini culturali (Huang et al., 2020). Le ricerche di comparazione internazionale si presentano per questa ragione particolarmente significative per indagare caratteristiche implicite delle pratiche didattiche che osserviamo:

> International comparative research offers us more than insights into the novel, interesting and adaptable practices employed in other school systems. It also offers us insights into the strange, invisible, and unquestioned routines and rituals of our own school system and our own mathematics classrooms (Clarke, 2003, p. 180)

La questione dei contesti culturali e della loro relazione con lo sviluppo della cultura matematica ha raccolto grande interesse negli ultimi anni, grazie anche alle sfide di un mondo sempre più interconnesso e caratterizzato dai grandi flussi migratori che rendono le scuole di oggi dei laboratori di multiculturalità. L’ICMI Study 23, il CERME 9, l’ICME 13, il PME 41 sono alcune delle conferenze che hanno messo al centro della discussione internazionale questo tema di ricerca (Mariotti et al., 2019). In particolare Clarke (2017) ha messo in luce come il sistema educativo sia, allo stesso tempo, prodotto e costituito dalla cultura del contesto, che risulta composta di un amalgama di innovazioni didattiche e tradizioni, sottolineando come la possibilità di innovare e sperimentare sia profondamente limitata all’interno di tali confini culturali:

> Within any educational system, the possibilities for experimentation and innovation are limited bymore than just methodological and ethical considerations: They are limited by our capacity to conceive possible alternatives. They are also limited by our assumptions regarding acceptable practice. These assumptions are the result of a local history of educational practice, in which every developmentwas a response to emergent local need and reflective of changing local values.Well-entrenched practices sublimate this history of development. In the school system(s) of any country, the resultant amalgam of tradition and recent innovation is deeply reflective of assumptions that do more than mirror the encompassing culture: They embody and constitute it. (Clarke, 2017, p. 21)

Nella ricerca in oggetto, i due contesti presi in esame sono l'Italia e l'Australia, contraddistinti da tradizioni educative e matematiche dissimili, che trovano espressione nelle politiche educative nazionali e nelle pratiche matematiche. Alcune, tra queste differenze, sono state messe in luce nel paragrafo iniziale di questo capitolo, nel quale abbiamo descritto i due contesti in cui si è svolta la ricerca.

Di conseguenza, caratterizzare le attività ABM, rispetto a come esse sono concepite e declinate nella pratica scolastica nei due contesti, risulta essere estremamente rilevante per studiarne la loro attuazione nella scuola. Da un lato abbiamo quindi proceduto all'analisi dei documenti relativi alle politiche educative e alla caratterizzazione dei curricoli, come anche dei sistemi scolastici Italiano e Australiano. Questo ci ha permesso di prendere consapevolezza di alcuni paradigmi educativi che determinano, tra le altre cose, la struttura dei sistemi scolastici e rendono differenti i due contesti. Presentiamo, di seguito, un esempio rilevante per la nostra ricerca.

In Italia, il sistema scolastico è organizzato sulla base dall'assunto che l'apprendimento a scuola debba svilupparsi entro classi miste (che si affermano nella scuola dell'obbligo con la riforma del 1963), inclusive ed eterogenee, nonostante non vi siano esplicite normative nazionali sulla composizione delle classi che siano garanti di quest'ultima (Contini, 2013). Pertanto, nel sistema italiano, non sono previste divisioni per sesso, livelli di abilità, disabilità, rendimenti, provenienza né interne alla scuola (nell'organizzazione delle classi) né per selezione all'ingresso, nonostante l'eterogeneità auspicata non si attui a pieno, come sottolinea Contini (2013). Diversamente, nel sistema australiano, esistono scuole differenziate che separano gli studenti maschi dalle femmine, o scuole che hanno un accesso selettivo o, ancora, che dividono, all'interno di un medesimo plesso, le classi per livelli di abilità. Questo tipo di differenze nell'organizzazione e nella cultura del sistema scolastico, come anche il numero di ore dedicate all'insegnamento della materia o la lunghezza delle lezioni, ma anche l'autonomia scolastica (la presenza di un curriculum da seguire piuttosto che indicazioni di carattere generale) hanno un'ovvia influenza sulla realizzazione delle innovazioni didattiche come anche sulle percezioni degli insegnanti, che si vanno ad aggiungere alle differenze culturali legate alla disciplina e al suo insegnamento. Ad esempio, il ricercatore Sun ha messo in evidenza alcune conseguenze del carattere inclusivo della scuola italiana in confronto, ad esempio, al sistema cinese in cui sono previste scuole speciali per studenti con bisogni educativi speciali, quali la maggiore complessità nell'organizzazione delle lezioni, che devono tenere conto dei diversi livelli cognitivi permettendo la partecipazione al discorso matematico da parte di tutti gli studenti:

> Though it could be easier to plan lessons for homogeneous groups of students, in Italian classrooms, activitiesmust be designed in order to have a positive effect on all students, including low achievers. This requires great care to design lessons for students with very different cognitive levels; nevertheless, the possibility for low achievers to be supported is important for an equitable society from a long-term perspective. (Mariotti et al., 2019, p.117)

Similmente, anche le differenze nei curricoli dei due contesti considerati, che abbiamo già evidenziato nel capitolo precedente, sono espressione di culture molto distanti che esercitano un ruolo di rilievo nelle pratiche didattiche:

> Le differenze tra i curricoli, dunque, non sono semplicemente riconducibili a scelte diverse in materia di istruzione matematica, ma sono la sintesi e il riflesso di diversi modi di pensare l'insegnamento, l'apprendimento, la matematica, e gli scopi di ognuna di queste cose. (Funghi, 2019, p.71)

In riferimento però alla realizzazione in classe delle attività ABM, in maniera specifica, abbiamo avuto la necessità di effettuare un'indagine più specifica, che ci ha permesso di caratterizzare tale proposta didattica all'interno dei contesti esaminati. Poiché gli esperti nel campo dell'educazione della matematica si profilano, all'interno del quadro investigativo, come l'anello di congiunzione tra il mondo della ricerca e quello della scuola, un loro coinvolgimento, volto ad esplorare il loro punto di vista sulle attività in oggetto e la loro implementazione nella scuola, ci ha offerto la possibilità di portare alla luce caratteristiche dei contesti culturali presi in considerazione nella ricerca. Siamo così riusciti, in primis, ad osservare similarità e differenze nella caratterizzazione delle attività ABM rispetto alla cultura dell’insegnamento del contesto. Secondariamente, tali indicazioni sono andate a costituire le linee interpretative per osservare l’implementazione nelle classi di tali attività nei due territori considerati.

Ora che abbiamo presentato strumenti, assunti e ipotesi della ricerca, passiamo a delineare gli obiettivi e le metodologie di indagine messe in campo per perseguirli.

2.4. Gli obiettivi e le domande della ricerca

Il presente studio esplora la proposta delle attività ABM a scuola, con un focus specifico sui punti di vista e sulle convinzioni degli insegnanti, poiché riteniamo che essi possano fornirci preziose indicazioni sull'attuale realizzazione nelle classi. Descrivendo il nostro studio come ricerca nel quadro della *IR,* all’interno del paragrafo precedente, abbiamo già accennato alla presenza di una molteplicità di obiettivi che ci siamo posti nel nostro progetto di ricerca, i quali descriveremo adesso in modo dettagliato.

Il primo obiettivo della ricerca è stato quello di fornire una caratterizzazione delle attività ABM. Abbiamo perciò cercato di determinare come esse sono concettualizzate nella ricerca e come sono concepite nella scuola, o meglio, nella prospettiva degli insegnanti. Ci siamo quindi proposti di individuare le componenti principali delle attività ABM, quelle uniche e quelle necessarie ma non uniche, discernendole dalle caratteristiche accessorie (Century & Cassata, 2016). Si accompagna a questo sforzo, il tentativo di individuare i punti di allineamento e di distanza tra le opinioni dei ricercatori e le prospettive dei docenti che hanno partecipato allo studio, come anche gli elementi di comunione e di differenza nei diversi contesti di ricerca, ossia all’interno dei due Paesi considerati, che presentano differenti tradizioni culturali, come anche nel confronto tra i diversi ordini scolastici (cioè tra insegnanti di scuola primaria e secondaria).

Per perseguire questo primo obiettivo, le domande di ricerca che ci hanno guidato sono state le seguenti:

- *RQ1_a*. All’interno delle indicazioni provenienti dalla ricerca, sia nella letteratura che nella prospettiva dei ricercatori che hanno partecipato al progetto, come sono concettualizzate e caratterizzate le attività ABM (componenti essenziali, obiettivi della loro introduzione, filosofie educative che li caratterizzano, ecc.)? Come sono invece concepite dai docenti intervistati le attività ABM?
- *RQ1_b*. Quali sono le caratteristiche individuali degli insegnanti (conoscenze, convinzioni, consapevolezze), le strategie didattiche e le condizioni del contesto che dovrebbero accompagnare la proposta delle attività ABM in classe?
- *RQ1_c*. Rispetto a RQ1_a, b: all’interno del nostro campione, quale è il grado di allineamento tra la concettualizzazione a livello di ricerca e le possibili concezioni degli insegnanti?
- *RQ1_d*. Rispetto a RQ1_a, b, c: quali sono i possibili elementi di contatto e di distanza tra gli insegnanti di scuola primaria e secondaria che hanno partecipato nella nostra ricerca?
- *RQ1_e*. Rispetto a tutte le domande precedenti, quali sono gli elementi in comune e gli elementi che differiscono nel contesto italiano ed australiano? Possono trovare ragione nella cultura matematica e dell’insegnamento, come anche nelle politiche educative che ne sono espressione, presenti nel contesto?

Il secondo obiettivo è stato quello di fornire una descrizione di possibili realizzazioni delle attività ABM nella scuola. Perseguendo questo obiettivo, abbiamo voluto ricercare indizi rispetto alla realizzazione e pervasività della proposta, partendo dalle esperienze degli insegnanti intervistati, confrontando i vari contesti presi in esame. Questo sforzo descrittivo ha previsto anche di caratterizzare la proposta nella scuola secondo le sfere di influenza del modello di Century e Cassata (2016) come, in particolare, individuare quali sono i profili di insegnamento che possono caratterizzare gli insegnanti che realizzano le attività ABM a scuola, in termini di caratteristiche individuali, ovvero convinzioni, consapevolezze, conoscenze, ma anche in relazione alle caratteristiche contestuali. Le informazioni raccolte sulle esperienze di realizzazione delle attività ABM sono state analizzate anche nell’ottica di identificare potenziali determinanti rispetto all’efficacia di questa proposta didattica (come le caratteristiche dell’insegnamento, il tempo investito, i materiali coinvolti, i contenuti affrontati).

Le domande di ricerca specifiche che abbiamo formulato per perseguire questo secondo obiettivo di ricerca sono state le seguenti:

- *RQ2_a*. In che misura è diffusa e come si caratterizza la proposta delle attività ABM all’interno del campione di insegnanti che hanno partecipato alla ricerca? Vi sono differenze tra insegnanti di scuola primaria/secondaria, o nei campioni italiano e australiano?
- *RQ2_b*. Quali sono le strategie didattiche che si accompagnano alla proposta di queste attività in classe (gestione della classe, durata delle attività ecc.)?
- *RQ2_c*. Esistono profili d’insegnamento (background educativo, esperienza di insegnamento, convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica, convinzioni sulle attività ABM) o caratteristiche esterne (cultura e caratteristiche del contesto scolastico, curriculum e line guida delle politiche educative, formazioni o altre iniziative promosse dal mondo della ricerca) che si associano alla proposta delle attività ABM a scuola?
- *RQ2_d*. Quando le attività ABM vengono realizzate, in che misura la loro proposta e il profilo didattico che le accompagna sono allineati con le indicazioni fornite dai risultati della ricerca e dagli esperti accademici?

Infine, come terzo obiettivo, abbiamo cercato di identificare quali possono essere gli elementi che facilitano o ostacolano la proposta delle attività e la loro realizzazione nella scuola: le caratteristiche individuali degli insegnanti, i fattori contestuali (organizzativi e ambientali), gli attributi delle attività ABM, le strategie di supporto per la realizzazione e le variazioni della proposta nel tempo (Century & Cassata, 2016).

Gli interrogativi di ricerca che ruotano attorno a questo terzo obiettivo sono stati i seguenti:

- *RQ3_a*. Esistono caratteristiche individuali o fattori contestuali che possono determinare la disponibilità a proporre attività ABM a scuola?
- *RQ3_b*. Quali sono le difficoltà, i limiti e i vincoli che caratterizzano la potenziale proposta delle attività ABM o la loro realizzazione nella scuola?
- *RQ3_c*. Quali sono i possibili fattori che ostacolano/facilitano la realizzazione delle attività ABM?
- *RQ3_d*. Esistono delle strategie di supporto che favoriscono la realizzazione (e la realizzazione efficace) delle attività ABM?

Come messo in luce con quest’ultima domanda, oltre ad un’analisi a scopo descrittivo, che ci ha permesso inoltre di individuare i fattori d’influenza, questo modo di procedere ha messo in luce anche i possibili interventi che potrebbero agevolare la proposta delle attività ABM e portare ad un miglioramento nella diffusione e realizzazione delle attività.

2.5. Il disegno della ricerca e le scelte metodologiche

Il progetto di ricerca si presenta come uno studio esplorativo a metodo misto che ha per oggetto la realizzazione di attività ABM in classi di matematica italiane e australiane, le pratiche didattiche associate e le convinzioni degli insegnanti. Il disegno di ricerca ha previsto tre fasi, che si sono svolte nel contesto italiano e nel contesto australiano:

1. una revisione della letteratura di settore e dei documenti curricolari, delle linee guida e delle politiche educative, nazionali e internazionali, per identificare entro le varie prospettive di ricerca le caratteristiche che definiscono le differenti proposte didattiche che mettono al centro l’esperienza attiva degli studenti, prevedendo il coinvolgimento del loro corpo e movimento, e comprendere in che misura esse si siano trasformate in indicazioni rivolte al mondo scuola;

2. interviste online semi-strutturate con esperti ricercatori nell’ambito della didattica della matematica, volte a documentare il loro punto di vista sulle attività ABM e la loro realizzazione, con l’obiettivo di identificare un quadro concettuale riguardo le principali questioni sottese all’indagine che rivolgiamo agli insegnanti. Gli esperti sono stati selezionati sulla base degli interessi di ricerca e per l’esperienza a stretto contatto con gli insegnanti in corsi di formazione o effettuando sperimentazioni didattiche nelle classi;

3. un'indagine rivolta ad un campione volontario di insegnanti della scuola primaria e secondaria, consistita in:

    - un questionario online che ha per oggetto le convinzioni e le pratiche degli insegnanti riguardo l'insegnamento e l'apprendimento della matematica in generale e, in particolare, in riferimento alla proposta di attività ABM. Dopo aver completato il questionario, agli insegnanti interessati a partecipare ad un'intervista online è stato chiesto di fornire i propri dati di contatto per essere potenzialmente ricontattati in una fase successiva della ricerca;

    - interviste individuali semi-strutturate in Australia / focus group in Italia, condotte con un numero ristretto di insegnanti (che hanno compilato il questionario), con l'obiettivo di analizzare ulteriormente le principali questioni sollevate nelle risposte al questionario e approfondire alcuni temi per i quali il questionario potrebbe non fornire informazioni sufficienti.

I dettagli riguardanti i partecipanti, le strategie di selezione degli intervistati o la composizione del campione degli insegnanti, come anche le tempistiche e gli strumenti della ricerca, verranno messi in luce in modo approfondito all’interno dei capitoli seguenti. In particolare, il Capitolo 3 si focalizzerà sulla fase 2 della ricerca, mentre i capitoli 4, 5 e 6 sulla terza fase. Infatti, vista l’ampiezza e i dettagli degli strumenti, per agevolare la lettura dei risultati, questi sono stati presentati poco prima della descrizione dell’analisi dei dati e la discussione sui principali risultati raggiunti. Descriveremo adesso come le tre fasi delineate hanno contribuito alla ricerca delle risposte rispetto ai tre obiettivi di ricerca che abbiamo descritto nel paragrafo precedente.

Per quanto concerne il primo obiettivo della ricerca, ovvero caratterizzare le attività ABM e la loro realizzazione, abbiamo dapprima proceduto a individuare la concettualizzazione dell'oggetto all'interno del mondo della ricerca. Infatti, data la natura multiforme e complessa del costrutto operativo indagato, è stato fondamentale chiarirne le componenti e delinearne gli attributi, le possibili declinazioni e gli adattamenti in contesti diversi. A tal fine, oltre a esaminare le indicazioni fornite dai risultati della ricerca e delle linee guida ufficiali a livello nazionale e internazionale, abbiamo condotto uno studio esplorativo con i ricercatori che si occupano di didattica della matematica. Questi ultimi, infatti, occupano una posizione privilegiata per perseguire tale obiettivo perché, pur appartenendo al mondo della ricerca, sono in continuo dialogo con i contesti scolastici. Le opinioni degli esperti ci hanno aiutato a riconoscere le componenti fondamentali e i risultati attesi delle attività ABM e a classificare i fattori determinanti della e per la loro attuazione. A partire dalle indicazioni della ricerca, siamo passati ad analizzare la concezione che hanno i docenti di scuola primaria e secondaria delle attività ABM. Gli insegnanti sono stati coinvolti nella compilazione di un questionario auto compilato e successive in interviste di follow-up, che sono stati progettati a partire dai risultati ottenuti dalla revisione della letteratura e dalle interviste ai ricercatori.

Ci siamo serviti delle indicazioni che abbiamo reperito dalla revisione della letteratura e dalle interviste ai ricercatori anche per definire le direzioni di ricerca da intraprendere per fare luce sul secondo e terzo obiettivo del progetto. Gli strumenti del questionario e delle interviste che abbiamo utilizzato sono, infatti, stati progettati a partire dalle informazioni raccolte nella fase di *desk research* e dall'indagine esplorativa con i ricercatori. Per rispondere agli obiettivi 2 e 3 della ricerca, abbiamo dunque condotto uno studio esplorativo che, tramite gli strumenti delineati a partire dalla fase 1 e 2 dello studio, ha indagato le prospettive degli insegnanti di matematica della scuola primaria e secondaria rispetto alla proposta delle attività ABM e la loro integrazione nella pratica didattica quotidiana. Abbiamo cercato così di identificare, a partire dalle loro dichiarazioni, i fattori che sostengono o inibiscono la realizzazione di tali attività, deducendo la possibile relazione tra le convinzioni degli insegnanti e la loro disposizione a proporre (o l'attuale proposta delle) attività ABM, così come altre caratteristiche del profilo d'insegnamento, o altri eventuali fattori contestuali, potenzialmente influenti. Inoltre, abbiamo cercato di individuare caratteristiche che possono rendere didatticamente efficace una tale proposta. Abbiamo perciò raccolto informazioni sulla realizzazione delle attività ABM, identificando, in particolare, i fattori che influenzano la pratica, l'esistenza di modelli di insegnamento e classificato i profili degli insegnanti e le caratteristiche che possono determinarne l'efficacia didattica.

Le tre fasi della ricerca sono state condotte parallelamente nel contesto italiano e in quello australiano per perseguire un obiettivo fondamentale della ricerca, che si presenta come sotteso all'intera indagine, che mira a rilevare differenze significative tra i due contesti presi in esame per mettere in luce delle caratteristiche culturali potenzialmente influenti.

2.5.1 Il vaglio delle commissioni etiche

La ricerca è stata sottoposta ad un processo di valutazione da parte del *Comitato Etico per la Ricerca Scientifica* (CERS) della *Libera Università Maria SS. Assunta,* protocollo N. 14/2021. Gli accorgimenti etici hanno permesso di migliorare e di arricchire la progettazione della ricerca, oltre ad avere rappresentato un momento di formazione professionale. La valutazione, svoltasi in un arco temporale di 4 mesi, ha tenuto conto del disegno complessivo della ricerca, delle metodologie e degli strumenti sviluppati, della selezione e del coinvolgimento dei partecipanti, ottenendo un parere positivo. La domanda di valutazione e tutti gli allegati sono raccolti nell'Appendice 1.1.

Per quanto concerne la parte di ricerca che è stata condotta in Australia, abbiamo sottoposto il progetto anche al comitato etico australiano *Human Research Ethics Committee dell'Australian*

Catholic Universty (ACU HREC), protocollo N.2021-199E, ricevendo parere positivo. Il processo di valutazione, durato circa 6 mesi, è consistito in un'*Application* online all'interno del portale Orion, e ha coinvolto anch'esso una richiesta di giudizio sul disegno generale della ricerca, selezione e coinvolgimento dei partecipanti, metodologie e strumenti utilizzati, conservazione dei dati e pubblicazione dei risultati. Il confronto con il comitato etico australiano ci ha permesso di arricchire l'intero progetto di ricerca, integrando le valutazioni dei comitati etici coinvolti, oltre ad averci consentito di tenere in considerazione le specificità della realtà australiana. L'*Application* e tutti gli allegati alla domanda sono riportati all'interno dell'Appendice 2.1.

3. Le interviste ai ricercatori

I primi dati che abbiamo raccolto nella nostra ricerca, dopo l'iniziale studio della letteratura e delle politiche educative, riguardano le opinioni degli esperti rispetto alle principali questioni sottese all'indagine rivolta agli insegnanti, ovvero le convinzioni e le pratiche legate alla proposta di attività di apprendimento laboratoriale nelle quali gli studenti sono coinvolti tramite la loro percezione e movimento per lo sviluppo del pensiero matematico.

Gli esperti coinvolti sono stati 9 in Italia, 7 accademici e 2 insegnanti-ricercatori (uno in riferimento al primo e uno in riferimento al secondo ciclo d'istruzione) e 6 in Australia, tutti accademici di cui tre ex-insegnanti, selezionati per i loro interessi di ricerca e per l'esperienza al fianco dei docenti o futuri docenti. Con gli esperti è stata condotta un'intervista semi-strutturata via ZOOM, dalla durata di un'ora circa, con domande che ruotano attorno ad una scaletta prestabilita, comunicata loro in anticipo, come allegato nell'invito di partecipazione.

Il seguentemcapitolo si compone di un primo paragrafo, nel quale illustreremo il ruolo del coinvolgimento degli esperti all'interno della ricerca condotta, presenteremo il processo di selezione e coinvolgimento dei partecipanti nella ricerca, le modalità di svolgimento delle interviste e il protocollo nella versione italiana e australiana. In un secondo paragrafo, descriveremo le tecniche di trascrizione e i metodi di analisi delle interviste, daremo una descrizione del sistema di categorie e codici emersi, e del processo di triangolazione dell'analisi. Nel terzo paragrafo, presenteremo complessivamente i risultati delle interviste dei due gruppi di esperti intorno alle principali questioni affrontate, discutendo e commentando anche in modo cross-categoriale i risultati emersi, confrontando inoltre i due diversi contesti di indagine. Nel quarto capitolo, mostreremo come la definizione delle attività ABM sia stata costruita in modo induttivo, a partire dagli esempi, dalle terminologie e dalle relazioni tra i vari elementi costitutivi individuati dagli esperti, integrando le indicazioni provenienti dalla revisione della letteratura effettuata. Infine, forniremo un quadro che raccoglie le caratteristiche principali delle attività ABM e una loro concettualizzazione sulla base di quanto espresso dal mondo della ricerca (interviste ai ricercatori e

letteratura del campo) e delineeremo le direttrici che ci guideranno nell'indagine della prospettiva degli insegnanti sulla realizzazione in classe delle attività ABM. L'intero sistema di categorie e codici utilizzati per l'analisi e le trascrizioni delle interviste è riportato nell'Appendice 1.4.

3.1. Il coinvolgimento dei ricercatori in diattica della matematica

Gli esperti in didattica della matematica che abbiamo selezionato sono stati coinvolti come soggetti che ricoprono una posizione particolarmente significativa all'interno del panorama d'investigazione. Essi rappresentano, nel quadro di ricerca, lo sguardo della ricerca sul mondo della scuola, sia grazie alle sperimentazioni che conducono nelle classi, che attraverso i percorsi di formazione che rivolgono agli insegnanti o ai futuri insegnanti. Rivestono, dunque, un ruolo particolarmente significativo per individuare direzioni di ricerca con le quali analizzare e interpretare come i risultati di ricerca siano e possano essere realizzati nella scuola.

Allo stesso modo, gli insegnanti-ricercatori coinvolti sono figure professionali che, senza sottrarsi alla pratica scolastica, hanno assunto una "postura di ricerca" (Asquini, 2018), unendosi a gruppi di ricerca e comunità di pratica. Avvicinandosi così a tematiche e prospettive di ricerca, hanno vissuto nel loro stesso contesto la necessità di tradurli e integrarli in modo operativo nella scuola. Le loro riflessioni ed esperienze assumono, quindi, un ruolo privilegiato nel fornire elementi di indagine e riflessione sulla realizzazione nella scuola dei risultati di ricerca.

Oltre a questo, all'interno del nostro studio il coinvolgimento di tali esperti assolve a tre ulteriori compiti fondamentali per il particolare disegno di ricerca scelto.

Il primo è strettamente legato al loro ruolo da ricercatori, e riguarda la necessità di definire gli elementi essenziali, gli obiettivi auspicati, i principi fondanti e le possibili differenti interpretazioni che tali esperti individuano rispetto alle specifiche attività didattiche ABM. Infatti, poiché quest'ultimo si costituisce come una definizione operativa, costruita a scopo esplorativo, con una varietà di prospettive teoriche a volte contrastanti, è fondamentale individuare quei principi che lo caratterizzano come oggetto di studio. Le interviste agli esperti, in quest'ottica, completano uno studio di raffronto della letteratura. I loro contributi si concretizzano nelle indicazioni rappresentate dalle categorie emergenti, risultato dell'analisi induttiva delle trascrizioni delle interviste.

La definizione delle proprietà caratterizzanti le attività ABM ha uno scopo interpretativo rispetto all'indagine esplorativa che ha per oggetto le prospettive e le pratiche degli insegnanti, come individui protagonisti della realizzazione di proposte didattiche nella scuola. Esso costituisce, infatti, lo scheletro di riferimento per indagare i punti di allineamento e di iato che si presentano fra l'emergente dalle indicazioni del mondo della ricerca e la prospettiva che hanno in merito gli insegnanti.

In secondo luogo, si è voluto coinvolgere gli esperti in virtù del loro contatto con il mondo della scuola, e in particolare con gli insegnanti, per raccogliere le loro opinioni riguardo alle scelte comunicative e linguistiche da adottare nella fase d'indagine che ha previsto il coinvolgimento diretto dei docenti. Questo punto è risultato particolarmente delicato, soprattutto per le scelte metodologiche effettuate nel progetto. Lo studio, infatti, si concentra sugli insegnanti attraverso un questionario auto-compilato, non preceduto da un momento di presentazione e confronto sul tema. Se, da un lato, fornire una spiegazione e degli esempi risulta quindi necessario, dall'altro, per ragioni di concisione e per la natura esplorativa dell'indagine, non è possibile dilungarsi nella descrizione di esempi-guida e nell'inquadramento delle attività ABM. Per cui, è stato necessario fornire una descrizione breve e chiara dell'oggetto dello studio con esempi diversificati e, per quanto possibile, non fraintendibili agli occhi degli insegnanti. Le interviste sono state perciò uno strumento utile per la scelta di una terminologia e la selezione di esempi possibilmente coerenti con l'oggetto di studio definito, e che si presentano altresì facilmente accessibili e fruibili per gli insegnanti. Inoltre, la riflessione riguardo il tema della comunicazione con gli insegnanti ha fornito l'occasione per portare all'evidenza le possibilità di fraintendimento che si presentano come irriducibili, per la natura del disegno di ricerca costituito, e i possibili limiti alla validità dell'indagine condotta. Le parole degli esperti sono state occasione per un'attenta riflessione in merito.

Infine, il coinvolgimento di esperti di entrambi i contesti di ricerca, italiano e australiano, ha permesso di tracciare linee interpretative riguardo le differenze nelle variabili che definiscono le prassi didattiche e che sono legate alle specifiche caratteristiche strutturali del sistema scolastico e della cultura, sia matematica sia, più in generale, educativa.

Nel seguente paragrafo, dopo aver presentato il processo di selezione degli esperti e descritto come è avvenuto il loro reclutamento nella ricerca, illustreremo il protocollo delle interviste semi-strutturate, nella sua versione italiana ed australiana.

3.1.1. La selezione e il reclutamento degli esperti

Gli esperti in didattica della matematica che hanno partecipato al progetto sono stati selezionati sulla base dell'esperienza al fianco degli insegnanti e per i loro interessi di ricerca, affini all'oggetto d'indagine.

In Italia sono stati coinvolti 7 accademici, membri dell'AIRDM (Associazione Italiana di Ricerca in Didattica della Matematica), esperti di tematiche di ricerca che presentano vicinanze con l'oggetto di studio e con vasta esperienza in corsi di didattica disciplinare rivolti ad insegnanti in servizio e in formazione, e due insegnanti-ricercatori che hanno effettuato sperimentazioni nelle scuole di attività del tipo indicato, occupandosi anch'essi di formazione insegnanti. Uno dei due insegnanti-ricercatori coinvolti è docente di matematica e fisica con vasta esperienza in un liceo statale ed ha collaborato con importanti centri di ricerca e università italiane, l'altro ha insegnato per molti anni in un istituto comprensivo, occupandosi del primo ciclo di istruzione attraverso progetti di ricerca e formazione. Gli accademici che sono stati selezionati hanno un'ampia gamma di interessi di ricerca diversi: difficoltà matematiche, inclusione e ruolo delle rappresentazioni, fattori affettivi nell'apprendimento della matematica e convinzioni degli insegnanti, problem-solving, aspetti culturali dell'insegnamento-apprendimento della matematica, formazione degli insegnanti, mediazione semiotica, dimostrazione e argomentazione, didattica enattiva e *cultural responsive education*, approcci multimodali e gesti, educazione laboratoriale di ispirazione Montessori. Nel complesso, hanno tutti una lunga esperienza nei corsi di formazione professionale, hanno conoscenza dei contesti scolastici tramite il lavoro di ricerca sperimentale condotto nelle classi, in special modo legato all'introduzione di innovazioni didattiche, e hanno familiarità con l'argomento di nostro interesse. Il processo di selezione è stato effettuato tramite l'individuazione dei principali esperti italiani che hanno effettuato ricerca in tematiche vicine a quelle selezionate. Gli esperti sono stati quindi invitati a partecipare alla ricerca tramite un'email di reclutamento, nella quale è stato descritto il contesto di ricerca e la scaletta relativa alle domande dell'intervista semi-strutturata. In caso di risposta affermativa, abbiamo proceduto alla programmazione dell'incontro dopo la visione e la compilazione del modulo di consenso informato per i partecipanti alla ricerca. Gli esperti che hanno deciso di contribuire allo studio esplorativo, aderendo volontariamente al progetto, sono i 9 dei quali presentiamo il contributo in questo capitolo. Le interviste con gli esperti in Italia si sono svolte via Zoom, nel periodo compreso fra Maggio 2021 e Dicembre 2021.

In Australia, i sei esperti sono accademici, appartenenti al MERGA (*Mathematics Education Research Group of Australasia*), tre dei quali ex-docenti di scuola secondaria, con vasta esperienza in corsi di formazione professionale rivolti a insegnanti di matematica, sperimentando nella scuola innovazioni didattiche. I loro interessi di ricerca variano dalla formazione iniziale e professionale degli insegnanti, all'*inquiry-based learning*, dall'utilizzo delle tecnologie nell'educazione matematica alla *mathematial literacy* and *numeracy,* dall'implementazione di innovazioni didattiche nelle scuole primarie alle riforme nei curriculum e nella valutazione. Hanno tutti grande esperienza nella formazione insegnanti e nella ricerca internazionale. Gli esperti sono stati reclutati tramite un invito via email a contribuire alla ricerca per interposta persona dal Professor Vincent Geiger (ACU), e hanno aderito volontariamente al progetto. Dopo la compilazione del modulo di consenso informato per le interviste, abbiamo proceduto alla programmazione delle interviste che si sono svolte via Zoom, nel periodo compreso fra Novembre 2021 e Dicembre 2021.

Le mail di reclutamento rivolte agli esperti, nella versione italiana, si trovano nell'Appendice 1.1, e, in quella australiana, nell'Appendice 2.1.

3.1.2. I protocolli delle interviste

Il primo obiettivo delle interviste è quello di rilevare le opinioni degli esperti rispetto alla terminologia da utilizzare nel questionario rivolto agli insegnanti ed esempi che rendano facilmente accessibile e riconoscibile l'oggetto di studio. Come abbiamo infatti discusso nel capitolo precedente, si è deciso di non fare uso di un costrutto teorico pre-esistente, ma di costruire una definizione interna alla ricerca dell'oggetto di studio, che rispondesse agli specifici obiettivi dell'indagine. Gli esperti sono dunque interpellati per esprimere la loro opinione sulla scelta di una terminologia appropriata per definire le attività in esame in modo chiaro e facilmente accessibile agli insegnanti. Questa fase esplorativa dovrebbe anche fornire una serie di esempi, che vorrebbero essere comunemente conosciuti e riconoscibili dagli insegnanti, in riferimento ai diversi livelli scolastici.

In secondo luogo, le domande dell'intervista hanno l'obiettivo di raccogliere il punto di vista degli esperti su aspetti chiave riguardanti l'implementazione a scuola di attività laboratoriali che prevedono un coinvolgimento percettivo motorio degli studenti volto all'apprendimento della matematica, specialmente in relazione alle pratiche d'insegnamento. In particolare, vorremmo derivare dall'analisi delle interviste quali siano gli elementi fondamentali e i risultati attesi di queste attività, e identificare i fattori ritenuti determinanti nella e per la loro attuazione.

Presentiamo di seguito i protocolli delle interviste, nelle due versioni, italiana (Figura 1) e inglese (Figura 2).

Il protocollo Italiano

PROTOCOLLO PER L'INTERVISTA AGLI ESPERTI

A. Introduzione

Grazie per la sua partecipazione a questo progetto di ricerca.

Stiamo conducendo uno studio in Italia e in Australia che ha per oggetto le convinzioni degli insegnanti, di scuola primaria e secondaria ed, eventualmente, le pratiche didattiche adottate nell'insegnamento della matematica. Siamo particolarmente interessati alla proposta e all'implementazione in classe di attività che prevedono la partecipazione attiva degli studenti, in modalità laboratoriale, coinvolgendo il loro corpo e movimento, per esplorare concetti matematici. Queste includono, per esempio, attività progettate nella prospettiva dell'apprendimento enactive-embodied, attività di indagine che utilizzano materiali manipolativi e artefatti, attività laboratoriali che utilizzano strumenti (virtuali o fisici) in modalità esplorativa, attività in cui tutto il corpo è impegnato ad esplorare concetti matematici.

L'intervista sarà video-registrata, se ne concedete l'autorizzazione. In seguito, la registrazione audio sarà trascritta e le risposte fornite saranno raccolte, assieme a quelle degli altri esperti intervistati, per creare un quadro concettuale in cui saranno riportati, e verranno messi in relazione, i principali temi emersi.

Parti delle trascrizioni potranno essere citate direttamente in pubblicazioni di ricerca esclusivamente se avrete fornito l'autorizzazione, come espressamente indicato nel consenso informato che vi abbiamo chiesto di firmare prima di accettare di partecipare alla ricerca. Le trascrizioni dell'intervista, e le analisi effettuate dai ricercatori relativamente a questi dati, vi saranno inviati prima della pubblicazione. Una volta che avrete esaminato il materiale, esso sarà pubblicato solo se non avrete obiezioni.

B. Opinione degli esperti su una questione interna alla ricerca:

Nella nostra ricerca, somministreremo un questionario online agli insegnanti della scuola primaria e secondaria.

I. Nella versione italiana/australiana del questionario, quale terminologia userebbe per definire le attività oggetto dell'indagine in modo chiaro e facilmente accessibile agli insegnanti?

II. Pensa che sarebbe utile fornire degli esempi? Quali esempi pensa siano comunemente noti e riconoscibili dagli insegnanti?

(Tenendo in considerazione anche i diversi gradi scolastici)

C. Opinione degli esperti riguardo le principali questioni sottese all'indagine rivolta agli insegnanti:

III. Pensa che sia importante proporre questo tipo di attività a scuola? Perché?

IV. Quali sono le convinzioni che dovrebbero guidare gli insegnanti nel proporre queste attività in classe? Quali sono le considerazioni, le consapevolezze, le conoscenze che dovrebbero accompagnarsi all'implementazione di queste attività? (Ad esempio in termini di strategie didattiche da adottare, in termini di valutazione, ...)

V. Quali caratteristiche relative all'implementazione di queste attività in classe ne determinano l'efficacia didattica?

VI. Quali sono i principali limiti dell'utilizzo di queste attività nella pratica didattica? Quali sono i fattori che ostacolano / favoriscono l'implementazione di queste attività a scuola?

D. Saluti e ringraziamenti

Grazie per aver partecipato a questa intervista. La sua collaborazione è davvero preziosa per la nostra ricerca.

Figura 1. Protocollo delle interviste agli esperti italiani

Il protocollo Australiano

PROTOCOL FOR INTERVIEW WITH EXPERTS

I. I. Introduction

Thank you for your participation in this research project. We are currently conducting a research study in Italy and Australia that focuses on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to mathematics. We are particularly interested in the proposal and implementation in instructional practice of activities that involve the active participation of students, in a laboratorial mode, involving their body and movement, to explore mathematical concepts. These include, for example, activities designed from the perspective of enactive-embodied learning, inquiry activities using manipulative materials and artifacts, hands-on activities using tools (virtual or physical) in an exploratory mode, activities where the whole body is engaged to explore mathematical concepts.

The interview will be recorded with your permission. Afterward, the audio will be transcribed and your comments will be collected, with those of other experts interviewed, to create a conceptual framework in which the main themes that emerged and their relationships will be reported.

All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Your comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert), as expressly indicated in the informed consent which we asked you to sign before agreeing to participate. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent to you before publication. Once you have reviewed the material, it will only be published if you will have no objections.

I. II. Experts' opinions on an internal research issue

In our research, we will administer an online questionnaire to primary and secondary school teachers.

I. In the Australian version of the questionnaire, what terminology would you use to define the activities being surveyed in a clear and easily accessible way for teachers?

II. Do you think it would be useful to provide examples? Which examples do you think are commonly known and recognized by teachers? (Also consider the different school grades)

I. III. Experts' opinions about the central questions of the survey

III. Do you think it is important to use this type of activity in school? Why?

IV. What are the beliefs that should guide teachers in proposing these activities in the classroom?

What are the considerations, awareness, knowledge that should accompany teaching when implementing these activities? E.g. In terms of the choice of teaching strategies to be adopted, in terms of assessment, ...

V. What characteristics concerning the implementation of these activities in school determine their teaching effectiveness?

VI. What are the main limitations of the use of these activities in teaching practice?

What are factors that hinder / favour the implementation of these activities in school?

IV. Greetings and thanks

Thank you for participating. Your collaboration is really precious for our research.

Figura 2. Protocollo delle interviste agli esperti australiani

Nel caso delle interviste agli esperti australiani, in tutte le interviste è stata aggiunta una domanda che ha riguardato la presenza, nei curricola o nelle politiche educative, di indicazioni che fanno riferimento al coinvolgimento degli studenti, attraverso il loro corpo e movimento, in attività di apprendimento attivo della matematica. Infatti, dato il confronto con un contesto culturale molto distante da quello italiano e l'impossibilità di raggiungere il territorio australiano durante il progetto di dottorato, è stato necessario approfondire questi aspetti, oltre allo studio dei documenti curriculari, servendosi di uno specifico approfondimento durante le interviste agli esperti per raccogliere informazioni che ha riguardato gli aspetti meno istituzionali.

3.2. Le metodologie e la validazione del processo d'analisi

In questo paragrafo illustreremo le tecniche utilizzate per la trascrizione delle video-registrazioni, le metodologie di analisi del materiale narrativo e presenteremo il sistema di codici e categorie utilizzato per l'analisi. Infine, descriveremo brevemente come è avvenuto il processo di triangolazione al quale è stata sottoposta l'analisi del materiale narrativo.

3.2.1. Le tecniche di trascrizione e la metodologia di analisi

Le trascrizioni sono avvenute manualmente, utilizzando il software gratuito di lettura dei file audio *Listen N Write Free*, che presenta delle funzioni sviluppate specificatamente per la trascrizione, come quello di rallentamento dell'audio o di dettatura, particolarmente utili nell'analisi delle registrazioni degli esperti Australiani.

Per la trascrizione abbiamo utilizzato uno stile Jeffersoniano semplificato (Jefferson, 2004), che ha permesso di riportare le registrazioni audio delle interviste in narrazioni che ne hanno rispettato fedelmente anche le enfasi e le incertezze che caratterizzano il parlato (Sacks et al., 1974), del quale riportiamo, di seguito, una breve descrizione, nella Tabella 1.

Simbolo	Significato
[	le parentesi quadre segnalano la sovrapposizione del parlato del testo indicato fra le parentesi
>testo<	parlato accelerato
<testo>	parlato rallentato
testo	il sottolineato indica il dare enfasi alla parola
paro:la	i due punti indicano il prolungamento del suono
(0.5)	il numero dentro la parentesi indica la durata di una pausa in secondi e decimi di secondo
((azione))	le doppie parentesi indicano una descrizione delle azioni
( )	le parentesi tonde vuote indicano una parte di parlato non comprensibile
=	l'uguale viene inserito fra due parole pronunciate attaccate

Tabella 1. Legenda dei simboli utilizzati nella trascrizione (sistema Jeffersoniano semplificato)

Il materiale narrativo così trascritto è stato importato nel Software MAXQDA, nella versione Analytics Pro 2022, che, in modo automatico, ha organizzato le trascrizioni delle interviste, importate come file word, in documenti di lavoro, sui quali si è dunque proceduto all'analisi.

Ogni documento di lavoro è stato rinominato con le iniziali puntate di nome e cognome, per i contributi degli esperti italiani, mentre con gli pseudonimi *Esperto 1,… , Esperto 6* per gli esperti Australiani. Questa variazione all'interno dei due contesti è determinata da scelte conseguite al processo di valutazione dei comitati etici che, soltanto in territorio australiano, hanno richiesto l'anonimato dei partecipanti coinvolti anche relativamente a questa fase della ricerca. I narrativi dei due gruppi intervistati sono stati mantenuti separati, raggruppati nei due insiemi di documenti *Esperti Italiani* ed *Esperti Australiani*. Ogni documento è stato automaticamente suddiviso dal software in paragrafi che dividono la narrazione negli scambi avvenuti fra intervistatore ed intervistato. A tali paragrafi, che indicheremo con "p." seguito dal numero del paragrafo, faremo riferimento nel presentare i contributi analizzati, che rimanderanno alle trascrizioni in appendice (le trascrizioni italiane sono raccolte nell'Appendice 1.6, mentre le trascrizioni australiane nell'Appendice 2.3), riportati nella forma appena descritta.

Il materiale narrativo è stato quindi analizzato in accordo con la *Thematic Content Analysis* (Patton, 2002), seguendo, in prima istanza, un processo di *inductive category formation* (Mayring, 2015). A questa fase di iniziale codifica aperta, come viene definita nella *Grounded Theory* (Cohen et al., 2017), e induttiva (Palys & Atchinson, 2014), è seguita una fase di raffinamento dei risultati attraverso una codifica assiale focalizzata (Strauss, 1987; Ezzy, 2002).

Abbiamo analizzato in maniera separata i contributi relativi alle prime due domande, riguardo la terminologia e gli esempi da utilizzare per definire l'oggetto dindagine e il resto delle interviste. Un caso a sé, è rappresentato dalla domanda, che si è aggiunta spontaneamente nell'interazione con gli esperti Australiani, riguardo la presenza di riferimenti e indicazioni nei curriculum e nelle politiche educative australiane rispetto al coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti nell'apprendimento della matematica.

I contributi afferenti al dominio d'indagine *definizione terminologica ed esempi*, corrispondenti alle domande 1 e 2 del protocollo delle interviste, sono stati analizzati tramite una codifica aperta ed abbiamo preceduto a una loro categorizzazione secondo criteri stabiliti esternamente, prefissati a priori. Questo modo di procedere rappresenta una variante della tecnica di codifica a posteriori (Trinchero, 2002).

Per quanto riguarda le terminologie, abbiamo raggruppato le codifiche aperte relative ai contributi che proponevano delle terminologie figlie di una stessa matrice terminologica, come, ad esempio, *Laboratorio matematico, Attività di laboratorio, Didattica Laboratoriale*. Abbiamo inoltre raccolto i contributi riguardo i commenti, le criticità e i suggerimenti in modo da creare una narrazione completa dello scambio avvenuto con gli esperti.

Per analizzare gli esempi, abbiamo invece caratterizzato i contributi secondo le seguenti caratteristiche:

gli ordini scolastici ai quali gli esempi si riferiscono (per i contributi italiani: scuola primaria, scuola secondaria di primo grado, scuola secondaria di secondo grado, non specificato; per i contributi australiani*: primary school, secondary school*, non specificato);

- gli ambiti matematici di cui trattano;
- la tipologia di strumenti utilizzati e il coinvolgimento motorio richiesto.

Per quanto riguarda il dominio d'indagine, che ha interessato esclusivamente gli esperti Australiani, relativo all'esistenza di indicazioni ufficiali in riferimento all'oggetto di studio, i contributi non sono stati codificati e categorizzati, ma abbiamo proceduto nella raccolta fedele delle indicazioni fornite, che illustreremo integralmente nel terzo paragrafo, nel quale presenteremo una panoramica dettagliata e riorganizzata di tutti i contributi degli esperti.

Procediamo adesso a presentare le metodologie di analisi relative al resto del materiale narrativo.

L'analisi dei dati è avvenuta utilizzando la tecnica di codifica a posteriori del testo (Trinchero, 2002), seppure apportando alcune variazioni al protocollo standard, al fine di rendere l'analisi più adatta agli obiettivi dell'indagine condotta. Ad eccezione di una fase iniziale, nella quale abbiamo costruito delle macro categorie esterne, a priori, relative alle principali tematiche affrontate nelle domande dell'intervista semi-strutturata, il materiale narrativo è stato analizzato secondo una classificazione in categorie emergenti a partire dall'individuazione nei contributi di unità naturali di significato, successivamente trasformati in unità di codifica.

All'interno di ciascun contributo, sono stati individuati segmenti di testo che sono stati ritenuti particolarmente informativi: le unità di senso. Queste sono state selezionate tramite una codifica aperta, ovvero registrate con etichette che riportano, integralmente o parzialmente, gli stessi segmenti di testo individuati. Già in questa fase, le codifiche aperte sono state assegnate ad una delle macro-categorie iniziali, costruite sulla base delle tematiche di indagine.

Si è successivamente proceduto ad una sintesi, creando codici con asserti più elementari capaci di trattenere il significato delle unità di senso, individuando così, all'interno dei contributi, quelle che vengono definite le unità naturali di significato. Queste unità naturali di significato devono essere un numero limitato di asserti non più riducibile; nella nostra analisi con MAXQDA, ogni codice o sotto-codice rappresenta una unità naturale di significato.

Tali asserti sono stati raggruppati sotto un sistema di categorie emergente, all'interno di ogni macro categoria individuata inizialmente, in cui i codici relativi alle unità naturati di significato sono stati organizzati. Tale sistema di categorie e sotto-categorie è stato creato a partire da relazioni di similarità o differenza (ad esempio, raccogliendo l'insieme delle opinioni rispetto ad una stessa variabile, come può essere la valutazione delle attività ABM nella pratica didattica), di concordanza e opposizione (ad esempio fattori ostativi o facilitatori per l'implementazione di queste attività in classe) o di inclusione (nel caso della creazione di sotto-categorie).

La tecnica di codifica a posteriori del testo arresterebbe qui il suo percorso. Tale tecnica, però, si espone a pesanti critiche riguardo l'affidabilità, poiché, al ricercatore che compie la codifica, è lasciato un grande margine di interpretazione che potrebbe subire una pesante influenza a partire dai propri modelli e dalle proprie intuizioni, per quanto possa tentare di sospendere il giudizio in fase di analisi (Trinchero, 2002). Per ridurre questo effetto, abbiamo ritenuto di considerare, in aggiunta, anche una prospettiva ermeneutica, rimodellando il sistema di categorie emergenti e di codici sulla base di riletture e nuove analisi del testo, a partire dal sistema di codifica stabilito, che hanno permesso di rimettere tale sistema in discussione in base a criteri di chiarezza interpretativa e di accuratezza informativa.

Riportiamo, di seguito, una descrizione schematica della strategia di analisi e codifica utilizzata, nella quale sono riportate, per punti, le fasi operative che si sono susseguite per analizzare il materiale narrativo:

1) *Creazione delle Macro Categorie.*
   A partire dalle tematiche che caratterizzano le domande che abbiamo posto agli esperti, presentate nel paragrafo precedente nel protocollo delle interviste, abbiamo proceduto alla creazione di macro categorie, che corrispondono ai temi centrali ai quali fanno riferimento le argomentazioni degli esperti che sono state raccolte;
2) *Analisi delle interviste individuali.*
   Attraverso l'uso di una codifica aperta, avvenuta intervista per intervista, per ogni testo narrativo analizzato abbiamo inserito, all'interno di ogni macro categoria, i contributi corrispondenti.
3) *Creazione dei codici - unità naturali di significato.*
   Abbiamo costruito, in modo induttivo, un sistema di codici e sotto-codici capaci di raccogliere più codifiche aperte e di sintetizzarne il significato.
4) *Costruzione induttiva di Categorie e Sotto-Categorie per ogni Macro Categoria.*
   Analizzando in modo trasversale a tutti i documenti ogni macro-categoria, a partire dall'analisi delle vicinanze tematiche delle codifiche raccolte nella fase precedente, abbiamo creato induttivamente delle categorie e sotto-categorie interne.
5) *Codifica dei contributi secondo il sistema di categorie e codici.*
   Abbiamo analizzato da capo ogni testo narrativo sulla base delle sotto-categorie e del sistema di codici e sotto-codici prodotto.
6) *Ritorno sulle codifiche.*
   Dall'analisi effettuata sui testi narrativi, siamo tornati a modificare la struttura del sistema di categorie e codici rispetto alle incongruenze emerse con l'analisi condotta.
7) *Ripetizione del ciclo.*

Abbiamo ripercorso i punti 4, 5 e 6, fino a che non siamo giunti a un accordo, rispetto al sistema di codici definito, nelle analisi successive e non è stato più necessario modificare il sistema di categorie e codici. Per fare ciò, ci siamo avvalsi anche dell'intervento di codificatori esterni, come verrà descritto dettagliatamente nel presentare l'attendibilità dell'analisi.

3.2.2. L'utilizzo di mappe concettuali

Sia la creazione delle codifiche relative alle unità naturali di significato che del sistema di categorie sono avvenute attraverso l'analisi delle interviste, profilo dopo profilo, per la quale ci siamo serviti della costruzione di mappe concettuali in riferimento ad ogni tema dell'intervista (Daley, 2004; Trinchero, 2002).

Abbiamo utilizzato questo strumento perché, come sottolineano Corbin e Strauss (2008), l'impiego di mappe e diagrammi nel processo di analisi aiuta a riflettere ad un livello concettuale, mettendo in relazione le idee esposte. Nella creazione di ogni mappa concettuale, costruita a partire dal contributo di una prima intervista, il sistema di nodi e archi, che si è costituito tramite l'analisi condotta sul primo soggetto, "costituisce il background conoscitivo e interpretativo con il quale il ricercatore potrà accostarsi all'analisi dei dati raccolti su un secondo soggetto" (Trinchero, 2002, p.391). In questo modo, è stato possibile individuare un sistema limitato, esaustivo e non ridondante di unità naturali di significato e di categorie emergenti. In questo processo costruttivo, il sistema di codici e categorie è stato ridiscusso e rimodellato con un processo simile ad una spirale ermeneutica, dove il contributo dei singoli assume significato rispetto alla complessità dei contributi analizzati.

L'impiego di questo strumento di rappresentazione nell'analisi del materiale qualitativo assume anche un secondo ruolo fondamentale all'interno del disegno di ricerca. L'analisi del materiale narrativo relativo alle interviste condotte con gli esperti mira a produrre un quadro concettuale che evidenzia la globalità e la varietà delle opinioni riguardanti gli elementi centrali e i risultati attesi dalla proposta della attività in oggetto, e che identifica i fattori ritenuti determinanti nella e per la loro attuazione. In quest'ottica, l'utilizzo di mappe concettuali è un valido strumento per la rappresentazione dei risultati emersi dall'analisi delle interviste. Infatti, come sottolinea Trinchero (2002), le mappe concettuali sono una forma di rappresentazione specialmente efficace per visualizzare "il quadro concettuale relativo ai temi oggetto di indagine, così come emerge dall'evidenza empirica raccolta su tutti gli intervistati" (p. 391). Inoltre, esse si presentano particolarmente utili per mettere a confronto i due gruppi di esperti intervistati, portando alla luce ipotesi sulle differenze di carattere culturale relativamente al tema d'indagine.

3.2.3. Il sistema di codici e di categorie emergenti

Presenteremo, di seguito, i sistemi di codici e categorie che sono risultati dall'analisi appena descritta. Nel paragrafo successivo discuteremo infine i problemi di attendibilità e i risultati della triangolazione dell'analisi.

Prima di procedere nella descrizione del sistema di categorie, occorre effettuare una precisazione in riferimento all'oggetto rispetto al quale abbiamo invitato gli esperti ad esprimere opinioni. Le attività alle quali facciamo riferimento durante questa trattazione sono quelle indicate nella definizione provvisoria dell'oggetto di studio, corredata dei riferimenti ai framework teorici tenuti in considerazione, che abbiamo fornito agli esperti nel protocollo. Riportiamo brevemente sotto, per chiarezza nella lettura del paragrafo seguente, la definizione fornita nella sua versione italiana.

*Le attività didattiche che prevedono una **partecipazione attiva dello studente**, in modalità **laboratoriale**, coinvolgendone le funzioni **percettivo-motorie** tramite manipolativi (virtuali o fisici), strumenti o semplicemente attraverso il **movimento delle mani o dell'intero corpo**, per l'esplorazione dei concetti matematici.*

Fra tali attività rientrano ad esempio le attività progettate nella prospettiva dell'enactive-learning, come definita da Abrahamson, Dutton e Bakker (2022), degli approcci alla multimodalità e del materialismo inclusivo, le attività inquiry che prevedono l'utilizzo di materiali manipolativi, le attività laboratoriali che si servono di strumenti (virtuali o fisici) in una modalità esplorativa.

Il processo descritto al punto 1, nello schema relativo alle fasi dell'analisi delle interviste, ha prodotto la creazione delle seguenti 5 macro categorie a partire dalle principali tematiche che sottostanno alle domande effettuate nelle interviste: *importanza, caratteristiche (interne dell'insegnante) da accompagnare all'insegnamento, limiti, fattori di influenza, strategie didattiche*.

Vogliamo sottolineare, sin da subito, che le distinzioni interne alle macro-categorie non definiscono confini netti. Vi sono infatti parziali intersezioni in alcune delle categorie interne alle macro-categorie, come è naturale data la complessità dell'analisi di testi narrativi, all'interno dei quali, nello sviluppo di argomentazioni, si intrecciano e confluiscono questioni che appartengono ad ambiti differenti. Ne sono un esempio le caratteristiche che vanno ad influenzare profili di insegnamento e che sono in modo indistinguibile sia interne che esterne, i fattori di influenza che possono essere ostativi e facilitatori a seconda del contesto, i limiti delle attività che rappresentano anche ostacoli alla loro implementazione, le convinzioni interne che rappresentano fattori facilitanti o ostativi per l'introduzione delle attività nella pratica didattica, solo per citarne alcuni. Oltre al fatto che tale questione verrà problematizzata ove emergerà, essa non rappresenta un limite, essendo l'analisi in categorie strumentale al fine di individuare direzioni di investigazione e interpretazione della prospettiva degli insegnanti rispetto alla proposta in classe delle attività oggetto di studio.

Forniamo, di seguito,b una descrizione di tali macro-categorie, indicando per ognuna la suddivisione interna in categorie e sottocategorie prodotta dall'intero processo di analisi.

MACRO CATEGORIA: **IMPORTANZA (I)**

In questa macro-categoria sono riuniti i contributi degli esperti in riferimento alla domanda: *Ritiene che sia importante utilizzare queste attività a scuola? Perché?.* Sono stati convogliati in questo gruppo anche i contributi che non sono stati forniti per diretta risposta alla domanda in oggetto, ma che si sono manifestati nell'argomentazione di altre questioni all'interno dell'intervista.

La risposta alla domanda relativa all'importanza è stata affermativa per tutte le 15 interviste condotte, perciò, all'interno di questa categoria, troviamo tutte le argomentazioni apportate dagli esperti a favore dell'importanza di implementare le attività oggetto di indagine nella scuola. Tali argomentazioni sono state raggruppate in due categorie interne:

- *Categoria delle motivazioni giustificative o fondanti* (IG)

  All'interno di questa sotto categoria troviamo tutte le argomentazioni che giustificano a livello teorico o sperimentale, come ipotesi di partenza ed in un'ottica pre-operativa, l'implementazione nella scuola di queste attività.
- *Categoria delle motivazioni operative* (IO)

  All'interno di questa categoria l'importanza viene motivata rispetto a quali sono i risultati dell'implementazione di queste attività nella scuola: gli effetti e gli obiettivi della loro implementazione in classe.

MACRO CATEGORIA: **CARATTERISTICHE** (interne dell'insegnante) da accompagnare all'insegnamento. **(C)**

In questa macro categoria sono raccolte le caratteristiche (fattori interni) dell'insegnante, in termini di convinzioni, consapevolezze e conoscenze, che si dovrebbero accompagnare all'implementazione di queste attività nella pratica scolastica. I contributi sono principalmente le argomentazioni in risposta alla domanda: *Quali sono le convinzioni che dovrebbero guidare gli insegnanti nel proporre queste attività in classe? Quali sono le considerazioni, le consapevolezze, le conoscenze che si dovrebbero accompagnare all'insegnamento utilizzando queste attività?.* Come per il caso precedente, sono stati considerati anche contributi che trattano di questo argomento emersi durante l'intera intervista. La macro categoria si divide in modo abbastanza naturale secondo un sistema di categorie interne già implicite nella domanda. Per di più, internamente a due di queste categorie sono sopraggiunte alcune sotto-categorie emergenti a partire dall'analisi delle codifiche aperte. Presenteremo di seguito l'impianto del sistema relativo a questa macro categoria.

- *Categoria Convinzioni* (CCv)

  All'interno di questa categoria sono raccolte le convinzioni che, secondo gli esperti, dovrebbero avere gli insegnanti nel momento in cui propongono e realizzano in classe le attività in oggetto. Queste convinzioni sono talvolta convinzioni generali e teoriche riguardo l'insegnamento apprendimento della matematica o sono, invece, estremamente pratiche rispetto all'introduzione di questa "innovazione didattica". Ciò ha portato alla suddivisione di questa categoria nelle due sotto categorie:

  - *Sotto-categoria delle convinzioni riguardo la possibilità di poter beneficiare dell'introduzione di tali attività* (CCvB)

    Tale sotto categoria comprende sia le convinzioni legate all'essere nella condizione di poter beneficiare dell'introduzione di queste attività, che quelle relative agli effetti positivi per l'insegnamento-apprendimento di tali attività.

  - *Sotto-categoria delle convinzioni rispetto all'insegnamento - apprendimento della matematica* (CCvM)

    Tale sotto categoria riunisce le convinzioni di natura generale che l'insegnante dovrebbe avere nei confronti dell'insegnamento-apprendimento, in generale o in particolare della disciplina, che devono mostrare coerenza con l'approccio educativo proposto nelle attività.

- *Categoria Consapevolezze* (CCp)

  All'interno di questa categoria sono raccolte le consapevolezze che, secondo il parere degli esperti, un insegnante dovrebbe avere presenti quando realizza in classe questo tipo di attività. A seconda della natura generale o specifica di tali consapevolezze, sono state create le due seguenti sotto categorie:

  - *Sotto-categoria consapevolezza rispetto all'insegnamento - apprendimento della matematica* (CCpM)
  - *Sotto-categoria consapevolezza rispetto alle specifiche attività in oggetto* (CCpA)

- *Categoria Conoscenze*

  In questa categoria sono espresse le conoscenze che, secondo gli esperti, dovrebbero possedere gli insegnanti per proporre ed implementare in classe questo tipo di attività. Questa categoria non contiene sotto categorie interne perché i vari ambiti di conoscenza sono direttamente espressi dal sistema di codici adottato.

MACRO CATEGORIA: LIMITI (L)

In questa macro categoria sono convogliati i contributi degli esperti rispetto a quali siano, o possano essere, i limiti identificati nella proposta e implementazione in classe delle attività in oggetto, individuati nell'intera intervista ma, più specificatamente, nelle argomentazioni emerse in risposta alla domanda: *Quali sono i principali limiti dell'utilizzo di queste attività nella pratica didattica?*

Le risposte sono state organizzate in 2 categorie interne:

- *Categoria dei limiti intrinseci nelle attività* (LI)
  Sono state riunite in questa categorie le opinioni degli esperti in merito alla presenza, o all'assenza, di limiti intrinseci delle attività in oggetto. Tali limiti corrispondono spesso ad un ostacolo per l'implementazione nella scuola di queste attività, per questa ragione, nonostante la suddivisione costituita, è bene tenerne di conto in un unicum rispetto ai fattori ostativi che illustreremo di seguito.
- *Categoria dei limiti legati ad un errore di implementazione* (LE)
  In questa categoria sono presentati i limiti di queste attività in rapporto e conseguenza di errori comunemente praticati nell'implementazione delle stesse.

MACRO CATEGORIA: FATTORI DI INFLUENZA (F)

In questa macro categoria sono raccolte le opinioni degli esperti riguardo quali possano essere dei fattori ostativi e facilitatori. La domanda del protocollo che mira a raccogliere le opinioni degli esperti in merito è la seguente: *Quali sono i fattori ostativi/quali i fattori che favoriscono l'implementazione di queste attività nella scuola?* Come negli altri casi, si è tenuto però presente i contributi emergenti anche dalle argomentazioni rispetto ad altri nuclei di indagine. La macro-categoria, piuttosto ricca, si suddivide internamente in due categorie che seguono in modo naturale dalla formulazione della domanda, ovvero fattori di tipo ostativo e fattori che facilitano, a seconda che siano richiamati per il loro apporto positivo o negativo, e una categoria che raccoglie quei contributi nei quali vengono menzionati fattori che possono avere sia un apporto positivo che negativo a seconda di come vengono caratterizzati, i fattori ambivalenti.

- *Categoria fattori ambivalenti* (FA)
  Sono raccolti in questa categoria i contributi degli esperti rispetto dei fattori di influenza che, a seconda della loro declinazione, possono rappresentare un ostacolo o un incentivo alla realizzazione a scuola di attività del tipo identificato. Gli esperti hanno fatto riferimento a questi fattori come determinanti, mostrando il carattere di influenza sia in senso positivo che negativo.
- *Categoria fattori ostativi* (FO)
  Sono raccolti in questa categoria i contributi degli esperti rispetto ai fattori di influenza che hanno una connotazione antagonista rispetto all'implementazione in classe delle attività in oggetto. Tali convinzioni si suddividono in due sotto-categorie:
  - *Sotto-categoria dei fattori esterni (dal contesto)* (FOE)
    In questa sotto categoria sono raccolti quei contributi che individuano fattori ostativi legati alle condizioni a contorno, sia normative che di contesto, riguardanti lo svolgimento della didattica.
  - *Sotto-categoria dei fattori interni (all'insegnante)* (FOI)
    In questa sotto categoria sono raccolti quei contributi che individuano fattori ostativi in ambiti che riguardano le convinzioni, la sfera affettiva e le conoscenze dell'insegnante.

- *Categoria fattori facilitatori.* (FF)
  Sono raccolti in questa categoria i contributi degli esperti rispetto ai fattori di influenza che si presume possano favorire la proposta in classe delle attività in oggetto. Tali convinzioni si suddividono in due sotto-categorie:
  - *Sotto-categoria dei fattori esterni che potrebbero facilitarne l'implementazione* (FFE)

    Vengono raccolti in questa sotto categoria i contributi relativi alle condizioni a contorno, contestuali e normative, che potrebbero favorire la realizzazione delle attività nella pratica scolastica.
  - *Sotto-categoria dei fattori che potrebbero influire sulle convinzioni dell'insegnante.* (FFC)

    In questa sotto categoria troviamo le indicazioni relative ad interventi che potrebbero modificare le convinzioni degli insegnanti, portandoli ad introdurre queste attività nella pratica didattica.

MACRO CATEGORIA: <u>STRATEGIE DIDATTICHE</u> (SE)

In questa macro-categoria sono raccolte le opinioni degli insegnanti riguardo alle strategie didattiche da adottare per un'efficace implementazione di queste attività. I contributi sono collezionati principalmente in corrispondenza delle risposte alla domanda: *Quali caratteristiche che riguardano l'implementazione di queste attività a scuola ne determinano l'efficacia didattica? Quali strategie didattiche dovrebbero legarsi all'implementazione di queste attività?* Vogliamo sottolineare che, nel porre la domanda in oggetto agli intervistati, abbiamo messo in luce che non facciamo riferimento ad una idea pre-determinata di *efficacia didattica,* dato che siamo interessati a comprendere la caratterizzazione che ne danno gli esperti intervistati. Nel rispondere, alcuni esperti hanno fornito suggerimenti su possibili strategie da adottare per favorire l'introduzione di queste attività in classe, mentre altri contributi sono volti a descrivere strategie e caratteristiche della realizzazione delle attività ritenute necessarie per garantirne l'efficacia. Questa differenza ha generato le seguenti due categorie interne.

- *Categoria delle strategie didattiche per introdurre l'implementazione* (SEIn)
  Questa categoria si presenta come una categoria di contrasto, ossia di confronto rispetto ad una didattica distinta, che viene assunta come presente nella scuola e differisce dalla proposta didattica che viene promossa con queste attività, benché non venga chiaramente esplicitata ma sottointesa. Vengono qui collezionati i contributi che forniscono suggerimenti su come si possa introdurre questa "innovazione didattica" nella pratica scolastica. In questo senso la categoria ha particolari punti di comunione con la categoria dei fattori che ne facilitano la proposta in classe (FF).
- *Categoria delle strategie didattiche per l'efficacia implementativa* (SEIm)
  In questa categoria vengono riuniti i contributi che danno una descrizione e una caratterizzazione di come queste attività vadano implementate in classe. Tali contributi vengono a loro volta distribuiti in sotto categorie, a seconda della specificità alla quale si riferiscono:
  - *Sotto-categoria dei criteri di selezione delle attività* (SEImS)

    In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi riguardo a quelle caratteristiche che determinano la scelta di una buona attività da proporre.
  - *Sotto-categoria degli aspetti di gestione della classe e dei suoi individui* (SEImG)

In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi che fanno riferimento alle caratteristiche che riguardano l'organizzazione dell'attività nella classe, come il livello di coinvolgimento degli studenti e la gestione dell'attività e dei materiali/ strumenti coinvolti.

- *Sotto-categoria degli aspetti valutativi.* (SEImV)

  In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi riguardo le caratteristiche che dovrebbe possedere la valutazione di queste attività. È bene precisare che in questo contesto la valutazione è da considerarsi in senso stretto, principalmente come giudizio valutativo.

- *Sotto-categoria del ruolo dell'insegnante e alle modalità di insegnamento.* (SEImI)

  In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi che vanno a definire il ruolo che l'insegnante ricopre sia per la progettazione che per lo svolgimento dell'attività in classe.

- *Sotto-categoria della significatività dell'attività, oltre l'attività.* (SEImO)

  In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi che vanno a descrivere gli aspetti da considerare affinché l'attività non rimanga un'esperienza fine a se stessa ma acquisti significato all'interno del percorso d'insegnamento.

Di seguito riportiamo una tabella riassuntiva (Tabella 2) nella quale è rappresentato l'intero sistema di categorie. Sulla sinistra, in differenti colori, troviamo le macro-categorie, a sua volta suddivise in categorie e sotto-categorie, che incontriamo spostandoci nelle colonne al centro ed a sinistra rispettivamente. I colori indicati corrispondono ai colori assegnati nel sistema di codifica utilizzato per l'analisi con MAXQDA.

<table>
<tr><td rowspan="2">IMPORTANZA (I)</td><td colspan="2">Motivazioni giustificative (IG)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Motivazioni operative (IO)</td></tr>
<tr><td rowspan="5">CARATTERISTICHE (C)
(interne all'insegnante)
da accompagnare all'insegnamento</td><td rowspan="2">Convinzioni (CCv)</td><td>Riguardo la possibilità di beneficiare dell'introduzione delle attività (CCvB)</td></tr>
<tr><td>Rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica (CCvM)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Consapevolezze (CCp)</td><td>Rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica (CCpM)</td></tr>
<tr><td>Rispetto alle specifiche attività in oggetto (CCpA)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conoscenze (CCs)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">LIMITI
(L)</td><td colspan="2">Intrinseci delle attività (LI)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Dovuti ad errori di implementazione (LE)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">FATTORI DI INFLUENZA
(F)</td><td colspan="2">Fattori ambivalenti (FA)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Fattori ostativi (FO)</td><td>Fattori esterni (dal contesto) (FOE)</td></tr>
<tr><td>Fattori interni (all'insegnante) (FOI)</td></tr>
</table>

	Fattori facilitatori (FF)	Fattori esterni (che potrebbero facilitarne l'introduzione) (FFE)
		Fattori che potrebbero influire sulla predisposizione dell'insegnante (FFC)
STRATEGIE PER L'EFFICACIA (SE)	Per introdurre l'implementazione (SEIn)	
	Per l'efficacia nell'implementazione (SEIm)	Selezione delle attività (SEImS)
		Gestione della classe e dei suoi individui (SEImG)
		Aspetti valutativi (SEImV)
		Ruolo dell'insegnante e modalità di insegnamento (SEImI)
		Significatività dell'attività nel percorso d'insegnamento (SEImO)

Tabella 2. Sistema di categorie emergente dall'analisi delle interviste agli esperti

I contributi degli esperti, codificati sotto etichette che riportano le unità naturali di significato (ovvero che riassumono il significato e la natura dei segmenti di testo che rappresentano), sono stati inseriti all'interno del sistema di categorie qui presentato. Come è accaduto per le categorie, anche per i codici è stato necessario creare sistemi di sotto-codici, per permettere un'analisi più fine dei contributi e per limitare la perdita di informazioni nell'analisi.

Per fare un esempio, in riferimento alla sotto-categoria dei fattori ostativi interni (FOI), possiamo trovare il codice FOI 3 che possiede l'etichetta "Non adeguate" (o, in forma estesa, "Convinzione che le attività siano inadeguate: riduttive per la conoscenza matematica/ non adatte a tutti gli studenti"), e che rappresenta i contributi nei quali è stato espresso che le attività ABM, da parte dei docenti, potrebbero essere considerate inappropriate per il proprio insegnamento per qualche ragione. Raggruppati al suo interno troviamo tre sottocodici che differenziano i contributi afferenti al codice *FOI 3* in riferimento ai soggetti rispetto ai quali una tale inadeguatezza è percepita. Ad esempio, il sotto-codice *FOI 3a* si riferisce ai contributi che indicano la convinzione che le attività ABM siano adeguate solamente per certi alunni (ad es. "Però poi ci siamo resi conto che loro lo fanno solo con alcuni dei loro studenti, cioè quelli che loro reputano bravi, tra virgolette" (FA, p.37)), il codice *FOI3 b* alla possibilità che vengano ritenute inadeguate per i gradi scolastici più elevati (ad es. "Gli insegnanti pensano che queste cose siano utili per i bambini piccoli. Allora il problema più grosso è quello di riuscire a convincerli che sono utili anche per li studenti grandi"(MGBB, p.36)), il codice *FOI 3c* a quei contributi che indicano la possibilità che le attività siano ritenute inadeguate per l'insegnamento specifico della disciplina matematica (ad es. "[...] perché ha sempre vinto, dopo l'era Bourbakista, l'idea che la matematica seria fosse quella mentale. Ecco, insomma, non quella manipolativa (MGBB, p.38)").

Il sistema di codici e sottocodici prodotto costituisce il cuore dell'analisi narrativa e dell'interpretazione dei risultati, effettuata servendosi di mappe concettuali costruite in riferimento ad ogni macro-categoria, nelle quali le etichette relative alle unità naturali di significato costituiscono i nodi, organizzati secondo le categorie e sottocategorie.

All'interno dell'Appendice 1.4 sono riportate le tabelle che illustrano, categoria per categoria, il sistema di codici associato. Per ogni codice abbiamo fornito una breve descrizione ed un'unità di testo prototipica, a fini di trasparenza dell'analisi e per chiarire il processo di attribuzione. Le tabelle sono inoltre state lo strumento per la condivisione del sistema di analisi con codificatori esterni, al fine di effettuare la triangolazione dei dati. Tratteremo il tema dell'affidabilità e la validità dell'analisi, nonché della fase di validazione al termine del paragrafo.

Osservazioni e analisi critica del sistema di categorie e codici individuati

Il sistema di codici prodotto presenta al suo interno una varietà notevole in termini di aderenza al dato espressa dalle etichette associate ai codici e, in modo simile, anche nel grado di specificità che ritroviamo nei raggruppamenti di sottocodici. Queste caratteristiche rispecchiano e sono conseguenza della ricorrenza e della centralità di alcuni temi all'interno dei dati raccolti. Alcuni codici, (come ad esempio i codici riferiti alle strategie didattiche) hanno una sorta di aderenza al dato molto forte, essendo caratterizzati da etichette che si presentano come una riformulazione sintetica dell'unità di significato identificata nel dato narrativo. Invece, all'interno di altre categorie (come in quella dell'importanza e delle convinzioni) alcuni temi che sono stati riconosciuti come particolarmente ricorrenti, seppur trattati da differenti prospettive, sono stati raccolti sotto codici che hanno assunto un grado di generalità più elevato, capaci di rispettare l'aderenza tematica alle singole unità di significato di cui sono rappresentanti ma che sono frutto di una concettualizzazione superiore a partire da quella che è stata la varietà di forme con le quali tali codici si sono presentati nelle narrazioni, e corrispondono quindi a molteplici modi di stanziarsi all'interno dei contributi. Questa osservazione è stata oggetto di analisi critica durante il processo di triangolazione dei dati. Le principali modalità con cui i codici specifici si sono manifestati nei differenti contributi verranno discusse riportando i risultati.

Secondariamente, è importante sottolineare come la suddivisione in categorie e nei sistemi di codici sia stata prodotta in modo funzionale all'analisi, perciò i confini fra le categorie non si presentano come nette suddivisioni. Da un lato la categoria dell'importanza (I) può avere delle sovrapposizioni con le convinzioni (CCv) e le consapevolezze (CCp) degli insegnanti che dovrebbero accompagnarsi all'implementazione di queste attività. Queste ultime, a sua volta, hanno delle naturali corrispondenze con i fattori facilitatori che potrebbero influire sulle convinzioni dell'insegnante (FFC) e possono collegarsi alle strategie che possono agevolarne l'introduzione (SEIn). Similmente i fattori ostativi (FO) possono avere delle corrispondenze con i limiti delle attività (L), nonché corrispondere all'altra faccia dei fattori che ne facilitano l'introduzione (FF), ovvero presentarsi come fattori ambivalenti d'influenza (FA). Per di più, i fattori ostativi interni (FOI), che rappresentano le caratteristiche interne dell'insegnante che ostacolano la proposta e l'implementazione di queste attività, possono concretizzarsi in conoscenze, convinzioni e consapevolezze in contrapposizione a quelle che dovrebbero possedere gli insegnanti (CCv, CCp, CCs) per accompagnare queste attività. Consapevoli della presenza di queste aree di sovrapposizione, abbiamo cercato di analizzare i contributi restando il più aderenti possibile alla natura del dato, ovvero all'intenzionalità che caratterizza il contributo dell'intervistato.

Avendo presentato l'intero impianto di analisi, è bene mettere in luce il duplice obiettivo con il quale ci siamo serviti delle categorie emerse, e dell'analisi effettuata attraverso questo sistema di codici e categorie, in modo funzionale ai nostri obiettivi d'investigazione, descrivendo il quadro concettuale della prospettiva degli esperti in merito all'oggetto di studio, delineato a partire dalle interviste effettuate. Per prima cosa, abbiamo definito, coerentemente con l'ottica adottata, di ricerca sull'implementazione, le caratteristiche principali dell'oggetto studiato e della sua realizzazione a scuola, tenendo conto delle differenze culturali che emergono dal confronto fra i due diversi gruppi di esperti. Quindi, a partire dall'analisi effettuata, abbiamo definito quali sono le principali direzioni di indagine secondo cui investigare la prospettiva degli insegnanti riguardo l'implementazione in classe delle attività in oggetto. In secondo luogo, tale quadro si struttura come uno strumento per analizzare il possibile allineamento o la distanza che intercorre tra le opinioni degli esperti e la prospettiva degli insegnanti, per dischiudere e caratterizzare il rapporto tra le due prospettive.

3.3.4. L'attendibilità e l'affidabilità dell'analisi

L'analisi qualitativa del materiale narrativo è affetta da problemi di affidabilità ed attendibilità, soprattutto se condotta da parte di analizzatori singoli e non vi è quindi la possibilità di una *interosservazione* interna nell'analisi, ovvero di una discussione analitica sulle codifiche dei protocolli in fase di analisi fra molteplici ricercatori (Mantovani & Kanizsa, 1998, p.127).

Il procedere in modo ermeneutico in cicli successivi, attraverso un susseguirsi ripetuto di fasi di analisi del materiale narrativo e modifiche di assestamento nel sistema di codici, se da un lato garantisce che il singolo codificatore che l'ha prodotta abbia reso la sua analisi *stabile*, ovvero che nelle analisi condotte a distanza di tempo resti costante la codifica, effettuata sullo stesso materiale narrativo, da parte di uno stesso codificatore, non garantisce tuttavia che i codici assegnati ai segmenti di testo verrebbero riassegnati nello stesso modo da parte di un altro codificatore indipendente.

Per avere un controllo sulla grandezza dell'errore di attendibilità, un metodo abbastanza comune nella ricerca educativa è quello di avvalersi della *investigator triangulation* (Denzin, 2009). In particolare, ad uno o più codificatori esterni all'analisi effettuata viene assegnato il compito, dato il sistema di codici prodotto, di ricodificare un campione rappresentativo di materiale narrativo per effettuare una triangolazione, verificando l'attendibilità in termini di *inter-rater reliability* del sistema di analisi generato a partire dai dati (Krippendorff, 2004; Cohen et al., 2002).

L'attendibilità dell'analisi condotta

Nella nostra ricerca abbiamo previsto un processo di attendibilità, come indicato da Syed & Nelson (2015), che è consistito in una fase di triangolazione in itinere, che ha coinvolto due ricercatori esterni, per il raffinamento delle codifiche su analisi parziali riferite a singoli schemi di codifica particolarmente significativi, e il coinvolgimento di due ulteriori codificatori con i quali si è effettuato una validazione finale dell'*inter-rater agreement*.

Nella fase di triangolazione in itinere, rispetto all'analisi di specifiche categorie particolarmente significative e incerte, abbiamo coinvolto un codificatore per le interviste condotte con gli esperti italiani e uno per le interviste degli esperti australiani. L'indice di accordo rispetto al primo codificatore è risultato dell'88%, mentre del secondo codificatore dell'80%. Discutendo sui casi controversi con i codificatori esterni, è risultato evidente che il disaccordo nasceva da ambiguità di interpretazione nelle definizioni operative delle categorie di codifica. Abbiamo perciò optato per quella che si definisce una *codifica di accordo* (Mantovani & Kanizsa, 1998, p.127), ovvero le definizioni operative sono state ridiscusse e quindi modificate per eliminare il disaccordo.

Per verificare l'*inter-rater agreement*, e quindi dare una misura dell'attendibilità del sistema finale di codifica, abbiamo coinvolto altri due codificatori esterni che hanno analizzato una stessa porzione di materiale narrativo. In accordo con Geisler et al. (2019), i protocolli analizzati da parte di due codificatori esterni corrispondono al 20% del materiale narrativo totale. Riportiamo di seguito i due indici di accuratezza, che misurano il grado di accordo di ogni codificatore esterno rispetto alla codifica effettuata, e l'indice di accordo (*inter-rater* o *intercoder agreement*) delle codifiche effettuate da i due codificatori esterni, che fornisce una misura dell'attendibilità dell'analisi. Anche se indici più complessi, o i più sofisticati coefficienti di correlazione, potrebbero essere selezionati per verificare l'*inter-rater agreement* in modo più consistente, nel caso dell'utilizzo di variabili categoriali il calcolo della percentuale di accordo (*percent agreement*) risulta comunque un indicatore sufficiente (Syed & Nelson, 2015).

$i_{accuratezza\ (Cod.N)} = \frac{100\times\ accordi_{(Cod.N,Codifica)}}{accordi_{(Cod.N,Codifica)}+disaccordi_{(Cod.N,Codifica)}}$ $i_{accordo} = \frac{100\times\ accordi_{(Cod.1,Cod.2)}}{accordi_{(Cod.1,Cod.2)}+disaccordi_{(Cod.1,Cod.2)}}$

Solitamene si ritiene che un buon indice di accordo debba raggiungere almeno l'80 %; più si avvicina alla totale coincidenza nella codifica (100%) più la codifica viene ritenuta attendibile (Mantovani & Kanizsa, 1998). Nel nostro caso l'indice di accordo $i_{accordo}$ è pari all'83% e quindi sufficientemente attendibile, inoltre risultano piuttosto buoni gli indici di accuratezza di entrambi i codificatori esterni, rispettivamente $i_{accuratezza\ (Cod.1)}$=85% e $i_{accuratezza\ (Cod.2)}$=96%.

L'affidabilità dell'analisi

Come abbiamo già sottolineato in precedenza, la tecnica di codifica a posteriori del testo, che abbiamo utilizzato per l'analisi del materiale narrativo, è soggetta a critiche che riguardano l'affidabilità, a causa della totale libertà del ricercatore nella creazione del sistema di codifiche che potrebbe quindi essere compromesso dalla presenza di ipotesi predeterminate (Trinchero, 2002). Abbiamo cercato di limitare questo effetto facendo emergere l'analisi induttivamente a partire dai segmenti di testo e ritornando a codificare i testi narrativi sulla base dei sistemi di codici e categorie, questionando la fedeltà e la chiarezza interpretativa, e a rimodellare i sistemi di codifica fino a che non si sono più riscontrate delle incongruenze o ambiguità.

Per fornire un'ulteriore garanzia dell'affidabilità, ci siamo impegnati nel riportare ad ogni esperto intervistato l'intera trascrizione dell'intervista, l'analisi e i risultati dell'analisi condotta su di essa. Questa operazione di restituzione, direttamente alle fonti dell'informazione, è stata l'occasione per poter ridiscutere eventuali incongruenze emerse dall'analisi e validarne il processo.

3.3. I risultati

In questo paragrafo riporteremo, per punti significativi, i contributi alla ricerca derivati dall'analisi condotta profilo per profilo delle interviste agli esperti, illustrando attraverso due uniche macro narrazioni quanto emerge complessivamente nei due contesti, l'Italia e l'Australia.

Osservando la varietà dei contributi raccolti, una caratteristica che è risultata ben evidente è stata la differenza della modalità con cui gli esperti hanno declinato le risposte alle domande dell'intervista e come hanno caratterizzato l'oggetto di studio in accordo con il loro punto di vista sulla ricerca e le loro sensibilità verso certe tematiche. Ogni ricercatore ha dato infatti una lettura, rintracciabile in modo trasversale nel contributo, che si è mossa nella cornice interna alle sue prospettive di ricerca, con focus legati alle personali esperienze di ricerca e di lavoro. Questa caratteristica ha fornito una ricchezza interpretativa e una panoramica ampia e composita intorno al tema di ricerca. Nonostante queste differenze, è stato però possibile rintracciare delle tematiche ricorrenti, che hanno accomunato molti dei contributi raccolti e intorno alle quali hanno particolarmente insistito i ricercatori, indipendentemente dal background teorico e dalle differenti sensibilità. Queste tematiche hanno tracciato le principali direzioni di ricerca ed hanno caratterizzato gli elementi centrali delle attività in oggetto e della loro realizzazione. Ci è sembrato pertanto più significativo offrire un racconto corale dei risultati emersi all'interno dei due contesti.

Di seguito verranno illustrati i risultati riferiti al contesti italiano: dopo aver presentato i profili dei 9 ricercatori che hanno preso parte alle interviste, illustreremo, seguendo l'ordine delle categorie, i principali contributi raccolti intorno ai temi specifici trattati e concluderemo con delle osservazioni cross-categoriali. Similmente faremo nel paragrafo successivo con i risultati delle interviste con i 6 accademici australiani. Infine, riporteremo delle mappe che rappresentano complessivamente i contributi italiani e australiani che, oltre a descrivere il variegato panorama degli elementi che sono emersi dalle interviste, permetteranno di mettere in luce le principali differenze emerse dall'analisi dei due gruppi a confronto.

3.3.1. I contributi italiani

I soggetti italiani coinvolti nelle interviste sono stati 9, tra cui sette accademici, ovvero Maria Giuseppina Bartolini Bussi, Pietro Di Martino, Benedetto Scoppola, Anna Baccaglini-Frank, Ferdinando Arzarello, Maria Mellone, Maria Alessandra Mariotti, e due insegnanti-ricercatori, Domingo Paola e Margherita D'Onofrio. Presenteremo brevemente, di seguito, i loro profili e procederemo a descrivere il risultato dei loro contributi attraverso una panoramica di quanto emerso intorno ad ogni tema principale, prima di concludere con alcune osservazioni cross-categoriali.

Maria Giuseppina Bartolini Bussi (MGBB)

Maria Giuseppina Bartolini Bussi è stata professore ordinario presso il Dipartimento di Educazione e Scienze Umane dell'Università di Modena e Reggio Emilia e presidente del Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria, tenendo numerosi corsi di Didattica della Matematica. Ha progettato e curato, insieme a Michela Maschietto, il Laboratorio delle Macchine Matematiche (Bussi & Maschietto, 2006), cui fa riferimento anche il documento programmatico Matematica 2003 (Anichini et al., 2004) come esempio di Laboratorio di Matematica rivolto alla scuola secondaria. Ha avuto collaborazioni internazionali con ricercatori in tutti i continenti e con un vasto numero di insegnanti in Italia, occupandosi di ricerca in educazione matematica in riferimento a tutti i livelli scolari. Ha fatto parte della Commissione Internazionale per l'insegnamento della Matematica (CIIM) all'interno dell'UMI (Unione Matematica Italiana) ed è stata membro esecutivo dell'ICMI (*International Commission on Mathematical Instruction)*. La discussione matematica e le questioni culturali legate all'insegnamento-apprendimento della matematica sono state fra i suoi principali temi di ricerca e insieme a Maria Alessandra Mariotti ha costruito la teoria della Mediazione Semiotica. Più di recente, si è occupata di matematica per la scuola dell'infanzia e ha inaugurato la tradizione di ricerca sul *lesson study* per la formazione insegnanti in Italia.

Pietro Di Martino (PDM)

Pietro Di Martino è professore ordinario in Matematiche Complementari presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa e presidente del corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria nello stesso ateneo. Ex-presidente della Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica (CIIM). Si è da sempre occupato della formazione insegnanti, sia in servizio che in ingresso e la sua attività di ricerca verte, in particolare, sulla tematica delle difficoltà in matematica a tutti i livelli scolari concentrandosi in particolare sul ruolo dei fattori affettivi nell'apprendimento della matematica. Ha promosso progetti come il progetto M@t.abel[56], Laboratori del Sapere Scientifico[57], per la formazione insegnanti ed è attualmente direttore scientifico del progetto Problemi al centro[58] promosso da Giunti scuola, nel quale vengono promosse attività di laboratorio matematico volte alla costruzione delle competenze di problem solving nella scuola primaria.

Benedetto Scoppola (BS)

Benedetto Scoppola è professore ordinario in Fisica-Matematica presso il Dipartimento di Matematica Pura e Applicata dell'Università degli Studi di Roma Tor Vergata, da sempre interessato ai temi della Storia e della Didattica della Matematica, è docente del corso di Storia della Scienza e di Laboratorio di Didattica della Matematica al Dipartimento di Matematica. È presidente dell'Opera Nazionale Montessori; esperto, in particolare, di matematica nel metodo Montessori, ha tradotto e pubblicato il dattiloscritto inedito Psicogeometria (Montessori, 2011), oltre ad essersi occupato della

[56] https://www.indire.it/db/docsrv/A_bandi/apprendimenti_base_matematica.pdf (consultato il 25/10/2022)

[57] https://www.regione.toscana.it/-/i-laboratori-del-sapere-scientifico-lss (consultato il 25/10/2022)

[58] https://www.giuntiscuola.it/progetto-problemi-al-centro (consultato il 25/10/2022)

formazione degli insegnanti, nei moduli relativi alla matematica, all'interno dell'Opera. È docente inoltre del corso di Didattica della Matematica e della Geometria nel corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria al Dipartimento di Scienze Umane dell'Università LUMSA di Roma.

Anna Baccaglini-Frank (AB-F)

Anna Baccaglini-Frank è professore associato presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa dove insegna Didattica della Matematica. Tiene il corso di Fondamenti e Didattica della Matematica, al CdS in Scienze della Formazione Primaria presso il medesimo ateneo. Dirige la collana Artefatti Intelligenti ed è referente scientifico per il progetto PerContare[59], occupandosi della progettazione di attività con artefatti fisici e digitali per migliorare l'apprendimento della matematica, con particolare attenzione alle difficoltà di apprendimento e allo sviluppo di materiale didattico per l'inclusione, rivolgendosi alla scuola primaria. I suoi principali interessi di ricerca riguardano le difficoltà in matematica e l'utilizzo della *Design Based Research* per la progettazione di interventi didattici per promuovere l'inclusione e prevenire l'insorgenza di difficoltà nell'ambito dell'aritmetica, con un focus sull'uso delle tecnologie per migliorare l'apprendimento matematico tramite la progettazione di artefatti digitali per l'apprendimento dell'algebra e dell'aritmetica, e lo sviluppo del pensiero geometrico in ambienti di geometria dinamica (in particolare la formulazione di congetture) in riferimento alla scuola di secondo grado.

Ferdinando Arzarello (FA)

Ferdinando Arzarello è professore emerito presso il Dipartimento di Matematica "G. Peano" dell'Università degli Studi di Torino. Ha una vasta esperienza di collaborazioni nazionali ed internazionali, è stato a lungo presidente della CIIM e coordinatore di numerose Commissioni ministeriali per l'insegnamento della Matematica, presidente dell'ERME (*European Association of Mathematics Education*) e dell'ICMI (*International Commission on Mathematical Instruction*). Tra i suoi interessi di ricerca troviamo l'apprendimento dell'algebra e della pre-algebra, l'apprendimento di Geometria ed Analisi in ambienti tecnologici, la progettazione dei curriculum, lo studio dei processi di insegnamento/apprendimento in matematica, con particolare riferimento all'utilizzo di diversi sistemi di rappresentazioni semiotiche da parte di docenti e studenti, specialmente sviluppando ricerche sull'*embodiment* e i gesti in matematica.

Maria Mellone (MM)

Maria Mellone è professore associato di Matematiche Complementari presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli" dell'Università degli Studi di Napoli Federico II ed è attualmente presidente della CIIM (Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica all'interno dell'UMI). I suoi interessi di ricerca riguardano l'influenza dei fattori affettivi nell'apprendimento della matematica, il rifiuto della matematica e l'analfabetismo matematico, progettando ed implementando attività didattiche per contrastare la dispersione scolastica in contesti svantaggiati (nel quadro della *cultural responsive education* e dell'*enattivismo*). Si occupa inoltre di formazione insegnanti ed in particolare della conoscenza interpretativa di cui necessitano gli insegnanti per attribuire un senso profondo alle produzioni degli studenti, oltre che di trasposizione culturale di metodologie e strumenti di didattica matematica provenienti da altri Paesi.

Maria Alessandra Mariotti (MAM)

Maria Alessandra Mariotti è professore associato in Matematiche Complementari al Dipartimento di Ingegneria dell'informazione e Scienze Matematica dell'Università di Siena. Precedentemente al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa ha tenuto corsi di Matematiche Elementari da un

[59] https://www.percontare.it/ (consultato il 25/10/2022)

Punto di Vista Superiore anche all'Università di Pisa. Ha una vasta esperienza di ricerca nella formazione insegnanti, è stata responsabile della SISS Toscana. È stata successivamente presidente dell'AIRDM (Associazione Italiana di Ricerca in Didattica della Matematica) ed ha una vasta esperienza di ricerca e collaborazioni internazionali. I suoi interessi di ricerca si sviluppano intorno a due principali filoni: il ruolo delle nuove tecnologie nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica e la loro integrazione nella pratica scolastica, e l'introduzione al pensiero teorico, l'argomentare e la dimostrazione in matematica. Le principali ricerche si sono concentrate sul ragionamento geometrico, la visualizzazione e dello sviluppo di quadri teorici sul problema generale del rapporto tra l'uso di particolari artefatti e lo sviluppo di conoscenze (Teoria della Mediazione Semiotica), effettuando sperimentazioni di lungo termine in numerose classi e collaborando con molti insegnanti di tutti i livelli scolari.

Domingo Paola (DP)

Domingo Paola è docente di Matematica e Fisica presso il liceo statale "G. Bruno" di Albenga ed insegnante-ricercatore da molti anni, è membro del GREMG (Gruppo Ricerca Educazione Matematica Genova) e collabora dal 1996 con l'NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica) di Torino, sviluppando con il coordinatore Arzarello il costrutto del *semiotic game*. È stato docente della SISS per l'Università di Genova, coordinatore del Progetto Pitagora, formatore del PNI (Piano Nazionale Informatica), membro e tutor di progetti promossi dal Ministero dell'Istruzione e da INVALSI, membro esperto della CIIM. Collaborando con molte università e centri di ricerca italiani ha sviluppato materiali didattici, in particolare materiali multimediali, ed ha partecipato in molteplici conferenze sia in contesti di ricerca che rivolti alla scuola.

Margherita D'Onofrio (MDO)

Margherita D'Onofrio è stata insegnante della scuola secondaria di primo grado di Scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali nell'Istituto Comprensivo "Via Tor de Schiavi" di Roma, è da sempre membro del CIDI (Centro di Iniziativa Democratica degli Insegnanti) e fa parte della segreteria nazionale dal 2011, coordinando un gruppo nazionale telematico sul curricolo di matematica e un gruppo in presenza a Roma sul curricolo di matematica e di scienze nell'infanzia e nel primo ciclo. Perfezionandosi nell'insegnamento della matematica nel primo ciclo, ha tenuto corsi di aggiornamento e di formazione, soprattutto in modo specifico sul curricolo di matematica e le Indicazioni Nazionali e docente di matematica ed ha progettato materiali e prodotti multimediali.

3.3.1.1. Una panoramica dei contributi italiani

Proponiamo adesso una panoramica del quadro concettuale emerso dai contributi degli esperti italiani, presentando, per ogni tema affrontato, i principali elementi che sono stati portati all'attenzione a tale riguardo, ed infine condurremo alcune osservazione di carattere cross-categoriale che caratterizzano i contributi.

Nella narrazione dei risultati faremo riferimento alle unità di significato individuate all'interno delle interviste, riportandole con un riferimento all'esperto e al paragrafo dell'intervista nella quale egli esprime il concetto che viene richiamato. Per fare un esempio, se vogliamo riferirci a una idea espressa da Maria Mellone in quello che, nella nostra trascrizione, corrisponde al settimo paragrafo, indicheremo accanto al concetto esposto (MM, p.7).

IMPORTANZA

Riguardo alla prima macrocategoria sulle motivazioni per le quali si ritiene sia importante implementare a scuola attività laboratoriali nelle quali è coinvolto il corpo e il movimento degli studenti per l'apprendimento della matematica, sono emerse due differenti tipologie principali.

Una prima tipologia riguarda le motivazioni giustificative, ovvero delle ragioni fondanti a favore dell'introduzione in classe di queste attività. Fra queste, possiamo distinguere l'insieme dei contributi che hanno cercato fondamento nell'esplicito riferimento a teorie e risultati di ricerca, e un secondo insieme dove l'importanza di tali attività per lo sviluppo del pensiero matematico viene fatto discendere come conseguenza di una visione su come avvengono i processi di insegnamento e apprendimento e di convinzioni di carattere cognitivo condivise dell'esperto.

Gli esperti hanno fatto riferimento a risultati di ricerca che ne testimoniano l'importanza in modo esplicito, richiamando gli effetti positivi riscontrati in sperimentazioni in Didattica della Matematica. Vi sono generici riferimenti ad effetti interessanti, anche a livello formativo, raggiunti dall'uso di alcuni artefatti e percorsi didattici (PDM, p.41; BS p.17), come i risultati ottenuti dal lavoro di ricerca di Pasquazi (BS, p.29), o testimoniati da ricerche che utilizzano l'*eye tracker* in sperimentazioni con tecnologie digitali, come ad esempio quelle effettuate da Francesca Ferrara e dal gruppo di Torino (FA p.27; DP, p.5). Ma sono anche presenti riferimenti ad esperienze di ricerca che hanno testimoniato come il coinvolgimento corporeo avvicini ai significati matematici in tutti i gradi scolastici (MGBB, p.62, p.68; FA, p.17) e come i gesti e il movimento siano parti integranti dello sviluppo del discorso matematico, come ad esempio le ricerche sul *mismatch* di Goldin Meadow (FA, p.7) osservandone il ruolo centrale anche nella pratica degli insegnanti e dei matematici professionisti, come emerge, ad esempio, dalle ricerche di David McNeill (FA, p.7). Oltre a questi contributi sviluppati all'interno della ricerca in didattica della matematica, gli esperti hanno indicato che l'importanza di coinvolgere corpo e movimento è giustificata anche da ricerche in altri campi, come quello della psicologia e delle neuroscienze cognitive. Sono stati richiamati i risultati delle recenti scoperte in campo neuroscientifico sia in modo generico (MM, p.30; ABF, p.50; BS, p.89) che in modo più specifico, ad esempio, a riguardo del ruolo dei neuroni mirror nell'apprendimento imitativo (FA, p.31). Inoltre vi sono stati molteplici riferimenti ai risultati raggiunti nel campo della psicologia cognitiva e alla formulazione di teorie che hanno sancito il superamento della divisione cartesiana fra *Res Cogitans* e *Res Extensa* nei processi di insegnamento/apprendimento, come quelle dell'*embodied cognition* di Nunez e Lakoff (MM, p.30; DP, p.11) o dell'apprendimento multimodale (FA, p.7). Si è fatto altresì riferimento a teorie, come quella sviluppata da Jean Piaget, che hanno evidenziato che "il ruolo che il corpo, la manipolazione, gli strumenti hanno nell'apprendimento, in particolare nell'apprendimento della matematica, è importante" (FA, p.7), oppure che hanno messo in luce, come sostiene David Tall, che "ogni conoscenza astratta non può che basarsi su qualcosa di più concreto" e che "Lavorando sulle esperienze corporee, si costruiscono quelle che si chiamano radici cognitive"(DP, p.11), le quali andranno poi a costituire quel "senso del movimento" che sarà una base percettiva fortissima data dall'esperienza, come sostiene Alain Berthoz (DP, p.5), oppure che evidenziano quanto corpo, linguaggio e pensiero siano intrecciati, come la teoria di Lev Vygotsky (FA, p.7).

L'altro insieme delle motivazioni giustificative apportate dagli esperti ha riguardato il riferimento all'importanza di queste esperienze, testimoniata da una visione di come avviene il processo di insegnamento e apprendimento, ed in particolare della matematica, ovvero a convinzioni di carattere cognitivo. Alcuni contributi mettono al centro la questione del rapporto fra astrazione ed esperienza del concreto, enfatizzando sia il fatto che il pensiero astratto, come quello matematico, debba ancorarsi all'esperienza del mondo fisico per fondarsi (MGGB, p.30; DP, p.21; MAM, p.37), come anche che gli aspetti di astrazione e di esperienza della concretezza coesistano e siano profondamente intrecciati nello sviluppo del pensiero, (FA, p.79) infatti, se da un lato "bisogna vedere con gli occhi della mente", per usare le parole di Emma Castelnuovo, dall'altro i significati matematici prendono forma nella concretezza delle rappresentazioni (MAM, p.37; DP, p.5). Altri contributi abbracciano la convinzione di stampo enattivista che l'esperienza e le intuizioni corporee siano forme di pensiero, inscindibili dai processi di concettualizzazione e intrecciati "di continuo e profondamente” (FA, p.7) al pensiero astratto (MAM, p.43; AB-F, p.54; FA p.31: BS, p.17,57), anche se spesso inconsapevole (MAM, p.101; DP, p.3-5). Una terza motivazione segue dalla convinzione che i gesti e i movimenti abbiano un ruolo centrale nella comunicazione con noi stessi e gli altri; in particolare essi fanno parte del discorso e del linguaggio tramite il quale noi produciamo e comunichiamo il pensiero. (FA, p.7) Sono strumenti che sostengono il pensiero, ad esempio, utilizziamo comunemente “artefatti che ci servono per pensare e che supportano un ragionamento che magari non riusciamo a gestire tutto solo in testa” (AB-F, p.54) e se osservassimo, ad esempio, una discussione su dei grafici di funzione è evidente come “mi impadronisco di questo grafico e lo interpreto usando tutto il mio corpo, ovviamente le parole ma anche gli sguardi, i gesti, eccetera”(FA, p.29) e questa interpretazione è un modo per comprendere. Perciò, anche se non sono accompagnati da consapevolezza, essi rappresentano un potente strumento di comunicazione fra insegnante e allievo: da un lato, nell’allievo, grazie all’apprendimento imitativo, entra profondamente questa interpretazione corporea dei significati matematici di un insegnante (FA, p.31) e, dall’altro, riprendere i gesti di uno studente può essere utilizzato come veicolo da parte dell’insegnante per aiutare l’evoluzione degli studenti verso un linguaggio specifico, attraverso il cosiddetto gioco semiotico (DP, p.3).

Per queste ragioni, coinvolgere corpo e movimento in esperienze di apprendimento sembra essere un modo naturale di promuovere lo sviluppo del pensiero.

Una seconda tipologia riguarda le motivazioni operative, ovvero le ragioni che supportano l’importanza di introdurre nella pratica scolastica queste attività in funzione degli effetti e degli obiettivi della loro implementazione.

Il motivo principale, secondo tutti gli esperti coinvolti, per il quale è importante realizzare in classe attività ABM è che promuovono una visione della matematica, ed anche del suo insegnamento-apprendimento, ritenuta dagli esperti più corretta e più conforme a quella posseduta dai matematici di professione o, perlomeno, di chi ha affrontato il suo studio all’università. Innanzitutto riguardo l’epistemologia della matematica, disvelandola come una disciplina volta ad una conoscenza significativa e relazionale dei suoi oggetti, delle sue procedure e dei suoi concetti (MM, p.30; AB-F, p.32; AB-F, p.46). Queste attività, se svolte selezionando artefatti e percorsi legati a uno sviluppo storico della disciplina, possono essere occasione di mettere gli studenti in contatto con l’origine dei concetti matematici, e quindi forniscono un fondamento epistemologico alle idee matematiche calato nella storia della disciplina (MGBB, p.30). Mostrano come il sapere matematico sia connesso alla conoscenza del mondo e quindi favoriscono un’idea della matematica come strumento e linguaggio utile per l’investigazione e l’interpretazione della realtà che ci circonda (BS, p.17), caratterizzazione che emerge raramente nell’insegnamento scolastico. Infine, esse permettono l’accesso multimodale (F.A., p.27) alla natura multiforme dei significati e degli oggetti matematici, presentando e creando legami esperienziali con le loro rappresentazioni (MM, p.30; MDO, p.40). Questo permette agli studenti di avere un controllo ed una confidenza con la disciplina molto superiore (BS, p.27,29; MGBB, p.32, 62; DP, p.5), perciò esse avvicinano alla pratica matematica (DP, p.13; FA, p.7) e alle modalità con cui anche i matematici di professione affrontano la matematica (FA, p.77; AB-F, p.54).

Un secondo punto su cui hanno insistito tutti gli esperti eccetto due, ed in modo anche abbastanza pervasivo, è che questa modalità di lavorare in classe sia estremamente inclusiva in un senso ampio del termine (MM, p.30; BS, p.39), ovvero che promuova lo sviluppo del pensiero matematico per più studenti, includendo difficoltà ed eccellenze (MM, p.42) e la partecipazione di ognuno al discorso matematico con abilità diverse (BS, p.39; MDO, p.58, AB-F, p.32). Innanzitutto perché, sfruttando più canali d’accesso alla produzione e comunicazione dell’informazione, permette di abbracciare più stili cognitivi (PDM, p.41; AB-F, p.48). Quindi, da un lato, il superamento dell’ostacolo della comunicazione esclusivamente verbale e della produzione prettamente simbolico-formale rende possibile includere gli studenti che hanno difficoltà con un approccio tradizionale (MAM, p.86-89; AB-F, p.46, 48; BS, p.39, MM, p.73,96), prevenendo l'insorgere di falsi positivi nelle diagnosi di DSA, come risulta nella sperimentazione di dottorato di Annamaria Bianconi (BS, p.41). Dall'altro permette una visione più ampia e profonda per tutti gli studenti, anche coloro che comunque riescono anche ad apprendere con un approccio tradizionale, sfruttando solo il canale verbale-simbolico dell'informazione (MM, p.30; AB-F, p.32). Infatti, il pensiero matematico così sviluppato si arricchisce e si ancora più profondamente, grazie allo sforzo di avvicinarsi a stili cognitivi meno familiari e allo scontrarsi con le difficoltà derivanti dal cimentarsi con una gamma più ampia di modalità con le quali affrontare la matematica, che si trasformano in ulteriori strumenti di pensiero (MM, p.73; PDM, p.41; AB-F, p.50). Per queste ragioni, enfatizzare gli aspetti di percezione e movimento nell'apprendimento della matematica è ritenuto generativo per lo sviluppo del pensiero matematico per tutti gli studenti, e viene ipotizzato che possa esserlo anche per la disciplina stessa: le intuizioni che passano pe il corpo, bypassando il codice simbolico e linguistico che ha dominato lo sviluppo della matematica, perlomeno nell'ultimo secolo, potrebbe generare delle nuove possibilità per l'evoluzione della conoscenza disciplinare, che non sono ancora state codificate.

> .. immagino [...] da ricercatrice [...] che ci possa essere un'intuizione che passa per il corpo [...] io mi aspetto che sia anche uno sguardo verso il futuro. Diciamo, un utilizzo del corpo che ci permetta anche di avere delle intuizioni che altrimenti non avremmo (MM., p.40)

Un approccio alla didattica che coinvolge l'implementazione di queste attività, che si porta dietro necessariamente anche un cambio di paradigma del sistema di insegnamento e apprendimento rispetto a quello vigente, promuove situazioni di benessere che sono fondamentali per l'efficacia didattica (MM, p.42; AB-F, p.46). E ciò è vero sia in riferimento agli insegnanti, che provano maggiore gratificazione nel loro lavoro per un insegnamento più significativo e meno routinario, che si interfaccia con studenti maggiormente coinvolti e partecipi nel loro processo d'apprendimento, rendendo il mestiere più stimolante ed emozionante (MDO, p.50; MM, p.42; AB-F, p.25), ma anche in riferimento agli studenti che risultano più motivati, attivi e coinvolti (MM, p.34, 72; p.41) e prendono fiducia nel proprio pensiero e nella proprie capacità matematiche (MDO, p.50) sviluppando un atteggiamento positivo per la disciplina fondamentale per l'apprendimento (MM, p.30).

Da alcuni esperti è stato inoltre sottolineato come queste pratiche possano anche essere valutate rilevanti in virtù della loro efficacia didattica (MM, p.40), perché promuovono pratiche, come quella del *peer tutoring* e della comunicazione fra pari (BS, p.65), che sostengono l'apprendimento. Tale efficacia si ritiene che sia valutabile anche rispetto a test standard e che un miglioramento sia percepibile anche rispetto ad una valutazione di stampo tradizionale (MM, p.52; BS, p.33).

Inoltre, con queste attività, è possibile che l'insegnante acquisiti più consapevolezza riguardo al processo di apprendimento degli studenti (FA, p.33). Durante queste esperienze, egli ha infatti evidenza di quale sia il coinvolgimento e la responsabilità dello studente verso il proprio apprendimento, dato che non può nascondersi dietro la passività in cui solitamente è rilegato (DP, p.13). Per di più, queste attività si presentano fruttuose per una comunicazione più autentica ed efficace fra insegnanti e studenti (BS, p.85; FA, p.33) e ciò risulta particolarmente informativo anche per l'insegnante. Infatti, in particolare, trova spazio una produzione di informazioni più completa e composita, grazie alla quale il docente è esposto a segnali, non solo provenienti da una produzione verbale-formale, che mettono in luce quale sia il livello di consapevolezza dei significati matematici degli studenti (DP, p.5).

Osservando le argomentazioni addotte dagli esperti che hanno giustificato l'importanza di implementare in classe attività in cui gli studenti sono attivamente coinvolti tramite il loro corpo e movimento nell'esplorazione e la costruzione dei significati matematici, colpisce che spesso siano motivazioni date per contrasto rispetto a quella che è la pratica scolastica corrente, ritenuta poco efficace.

Ne è un esempio la risposta di Baccaglini-Frank, che argomenta per assurdo:

> Personalmente, se dovessi dire solo una cosa, quella che personalmente mi convince di più, è perché altrimenti fallisci con la maggior parte degli studenti. Quindi diciamo te la do per assurdo. Perché lo vediamo, insomma, la matematica così come è insegnata in maniera trasmissiva funziona con una élite, con alcuni che appunto si costruiscono dei modi, come è stato per te, per me, per quei pochi che ne escono e la maggior parte non vede l'ora di smetterla, di non farla più, e non ha una visione epistemologicamente corretta della matematica. Quindi, di fatto, non stai insegnando matematica alla maggior parte degli studenti. (AB-F, 46)

O anche la risposta di D'Onofrio, che per giustificare l'introduzione di queste pratiche argomenta per contrasto l'inefficacia dell'insegnamento trasmissivo riportando la citazione del libro di Wiggins e Tighe *Fare progettazione*, nel quale viene criticato l'insegnamento attraverso libri di testo che si presentano spesso poco adatti agli scopi didattici, e costruiti invece come "un'enciclopedia, un almanacco, un resoconto analiticamente organizzato dalle conoscenze degli adulti in un'area di studi". In modo provocatorio, essi affermano che utilizzare tali manuali potrebbe risultare inefficace, così come "imparare il baseball dai risultati del campionato pubblicato sui giornali" (MDO, p.40).

Oppure anche Mellone, che descrive la bontà dell'utilizzo di "un materiale che ti permette di entrare in connessione con il concetto matematico, […] con le rappresentazioni che si usano più comunemente", dicendo che così:

> […] stai facendo il tuo lavoro. Il problema è che fino ad ora non è stato fatto, e si dava per scontato, e si perpetuavano copioni di lezioni di matematica tradizionali che però no mettevano non solo il bambino in condizione di essere protagonista ma anche l'insegnante di essere protagonista della sua professione. (MM, p.30)

CARATTERISTICHE (Interne all'insegnante) da accompagnare all'implementazione

Le caratteristiche di un insegnante che propone queste attività e che dovrebbero accompagnarsi alla loro implementazione in classe riguardano le sue convinzioni, consapevolezze e conoscenze.

Considerando le convinzioni che si dovrebbero accompagnare a questa proposta didattica, per prima cosa un insegnante deve credere di poter beneficiare dell'introduzione di queste attività. Come per qualsiasi introduzione di una innovazione didattica, il docente deve essere convinto che esista un margine di miglioramento nel proprio insegnamento (PDM, p.29; MDO, p.56; DP, p.11; BS, p.67) e deve credere nell'impatto positivo, nel vantaggio e nell'utilità di introdurre queste attività nella sua pratica didattica (MGBB, p.42). Ciò si declina nelle convinzioni che vi sia un vantaggio formativo (PDM, p.29), come ad esempio la possibilità di raggiungere obiettivi formativi che egli o ella ritiene di fare fatica o di non riuscire a perseguire altrimenti (PDM, p.73), e che promuovere una didattica di questo tipo crei situazione di benessere ed efficacia didattica (MM, p.60), che, ad esempio, promuovano inclusione (AB-F, p.32). Inoltre, dato che sono attività alle quali risulta necessario dedicare un'ingente quantità di tempo, deve accompagnarsi la convinzione che il tempo in più che viene richiesto non sia tempo sprecato ma guadagnato sulla lunga programmazione (PDM, p.65; FA, p.61; DP, p.13; AB-F, p.23, 32). Un altro aspetto da non sottovalutare è che l'insegnante deve essere convinto di avere le capacità per riuscire ad implementare in classe queste attività (PDM, p.29). Quindi deve essere convinto, da un lato, di possedere le conoscenze disciplinari e strumentali necessarie per gestire i contenuti dell'attività (PDM, p.29) e quindi deve sapersi mettere in gioco e non temere, anche emotivamente, un fallimento personale (MAM, p.79; AB-F, p.25) e, dall'altro, di sapere implementare l'attività in modo che essa non rappresenti una perdita di tempo ma che sia funzionale alla propria programmazione (PDM, p.29).

In secondo luogo troviamo alcune convinzioni rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica, che devono necessariamente accompagnarsi, secondo gli esperti italiani, all’implementazione di queste attività nella scuola. Certamente è necessaria una visione dell’insegnamento-apprendimento di stampo socio-costruttivista (AB-F, p.27,32; MDO, p.84), che vede sia l’insegnante (MM, p.30) che lo studente come protagonisti nel processo di insegnamento-apprendimento (MDO, p.35,52), nella fiducia che gli studenti siano interessati ad imparare e che siano capaci di farlo, esplorando, interrogandosi e riflettendo (BS, p.23,51; MDO, p.52,84). Ma è essenziale che sia condivisa anche una visione della matematica, e del suo insegnamento-apprendimento, relazionale, volto alla costruzione dei significati, perché è su questo tipo di apprendimento che tali attività hanno effetti positivi (MM, p.46, 50; MDO, p.40). Bisogna inoltre essere convinti che la matematica, a tutti i livelli scolari (DP, p.29), non sia una disciplina puramente mentale, ovvero che consista non solo di una componente astratta ma che abbia anche una natura concreta, legata alle sue rappresentazioni, e che l’obiettivo non sia quello di abbandonare questa sua dimensione; il che giustifica perché ha senso proporre questo tipo di attività in classe anche in riferimento a studenti più maturi (MGBB, p.40; FA, p.75; DP, p.5):

> Sì, anche perché bisognerebbe evitare l'equivoco, che poi spesso molti insegnanti hanno, che dicono: “Vabbè quindi, dalla primaria alla secondaria, prima partiamo dagli aspetti concreti e poi sempre più verso gli aspetti astratti”. Bisogna stare attenti. Mediamente si potrà anche fare una cosa.. È ovvio che mediamente si fanno cose di questo tipo, ma all'interno ci sono oscillazioni continue dal concreto all'astratto. Continuamente. Quindi è, come dire, un pendolo che sale su un ascensore: la polarità del pendolo è astratto-concreto, astratto-concreto; sale l'ascensore, quindi sale il livello d’astrazione, ma sarà sempre astratto-concreto all'interno di quello. Non si può pensare altrimenti. (DP, p. 29)

Infine, altre due convinzioni, molto legate fra loro, sempre necessarie per poter cogliere gli effetti positivi dell’implementazione di tali attività, consistono nel credere che ampliando la gamma di canali di produzione e comunicazione dell’informazione si renda l’apprendimento accessibile a un numero maggiore di studenti (AB-F, p.32) ed essere convinti del valore formativo di promuovere situazioni di benessere ed inclusione in classe (MM, p.44, MDO, p.50).

Possiamo osservare come le tematiche legate alle convinzioni, ricalchino quelle legate all’importanza dell’attività; infatti sembra abbastanza naturale che ciò di cui gli insegnanti sono convinti debba avere una base in comune con quelli che sono i fattori per i quali assume significato portare in aula queste attività.

Riguardo alle consapevolezze che gli insegnanti dovrebbero avere quando implementano in classe queste attività, ve ne sono alcune che si riferiscono all’insegnamento-apprendimento della matematica e altre che invece sono proprie rispetto alle specifiche attività in oggetto.

Fra quelle del primo tipo, è stato indicato come necessario che gli insegnanti abbiano consapevolezza della complessità che si nasconde dietro al processo di insegnamento-apprendimento (MAM, p.139; DP, p.11,25), magari costruita a partire dal confronto con gli altri e dall’analisi di quelle che sono le proprie convinzioni al riguardo (DP, p.19). Tali consapevolezze dovrebbero portarci a considerare forme di matematica in progresso, non ancora formali, come accettabili (AB-F, p.27; FA, p.71), ovvero come una base sulla quale andare ad instaurare una conoscenza più evoluta e sistematizzata, al fine di abbracciare una partecipazione più ampia degli studenti al discorso matematico (AB-F; p.32). In questo senso l’insegnante dovrebbe avere consapevolezza della natura multimodale del linguaggio nel quale siamo immersi, con il quale si comunica e ci si impadronisce dei significati (FA, p.71, AB-F, p.27,32), non solo per essere capace di interpretarlo ma per interagire con gli strumenti tramite questo (FA, p.31-33; DP, p.3).

L’altra grande consapevolezza che dovrebbe accompagnare l’operato di un insegnante nella classe, è che si debba rispondere didatticamente considerando la varietà degli studenti che compongono una classe, accettando che essi possano fare cose diverse, come utilizzare artefatti differenti (AB-F, p.31), abbandonando, ad esempio, il concetto di scolarizzazione come omologazione ad uno standard (DP, p.31). L'insegnante, soprattutto quello di scuola secondaria superiore, che tipicamente è uscito da un corso di laurea in matematica e che quindi, presumibilmente, è stato uno studente bravo nella disciplina, dovrebbe tenere presente che la sua esperienza non è generalizzabile agli studenti ai quali insegna, avendo invece come principale riferimento l'esperienza degli altri suoi compagni di classe che non si sono iscritti in università dove vi era una forte presenza di tale disciplina (DP, p.9).

Proprio riguardo a questo ultimo punto, alcuni esperti hanno evidenziato che l'insegnante dovrebbe avere anche una consapevolezza specifica, rispetto alla proposta delle attività in oggetto, che riguarda la necessità di adattare e rimodellare il percorso didattico che propone rispetto al singolo gruppo classe che ha difronte (BS, p.43-45; PDM, p.83; MDO, p.52; AB-F, p.23).

Un'altra consapevolezza che un insegnante dovrebbe avere nell'introdurre le specifiche attività in oggetto, necessaria affinché non si scoraggi ed abbandoni la proposta didattica, è che un tale approccio presenta dei caratteri destabilizzanti rispetto alle pratiche tradizionali (PDM, p.90, MAM, p.85). Per prima cosa è bene che sia consapevole che vi saranno delle difficoltà iniziali, anche per gli allievi, legate al fatto che proporre un'innovazione didattica, che può apparire per certi versi rivoluzionaria, richiede un periodo di adattamento (PDM, p.85), ma anche la presenza di difficoltà aggiuntive che sono date dall'introduzione della manipolazione di artefatti. Infatti gli studenti, nell'affrontare i problemi, è possibile che si trovino difronte una doppia difficoltà, quella legata all'incontro con il contenuto matematico dell'attività ma anche quella legata all'interazione con l'artefatto (PDM, p.63), ed inoltre che le difficoltà dello studente appaiono anche più evidenti e percettibili all'insegnante durante queste attività rispetto a quando lo studente resta passivo ad osservare la lavagna (PDM, p.85). Secondariamente l'insegnante deve essere consapevole che durante attività di tipo esplorativo gli studenti è naturale e necessario che si perdano (PDM, p.87; MAM, p.129), e soprattutto lo faranno anche quelli considerati più bravi (MAM, p.85). Infine, il docente deve avere consapevolezza che i risultati formativi legati ad un lavoro di questo tipo è possibile valutarli a lungo termine, proprio perché si accompagnano alla proposta di tali attività obiettivi ambiziosi, volti a creare un apprendimento significativo, che si costruisce nel tempo (PDM, p.51). Proprio riguardo alla natura degli obiettivi che si perseguono implementando attività di questo tipo, l'insegnante dovrebbe prendere consapevolezza che il lavoro che viene proposto è in linea con le Indicazioni Nazionali (MDO, p.56) e che si presenta perciò come pertinente, e forse anche necessario, per accogliere i dettami delle politiche educative.

È necessario però che, nell'implementarle, gli insegnanti non si limitino al considerare il carattere motivante e coinvolgente di queste attività, ma che abbiano consapevolezza del potenziale formativo e del contributo che esse danno alla concettualizzazione, se ben progettate (MAM, p.23, BS, p.57). Infatti, e qui interviene una seconda consapevolezza che gli insegnanti devono tenere presente, è necessario che dietro al lavoro con il materiale si costruisca negli studenti la consapevolezza della conoscenza acquisita, effettuando una trasposizione didattica dell'esperienza effettuata, in modo che essa diventi conoscenza matematica a tutti gli effetti e che possa essere trasferita in altri contesti (PDM, p.47; MAM, p.43).

Infine gli insegnanti per implementare queste attività è necessario che possiedano alcune importanti conoscenze. Una conoscenza epistemologica disciplinare abbastanza profonda (BS, p.61; MDO, p.40,52; AB-F, p.25,40) e magari avere anche conoscenze sulla nascita e l'evoluzione delle idee matematiche (DP, p.9; MGBB, p.30):

> Bisogna conoscere un po' di cose epistemologiche e filosofiche, ma anche un po' di storia della matematica. Come gli uomini sono arrivati a certi concetti deve essere un modo abbastanza naturale per presentarli ai bambini. Quindi bisogna conoscere un po' di matematica e anche di matematica antica (BS, p.63)

Inoltre, per proporre queste attività nello specifico, gli insegnanti devono anche avere riflettuto e fatto un'analisi dei processi cognitivi coinvolti nell'attività e del legame fra questi processi cognitivi e i significati matematici che si mira a veicolare tramite l'esperienza fisica, per cogliere gli input dagli allievi (AB-F, p.40) e farli lavorare per muoverli verso la matematica, che è il nostro scopo finale (MAM, p.41,43). Quindi il docente deve perciò possedere anche delle conoscenze di tipo pedagogico, piscologico e didattico (MDO, p.52).

LIMITI

Nelle indicazioni fornite dagli esperti riguardo ai limiti delle attività, possiamo riconoscere sia delle componenti intrinseche delle attività che dei limiti che dipendono da errori nella loro realizzazione.

Il principale ostacolo individuato è che tali attività richiedono necessariamente che vi sia investita una buona quantità di tempo (DP, p.13; FA, p.61) e tale tempo impiegato non si traduce direttamente in aumento nelle performance in prove tradizionali procedurali (MM, p.52), che invece è un riscontro che gli insegnanti vorrebbero avere come rassicurazione in tempi rapidi. Questa tipologia di interventi didattici ha invece obiettivi formativi fondamentali e di lungo periodo, i cui risultati si vedono in tempi distesi (PDM, p.51), magari quando verranno ripresi gli argomenti trattati in una programmazione a spirale organizzata per cicli lunghi (AB-F, p.23). Inoltre potrebbe essere difficile far dialogare la prospettiva che hanno gli insegnanti e gli studenti sugli obiettivi di queste attività laboratoriali, proprio perché gli studenti potrebbero limitarsi a considerare il piano della praticità dell'esperienza senza scendere in profondità alle radici di natura teorica (MGBB, p.22).

Tre esperti ritengono che queste attività di per sé non abbiano limiti intrinseci, se le consideriamo inserite in un percorso didattico che non si riduce alla proposta di singole esperienze esplorative ma le intreccia a momenti di apprendimento più strutturato rivolti alla conoscenza formale (MM; p.71; BS, p.71; M.D.O, p.91,94). Nonostante ciò, un esperto sottolinea che, se è vero che queste attività servono per dare significatività all'astrazione, nella scuola secondaria tuttavia è bene che siano sviluppate delle specifiche attività che mirano allo sviluppo di una matematica a livello esclusivamente astratto e che prescindono da queste proposte (BS, p.71).

Tra i limiti generati da un errore nell'implementazione abbiamo la criticità, presente maggiormente nella scuola primaria, relativa al coinvolgimento attivo degli studenti, da un punto di vista percettivo-motorio, che diventa il focus esclusivo della proposta, senza curare gli aspetti legati alla significatività matematica dell'esperienza, dando vita così ad una versione riduttiva di tali attività (MGBB, p.95). Talvolta infatti gli insegnanti tendono a concentrarsi esclusivamente sugli aspetti di praticità nella progettazione dell'attività, senza effettuare un'analisi degli obiettivi formativi che possono essere veicolati (MGBB, p.68). Affidarsi agli aspetti percettivo-motori può avere dei limiti anche molto forti, dei quali bisognerebbe prendere coscienza nell'effettuare attività di questo tipo, legati ad esempio a concettualizzazioni profonde del nostro rapporto con il mondo, come quella della giacitura orizzontale e verticale che affligge la nostra percezione geometrica (MAM, p.39). Spesso, anche quando queste attività sono ben progettate e in grado di veicolare significati matematici, il limite è che gli insegnanti diano per scontata la consapevolezza matematica che si nasconde dietro l'esperienza effettuata, attribuendo alla buona riuscita di compiti assegnati una lettura concettuale che non è condivisa dallo studente, quello che Guy Brousseau chiama *effetto Jourdain*, mentre invece è necessaria una ricostruzione che non può essere lasciata all'autonomia dello studente (PDM, p.41, 79; MAM, p41). Infine, spesso gli insegnanti, pur abbracciando le innovazioni didattiche ed essendo convinti di proporre attività coerenti con l'approccio e la visione che supporta la progettazione di tali attività, in realtà ne distorcono le caratteristiche fondanti proprio durante la realizzazione (PDM, p.81; AB-F, p.7,19,30; MAM, p.141). Ciò può accadere, ad esempio per una contrapposizione rispetto alle proprie convinzioni profonde (FA; p.47-51) o per mancanza di strumenti metacognitivi e di consapevolezza (PDM, p.83; MDO, p.52). Talvolta introducono metodologie didattiche come fossero un argomento nel programma, che applicano per un periodo ristretto e poi abbandonano (AB-F, p.44).

FATTORI DI INFLUENZA

Nei fattori di influenza, vi sono dei *fattori ambivalenti*, ovvero menzionati come fattori che possono avere impatto sia positivo che negativo sull'implementazione: alcuni prendono la connotazione di *fattori ostativi* e altri invece vengono indicati come *fattori facilitanti.* Queste due tipologie di fattori rappresentano sovente due facce della stessa medaglia, che presentiamo però qui distinti, a seconda della declinazione positiva, come fattori che possono supportare l'introduzione delle attività, o negativa, come fattori che ne minano la proposta, con cui si istanziano nei dati.

Tra i *fattori ostativi* possiamo distinguere fra i fattori e gli impedimenti che dipendono o provengono dall'esterno e le caratteristiche interne all'insegnante.

Secondo gli esperti, l'ostacolo maggiore all'implementazione percepito dagli insegnanti è la pressione del tempo (MAM, p.83; FA, p.63; AB-F, p.32), data da un programma da svolgere, dettato a sua volta dalle prove di valutazione. L'insegnante sente di rincorrere lo svolgimento di un programma ben definito, nonostante non esistano da tempo indicazioni programmatiche nella scuola italiana (BS, p.79; MAM, p.79, FA, p.61), e subisce la pressione rispetto alle prestazioni da ottenere negli esami di maturità, nei compiti, nelle prove Invalsi, che vengono percepite come valutazioni sul loro operato (DP, p.13, p.31; AB-F, p.27). Un secondo fattore esterno che ostacola l'introduzione e l'implementazione di queste attività, molto legato a queste pressioni percepite dall'insegnante, è la cultura e la tradizione scolastica dei contesti in cui si trovano ad agire. La pratica di un insegnante che abbraccia questo tipo di innovazione didattica può essere percepita come "di rottura" nel suo contesto scolastico (MM, p.48). Un insegnante si può infatti trovare ostacolato dal dirigente o dal personale ausiliario se, ad esempio, sposta i banchi o tiene gli alunni in movimento (MM, p.71), dai colleghi che sono infastiditi dall'emergere dell'insegnante che vuole cambiare il modo di fare scuola, poiché sono convinti che questo possa avere ripercussioni a cascata sull'investimento di energie richiesto loro dall'istituto (MDO, p.74, 82; DP, p.13). Può temere l'idea di fare meno cose ma in modo più approfondito (AB-F, p.32), quando la politica scolastica è, ad esempio, quella di condurre verifiche in parallelo perché si vuole che le classi procedano alla pari (BS, p.79; AB-F, p.21), risentendo del confronto rispetto alle altre classi. Inoltre egli è sottoposto alle visioni che hanno sia il dirigente, che i colleghi, che i genitori di come dovrebbe essere una lezione di matematica (BS, p.79; AB-F, p.25), visioni dalle quali fa fatica a svincolarsi anche per un senso di responsabilità rispetto al suo insegnamento (MAM, p.79). Quindi vi sono moltissime pressioni che spingono verso il perpetuarsi di una didattica tradizionale, alla quale non è concesso di sottrarsi (AB-F, p.25). Inoltre, spesso, la scuola è pervasa dalla presenza di norme istituzionali che sono assorbite in modo inconsapevole, date per scontato e che non vengono messe in discussione dagli insegnanti (MM, p.30). Si tratta di una rigidità di visione che affligge necessariamente la capacità di aprirsi all'introduzione di queste pratiche, infatti, con gli insegnanti, spesso è difficile anche intendersi quando vengono effettuate proposte di questo tipo (MM, p.6). Un fattore, fra i tanti, di inconsapevolezza riguarda la disposizione dello spazio, dei banchi, del fatto che si debba necessariamente restare seduti al banco per fare lezione (MM, p.69). Si parla infatti proprio di un analfabetismo dello spazio, e si fa riferimento all'ambiente come "questo maestro invisibile di cui nessuno ha consapevolezza" (MM, p.71). Un altro punto critico è la mancanza di una formazione che sostenga questo tipo di interventi: le formazioni che vengono proposte sono spesso percepite come non rispondenti alle esigenze della scuola, sporadiche e generaliste (MDO, p.52,60,64) oppure troppo teoriche e senza risonanza rispetto alle pressioni che caratterizzano l'insegnamento nella scuola (DP, p.3). Dietro a questo, viene percepita una responsabilità dovuta alle politiche scolastiche e al mancato supporto istituzionale (MGBB, p.76; MDO, p.60,78).

Vi sono poi dei fattori interni all'insegnante, che sono legati in primis a una visione dell'insegnamento che si presenta come incoerente con l'approccio che sostiene attività di questo tipo (FA, p.65; DP, p.15; AB-F, p.25). Tale incoerenza può essere rappresentata dal fatto che vi sia un ancoraggio forte a una visione tradizionale e trasmissiva dell'insegnamento della matematica (MM, p.42; PDM, p.13; MAM, p.65, DP, p.9; AB-F, p.21), retaggio del perpetuarsi di copioni di insegnamento ai quali gli insegnanti stessi sono stati sottoposti, che dominano il sistema scuola (PDM, p.83; AB-F, p.25,27); una tradizione dura a morire, come testimonia l'assenza di una evoluzione all'interno dei libri di testo adottati (FA, p.61; MDO, p.40). oppure pervasa da una visione che confina la matematica da insegnare nella scuola ad una disciplina di stampo procedurale (MM, p.52; MAM, p.39; MDO, p.40; DP, p.9; MAM, p.27), anche questo ravvisabile in molti libri di testo (MAM, p.45), talvolta sorretta dalla convinzione che non si possa mirare ad un apprendimento significativo della matematica per tutti (MAM, p.81; FA, p.37, 43). L'accettazione di una matematica simbolico-formale come unica forma di apprendimento della matematica possibile (AB-F, p.27; FA, p.73; DP, p.15), riduce infatti le finalità dell'insegnamento alla acquisizione di conoscenze e abilità necessarie a manipolare simboli astratti e sconnessi dalla realtà (FA, p.71,73; AB-F, p.30; MGBB, p.84). Un'altra idea, che hanno soprattutto gli insegnanti della scuola secondaria (MGBB, p.82) e che spesso si lega a quanto appena evidenziato, è che la proposta di queste attività sia sostanzialmente inadeguata per l'insegnamento della matematica, in quanto l'apprendimento della matematica è esclusivamente astratto (MGBB, p.38; FA, p.7) e perciò l'apporto che queste attività possono fornire allo sviluppo del pensiero matematico è piuttosto ridotto (MGBB, p.68; FA, p.71; DP, p.9). Sempre seguendo questo ragionamento, tale pratica didattica sarebbe esclusivamente adatta per alcuni tipi di alunni, i più bravi (FA, p.37), o quelli meno bravi (AB-F, p.32), oppure, più comunemente, per i più piccoli (BS, p.1; MGBB, p.36,95; MAM, p.17). Perciò, un ostacolo che, a parere degli esperti è particolarmente rilevante, è quello dato dalla difficoltà del cambiamento che viene richiesto di compiere all'insegnante per proporre tali attività didattiche. Innanzitutto perché è molto complesso il cambiamento di prospettiva sul processo di insegnamento-apprendimento della matematica sotteso a questa introduzione (MDO, p.36), soprattutto in riferimento ai ruoli giocati dai protagonisti di questo processo (MDO, p.40, 52) e alla disponibilità dell'insegnante di mettersi in gioco e sperimentare (MM, p.44). Ed inoltre, vi è sicuramente anche un aspetto psicologico umano di naturale resistenza al cambiamento, o per una forte convinzione in quello che si sta facendo (PDM, p.33) o per la paura del nuovo che disincentiva anche difronte agli insuccessi (MDO, p.58). Per di più, queste attività richiedono un ingente investimento di energia (AB-F, p.25), soprattutto iniziale (BS, p67) perché queste cose "le devi imparare, conoscere, te le devi procurare, devi cominciare a lavorarci su con l'inevitabile insicurezza che accompagna le prime volte che fai qualcosa di nuovo" (MM, p.44), ma che si perpetua anche nel tempo. Infatti il dover ri-progettare il percorso didattico, adattarlo, preparare il materiale ogni volta che si propone in una nuova classe richiede un ingente investimento di tempo e fatica (AB-F, p.23, 25). Ed inoltre può esserci uno scoraggiamento dato dalle grandi difficoltà iniziali (AB-F, p.27) che, come abbiamo anche già osservato nelle consapevolezze che un insegnante dovrebbe accompagnare all'implementazione, potrebbero sorgere in una prima fase dell'introduzione e che potrebbero portare gli insegnanti a ritornare sui suoi passi rinnegando la nuova prospettiva (AB-F, p.42). Un altro ostacolo può essere l'insicurezza derivante dalla carenza di conoscenze e consapevolezze adeguate che permettano di proporre e gestire queste attività di apprendimento. Queste possono essere sia di natura epistemologica, date dall'assenza di una accurata riflessione sulla disciplina (MAM, p.69, MDO, p.40; AB-F, p.25), che dovute ad una mancanza di consapevolezza riguardo la complessità del processo di insegnamento-apprendimento (PDM, p.83, MAM, p.61). Infine, gli insegnanti hanno sovente una generale sfiducia verso il mondo della ricerca, che pontifica senza avere una reale considerazione della realtà scolastica; perciò, le soluzioni che propone non di rado vengono percepite come utopistiche e lontane delle possibilità di realizzazione (PDM, p.33; MDO, p.40,70).

Venendo ora ai *fattori facilitanti*, presentiamo dapprima quelli che sono le condizioni a contorno, contestuali e normative, che potrebbero favorire l'implementazione delle attività nella pratica scolastica.

Gli esperti individuano nella formazione, che dovrebbe essere adeguata e specifica, un elemento fondamentale per una efficace diffusione di queste pratiche (BS, p.89; MAM, p.45; MDO, p.45), che permetta agli insegnanti di calare nella pratica quanto viene proposto, proponendo una vasta gamma di esempi concreti di conduzione dell'attività (MM, p.63; MDO, p.40; DP, p.21), di percorsi (MDO, p.68; AB-F, p.34), con differenti materiali gratuiti a disposizione (MM, p.46) dai quali gli insegnanti possano attingere e che possano sperimentare in prima persona (MAM, p.47, MDO, p.88; DP, p.21). Tale formazione dovrebbe essere organizzata per cicli lunghi (MDO, p.74, 88), accompagnando gli insegnanti nella pratica (MGBB, p.76; MDO, p.60, 88; AB-F, p.34), supportandoli nelle difficoltà che incontrano (PDM, p.90; AB-F, p.30) e non andrebbe mai considerata come assodata, dato che la scuola è costantemente travolta da una sorta di "rullo compressore" che spazza gli equilibri (MDO, p.74), un rumore di fondo che allontana dagli obiettivi di insegnamento (MDO, p.80) e i docenti, ad esempio cambiando contesto scolastico, possono perdere aderenza con queste esperienze (BS, p.79). Risulta però necessario che una tale formazione parta dal presupposto di mettere a consapevolezza gli obiettivi e le visioni personali degli insegnanti sui processi di insegnamento-apprendimento (MM, p.71), poiché "per incidere veramente sul modo in cui gli insegnanti insegnano, la prima cosa è renderli consapevoli del modo in cui insegnano" (DP, p.19), provando inoltre a costruire consapevolezza sulla complessità che si nasconde dietro l'apprendimento dei significati matematici (MAM, p.69; MDO, p.88; DP, p.19,23). A tal fine andrebbe sicuramente valorizzato il rapporto tra scuola e università (DP, p.19), anche per come viene concepito all'interno delle università stesse (BS, p.83). Risulta inoltre fondamentale creare occasioni di connessione all'interno delle scuole; infatti, per mantenere vive queste pratiche, sono esperienze fondamentali quelle di lavoro collaborativo con i colleghi all'interno dei plessi (MDO, p.52,74; AB-F, p.42), le cosiddette *comunità di pratica* (MGBB, p.78) che alimentano circoli virtuosi (AB-F, p.25). Un tale sforzo meriterebbe di essere riconosciuto e valorizzato all'interno della scuola (BS, p.83), gli insegnanti dovrebbero in qualche misura essere incentivati (MDO, p.60) e premiati (MM, p.46) per questo investimento di tempo ed energie (MDO, p.88). Diventa quindi essenziale ricevere sostegno da parte dell'amministrazione, della scuola e della politica (MDO, p.62) che dovrebbe trovarsi pronta ad accogliere questo cambiamento (MM, p.71) e a favorire la collaborazione in modo coeso (DP, p.13). L'investimento dovrebbe per di più riguardare anche lo sviluppo della ricerca e la progettazione di proposte che siano didatticamente valide (BS, p.93; MDO, p.60), prevedendo la distribuzione di materiali e strumenti didattici nella scuola (BS, p.89).

Fra gli interventi che potrebbero influire sulle convinzioni interne all'insegnante per favorire l'introduzione di queste attività nella pratica didattica, in linea con quanto appena indicato, vi è la possibilità di rilevare evidenze in modo sistematico rispetto all'efficacia di queste attività attraverso la ricerca (BS, p.89; MAM, p.107), fornendo anche consapevolezza agli insegnanti della complessità che si nasconde dietro la costruzione dei significati matematici (MAM, p.69; DP, p.21,25) così da mostrare il contributo che tali attività forniscono alla concettualizzazione (MAM, p.27; DP, p.21) e del loro valore formativo per perseguire obiettivi difficilmente raggiunti (MM, p.42; PDM, p.53, 73) ma coerenti rispetto alle politiche educative nazionali (MDO, p.36). Un metodo assolutamente valido affinché gli insegnanti possano prendere consapevolezza dell'impatto positivo di queste attività è che ne facciano esperienza diretta (MM, p.65; AB-F; p.32), provando il benessere che deriva da una proposta didattica coinvolgente e appagante (MM, p.42; MDO, p.58, AB-F, p.32) caratterizzata dalla gratificazione per un lavoro in classe che porta ad un apprendimento più significativo (MM, p.52; AB-F, p.25). In alternativa, essi dovrebbero avere un riscontro tangibile dei risultati formativi provenienti dall'introduzione di queste attività, come ad esempio, un miglioramento nei test standardizzati. Benché questo non sia l'obiettivo delle attività, rappresenta però un argomento abbastanza forte per rassicurare gli insegnanti che si stia sviluppando apprendimenti coerenti con quanto indicato nelle politiche educative nazionali (MM, p.52) e per convincerli del valore di introdurre questa proposta nelle classi (PDM, p.75; MAM, p.109, AB-F, p.34).

Fra i *fattori ambivalenti,* che possono quindi rappresentare strumento di facilitazione o ostacolo per l'implementazione, troviamo quello relativo alla presenza o mancanza (DP, p.13, 15, 31) di una progettazione per cicli lunghi d'insegnamento e la volontà di investire nelle attività a livello di scelte politiche ed istituzionali (MGBB, p.70)

STRATEGIE PER L'EFFICACIA

Gli esperti hanno indicato quali possano essere delle strategie che determino l'efficacia nella realizzazione delle attività sia nei confronti della loro introduzione nella pratica scolastica, sia come caratterizzazione della sua implementazione per garantire l'efficacia didattica della proposta.

Partendo dall'ipotesi che per introdurre queste attività nella scuola è necessario un cambio di paradigma nel processo di insegnamento-apprendimento e di visione della matematica, fra quelle che sono state individuate come strategie per l'introduzione delle attività troviamo il criterio della gradualità dell'introduzione. Esso si prefigura come un modo per non destabilizzare gli studenti (PDM, p.63; MAM, p.83; DP, p.15) che devono avere un tempo di adattamento, necessario per cambiare il *contratto didattico* (Brousseau, 1986), e non devono essere travolti da questo cambiamento di paradigma, che potrebbe altrimenti causare un rifiuto. Ma risulta anche necessario per non destabilizzare il docente, il quale non deve percepire uno stravolgimento nella sua pratica didattica ma deve abbracciare il cambiamento in modo consistente con quello che è il suo programma d'insegnamento (MAM, p.79; AB-F, p.42). In secondo luogo, soprattutto con gli studenti della scuola secondaria di secondo grado, che sono ancorati maggiormente ad una visione rigida e prefissata di come dovrebbe svolgersi una lezione di matematica, e che sentono più forte l'esigenza di ricevere una gratificazione per gli sforzi che vengono loro richiesti, va motivata l'introduzione di queste attività. Gli studenti devono percepire tali attività come parte del percorso didattico e non come accessorie, per attribuirgli un valore formativo; per questo la proposta non deve comporsi di esperienze sporadiche ma di attività integrate nel percorso didattico (PDM, p.67; AB-F p.30). In secondo luogo, devono percepirne l'utilità, intesa sia in un senso spicciolo, per prendere voti migliori nei compiti in classe, sia perché viene attribuito ad esse il ruolo di suscitare interesse e appassionare alla disciplina (PDM, p.65).

Per quel che riguarda le strategie didattiche per l'efficacia dell'attuazione della proposta, fra queste abbiamo individuato vari ambiti di riferimento: i criteri di selezione dell'attività, gli aspetti di gestione della classe e dei suoi individui, gli aspetti legati alla valutazione, il ruolo dell'insegnante e le modalità di insegnamento, la significatività dell'attività all'interno del percorso didattico.

Riguardo quali siano i criteri di scelta che determinano quale sia una buona attività da proporre, troviamo molti contributi che fanno riferimento alla natura dell'attività che deve essere esplorativa sia nei materiali che nei task proposti (AB-F, p.19; BS, p.51), per una matematica volta alla scoperta (AB-F, p.44; MDO, p.36; MM, p.50), nella quale gli studenti devono essere liberi di perdersi (PDM, p.87). Viene suggerito di proporre, in prima istanza, una situazione problema (DP, p.13; MDO, p.42), nella risoluzione del quale tutti gli studenti devono essere coinvolti. Tale problema deve presentarsi come significativo, ovvero non deve essere un esercizio camuffato da problema, di cui si conosce già la procedura di risoluzione e non si ha bisogno di scoprire alcunché, in accordo con quanto sostenuto da Rosetta Zan (MAM, p.79). In secondo luogo, alcuni esperti suggeriscono la scelta di attività che possano situarsi in *zona d sviluppo prossimale* (Vygotskij, 1990), ovvero che siano attività sfidanti, che gli studenti non devono sapere già risolvere, ma nelle quali ogni studente abbia la possibilità di intervenire in una certa misura (DP, p.13; MAM, p.85, 89). Ad esempio, una buona strategia può essere quella di proporre un'attività con dei prerequisiti matematici limitati, che ruota attorno a un problema che sia comprensibile e che coinvolga gli studenti, seguendo l'idea della *devoluzione del problema* di Brousseau (MAM, p.13). Infine, gli esperti hanno esposto come punto particolarmente critico e delicato da trattare, soprattutto in riferimento alle attività che utilizzano artefatti, la scelta di materiali (BS, p.57) o strumenti, che devono essere accompagnati da una fase esplorativa, schemi d'uso e da task (AB-F, p.19; PDM, p.63) che mettano in luce la loro natura *dialogica,* ovvero quella caratterizzazione che li costituisce come tramite tra l'esplorazione fisica e la costruzione dei significati matematici (MGBB, p.60), come concepito nel quadro teorico della mediazione semiotica (MM, p.30), molto diffuso nella ricerca in Italia ma come risulta anche presente nella cura di molto materiali sviluppati, come in quelli di Maria Montessori o Emma Castelnuovo.

Presentiamo adesso le caratteristiche, espresse dagli esperti, che definiscono come l'attività debba essere organizzata all'interno della classe, quale debba essere il coinvolgimento degli studenti e come debba avvenire la gestione dell'attività. Un punto sul quale sono d'accordo è che debba essere lasciato agli studenti il tempo in più che l'attività richiede per esplorare, riflettere e confrontarsi, che costituisce una caratteristica imprescindibile dell'implementazione (PDM, p.65; MAM, p.83; MDO, p.84; DP, p.13). Durante le attività dovrebbe essere data la possibilità agli studenti di fare esplorazioni individualmente (DP, p.13), magari essendo coinvolti in prima persona nell'interazione con il materiale e gli strumenti presenti (MDO, p. 48, 84), ma allo stesso modo in queste attività andrebbe promosso lo scambio fra pari (MM, p.75; MAM, p.95; BS, p.85), consentendo la partecipazione di tutti gli studenti organizzando il lavoro in piccoli gruppi, secondo qualcuno eterogenei per abilità (DP, p.13) e per qualcun'altro omogenei (MAM, p.93) e soprattutto dando importanza alla produzione degli studenti, che devono sentire la responsabilità del loro apprendimento (MAM, p.95) e di contribuire con valore nell'attività (MDO, p.48; DP, p.13; AB-F, p.44). Perché questo sia possibile, di fondamentale importanza è garantire che vi sia un ambiente di lavoro sereno, nel quale gli studenti si sentano liberi di sperimentare (PDM, p.65) e in questo ha un ruolo importante anche la predisposizione dello spazio (MM, p.75) oltre agli aspetti legati alla valutazione.

Proprio riguardo questi ultimi, per garantire l'efficacia dell'attività un aspetto molto importante che viene sottolineato è quello di non sovrapporre il piano valutativo con quello formativo (PDM, p.65); è infatti necessaria la sospensione del giudizio e dell'atteggiamento valutativo, in quanto gli studenti devono percepire di essere in un momento formativo e di sperimentazione (MGBB, p.70; MDO, p.42). Inoltre, poiché l'attività deve essere un'attività sfidante, che gli studenti non devono sapere già fare, la valutazione dovrà essere una valutazione del processo e non della prestazione, ovvero dell'avanzamento compiuto dagli studenti e non dei loro prodotti (MGBB, p.74; DP, p.13). Riguardo alla tipologia di valutazione da integrare, sebbene sia ritenuto che i risultati possano essere riscontrati anche tramite valutazioni tradizionali, proprio per gli obiettivi che hanno queste attività si ritiene che si adatti bene una valutazione di più ampio respiro, come ad esempio quella attraverso *project work* (BS, p.25), o tramite l'osservazione e l'autovalutazione (BS, p.31). Ed infine, potrebbe essere opportuno, per coerenza con i motivi della loro introduzione, che gli artefatti introdotti si costituiscano come parte integrante anche della valutazione sommativa (PDM, p.69): se riteniamo infatti che essi rappresentino uno strumento utile per comprendere e sviluppare pensiero matematico, non dovrebbero essere abbandonati una volta terminata l'esperienza, ma piuttosto che vengano utilizzati "quando può servire per fare delle cose esplorative significative" (AB-F, p.30).

Molti esperti hanno evidenziato che un nodo ritenuto fondamentale riguarda la caratterizzazione del ruolo dell'insegnante nel processo di insegnamento-apprendimento, in particolare la posizione ricoperta del docente all'interno dell'attività e come egli debba rivolgersi e pensare al suo insegnamento, sia in classe sia nella progettazione. Per prima cosa, per proporre una didattica che includa questo tipo di attività è necessario che l'insegnante abbia una attenzione alla progettazione, in modo anche abbastanza specifico e ben strutturato, ma deve altresì essere flessibile ad adattamenti che tengano conto degli studenti e delle esigenze del gruppo classe (BS, p.45; MM, p.61, 63; MDO, p.52; AB-F, p.23). In secondo luogo l'insegnante deve porsi come un regista dell'attività (MM, p.34,42,75), deve avere un ruolo da protagonista tramite la sua progettazione e l'organizzazione, ma deve comunque lasciare gli studenti liberi di esplorare senza il proprio supporto (BS, p.15,47,49; MAM, p.91), preferibilmente stando in silenzio (BS, p.49; MDO, p.52), fatta eccezione che per fornire il linguaggio necessario a costruire il convenzionalismo che permette l'evoluzione del pensiero matematico, nei casi in cui non possa essere prodotto dagli studenti in autonomia (BS, p.49; DP, p.3; MAM, p.95). Gli interventi dovrebbero essere effettuati dall'insegnante all'interno di un discorso comune, per fornire input e chiavi di lettura (BS, p.49). In un secondo momento, il docente assumerà il ruolo di orchestratore, quando si tratterà di effettuare una discussione collettiva (DP, p.13), evitando di "fare da imbuto" nella guida verso le conclusioni che mira a raggiungere (MAM, p.59).

Allargando l'occhio sul ruolo che queste attività hanno nella pratica didattica, son stati raccolti molti contributi che vanno a descrivere quali siano gli aspetti che è necessario prendere in considerazione affinché l'attività non resti fine a se stessa e limitata al campo dell'esperienza, ma acquisti significato all'interno del percorso d'insegnamento. Innanzitutto è importante che tali esperienze non vengano presentate come parentesi a sé stanti ma considerate invece come integrate nelle pratiche d'insegnamento più standard, caratterizzato da una fase di apprendimento più formale (MGBB, p.42, 46; MAM, p.43; AB-F, p.30), intrecciando con continuità i due momenti di apprendimento (MGBB, p.60). A tale scopo va effettuata una *trasposizione didattica* dell'esperienza fatta, in cui si ricostruisce il senso dell'esplorazione (MM, p.52), a cominciare dalla consapevolezza dell'artefatto utilizzato (PDM, p.41) e del suo *potenziale semiotico* (MAM, p.43), esplicitando la matematica astratta e formale che si lega all'esperienza effettuata e alle intuizioni di carattere motorio che si sono attivate (MAM, p.99). L'attività deve quindi essere considerata come parte di un percorso più ampio (MDO, p.40) e ciò comporta il tornare a riflettere sull'esperienza fatta (MM, p.67), con fasi di discussione in cui si instaura la conoscenza condivisa del sapere (MDO, p.42) e di sistemazione finale (MDO, p.46; DP, p.13).

3.3.1.2. Alcune osservazioni cross-categoriali

Una caratteristica che accomuna molti degli esperti è che essi si sono rivolti alle domande sotto intendendo la presenza di una situazione scolastica molto distante da queste prospettive. Ad esempio, nel riferimento all'importanza, hanno argomentato per contrasto rispetto a quello che viene oggi proposto nelle scuole, come abbiamo osservato nella discussione dei risultati rispetto a quel tema specifico. Anche nei riferimenti alle convinzioni e ai fattori facilitanti, essi ne hanno parlato come elementi che andrebbero apportati e che non risultano presenti.

Un punto evidenziato quasi nella totalità dei contributi è stata la necessità di un cambiamento di paradigma del processo di insegnamento-apprendimento, che prevede di modificare i ruoli di docenti e discenti, rispetto a tale processo, e nella visione della matematica che traspare come ancorata ad un apprendimento tradizionale-trasmissivo e procedurale.

Altre caratteristiche son state le forti differenziazioni nelle indicazioni in riferimento ai distinti ordini scolastici, scuola primaria e secondaria superiore, individuando la scuola media come zona di confine, che, essendo all'interno del primo ciclo di istruzione e per la formazione, tendenzialmente, non specificatamente matematica degli insegnanti ha caratteri di comunione con la scuola primaria ma, allo stesso tempo, condivide con la scuola secondaria condizioni scolastiche comuni, come la progettazione e le pressioni per la valutazione.

Nella scuola primaria si presuppone che l'idea di insegnare, anche la matematica, coinvolgendo il movimento e l'utilizzo dei materiali sia una pratica abbastanza diffusa, mentre le criticità si concentrano nella conoscenza epistemologica e nella analisi e ricostruzione della conoscenza matematica che sottende i processi cognitivi coinvolti nell'attività, delle quali spesso gli insegnanti non sono consapevoli. Risulta meno presente in riferimento a questo grado scolastico il fattore ostativo della pressione del tempo e del programma da svolgere, mentre è presente quello del confronto con altre classi a causa della volontà degli istituti di effettuare verifiche in parallelo. Anche il tipo di intervento dell'insegnante nella scuola primaria si ritiene sia quello fondamentale di ritrarsi, lasciare un'esplorazione libera agli studenti, fornendo solo qualche elemento fondamentale, come il linguaggio ma che, principalmente, il suo compito sia concentrato nella progettazione dell'attività.

Nella scuola secondaria si ritiene invece che gli insegnanti abbiano raramente esperienza di attività in cui includono la percezione e il movimento degli studenti e che la proposta di materiali e strumenti sia più a scopo espositivo che di interazione da parte degli studenti. La preoccupazione si concentra maggiormente su una mancanza di consapevolezza della complessità dei processi di insegnamento-apprendimento della disciplina. Nella scuola secondaria i fattori ostacolanti percepiti dagli insegnanti sono maggiormente legati alle pressioni date dal tempo, da impiegare per lo svolgimento del programma in vista delle prove di valutazione e degli esami e la convinzione che questo tipo di attività non sia fondamentale per un miglioramento nelle prestazioni degli studenti.

Un'ultima osservazione, che tuttavia non stupisce data la naturale inclinazione dei ricercatori intervistati, è che sia comparso all'interno di tutte le interviste, un riferimento alla formazione degli insegnanti, nonostante essa non venisse mai menzionata nelle domande, interpellata come principale fattore esterno che possa apportare un effetto, positivo o negativo, a seconda delle caratteristiche con le quali è articolata, sull'introduzione di queste pratiche insieme alla cultura del sistema-scuola.

3.3.2. I contributi australiani

Presenteremo brevemente di seguito i sei profili dei soggetti australiani coinvolti nelle interviste, che sono stati sei accademici, tre dei quali hanno esperienza da ex-insegnanti. Seguirà poi una panoramica dei contributi relativi agli esperti australiani intorno ad ogni tema principale delle interviste.

Riporteremo i contributi dei ricercatori australiani in modo analogo a quanto fatto con i contributi italiani; tuttavia, ricordiamo che abbiamo mantenuto il riserbo circa l'identità degli esperti di questo secondo Pese coinvolto, sotto suggerimento del comitato etico australiano, e, pertanto, indicheremo i contributi di questi accademici facendo riferimento allo pseudonimo *Esperto,* che abbrevieremo come *E,* seguito da un numero che ci permetterà di identificare il riferimento.

Esperto 1 (E1)

L'Esperto 1 è una ricercatrice in didattica della matematica nel Queensland, oltre ad essere una formatrice di insegnanti, con una lunga esperienza di insegnamento sia nella scuola secondaria che all'Università. I suoi principali interessi di ricerca vertono sulla formazione degli insegnanti in servizio e pre-servizio, con un focus sul loro apprendimento nei corsi di avviamento professionale, per quelli in pre-servizio, e di formazione, per quelli già in servizio. In particolare, i suoi studi si sono concentrati sulle modalità con le quali gli insegnanti traducono le proprie esperienze di apprendimento professionale nella pratica in classe, nel trovare modi per sostenere gli insegnanti affinché promuovano l'apprendimento della matematica sia in un'ottica curricolare e disciplinare, sia attraverso collaborazioni interdisciplinari nella formazione iniziale degli insegnanti, nella valutazione di sostenibilità e scalabilità delle iniziative di sviluppo professionale.

Esperto 2 (E2)

L'Esperto 2 è una professoressa presso la School of Education nel Queensland. Una delle sue principali aree di ricerca riguarda le pratiche di insegnamento *inquiry-based* nell'educazione matematica; in particolare: la progettazione di unità innovative di matematica curriculare per gli insegnanti che promuovono pratiche di *inquiry*, l'apprendimento e l'adozione di pedagogie innovative da parte degli insegnanti, lo sviluppo di norme di classe per *l'inquiry-based learning* in matematica e lo sviluppo di un ambiente di apprendimento positivo. Un'altra area di ricerca dell'Esperto 2 è il pensiero e il ragionamento statistico, ed in particolare l'argomentazione *data-based*.

Esperto 3 (E3)

L'Esperto 3 è un professore di Didattica della Matematica in Tasmania, ex professore di scuola secondaria. I suoi principali interessi di ricerca spaziano dall'uso della tecnologia nell'educazione matematica, come questa può essere integrata nei curricula di matematica e le conoscenze specialistiche che gli insegnanti dovrebbero avere in quest'area, alla transizione dalla scuola secondaria alla matematica universitaria, come anche la formazione professionale degli insegnanti di matematica. Rispetto a quest'ultimo ramo di ricerca, i suoi studi si sono specialmente concentrati sulla videoanalisi come tecnica per esaminare le pratiche in classe, nella relazione tra la PCK (conoscenza pedagogica del contenuto) e la (MK) conoscenza della matematica per l'Insegnamento della disciplina e il ruolo dei metodi di insegnamento collaborativo per lo sviluppo professionale.

Esperto 4 (E4)

L'Esperto 4 è una formatrice di insegnanti di matematica e ricercatrice in Didattica della Matematica nel Queensland, con una lunga esperienza come insegnante nelle scuole secondarie prima di diventare un illustre accademico in Australia, lavorando anche molti anni in Europa. I suoi principali interessi di ricerca sono l'apprendimento e lo sviluppo professionale degli insegnanti di matematica e dei formatori di insegnanti, le riforme nei curriculum e nella valutazione sia nelle scuole che nell'istruzione superiore, l'impatto delle tecnologie digitali sull'apprendimento e insegnamento della matematica, lo sviluppo del pensiero matematico negli studenti e l'equità di genere nell'istruzione STEM.

Esperto 5 (E5)

L'Esperto 5 è una professoressa di Didattica della Matematica in Tasmania e conduce regolarmente corsi di formazione professionale per gli insegnanti. I suoi principali interessi di ricerca si concentrano principalmente sulle pratiche d'insegnamento in classe, in particolare nelle scuole primarie, e su come migliorare i risultati degli studenti, lavorando con accademici, insegnanti e dirigenti scolastici per capire cosa costituisce un insegnamento efficace e per implementare pratiche informate dai risultati di ricerca nelle classi di matematica. I suoi progetti di ricerca hanno fornito informazioni e raccomandazioni su come migliorare la pratica didattica in matematica e su come condurre corsi di formazione per gli insegnanti.

Esperto 6 (E6)

L'Esperto 6 è un'accademica che si occupa di Didattica della Matematica in Australia, ma anche in altri paesi, come il Sud Africa, con una lunga esperienza nella formazione degli insegnanti di matematica in servizio, in particolare in contesti socio-economicamente svantaggiati. I suoi principali interessi di ricerca si concentrano sulla, cosiddetta, alfabetizzazione matematica (*mathematical literacy*) e la *numeracy,* l'atteggiamento verso la matematica degli studenti, la formazione e l'apprendimento degli insegnanti in una prospettiva di comunità di pratica.

3.3.2.1. Una panoramica dei contributi australiani

Analogamente a quanto presentato nel caso degli esperti italiani, nella sezione che segue sono presentati, per ogni tema affrontato, i principali elementi che sono emersi dalle interviste agli esperti australiani. Vale la pena sottolineare che i contributi australiani si presentano di per sé più brevi, con interviste della durata media di 40 minuti - rispetto ad interviste in media di 80 minuti degli esperti italiani. Inoltre, essendo interessati al quadro generale che emerge dai contributi degli esperti, il nostro focus sarà di enfatizzare quegli aspetti che vanno ad arricchire, con nuovi argomenti o rinforzando nodi tematici già affrontati, il quadro complessivo intorno alle principali tematiche investigate.

IMPORTANZA

Come motivazioni a supporto dell'importanza di portare a scuola queste pratiche didattiche gli esperti hanno evidenziato ragioni teoriche-giustificative e motivazioni collegate ai possibili risultati di una loro efficace resa in classe.

Facendo riferimento alle motivazioni giustificative, è stato riportato come i risultati di ricerca, ad esempio sulla funzione dei gesti (E3, p.68; E6, p.33), o i lavori di Natalie Sinclair sull'*embodiment*, forniscano una base teorica molto solida che mette in luce l'importanza del coinvolgimento percettivo-motorio per un apprendimento concettuale ben fondato (E4, p. 30; E1, p.28). Per prima cosa, l'utilizzo di materiali permette agli studenti di creare le connessioni fra l'astratto e il concreto (E1, p.28; E3, p.123; E2, p.70), caratteristica sostanziale per il costituirsi di un apprendimento volto alla costruzione dei significati (E5, p.29). Avere l'esperienza del concreto permette infatti agli studenti di costruire un'immagine mentale e di manipolarla, agganciando parole e simboli astratti a qualcosa di cui gli studenti hanno fatto esperienza nel mondo, così da riuscire a visualizzarli (E2, p.32,38; E6, p.19). Quindi proporre queste attività contribuisce a fondare il pensiero concettuale in modo più profondo (E1, p.28) fornendo movimento alle rappresentazioni dei significati matematici (E6, p.19). Si presenta per questo come un apprendimento anche maggiormente durevole, infatti le esperienze motorie sono incredibilmente memorabili: riferirsi ad esse diventa uno strumento molto potente per richiamare un concetto, anche a grande distanza di tempo (E4, p.28). Inoltre, anche in quanto insegnante, il ruolo del corpo risulta fondamentale per poter interpretare la matematica, che si presenta come una caratteristica piuttosto rilevante per comunicare con gli studenti, come è risultato evidente nei mesi passati che ci hanno costretto ad un insegnamento da remoto (E3, p.68). Infatti, nello stesso modo in cui il linguaggio verbale struttura il ragionamento, l'agire interpretando e il gesticolare fanno parte del discorso e della comunicazione con noi stessi e gli altri (E6, p.19), e sono in grado di renderla più rapida e soprattutto più profonda (E6, p.31-33).

Guardando gli effetti operativi della realizzazione in classe, queste attività aiutano una comprensione concettuale maggiormente significativa della matematica, che non si limita alla mera esecuzione di procedure, di un metodo o di un algoritmo, ma che mira alla comprensione del senso di queste, tramite il lavoro col materiale (E5, p.26). Infatti, in queste attività gli studenti hanno accesso alla natura multiforme dei concetti matematici e viene così favorita la cosiddetta *fluency,* ovvero la capacità di cambiare registro di rappresentazione (numerico, grafico e fisico) (E4, p.28), che rappresenta peraltro un obiettivo espresso nel curricolo (E3, p.60). Infine, affidare le proprie costruzioni ad una forte percezione, come quella data dal canale visivo, permette di superare delle euristiche errate in cui gli studenti ricadono quando sviluppano matematica esclusivamente all'interno di ragionamenti astratti. Questo permette, ad esempio, di raggiungere uno sviluppo del pensiero geometrico che difficilmente potrebbe essere raggiunto altrimenti (E5, p.26), e permette agli studenti di mettere in connessione il sapere matematico con la loro esperienza del mondo, aiutando lo sviluppo del loro pensiero immaginativo in matematica (E2, p.28). Peraltro, le idee matematiche risultano spesso incarnare una natura motoria, pertanto, queste attività che danno accesso a rappresentazioni mentali costruite a partire dal movimento che ne evidenzia questa natura motoria, si traducono in una conoscenza più profonda e radicata (E6, p.35). Inoltre, queste attività sono occasione per gli studenti di sviluppare significativamente il linguaggio opportuno della disciplina (E5, p.26). Quindi, se ben implementati, risultano essere una proposta didatticamente efficace (E1, p.52), e l'insegnante, tramite l'osservazione del modo di lavorare degli studenti con il materiale, può rilevare evidenze della comprensione che hanno sviluppato (E1, p.26). Per di più, con questo modo di lavorare, gli studenti acquisiscono anche una diversa visione della disciplina, infatti queste attività sono occasione per cambiare le loro convinzioni su cosa sia la matematica e cosa voglia dire imparare matematica (E4, p.28), creando anche un ambiente di apprendimento più favorevole (E3, p.72). Esse si presentano infatti come attività motivanti, che interessano e coinvolgono gli studenti (E4, p.28) altrimenti sottoposti ad un apprendimento sterile, al quale non trovano significato. Insegnare la matematica tramite la sua concretezza e la praticità, mostrando la sua connessione con la realtà, soprattutto nel caso degli studenti più giovani, riesce infatti a coinvolgerli e a renderli attivi sulla matematica (E1, p.28) facendoli divertire (E1, p.52). Infine, abbracciare questa proposta didattica significa contemplare differenti modalità di apprendimento e un'offerta formativa che si presenta più variegata è certamente migliore (E3, p.66).

CARATTERISTICHE (Interne all'insegnante)

Un insegnante che propone in classe le attività in oggetto, deve accompagnare questa proposta a delle caratteristiche, convinzioni, consapevolezze e conoscenze, che diano fondamento alla loro implementazione.

Innanzitutto, deve possedere alcune convinzioni, che possono essere sia generali sulla sua visione dell'insegnamento della matematica e della matematica come disciplina che specifiche rispetto all'attività.

Riguardo alla visione dell'insegnamento-apprendimento che si dovrebbe accompagnare a queste pratiche, è, almeno in parte, una visione costruttivista (E1, p.30) o socio-costruttivista (E6, p.37), in particolare volta all'esplorazione e alla scoperta (E1, p.30), oltre che alla costruzione dei significati matematici e di un pensiero concettuale profondo della disciplina (E5, p.30). L'insegnante deve inoltre abbracciare la convinzione che questa conoscenza significativa sia da promuovere includendo tutti gli studenti (E5, p.30; E4, p. 34).

Affinché l'insegnante introduca queste proposte nella sua pratica didattica, deve primariamente credere nel valore dell'attività (E1, p.30,62; E5, p.30; E3, p.80; E2, p.50). In particolare deve avere la convinzione che una tale introduzione non vada a compromettere l'apprendimento e che anzi promuova lo sviluppo di una comprensione concettuale profonda dei contenuti curriculari (E5, p.30). Inoltre, il docente deve essere convinto che quelle proposte siano attività che favoriscono l'apprendimento di tutti, non solo di coloro che hanno difficoltà con un approccio tradizionale (E5, p.32) o che hanno esiti positivi esclusivamente con gli studenti migliori (E4, p.32-34). Per di più, affinché un insegnante adotti nella pratica queste esperienze, pur essendo convinto, deve sentirsi capace di farlo (E4, p.32). Ad esempio, deve credere di sapere gestire una classe in movimento (E4, p.40), oltre a possedere la convinzione di riuscire a connettere saldamente al curriculum e alla sua programmazione didattica queste attività senza che esse rappresentino una perdita di tempo (E4, p.38).

Secondariamente, gli insegnanti dovrebbero possedere alcune consapevolezze per sposare la prospettiva che si nasconde dietro alla proposta di queste attività. Consapevolezze che riguardano l'apprendimento-insegnamento della matematica, come quelle riguardanti la complessità del linguaggio multimodale con il quale si comunica e si pensa (E6, p.37), ed altre invece specificatamente riferite alle attività in oggetto. Prima fra tutte che non si tratti esclusivamente di attività giocose per coinvolgere gli studenti e interessarli (E3, p.68), ma che tali attività siano connesse profondamente con lo sviluppo del pensiero matematico, tramite le esperienze di coinvolgimento sensori-motorio volto alla costruzione fondante dei significati matematici (E3, p.68). Inoltre dovranno acquisire consapevolezze sull'implementazione di questa attività, una volta introdotte. In primis, l'insegnante dovrà essere cosciente del fatto che non potrà necessariamente aspettarsi dei buoni risultati valutando queste attività con gli strumenti che utilizzava in una didattica tradizionale (E2, p.46), perché cambiando tipologia di insegnamento e gli obiettivi di insegnamento, anche la valutazione cambierà in modo conseguente (E4, p.34). Questo risulta, secondo gli esperti, un punto particolarmente complesso da affrontare perché gli insegnanti non hanno una reale consapevolezza nei riguardi della propria valutazione.

> So, if you're trying a new teaching approach and you wouldn't know if it works, and then you'll see but you're using the old assessment of students - so, why are you using the assessment that you use for your old pedagogical strategies? You change the way you teach, you have to change the way you assess! Because your shifting what your valuing in students learning, and that, of course, can be a big barrier for teachers, because some- often teachers don't have control over their assessment. So, if you're preparing students for an exam, you know, written by someone else, and.. that can be difficult. So, curriculum and pedagogy in assessment should always line up, be aligned. So, if one changes, then everything else have to change.. (E4, p. 34)

Peraltro, l'insegnante dovrà essere consapevole della necessità di adattare il materiale per il gruppo classe e per le singole esigenze che si troverà a dover gestire (E4, p.38); per questo è necessario che sviluppi delle competenze specifiche che si appoggiano ad alcune conoscenze fondamentali.

Sono infatti necessarie delle conoscenze "pratiche", di natura psicologica, pedagogica e didattica, legate alla gestione di queste attività nella particolare classe, con il materiale specifico che viene impiegato nella stessa (E4, p.36). Inoltre, sembra essere centrale che l'insegnante possieda una conoscenza matematica profonda per capire e rendere fruibile agli studenti il valore formativo di queste attività (E1, p.30, 62; E6, p.49) ma anche per sapere come questa conoscenza formale si possa legare ad esperienze pratiche, laboratoriali (E2, p.42). A tal fine è necessario che egli possieda una specifica conoscenza pedagogica dei contenuti disciplinari (E6, p.49).

LIMITI

Le attività oggetto di studio, secondo gli esperti australiani, presentano inoltre alcuni ostacoli intrinseci oltre a limiti che derivano da una cattiva implementazione delle pratiche.

Fra i limiti intrinseci, troviamo il fatto che le attività richiedano molto tempo nella loro realizzazione (E1, p.38; E2, p.58). In aggiunta a questo l'introduzione di materiali potrebbe comportare difficoltà ulteriori per gli studenti che non ne conoscono e non hanno confidenza con il loro utilizzo (E5, p.36). Un nodo che appare particolarmente critico agli occhi degli esperti australiani è rappresentato poi dalla gestione della classe durante lo svolgimento di queste attività, che potrebbe essere problematica per la volontà di tenere gli studenti attivamente coinvolti ed in movimento (E5, p.36; E4, p.40; E2, p.58; E6, p.39). Ad esempio, durante lo svolgimento di queste attività potrebbe crearsi maggiore confusione rispetto allo svolgimento di una lezione tradizionale, caratteristica che può essere disturbante per l'insegnante stesso e per il contesto scolastico (E3, p.104). Infine, se non è presente nella scuola un supporto adeguato, la gestione degli strumenti durante l'attività, come ad esempio quelli tecnologici, può essere molto complicata per gli insegnanti (E4, p.50). Peraltro tali attività non sappiamo neanche come possano essere valutate, perché non necessariamente aumentano i risultati delle prove nazionali dato che non si concentrano sullo sviluppo di procedure (E2, p.46). Secondo l'Esperto 6 invece non vi sono limiti intrinseci nell'attività, ma esistono dei limiti dati da una cattiva interpretazione delle attività, ovvero nella loro implementazione (E6, p.45).

Fra i limiti relativi agli errori di realizzazione, un primo che viene attribuito ad alcuni insegnanti, soprattutto nella scuola primaria (E3, p.62), è quello di costruire delle attività molto fantasiose e creative, ma limitandosi alla considerazione dell'attivazione di aspetti percettivo-motori coinvolti durante l'attività, senza che essi siano caricati di un valore matematico profondo né che venga curata la connessione fra questi due aspetti. Le attività proposte, che nella loro natura potrebbero essere anche preziose per la costruzione della matematica *embodied*, sono spogliate di questa caratterizzazione funzionale alla disciplina, il cui valore non viene assolutamente colto e portato a frutto dall'insegnante (E3, p.122). Tale proposta può addirittura risultare controproducente per l'insegnamento stesso; infatti se il docente non è stato in grado di costruire questa connessione fra l'attività e i significati matematici in modo fruttuoso, verrà impiegato del tempo in una attività che non arricchisce la conoscenza disciplinare, tempo che si sottrae ad altre attività aumentando la pressione e rendendo più sfrenata la corsa verso il completamento della programmazione (E2, p.66; E6, p.45). Infine, talvolta, gli insegnanti sono costretti da limiti contingenti, che li portano a distorcere la filosofia che sta dietro questi approcci esplorativi: il poco tempo che hanno a disposizione può infatti spingerli a non lasciare il tempo per pensare agli studenti nello svolgimento di queste attività (E1, p.38), rendendo di fatto impossibile agli stessi di riflettere e di condividere un percorso di natura esplorativa. Può inoltre verificarsi che i docenti, durante le lezioni, si limitino a presentare, tramite l'utilizzo di materiali e strumenti, delle rappresentazioni in classe, senza farle manipolare in modo diretto agli studenti, poiché non risultano presenti abbastanza risorse a disposizione nella scuola (E6, p.28).

FATTORI D'INFLUENZA

Tra i fattori ambivalenti, che possono favorire o ostacolare l'implementazione di queste attività, troviamo alcune caratteristiche di estrema concretezza, legate alla disomogeneità fra le scuole australiane, come la tipologia dell'organizzazione della scuola, ad esempio la durata di una lezione (E4, p.42) e l'organizzazione e la presenza di spazi adeguati (E3, p.104; E2, p.58), la presenza di risorse (E6, p.49) e la possibilità di investire nell'acquisto di materiali (E4, p.48). Ma il fattore ritenuto più influente è sicuramente la cultura scolastica presente nel contesto di insegnamento, capace di promuovere l'introduzione di nuove pratiche didattiche, in caso della presenza di una predisposizione favorevole, o di ostacolarne l'implementazione, se non è presente una condivisione delle prospettive didattiche. Inoltre, è bene avere presente che, oltre a quale sia oggettivamente la direzione che viene indicata all'interno del sistema scuola, sono soprattutto la percezione e le interpretazioni che da l'insegnante di questa cultura a influenzare le sue scelte (E4, p.40).

FATTORI FACILITANTI

Riprendendo quanto detto sopra, sicuramente un contesto scuola che sostiene l'implementazione, aperto a nuove idee che possono avere effetti positivi sulla formazione degli studenti (E4, p.40) e che istituzionalizza anche un tempo nel quale gli insegnanti possono focalizzarsi nel progettare e implementare queste attività è sicuramente un buon modo di facilitarne la proposta di queste attività nella propria pratica didattica (E1, p.62). In questo, il dirigente scolastico ha un ruolo essenziale, perché detta i limiti di ciò che si può o non può fare in una scuola (E4, p.40). Un altro aspetto che riguarda la comunità scolastica è la collaborazione con i colleghi, con una programmazione collaborativa sulle attività (E5, p.36; E4, p.40). Spesso, peraltro, gli insegnanti vorrebbero avere una testimonianza della riuscita delle attività da parte di altri insegnanti, prima di provare ad attuare determinati percorsi nella propria didattica; quindi lo scambio di esperienze con i colleghi risulta davvero fondamentale (E4, p.50). Perciò la scuola dovrebbe avere la flessibilità strutturale per permettere, ad esempio, la compresenza di più insegnanti in classe, concepito come momento formativo per gli insegnanti stessi, inoltre una gestione del tempo flessibile e adeguata per effettuare queste attività (E4, p.52) ma anche un supporto tecnico, ad esempio, per accompagnare l'insegnante nello svolgere attività con strumenti tecnologici, infatti gli insegnanti potrebbero essere scoraggiati dalle difficoltà di gestione di problemi analoghi che potrebbero emergere durante le attività (E4, p.50). Come contributo esterno alla scuola, sarebbe importante promuovere la formazione e lo sviluppo professionale, con interventi specifici che propongano materiali e letture di natura teorica funzionali a sostenere questo paradigma di insegnamento-apprendimento (E5, p.36). Preferibilmente dovrebbero fornire agli insegnanti percorsi già pronti da implementare, ben guidati, con una descrizione accurata delle attività, mettendo a disposizione i materiali coinvolti, con chiare indicazioni riguardo alle tempistiche, a come l'attività si inserisca nel curriculum, rispetto agli obiettivi che si pone, in modo da poterla integrarle all'interno delle loro pratiche (E3, p.92; E4, p.34; E2, p.60). Questo risulta essenziale, intanto, perché non possiamo dare per assunto che essi abbiano tempo e capacità per costruirseli da soli (E3, p.92) e, secondariamente, perché è necessario entrare in risonanza con gli insegnanti e con i loro obiettivi (E4, p.34). Sarebbe perciò importante che questi interventi formativi si costituissero in cicli piuttosto lunghi, prevedendo altresì la presenza di *coach* nelle classi in modo tale che i docenti possano imparare nel momento stesso dell'introduzione di queste attività (E2, p.60).

Sarebbe opportuno tenere in considerazione alcuni fattori che vanno ad influire sulla predisposizione degli insegnanti ad effettuare queste proposte. Ad esempio, per convincerli ad introdurre tali attività didattiche risulta essenziale mostrare loro la presenza di validi motivi per farlo come, ad esempio, che tale proposta li porti a raggiungere degli obiettivi formativi importanti che essi perseguivano con difficoltà con altre strategie didattiche (E5, p.30). Un punto, sul quale gli esperti australiani hanno particolarmente insistito, riguarda la necessità che venga mostrata agli insegnanti la relazione che queste attività hanno con gli obiettivi curriculari (E3, p.84), per giustificare che quanto viene chiesto loro di proporre non rappresenti un di più rispetto a quello che deve essere raggiunto nel curriculum, ma che queste attività possono rimpiazzare la programmazione standard per raggiungere gli obiettivi formativi del curriculum (E4, p.34). Prima di questo, è fondamentale che i docenti prendano coscienza delle proprie pratiche di insegnamento e, attraverso questa analisi riflessiva, si potrebbe pensare di mettere in luce ai loro occhi, a partire da quello che già propongono, il valore che hanno o che possono avere il coinvolgimento del corpo e del movimento in quelle stesse attività che fanno parte del loro insegnamento. Questo potrebbe consentire di introdurre gradualmente qualcosa di nuovo, di diverso e anche se in precedenza percepito come molto distante dalla propria pratica (E3, p.80). Infine, gli insegnanti hanno necessità di avere conferme sull'efficacia didattica, facendo esperienza diretta di queste attività nelle classi, come, ad esempio, vedendo i risultati dell'implementazioni di tali pratiche in classi di colleghi (E4, p.50). Questa visione di insegnamento-apprendimento disciplinare si appoggia infatti a teorie piuttosto complesse, ed è perciò qualcosa di cui l'insegnante deve aver fatto esperienza per convincersene, poiché, se pensassimo di renderle accessibili esclusivamente a un livello teorico, esse potrebbero risultare molto complicate oltre che distante una loro possibile applicazione (E2, p.52).

FATTORI OSTATIVI

Tra i fattori ostativi che possono influire dall'esterno sulla proposta di queste attività, sicuramente vi sono le resistenze che provengono dal contesto (E1, p.30; E3, p.106; E2, p.). Queste si concretizzano, in particolare, in due principali fattori di influenza. Il primo è la dipendenza rispetto alle pratiche didattiche dei colleghi e quanto queste siano affini agli approcci che si vuole proporre, in relazione al diverso ruolo o grado di esperienza dei diversi insegnanti nella scuola (E1, p.46; E5, p.36; E4, p.40). Infatti, ad esempio, un insegnante nel tirocinio o nei primi anni di servizio dovrà necessariamente sottostare alla supervisione di un tutor che imporrà il suo metodo di insegnamento; ma anche per insegnanti esperti il confronto con i colleghi risulta molto determinante (E1, p.46), per il desiderio del docente di fare parte ed essere sostenuto dal gruppo professionale disciplinare presente nella scuola (E4, p.40). Il secondo sono le norme istituzionali scolastiche che non vengono messe in discussione (E2, p.78), le quali talvolta non sono neanche rese esplicite (E4, p.41) ed altre volte si presentano come veri e propri dettami. Ad esempio, nella scuola primaria Australiana è presente un programma di insegnamento già strutturato che va portato avanti in modo piuttosto pedissequo (E1, p.46), vincolando l'insegnante nelle sue scelte didattiche. Oltre a questi due principali fattori appena menzionati, assume rilievo anche la visione che hanno i genitori (E5, p.36), i dirigenti e in generale l'idea condivisa dalla comunità scolastica, ma anche dagli studenti influenzati da anni di insegnamento di una matematica procedurale-trasmissiva (E4, p.28), di come debba avvenire una lezione di matematica e in che cosa essa debba o non debba consistere (E3, p.96, p.104). Oltretutto, sono presenti anche pressioni derivanti dai sistemi nazionali di valutazione che si ripercuotono nel contesto scolastico (E1, p.30; E2, p.58); ad esempio c'è una grande enfasi sul preparare gli studenti ai risultati delle valutazioni del NAPLAN (come esplicitato nel primo paragrafo del Capitolo 2), perché tali risultati vengono resi pubblici e di conseguenza la scuola spinge molto nella direzione di promuovere un'educazione volta alla performance su quei test (E1, p.34,62). A causa di queste pressioni, qualora gli insegnanti decidessero di implementare attività di tipo esplorativo non possono dedicargli lo spazio appropriato, lasciando agli studenti il tempo di pensare, e ne consegue che lo fanno controvertendo la filosofia che li caratterizza (E1, p.38, p.64). Ed anche le fissità legate all'ambiente e alla disposizione spaziale, che tradizionalmente si presenta in classe, sono spesso abbastanza ostacolanti per un apprendimento esplorativo, se non per l'apprendimento in generale (E3, p.72). Ne consegue che la sensazione dell'insegnante sia quella di non poter cambiare il suo insegnamento in questa direzione (E1, p.62). Per di più, in alcune scuole, soprattutto in contesti socio-svantaggiati (E1, p.34), mancano le risorse (E2, p.58; E6, p.28) e questo, benché non rappresenti necessariamente un fattore che ne impedisca la realizzazione, perché impiegando energie, tempo ed abilità gli insegnanti possono costruire i materiali con poca o nessuna spesa (E4, p.48), è sicuramente un fattore che può avere il suo impatto nell'ostacolare l'implementazione di queste pratiche (E1, p.64; E5, p.34). Soprattutto in mancanza di un supporto istituzionale, gli insegnanti non hanno tempo per trovare, imparare ad utilizzare e capire come inserire nella propria programmazione queste proposte (E1, p.64); necessiterebbero invece di un accesso e del tempo da dedicare ad una formazione apposita (E1, p.34). Infine, formazioni teoriche riguardo questo tipo di pratiche possono risultare complesse e lontane dalla pratica didattica degli insegnanti e rimanere scarsamente applicabili (E2, p.54).

Oltre a tutti gli ostacoli provenienti dall'esterno, che sono stati finora presentati, vi sono anche delle ragioni di resistenza, interne all'insegnante, che ne limitano la proposta. Innanzitutto un problema legato alla loro formazione. Infatti, gli insegnanti presentono una conoscenza molto astratta e procedurale della disciplina (E2, p.82), hanno poco riflettuto sui perché e le connessioni fra i significati matematici (E1, p.30) o come applicare in concreto la conoscenza (E2, p.42), e spesso non hanno proprio la conoscenza epistemologica che gli permetta di capire come legare attività *embodied* con l'apprendimento della matematica (E3, p.112; E4, p.34; E2, p.42,58; E6, p.49). Per di più, dato che non ci sono abbastanza insegnanti qualificati di matematica a scuola, talvolta si trovano ad insegnare questa materia scolastica insegnanti che non hanno un'adeguata formazione e confidenza con la disciplina, reindirizzati dall'insegnamento di altre materie, e che non hanno pertanto gli strumenti per effettuare un percorso fuori dall'ordinario (E4, p.40). Inoltre, gli insegnanti non sono consapevoli del ruolo del corpo e movimento nella comprensione dei concetti matematici, non hanno cioè una profondità di analisi rispetto a questi aspetti (E3, p.68). E se hanno fiducia nella visione trasmissiva dell'apprendimento e nell'efficacia della spiegazione non abbracceranno nessun'altra prospettiva innovativa (E3, p.80), anche perché ci sarà una naturale opposizione ad ogni forma di cambiamento poiché sono convinti della validità di ciò che stanno effettuando (E3, p.80). L'introduzione di queste attività è anche ostacolata dalla presenza di due forti pregiudizi, rispetto all'adeguatezza dell'attività. Un pregiudizio da far superare agli insegnanti è che queste siano attività appropriate non solo in riferimento alla scuola primaria ma anche per i ragazzi più grandi (E5, p.30), caratteristica che sembra anche trasparire dalle indicazioni curricolari (E2, p.70), e che la matematica non sia altro da queste attività, ossia che essa non si distacchi dagli aspetti di concretezza. Questo però risulta particolarmente difficile, poiché traspare anche all'interno del curriculum la verticalità che mostra la progressione dall'utilizzo del concreto al suo abbandono verso il trionfo dell'astratto (E3, p.133). Di conseguenza, gli insegnanti possono essere convinti che questa proposta si adatti esclusivamente come attività di recupero, per gli alunni che hanno difficoltà, mentre che non valga la pena di proporla con gli studenti migliori perché sono capaci di apprendere con un insegnamento tradizionale (E5, p.329; E4, p.32). Altri invece, che non sono convinti di un apprendimento significativo raggiungibile per tutti gli studenti, possono credere che queste attività possano essere portate avanti soltanto con gli studenti più bravi e solamente nelle classi migliori (E4, p.32). Bisogna infine tenere presente che il cambiamento che viene richiesto è complesso: un grande investimento di energia iniziale (E3, p.92) ed anche un periodo di adattamento per il cambio di prospettiva da parte di tutti (E3, p.92), fattori che possono scoraggiare la volontà dell'insegnante di proporli nella scuola. Soprattutto se pensiamo alla forte e persistente tensione all'interno dei sistemi scolastici verso un insegnamento trasmissivo dove agli studenti non è data l'opportunità di apprendere ma semplicemente di subire la conoscenza (E2, p.74-76)

STRATEGIE PER L'EFFICACIA

Fra le strategie per l'introduzione di queste proposte didattiche, una strada che viene suggerita è quella di provare a far muovere con continuità gli insegnanti a partire dalla propria pratica verso un insegnamento più consapevole degli aspetti legati al corpo e movimento. Ad esempio, facendo osservare qualcosa che l'insegnante già propone in classe ed evidenziando il valore che potrebbe essere reso fruibile se venisse potenziata nell'attività la connessione che esiste fra l'esperire con il corpo i concetti matematici e il loro apprendimento, così da farne avere esperienza agli insegnanti senza chiedergli di fare un grande salto rispetto alla propria pratica didattica (E3, p.80,92, 100). Alternativamente potrebbero essere proposte inizialmente attività che risultano di semplice gestione, che non sconvolgano l'ordine nella classe, ad esempio svolte da seduti coinvolgendo esclusivamente il movimento delle mani, ma che si presentino lo stesso significative per la costruzione del pensiero matematico (E6, p.39). Inoltre anche agli studenti deve essere motivata l'introduzione di queste attività, ovvero essi devono percepire che possa avere per loro un riscontro positivo o una qualche utilità (E2, p.46).

Per quanto riguarda invece l'implementazione, l'insegnante deve effettuare una buona progettazione, avere chiaro cosa vuole che i suoi studenti imparino, adattando l'attività forgiata sulle esigenze del curriculum alle esigenze del gruppo classe (E4, p.40). Allo stesso tempo, deve legare l'attività che propone agli obiettivi del suo insegnamento e agli obiettivi curriculari, e deve esplicitare queste connessioni per rassicurare la comunità educante, le autorità, gli studenti e i genitori del percorso che sta svolgendo (E4, p.40). Nel progettare queste attività, l'insegnante deve selezionare materiali che siano coerenti con i concetti matematici che voglio insegnare, e che siano d'aiuto all'accesso di questi materiali, ovvero i materiali devono presentare la cosiddetta *epistemic fidelity* rispetto al concetto matematico che ci si propone di trasmettere nell'attività (E5, p.26). La profondità matematica deve essere l'obiettivo dell'attività e l'insegnante deve guidare gli studenti verso questo apprendimento (E2, p.46), facendo emergere e rendendo esplicita la connessione che esiste fra quello che gli studenti stanno effettuando e la conoscenza matematica che vi si nasconde dietro, non può infatti essere dato per scontato che questa conoscenza emerga in modo autonomo (E4, p.46). Risulta però necessario che gli studenti possano interagire individualmente con il materiale a disposizione (E6, p.43) e che venga lasciato loro il tempo per pensare durante l'attività (E1, p.38), ma che abbiano anche la possibilità di elaborare quanto esplorato discutendo fra pari (E2, p.42). Inoltre tali attività non devono essere proposte in modo sporadico, ma vanno integrate in modo strutturato persistentemente, così che gli studenti prendano fiducia nelle loro intuizioni corporee e nella loro capacità di sviluppare apprendimento attraverso queste esperienze (E2, p.46).

3.3.2.2. Alcune sservazioni cross-categoriali

In modo cross-categoriale, una prima osservazione che risulta evidente dai contributi degli esperti australiani riguarda una forte attenzione verso gli aspetti istituzionali e curriculari, che sembrano avere un'incidenza ragguardevole sulle decisioni e la libertà di proposta didattica degli insegnanti. Si parla infatti sovente di avvicinare gli insegnanti alle pratiche didattiche con continuità, senza stravolgere l'ordine programmatico della didattica né la gestione della classe.

Rispetto quest'ultima, nell'evidenziare le difficoltà, i fattori di influenza ma anche le consapevolezze e conoscenze che un insegnante deve possedere, nel caso australiano, viene messa molta enfasi sugli aspetti legati alla gestione della classe, all'organizzazione della scuola come tempistiche e ambienti, e agli aspetti legati all'ordine come, ad esempio, al contenimento della rumorosità in classe.

Un aspetto al quale si fa riferimento è la presenza di molteplici risorse disponibili per gli insegnanti, guide didattiche con proposte di attività e schede relative alla loro implementazione già strutturate, alle quali i docenti attingono per la loro didattica. Questo sembra collegarsi molto bene all'esigenza, sentita molto forte nel contesto australiano, ma presente anche in quello italiano, di restare aderenti alla programmazione curricolare da parte del docente, e quindi di introdurre le innovazioni didattiche senza stravolgere la pianificazione ma avvicinando con continuità l'insegnante. Nel contesto australiano si sottolinea maggiormente anche l'importanza di assistere a lezioni pratiche di *coaching* nelle proprie classi da parte di esperti, o di effettuare co-tutela in classi parallele durante lezioni di colleghi che implementano le attività, pensati come momenti di compresenza formativi. Sembra quindi che gli insegnanti abbiano una grande necessità di supporto a livello scolastico e nelle indicazioni dalla ricerca, oltre che ad evidenze calate nel proprio contesto, per assumersi la responsabilità di introdurre le innovazioni didattiche.

Inoltre, viene a più riprese enfatizzato il ruolo che riveste la cultura scolastica presente nei contesti in cui gli insegnanti si trovano ad operare, descrivendo una grande variabilità interna nelle tipologie di scuole, nelle risorse messe a disposizione e nella organizzazione interna alle stesse. Questo risulta un aspetto meno presente all'interno del contesto italiano; possiamo ipotizzare che ciò sia dovuto, ad esempio, ad una maggiore uniformità nella proposta scolastica.

Quello che sembra però presentarsi come caratteristica comune nelle scuole australiane, come anche nei contesti italiani, è la forte pressione percepita dagli insegnanti nell'inseguire una programmazione scolastica che si presenta come densa di contenuti da trattare, e determinata dalla presenza di prove di valutazione che rendono più sterile il processo di insegnamento-apprendimento, mirando a raggiungere risultati a breve termine che enfatizzano aspetti di natura procedurale e lasciano meno spazio ad attività che mirano ad un apprendimento significativo.

In maniera cross-categoriale, appare anche evidente come l'interesse per le attività oggetto di studio sia rivolto a fornire agli studenti una visione della matematica come di un linguaggio e di uno strumento per interrogare ed interpretare il mondo. Questo si rende evidente in alcune argomentazioni riguardo l'importanza di introdurre le attività nella scuola, ma anche nelle preoccupazioni espresse degli esperti a riguardo di una possibile carenza di conoscenze da parte degli insegnanti, che permettano loro di concepire la connessione con la realtà e gli aspetti laboratoriali della disciplina. Questo aspetto, come vedremo nel prossimo paragrafo, risulterà evidente anche dalla scelta degli esempi che hanno proposto gli insegnanti.

3.3.3. I contributi italiani e australiani a confronto

Nel seguente paragrafo descriviamo, servendoci di rappresentazioni tramite mappe, il quadro concettuale sviluppato dagli esperti italiani e australiani, nel quale vengono riportati, in riferimento ai principali temi di indagine, i maggiori nodi argomentativi sostenuti da questi durante le interviste.

Per ciascun nodo è indicato il numero complessivo di contributi che vi hanno fatto riferimento, differenziando rispetto al gruppo italiano e australiano; una etichetta che connette il nodo all'insieme dei contributi italiani o all'insieme dei contributi australiani, considerate come due macro-narrazioni, non indicherà il numero degli esperti che ha abbracciato la singola argomentazione, bensì il numero totale delle unità di significato che vi hanno fatto riferimento nell'insieme dei contributi provenienti da ognuno dei due gruppi. Le mappe sono state realizzate con lo strumento visuale MAXMaps del software MAXQDA Analytics Pro 2022, a partire dal sistema di codici e sub-codici delle differenti categorie sviluppato durante l'analisi, come abbiamo descritto nei precedenti paragrafi.

È bene sottolineare nuovamente che i contributi australiani sono inferiori in numero e in estensione rispetto a quelli italiani; di conseguenza, nelle mappe riportate, risulterà evidente un forte sbilanciamento nella varietà e nella numerosità delle argomentazioni sviluppate dagli esperti italiani rispetto a quelli d'oltreoceano. Pur tenendo conto di questo sbilanciamento, le seguenti rappresentazioni ci permetteranno di cogliere alcune differenze che hanno caratterizzato i due gruppi di esperti intervistati, che potrebbero evidenziare la presenza di fattori di natura culturale o di caratteristiche indipendenti dai contesti osservati, oltre a renderci un quadro d'insieme della prospettiva esposta rispetto ad ogni tema.

IMPORTANZA

Presentiamo di seguito una mappa nella quale sono rappresentate le argomentazioni degli esperti italiani ed australiani, come nodi, relativamente all'importanza di implementare a scuola attività laboratoriali in cui gli studenti sono coinvolti con il loro corpo e movimento per l'esplorazione dei significati matematici. Nella parte superiore della mappa, in verde scuro e con le fecce rivolte verso i nuclei costituiti dagli esperti italiani e australiani, sono disposte le motivazioni giustificative, ovvero le motivazioni che apportano giustificazioni pre-operative, sperimentali o teoriche, riguardo all'importanza di includere il corpo e movimento nell'apprendimento. In verde più chiaro, sono state invece presentate le argomentazioni di tipo operativo che ne motivano l'introduzione nella scuola.

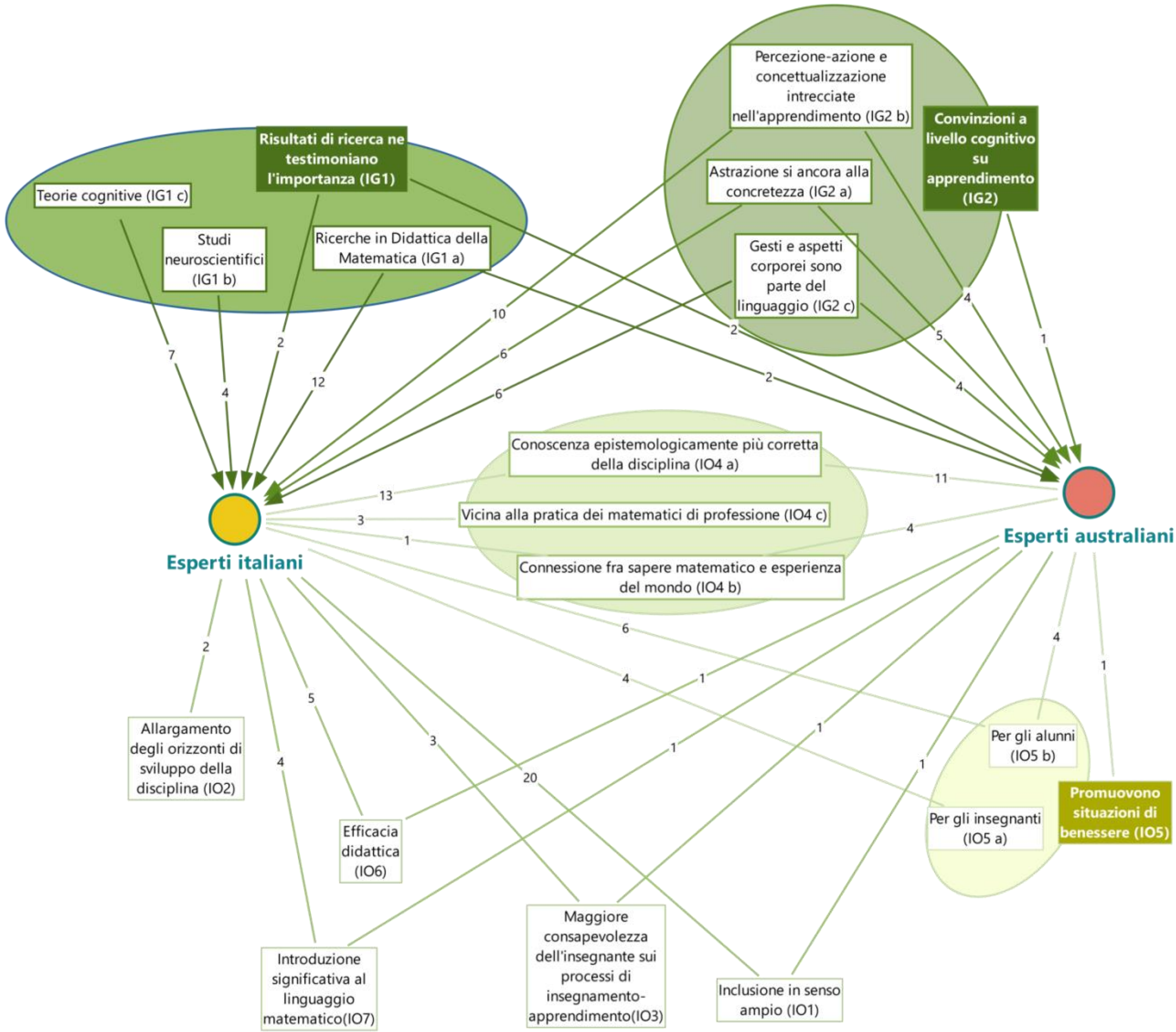


Figura 3_ Mappa codici relativi al tema dell'importanza (I) di implementazione le attività nella pratica scolastica

(XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Gli esperti australiani hanno fatto riferimento in prevalenza a convinzioni di carattere cognitivo (IG2), riguardo all'importanza di coinvolgere corpo e movimento senza esplicitare riferimenti teorici, mentre gli esperti italiani hanno fatto riferimento anche a giustificazioni teoriche e sperimentali (IG1) che giustificano tale introduzione nella scuola.

Per quanto concerne invece le motivazioni operative, notiamo come entrambi i gruppi di esperti giustifichino l'importanza esplicitando che porta ad una conoscenza che viene ritenuta epistemologicamente più corretta della disciplina (IO4 a), sarebbe a dire sia per quanto riguarda la visione della matematica, sia per il suo insegnamento che nei confronti della natura dei suoi oggetti e concetti. Questo, secondo gli esperti italiani, avvicinerebbe anche ad una pratica più simile a quella dei matematici di professione (IO4 c) ed inoltre, soprattutto per gli esperti australiani, aiuterebbe a conoscere la matematica come strumento utile per interrogare e interpretare la realtà che ci circonda (IO4 b). Tuttavia, la prima motivazione che ne giustifica l'introduzione, secondo gli esperti italiani, è rappresentata dalla capacità inclusiva di queste attività (IO1), che permettono di sfruttare più canali di accesso e produzione dell'informazione e abbracciare più stili cognitivi, che porta a un giovamento per tutti gli studenti. Peraltro viene ipotizzato, nel contesto italiano, che possano essere generative anche per la disciplina stessa (IO2). Inoltre le attività si ritiene che portino a situazioni di benessere

(IO5), in riferimento agli studenti (IO5 b) ma anche all'insegnante (IO5 a), come si premurano di evidenziare gli esperti italiani. Sono pratiche inoltre di cui si riconosce l'efficacia didattica (IO6), sia nei confronti di un apprendimento standard, che nel promuovere situazioni di apprendimento didatticamente efficaci, o anche rispetto all'introduzione significativa del linguaggio matematico grazie a una comunicazione più ampia e profonda fra insegnante e docente (IO7). Si ritiene infine che gli insegnanti abbiano durante queste attività una percezione più autentica e funzionale di quelli che sono i processi di apprendimento degli studenti (IO3).

CARATTERISTICHE

Riportiamo di seguito le mappe relative alle caratteristiche dell'insegnante che, secondo gli esperti, dovrebbero accompagnarsi alla realizzazione della proposta in oggetto. La prima mappa illustra i contributi relativi alle conoscenze necessarie, segue una mappa relativa alle convinzioni e infine un'ultima mappa che riguarda le consapevolezze.

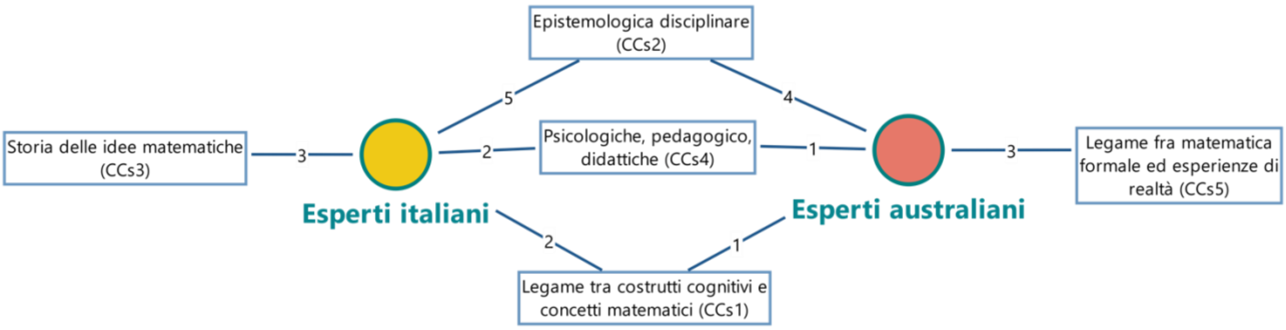


Figura 4_ Mappa codici relativi al tema delle conoscenze (CCs) che dovrebbe possedere un insegnante nell'implementazione delle attività (XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Osservando la mappa che riguarda le conoscenze di cui necessita un insegnante per realizzare le attività ABM, notiamo dapprima che entrambi i gruppi di esperti ritengono importante che gli insegnanti posseggano una conoscenza epistemologica-disciplinare adeguata (CCs2). Secondariamente, condividono che essi debbano possedere conoscenze di stampo psicologico, pedagogico e didattico opportune (CCs4) per gestire le attività in classe e la conoscenza di come i costrutti cognitivi che emergono durante l'attività esperienziale debbano essere in relazione con i significati matematici che si intende perseguire (CCs1). Caratteristiche che distinguono i due gruppi di esperti, e che polarizzano peraltro le intere narrazioni, riguardano l'attenzione che gli esperti italiani pongono verso la conoscenza storica, legata alla nascita e lo sviluppo delle idee matematiche (CCs3), per proporre attività in classe che trovano fondamento in questi aspetti, mentre gli esperti australiani mostrano più preoccupazione riguardo le conoscenze che permettono agli insegnanti di trovare collegamenti fra la conoscenza astratta e tecnica che posseggono e contesti di concretezza e di attività di laboratorio (CCs5), riferendosi ad attività che sono più rivolte alla lettura fenomenologica della realtà.

Nella mappa seguente, osserviamo invece le convinzioni che gli esperti ritengono che un insegnante debba possedere nel proporre in classe attività volte all'esplorazione dei significati matematici in cui gli studenti sono coinvolti con il loro corpo e movimento. Nella parte superiore della mappa, caratterizzata dai toni del celeste, troviamo le convinzioni di natura più generale che riguardano l'insegnamento-apprendimento della matematica, mentre nella porzione inferiore, nei toni del blu, troviamo le convinzioni specifiche rispetto alle attività in oggetto.

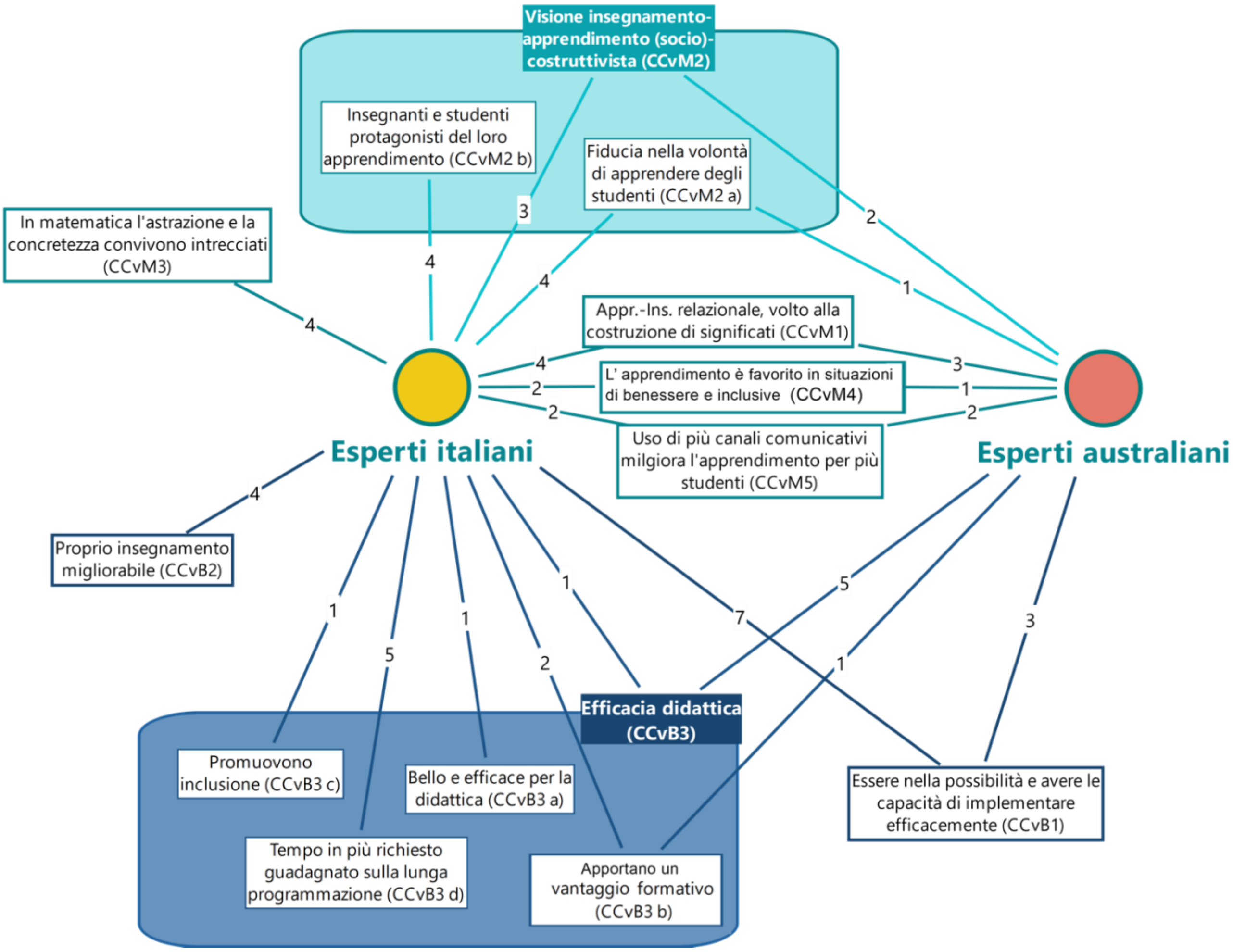


Figura 5_ Mappa codici relativi al tema delle convinzioni (CCv) che dovrebbe possedere un insegnante nell'implementazione delle attività (XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Le indicazioni degli esperti italiani ed australiani sono comuni rispetto alle convinzioni di carattere più generale rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica, in particolare riguardo alla convinzione che si debba mirare ad un apprendimento significativo della matematica, di natura relazionale, legato ad una conoscenza concettuale profonda (CCvM1) e che la visione di insegnamento-apprendimento debba essere di stampo costruttivista o socio-costruttivista (CCvM2), ponendo gli studenti come protagonisti del loro processo di apprendimento ma dando una posizione centrale anche all'insegnante all'interno di questo processo (CCvM2 b), che deve avere fiducia nella volontà e capacità degli studenti di ricostruire una profonda comprensione matematica (CCvM2 a). Inoltre, gli insegnanti devono essere convinti della bontà di proporre attività che valorizzano l'utilizzo di più canali di accesso e produzione dell'informazione (CCvM5), che si lega fortemente al credere che si impari meglio in situazioni inclusive e di benessere (CCvM4). Gli esperti italiani enfatizzano inoltre un aspetto che non viene invece menzionato dagli esperti australiani, che riguarda il fatto che gli insegnanti debbano avere una visione della natura della matematica composita, che non la vede rilegata al mondo dell'astrazione, come disciplina puramente mentale, ma che ne riconosca la natura almeno duplice, dove gli aspetti di concretezza e astrazione si intrecciano (CCvM3).

Per quanto riguarda le convinzioni specifiche rispetto alle attività in oggetto, secondo entrambi i gruppi di esperti, in primis l'insegnante deve essere convinto dell'efficacia didattica delle attività in oggetto (CCvB3), un'efficacia che può declinarsi in molteplici direzioni (CCvB3 a,b,c,d), ma deve essere anche convinto di avere la possibilità e le capacità per poterle implementare (CCvB1). Un aspetto che compare esclusivamente nel quadro italiano, riguarda una convinzione ancora più primitiva, se vogliamo, rispetto a quanto evidenziato, che riguarda il fatto che un insegnante debba essere convinto che il proprio insegnamento possa essere migliorabile (CCvB2) per avere la predisposizione necessaria ad abbracciare una innovazione didattica.

Nella seguente mappa riportiamo infine le consapevolezze che sono state indicate dagli esperti come necessarie per un insegnante nel momento in cui presenta in classe delle attività come quelle proposte. In modo del tutto analogo alla mappa riguardante le convinzioni, troviamo nella parte superiori le consapevolezze di natura più generale rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica, in celeste, e nella parte inferiore quelle rispetto alle specifiche attività in oggetto, in blu.

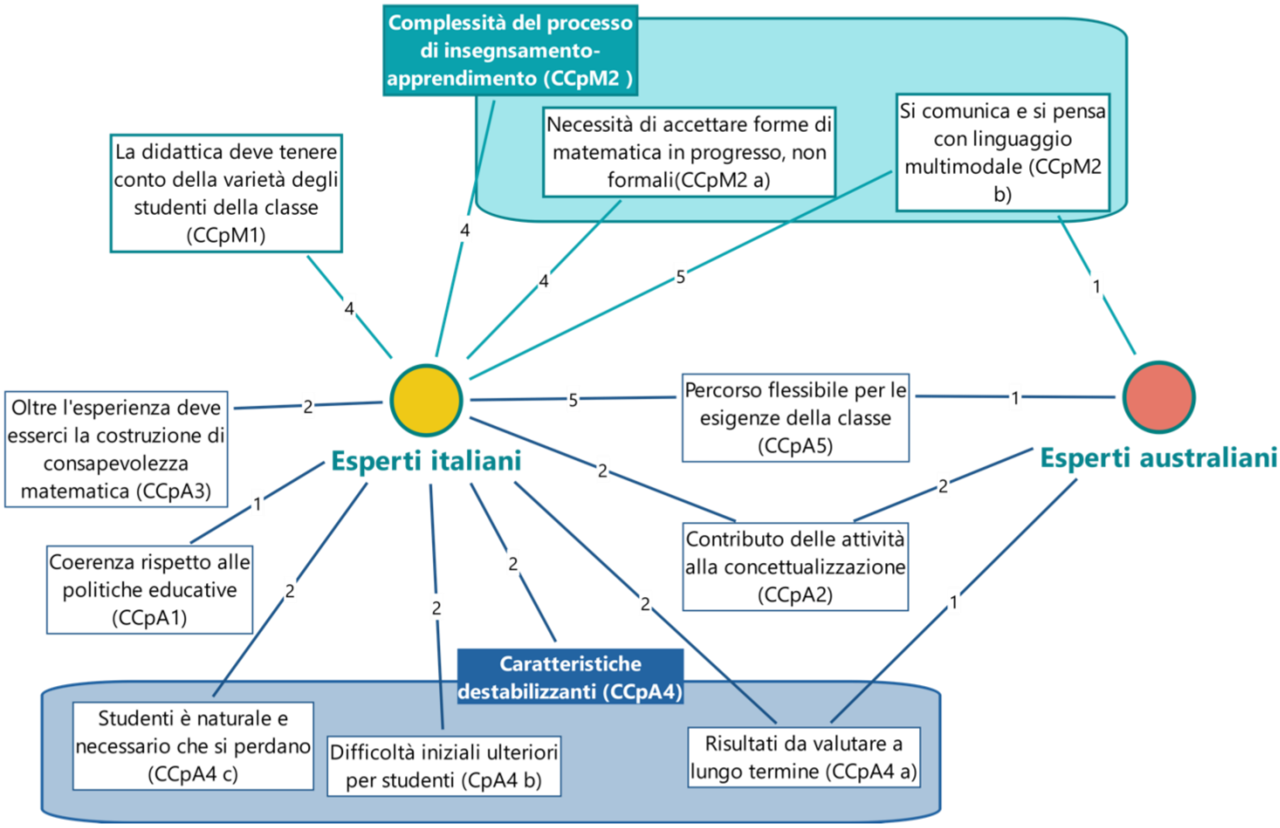


Figura 6_ Mappa codici relativi al tema delle consapevolezze (CCp) che dovrebbe possedere un insegnante nell'implementazione delle attività (XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Notiamo come, in modo quasi esclusivo da parte degli esperti italiani, si indichi la necessità di essere consapevoli della complessità che sottostà ai processi di insegnamento-apprendimento (CCpM2), che significa riconoscere la dimensione multimodale in cui siamo immersi quando pensiamo e comunichiamo (CCpM2 a) e, di conseguenza, anche la necessità di accettare forme di matematica in progresso che non sono ancora diventate formali CCpM2 b). Come, altresì, di avere consapevolezza che è necessario abbracciare la varietà degli studenti che compongono una classe (CCpM1), ovvero che la propria esperienza come studenti non sia generalizzabile a quella di tutti gli studenti ai quali si insegna ed anche che sia necessario accettare che nella classe vengano effettuate attività differenti da parte degli studenti.

Riguardo alle consapevolezze più specifiche, viene sottolineato, soprattutto dagli esperti italiani, che l'insegnante debba avere consapevolezza che l'introduzione di queste attività, e della prospettiva di insegnamento che ne consegue, possa essere destabilizzante rispetto alle pratiche di insegnamento correnti (CCpA4), come che i risultanti positivi non possano essere percepiti immediatamente (CCpA4 a) o che non verranno incontrate difficoltà (CCpA4 b, c). L'insegnante deve avere consapevolezza però del contributo che queste attività danno alla concettualizzazione (CCpA2), che tale conoscenza debba essere ricostruita a partire dall'esperienza (CCpA3), e che inoltre si stanno muovendo in modo coerente rispetto alle politiche educative (CCpA1). Infine che tali attività necessariamente debbano essere adattate al gruppo classe con il quale ci troviamo ad interagire (CCpA5).

LIMITI

Nella mappa seguente sono riportati i principali limiti individuati dagli esperti italiani e australiani rispetto alle attività oggetto di studio. In viola più scuro sono riportati i limiti che provengono da una implementazione errata di questa attività (LE), mentre in viola chiaro sono riportati i limiti intrinseci di queste attività (LI).

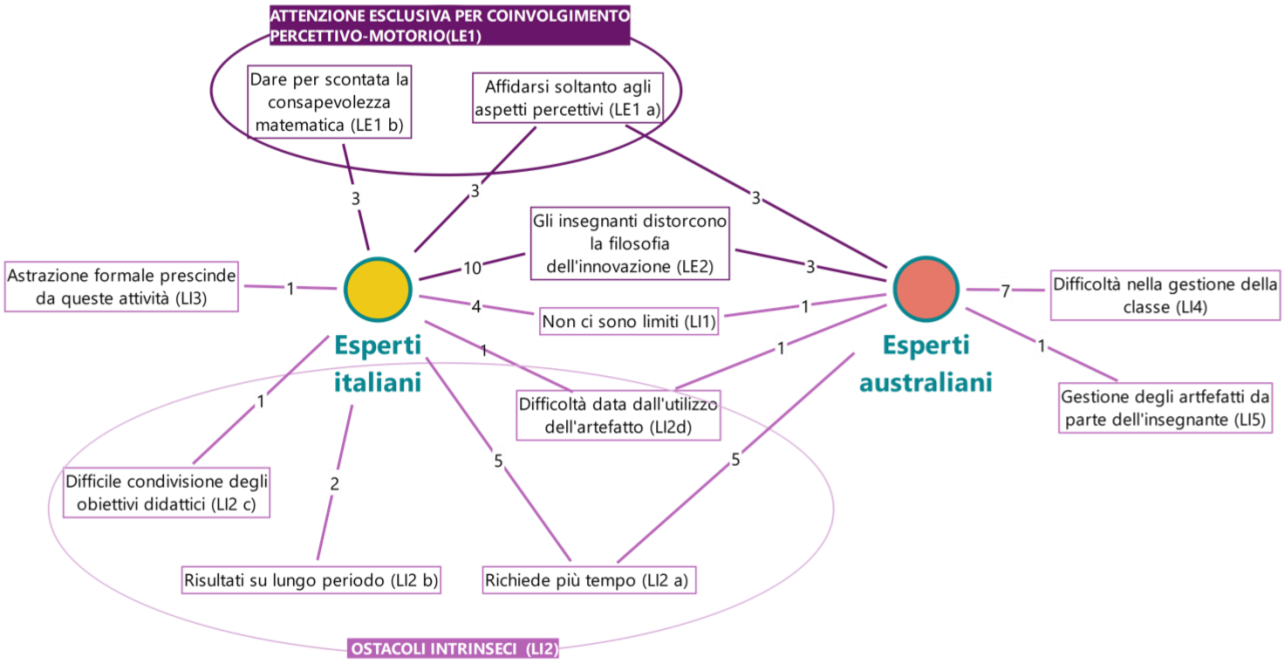


Figura 7_ Mappa codici relativi al tema dei limiti (L) delle attività in oggetto (XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Commentando brevemente, uno dei principali limiti riguardante la proposta delle attività consiste in un errore legato alla loro realizzazione in classe, in particolare in presenza di una distorsione, da parte dell'insegnante, della filosofia che sottostà alla proposta di tali attività, ovvero la mancanza di fedeltà rispetto ad alcune caratteristiche individuate come componenti essenziali (come, ad esempio, il carattere esplorativo) (LE2). Considerare questa proposta limitatamente agli aspetti percettivo-motori di coinvolgimento degli studenti, trascurando il legame e la costruzione di consapevolezza della conoscenza matematica (LE1), viene indicato come un secondo grande limite, soprattutto in riferimento alle proposte degli insegnanti di scuola primaria. Fra i limiti intrinseci, in particolare fra gli ostacoli caratterizzanti strutturalmente l'attività (LI2), quello del tempo che è necessario investire per l'implementazione (LI1 a) costituisce il punto di maggiore criticità secondo gli esperti, mentre la difficoltà nella gestione della classe (LI4) si presenta come una caratteristica che sembra essere piuttosto preoccupante, ma sulla quale si sono concentrati esclusivamente gli esperti australiani. Complessivamente appare evidente che gli esperti australiani mostrino una maggiore preoccupazione per gli aspetti legati alla gestione della classe rispetto agli esperti italiani, che enfatizzano maggiormente gli ostacoli che possono essere legati a una mancanza di sistematizzazione teorica della disciplina.

FATTORI DI INFLUENZA

Nella mappa seguente sono riportati i fattori di influenza che potrebbero favorire la proposta e l'implementazione delle attività. Nella parte superiore della mappa, in colore ocra, sono riportati i fattori esterni che potrebbero influire positivamente e supportare la proposta delle attività in oggetto (FFE), mentre nella parte inferiore quelli capaci di modificare l'inclinazione degli insegnanti e le loro convinzioni a riguardo (FFC). Fra i primi, i contributi rispetto alle varie caratterizzazioni delle formazioni che poterebbero influire sulla proposta delle attività in oggetto sono state riportate come sotto-codici raggruppati sotto lo stesso nodo argomentativo, rappresentato dall'ovale in giallo. I secondi sono stati racchiusi entro un rettangolo dal colore giallo chiaro. Frecce sottili di colore verde tratteggiato mostrano alcune connessioni molto dirette fra fattori di influenza esterni e che vanno a influenzare la predisposizione interna degli insegnanti verso la proposta di queste attività.

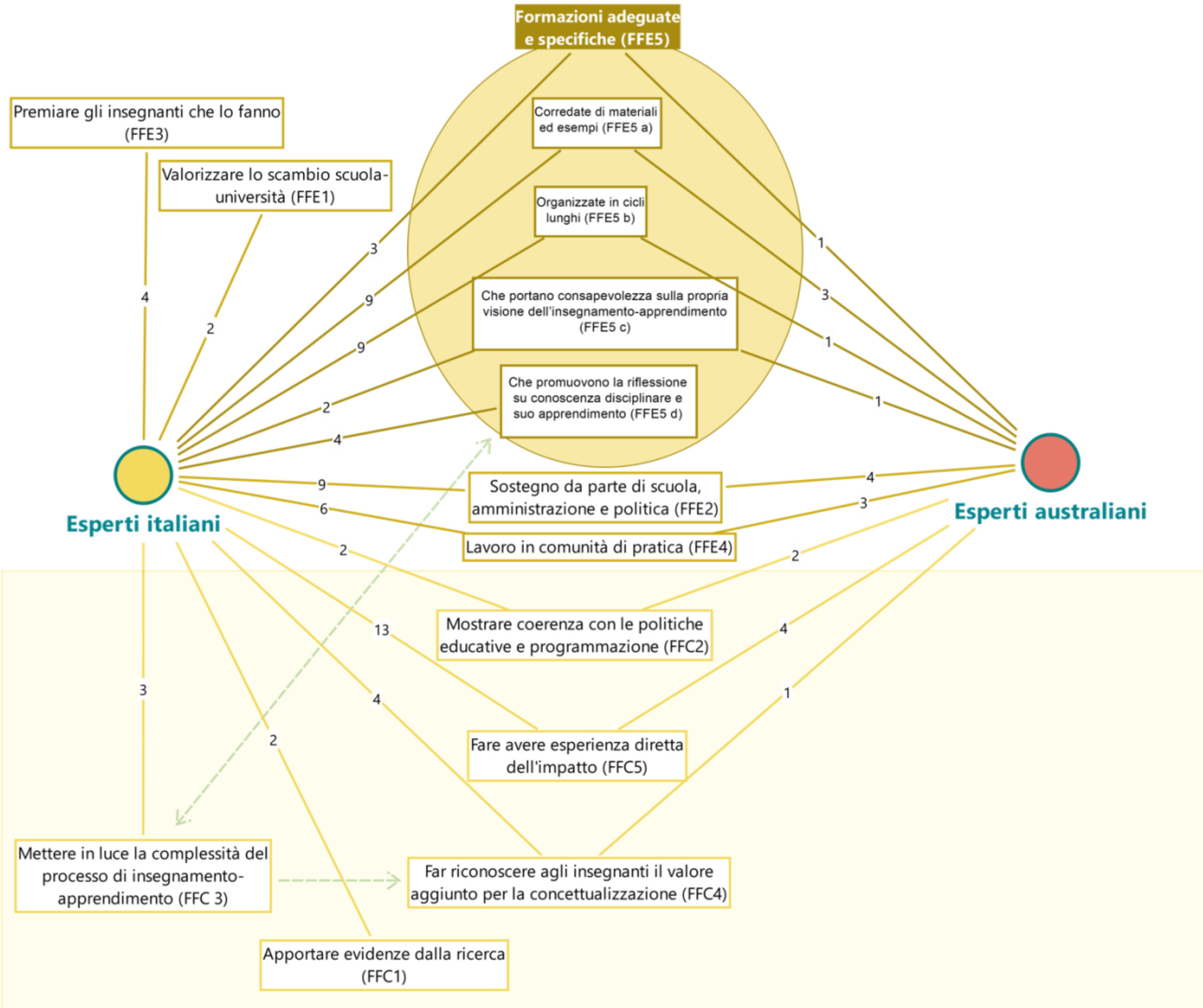


Figura 8_ Mappa relativa al tema fattori facilitanti (FF) per la proposta e l'implementazione delle attività in oggetto (XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Nella mappa risulta evidente come entrambi i gruppi riconoscano come fondamentali interventi esterni quali la proposta di formazioni specifiche (FFE5) organizzate per cicli lunghi, che portino agli insegnanti esempi concreti di proposte di attività, fornendo materiali e indicazioni sulla conduzione, in grado di dare loro consapevolezze sulle proprie pratiche didattiche e la propria visione dell'insegnamento-apprendimento della disciplina, approfondendo la conoscenza rispetto alla complessità di questo processo. Secondariamente riconoscono il ruolo centrale del lavoro in comunità di pratica e della collaborazione con i colleghi (FFE4), ma soprattutto del sostegno da parte della scuola ma anche dell'amministrazione e della politica (FFE2) per implementarle; dagli esperti italiani tale supporto è anche consigliato in veste di incentivi e riconoscimento agli insegnanti rispetto allo sforzo (FFE3).

Per convincere gli insegnanti dell'importanza di abbracciare questa proposta didattica, il metodo più efficace viene ritenuto essere quello di mettere i docenti nella condizione di farne loro stessi esperienza diretta, sperimentando in prima persona gli effetti positivi di queste attività. Tali effetti possono consistere sia in una gratificazione, per un insegnamento volto alla costruzione di significato e di benessere esperito implementando tali pratiche didattiche, ma anche di miglioramento nei risultati nei test standardizzati (FFC5). Risulta perciò necessario porre le condizioni affinché essi possano riconoscere il valore concettuale aggiunto che apportano queste attività alla propria proposta didattica (FFC4), ad esempio nel raggiungimento di obiettivi formativi difficilmente perseguibili altrimenti. Per fare questo si ritiene che essi debbano acquisire delle consapevolezze riguardo la complessità del processo di insegnamento-apprendimento (FFC3), oltre a mettere in luce come queste attività sviluppino obiettivi coerenti con le politiche educative e che possano essere integrate nel conseguimento della programmazione curricolare (FFC2), corredando le argomentazioni con evidenze dalla ricerca, per quanto possibile (FFC1).

Presentiamo adesso i fattori ostativi per l'introduzione delle attività e di seguito i fattori d'influenza ambivalenti. Riguardo alla prima mappa illustrata, analogamente a quanto presentato nella mappa precedente rispetto ai fattori facilitanti, nella parte superiore della mappa, in ocra, troviamo i fattori esterni che potrebbero ostacolare l'implementazione mentre in basso, in giallo, i fattori interni all'insegnante che potrebbero influenzare negativamente la predisposizione ad implementarle.

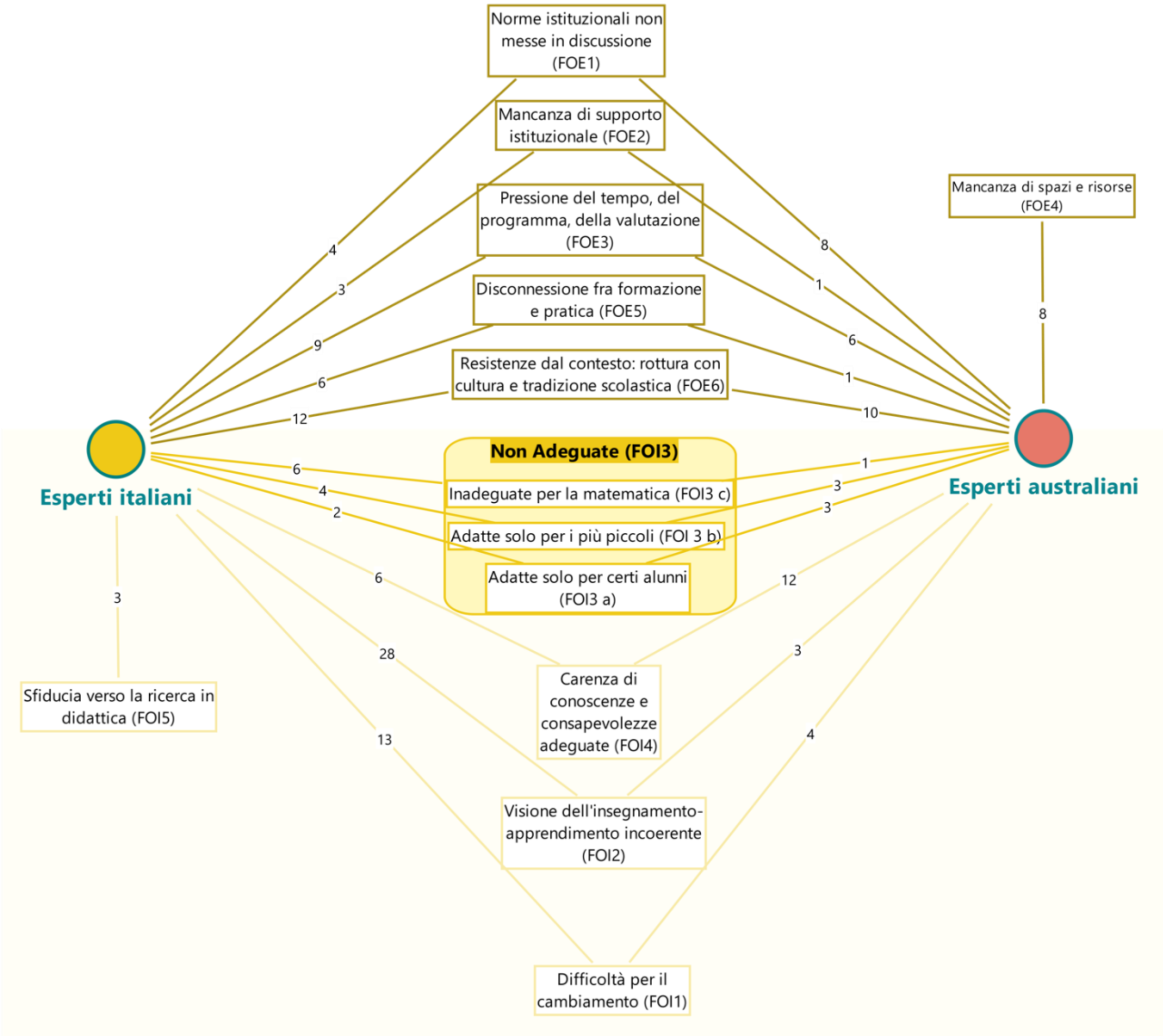


Figura 9_ Mappa relativa al tema fattori ostativi (FO) per la proposta e l'implementazione delle attività in oggetto

(XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Figura 10_ Mappa relativa al tema fattori d'influenza ambivalenti (FA) per la proposta e l'implementazione delle attività in oggetto

(XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

In riferimento alla mappa rispetto ai fattori ostativi, notiamo dapprima la grande numerosità dei contributi appartenenti a questa categoria e, secondariamente, come vi sia una corrispondenza nei fattori ostativi individuati dagli esperti italiani e australiani, fatta eccezione per il fattore esterno relativo alla carenza di risorse e spazi (FOE4), sollevato in modo forte nel contesto australiano, e il fattore interno riferito alla sfiducia nella ricerca in didattica della matematica (FOI5), che viene citato esclusivamente nel gruppo degli esperti italiani. Commentiamo inoltre che l'organizzazione, gli spazi e le risorse presenti nella scuola, sono presi in considerazione dagli esperti australiani, molto più rispetto agli italiani, anche come fattori ambivalenti che possono sia favorire che inibire la proposta (FA1). Ciò che cambia all'interno dei due contesti è il peso che viene attribuito ai diversi fattori ostacolanti. Nel contesto italiano, fra i fattori interni, spiccano innanzitutto una visione dell'insegnamento-apprendimento incoerente con l'approccio proposto (FOI2), che riguarda l'ancoraggio a una visione didattica tradizionale, trasmissiva e procedurale, che riconosce valore esclusivamente in una matematica formale e non mira ad un apprendimento significativo per tutti gli studenti, in secondo luogo le difficoltà date dal cambiamento di prospettiva richiesto (FOI1), poi la convinzione che le attività non siano adeguate, per l'insegnamento matematico o per alcuni studenti (FOI3), ed infine una carenza di conoscenze e consapevolezze necessarie (FOI4). Quest'ultimo (FOI4) risulta invece il punto maggiormente evidenziato nei contributi australiani, seguito dalla convinzione riguardo l'inadeguatezza (FOI3) delle attività e infine dagli altri due fattori sopra citati (FOI1 e FOI2). Per quanto concerne i fattori esterni troviamo invece come fattori predominanti le resistenze date dalla cultura del contesto (FOE6), la presenza di norme istituzionali che non sono messe in discussione (FOE1) e la pressione del tempo, dal programma e dalla valutazione che viene percepita dagli insegnanti (FOE3). Come fattori secondari di influenza, troviamo una mancanza di supporto istituzionale e una disconnessione fra le necessità della scuola e il tipo di formazioni che vengono proposte (FOE5), strettamente legato al fattore interno della sfiducia nella ricerca (FOI5). Infine, proprio per la natura dell'attività, viene ritenuto un fattore di influenza piuttosto importanti, nel contesto italiano, la possibilità per un insegnante di fare una programmazione a lungo termine e quindi di essere in una posizione di relativa stabilità (FA2).

STRATEGIE PER L'EFFICACIA

La mappa che segue, mostra le strategie legate all'implementazione, che hanno impatto sull'efficacia didattica delle attività in oggetto. I diversi nodi argomentativi sono stati raggruppati secondo le principali tematiche emerse: le caratterizzazioni del ruolo dell'insegnante, della selezione delle attività, della gestione della classe e dei suoi individui, degli aspetti legati alla valutazione e del significato che le attività assumono all'interno della programmazione didattica.

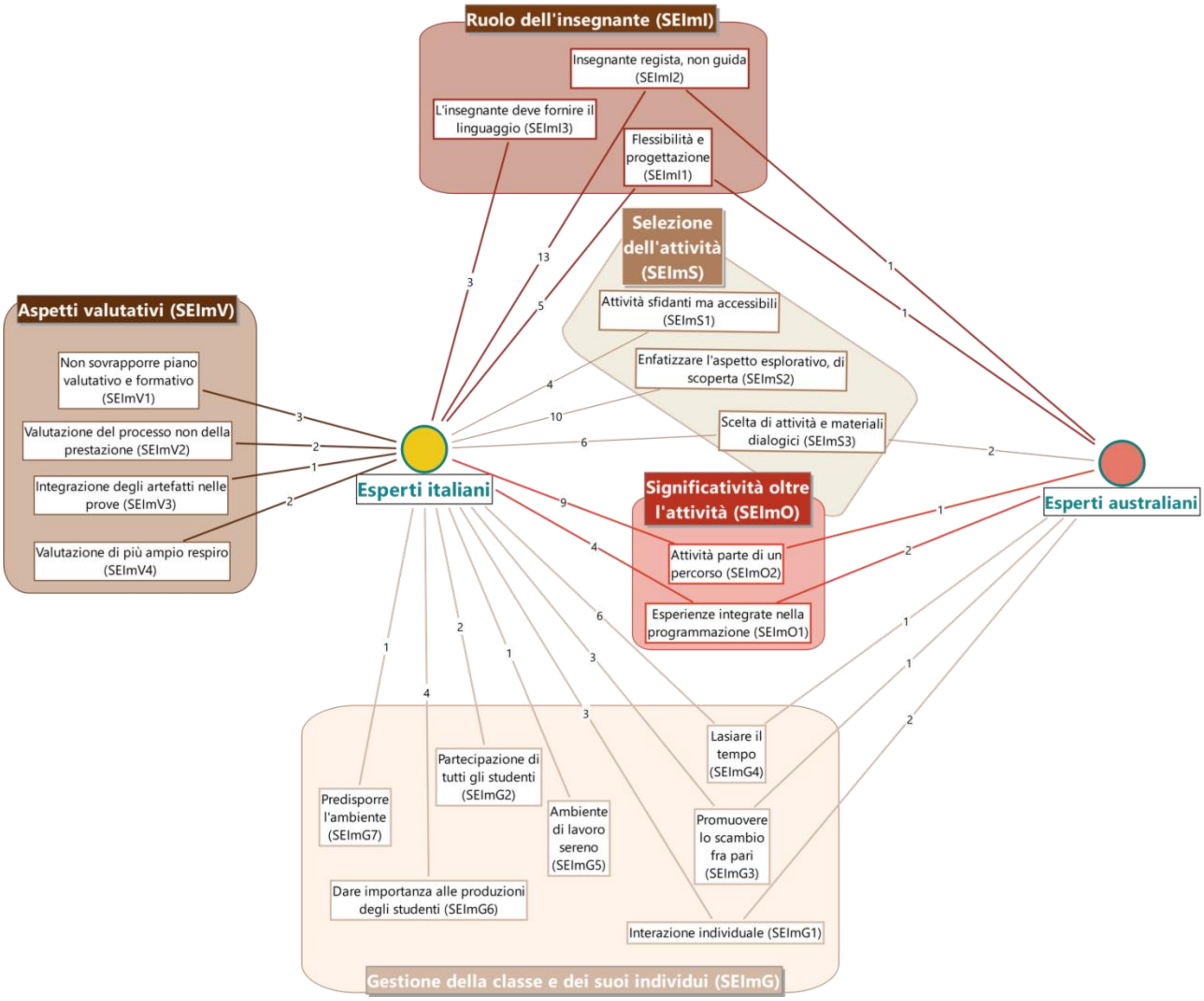


Figura 11_ Mappa relativa al tema strategie per l'efficacia dell'implementazione (SEIm) delle attività in oggetto

(XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

Riguardo al ruolo dell'insegnante, osservando la mappa si può notare come venga fortemente richiamata, dagli esperti italiani molto più che dagli australiani, l'importanza del ruolo rivestito dal docente come protagonista dell'attività in quanto regista e non in quanto guida direttiva (SEImI2), nel progettare l'attività in modo strutturato ma restando flessibile nella sua implementazione (SEImI1). Altre caratteristiche che vengono enfatizzate dagli esperti italiani rispetto ai colleghi d'oltreoceano riguardano la selezione dell'attività (SEImS), come l'enfasi sulla natura esplorativa delle attività e della scelta di attività che siano accessibili agli studenti, per quanto sfidanti (SEImS1), mentre è condivisa anche dagli esperti australiani una cura riguardo la scelta di artefatti che siano in grado di mettere in connessione le esperienze degli studenti con i significati matematici che abbiamo intenzione di fare emergere (SEImS3). In linea con questa idea, entrambi i gruppi di esperti evidenziano la rilevanza di considerare le attività come parte di un percorso (SEImO2), per la necessità di ritornare a riflettere sull'esperienza per costruire la consapevolezza della conoscenza matematica celata nell'attività proposta, oltre che per integrarle all'interno della propria programmazione didattica (SEImO1). Riguardo alle caratteristiche di gestione dell'attività (SEImG), gli esperti sottolineano l'importanza di fare agire, o interagire con gli artefatti coinvolti, personalmente gli studenti (SEImG1), lasciando loro il tempo per effettuare esplorazioni e riflettere (SEImG4), aiutati dallo scambio coi pari (SEImG3). Esclusivamente gli esperti italiani enfatizzano aspetti legati alla partecipazione inclusiva di tutti gli studenti (SEImG2), della valorizzazione delle produzioni degli stessi

(SEImG6) in un ambiente di lavoro che sia predisposto a questi obiettivi (SEImG7) e sereno (SEImG5). A questo proposito si riferiscono alla valutazione dell'attività come attenta ai processi più che ai prodotti (SEImV2), che non va a compromettere i momenti formativi (SEImV1) e che potrebbe essere effettuata in modo più coerente con la proposta delle attività, ovvero, comprendere ad esempio forme di autovalutazione, *project-work* o osservazione (SEImV4), ed includere magari gli stessi artefatti coinvolti all'interno delle prove valutative (SEImV3). La valutazione non viene invece menzionata dagli esperti australiani, se non riferendosi alla difficoltà di valutazione per queste attività e la necessità di variare la valutazione rispetto a quella promossa con una didattica tradizionale, ma senza fornire indicazioni che riguardino strategie valutative.

Riguardo invece alle strategie legate all'introduzione delle attività nella pratica, nella mappa seguente possiamo osservare chiaramente come i contributi australiani e italiani si concentrino su due aspetti. Il principale aspetto, condiviso dai due gruppi, è quello di introdurre le attività gradualmente e, aspetto soprattutto caro agli esperti australiani, in continuità rispetto alla propria programmazione (SEIn1). Questo, per non smarrire l'insegnante e non smarrire gli studenti difronte a un cambiamento che può essere destabilizzante. In secondo luogo, gli esperti italiani, sollevano l'importanza di motivare agli studenti lo sforzo loro richiesto, proprio in vista del coinvolgimento che le caratterizza (SeIn2).

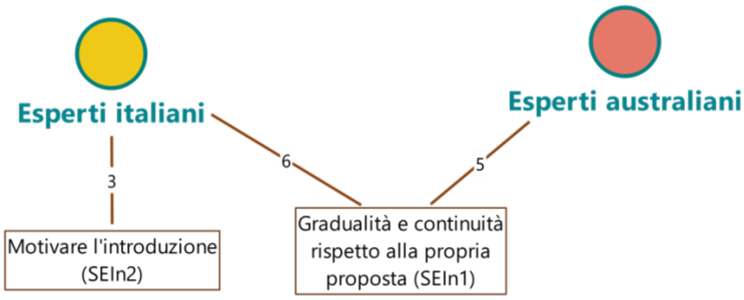


Figura 12_ Mappa relativa al tema strategie per l'introduzione efficace (SEIn) delle attività in oggetto

(XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro)

3.4. Verso l'indagine rivolta agli insegnanti

Dopo avere presentato, nel precedente paragrafo, i risultati dell'analisi delle interviste, rispetto alle domande di natura concettuale rivolte agli esperti, nel seguente paragrafo presentiamo i risultati in riferimento alle domande formulate con l'obiettivo di raccogliere suggerimenti riguardo alle terminologie e gli esempi con i quali presentare l'oggetto di studio agli insegnanti. Tali risultati ci hanno permesso di formulare una definizione operativa da proporre all'interno del questionario rivolto agli insegnanti ma sono stati anche occasione per riflettere su alcune criticità della ricerca e per ipotizzare differenze di carattere culturale a partire dalle evidenze emerse nei due gruppi di esperti selezionati.

Presenteremo, dapprima in maniera distinta rispetto ai due contesti di ricerca, quanto emerso riguardo alla scelta terminologica e agli esempi con i quali caratterizzare le attività oggetto di studio, ed effettueremo delle considerazioni confrontando quanto emerso nei due contesti. Seguirà una breve rassegna dei riferimenti indicati dagli esperti australiani rispetto al coinvolgimento di corpo e movimento degli studenti per l'apprendimento della matematica nel contesto oceanico. Al termine del paragrafo verranno tratte le conclusioni dedotte a partire dall'intera analisi delle interviste e dalla totalità dei risultati emersi, sia in termini di definizione e caratterizzazione dell'oggetto di studio che di identificazione delle direzioni di indagine e di interpretazione rispetto allo studio che coinvolgerà gli insegnanti.

3.4.1 La terminologia e gli esempi

Illustriamo adesso i risultati provenienti delle interviste agli esperti italiani, seguite dai contributi degli esperti australiani, riguardo la scelta di una terminologia e di esempi atti a comunicare con gli insegnanti l'oggetto di studio, evidenziando anche le criticità che sono state messe in luce rispetto a questo proposito. Infine presenteremo un confronto fra quanto emerso dai contributi afferenti ai due gruppi di esperti coinvolti.

In Italia

Le prime due domande delle interviste rivolte agli esperti nelle interviste sono state funzionali a raccogliere la loro opinione riguardo la selezione di una terminologia e degli esempi che siano in grado di definire in modo conciso e, allo stesso tempo, facilmente accessibile agli insegnanti Italiani l'oggetto di studio. Queste domande sono state anche occasione per riflettere sui limiti e le possibili problematiche emergenti da un quadro di ricerca che basa la sua comunicazione con gli insegnanti su una definizione così implicitamente costituita.

Alcune criticità

Iniziando proprio dalle criticità che sono state sollevate, Pietro Di Martino intravede nello sforzo di definire l'oggetto di studio una doppia problematicità. La prima riguarda, ad un livello concettuale, la volontà di tenere sotto uno stesso cappello una molteplicità di prospettive teoriche che spesso possono presentarsi non intrecciate fra di loro, come, ad esempio, le pratiche di partecipazione attiva, il laboratorio matematico e la didattica che prevede il coinvolgimento del corpo degli studenti (PDM, p.11). Infatti, come avviene nel lavoro sul *problem solving*, che egli stesso porta avanti nel progetto *Problemi al Centro*[60], è possibile concentrarsi sulla partecipazione attiva e sul laboratorio matematico, senza che vi sia un'attenzione al coinvolgimento corporeo nelle attività proposte. La seconda problematicità riguarda invece la comunicazione con gli insegnanti, soprattutto data la vastità della popolazione cui intendiamo riferirci, che tiene dentro insegnanti di scuola primaria e secondaria. Se, infatti, fra gli insegnanti di scuola primaria è abbastanza nota una cultura dell'insegnamento della matematica attraverso il corpo, ad esempio nei riferimenti ai contributi di Maria Montessori ed Emma Castelnuovo, per la secondaria la questione appare come assolutamente distante dalla pratica, se non per poche esperienze come quelle portate avanti, ad esempio, da Paola e da Arzarello (p.11). Che la percezione dell'argomento d'indagine sia profondamente differente per gli insegnanti di scuola primaria rispetto a quelli di scuola secondaria è un aspetto che viene sottolineato da parte di tutti gli esperti coinvolti; ci aspettiamo perciò che questa caratteristica possa essere rintracciata anche nell'indagine che verrà loro rivolta.

Riguardo la prima questione sollevata da Di Martino, altri due esperti si pronunciano in merito, uno dei quali è Arzarello, che evidenzia le difficoltà che possono emergere nella ricerca di una definizione terminologica nei termini della nostra ricerca, seppure ne comprende gli obiettivi. Infatti, egli, riflettendo sulla molteplicità degli aspetti considerati e le differenti prospettive richiamate a livello teorico come background della ricerca, le descrive come sistemi di assiomi diversi, con cui si guarda agli aspetti di interesse comune che sono oggetto di studio, ma che non sono necessariamente intrecciati o in comunicazione fra loro:

> È come dire, in matematica abbiamo vari sistemi di assiomi: la geometria euclidea, la geometria iperbolica, la geometria ellittica e altri tipi di geometria. Sono sempre geometrie ma ognuna tratta le figure, lo spazio, le relazioni fra queste in modo diverso. E così anche qui, insomma, per questo aspetto. Cioè, non c'è la teoria unica, totalizzante e totale di queste modalità di apprendere e insegnare (FA, p.7).

[60] https://www.giuntiscuola.it/progetto-problemi-al-centro. (consultato il 25/10/2022)

Per questo, egli identifica la possibilità di “far riferimento a delle teorie, eventualmente, e nell’ambito di quelle teorie proporre dei tentativi di definizione” (p.7), più che cercare una terminologia esterna che li comprenda. Fra le teorie, egli fa ad esempio riferimento all’*apprendimento multimodale* o all’*intreccio fra astrazione e concretezza,* riferendosi per quest’ultimo aspetto alle ricerche sui gesti di David McNeill.

Anche Mariotti condivide l’impressione che vi sia una forte complessità, se non una problematicità, già a livello teorico, nel considerare questa varietà di prospettive teoriche, anche molto lontane fra loro, che si concretizza nella difficoltà di definire *che cosa* comunicare, prima ancora del problema di *come* comunicarlo. La questione si presenterebbe più facile, sostiene M.A.M., se si stesse pensando di proporre agli insegnanti un percorso, del quale si potrebbero chiarire gli obiettivi e i metodi da utilizzare per raggiungere tali obiettivi nella specificità individuata; una difficoltà superiore si presenta invece nel nostro caso, volendo porre domande agli insegnanti tramite un questionario di natura generale (p.9). Inoltre, la ricercatrice individua un ulteriore ostacolo alla validità nel porre domande sulle pratiche didattiche e le convinzioni a questo riguardo tramite un questionario, come conseguenza dalla desiderabilità sociale,“ loro [gli insegnanti] pensano una cosa e te ne dicono un’altra”, che specialmente in riferimento ai docenti italiani, che “sono sempre complessatissimi di essere sotto giudizio” ha un peso ragguardevole (MAM, p. 9)

Per questo, una soluzione proposta dall’esperta, è quella di porre domande molto generali agli insegnanti, quali ad esempio:

- È importante coinvolgere il corpo nell’attività didattica? Perché? Dipende dall’età?
- Nella vostra pratica didattica ponete attenzione agli aspetti della gestualità? È importante porre attenzione ai gesti? (L’esperta commenta che le formulazioni indicate in questo secondo punto potrebbero essere più opportune per rivolgersi a docenti delle scuole di gradi superiori, poiché nelle scuole secondarie si immagina di incorrere in una certa distanza rispetto alle pratiche che coinvolgano fisicamente gli studenti).

Tornando invece sulla seconda tipologia di difficoltà indicata da Di Martino, anche D’Onofrio sottolinea come quello della comunicazione sia un problema complesso, soprattutto in virtù della distanza esistente fra le prospettive di coloro che abitano la scuola rispetto a ciò che viene sviluppato all’interno della ricerca.

> Eh, allora, il problema è complicato. Perché, da una parte, attraverso le parole, noi vogliamo, come dire, far capire di che cosa dobbiamo trattare e, dall’altra, il problema è vedere se dall’altra parte ci sono gli strumenti per capire quello che il mio linguaggio ha prodotto (MDO, p.36).

Questa perplessità è condivisa anche da Paola, il quale si domanda se sia possibile, veicolando con la scelta di alcuni termini specifici, per proporre una definizione che sia comprensibile agli insegnanti, fornire la profondità necessaria a un concetto di ricerca (DP, p.3).

Se da un lato le preoccupazioni date dalla volontà di comunicare in modo semplice e conciso agli insegnanti complessi costrutti di natura teorica sono piuttosto condivise fra gli esperti, Mellone manifesta il suo apprezzamento per lo sforzo comunicativo per una scelta terminologica opportuna ed inclusiva, ovvero per il tentativo di provare a dialogare anche con gli insegnanti lontani dai circoli virtuosi, che non sono già sensibili alle prospettive teoriche richiamate e vicini alle comunità di ricerca, cercando, in una certa misura, anche di “smuoverli” (MM, p.6). L’esperta dichiara infatti di sentire vicina la problematica di interfacciarsi con una cultura scolastica, “abitata nelle nostre scuole”, che rende difficile anche intendersi quando si parla di questo genere di approcci, per quanto si possano considerare con flessibilità, a causa della regnante didattica tradizionale che, imponendo una certa rigidità e visione di come dovrebbe avvenire una lezione di matematica, ostacola anche solo la comprensione di approcci come quelli in oggetto. Ella evidenzia quindi una ulteriore problematica, che caratterizza il particolare oggetto di studio: le prospettive di insegnamento alle quali viene fatto riferimento nella ricerca sono spesso del tutto estranee agli insegnanti, soprattutto se rapportate alla disciplina matematica, anche rispetto al loro percorso da studenti; perciò essi, probabilmente, troveranno difficoltà a rispondere alle domande poste, non avendo mai avuto esperienza di un simile insegnamento.

La scelta terminologica

Raccogliendo le opinioni in merito alla terminologia da utilizzare nell'indagine, Baccaglini-Frank sostiene che "insegnanti diversi riconosceranno cose diverse"(p.3): ad esempio, gruppi di insegnanti abituati a fare ricerca-azione riconosceranno termini come "didattica laboratoriale" e l'aggettivo "attivo", un po' datato ma noto grazie al riferimento diretto alla didattica di Emma Castelnuovo, gruppi di insegnanti vicini alle comunità di ricerca dell'università di Torino o al gruppo di Maria Mellone a Napoli riconosceranno i termini "*embodied cognition* o *sensuous cognition",* altri docenti riconosceranno i termini "*didattica laboratoriale"* o "*laboratorio matematico"* grazie alle Indicazioni Nazionali, gli insegnanti che seguono il progetto PerContare[61], per esempio, riconosceranno la terminologia "*artefatti fisici e digitali"*. Per questo, il suggerimento dell'esperta è di usare una certa varietà di questi termini, cercando così di intercettare un terreno comune per comunicare con gli insegnanti, che tuttavia potrebbero facilmente non riconoscere alcuna delle terminologie citate. (AB-F, p.3)

Anche se questa potrebbe presentarsi come una soluzione terminologica, resta da chiarire a quali pratiche didattiche i docenti facciano riferimento quando ci rivolgiamo loro con tali terminologie; per questo la ricercatrice suggerisce di chiedere agli insegnanti di fornire un esempio di attività, per avere un riscontro esplicito della loro interpretazione (AB-F, p.3).

Di Martino suggerisce invece di chiarire in modo esplicito nella presentazione dell'oggetto che il focus d'indagine è sull'attenzione riguardo all'uso del corpo, e quindi propone come terminologia "*la matematica e il movimento"* o *" la matematica e il corpo"*. Egli sostiene, infatti, che riferirci al movimento delle mani o ai gesti nell'apprendimento della matematica può essere fuorviante, come anche la terminologia "*embodiment",* riferita all'*embodied cognition* potrebbe essere intesa come altro rispetto al focus dello studio. D'altro canto, riferirsi alla matematica con la manipolazione di artefatti, oggetti e strumenti, come ad esempio l'abaco, potrebbe essere fonte di incomprensioni. Infatti, mentre l'interesse di ricerca si concentra, nel nostro caso, sul movimento delle mani nella manipolazione dell'artefatto, l'insegnante potrebbe invece posare la sua attenzione sull'artefatto, come oggetto su cui focalizzarsi, e non sul movimento (PDM, p.13). Anche Mariotti sconsiglia di utilizzare la parola artefatto, intanto perché ritiene che abbia un significato complicato da comunicare agli insegnanti in una ricerca di questo tipo e inoltre nutre la preoccupazione che potrebbe spostare l'attenzione lontano dal focus della ricerca (MAM, p.17), proprio come sostenuto da Di Martino. Bartolini Bussi è invece dell'opinione che sia un opportuno riferimento quello agli "*artefatti fisici e virtuali"* e che non sia necessario parlare di coinvolgimento corporeo degli studenti poiché questo si presuppone implicitamente quando si parla di quest'ultimi, soprattutto rispetto a quelli, da lei definiti, "*ad alta manipolabilità"* (MGBB, p.12).

Una definizione composta ed esplicita viene suggerita da Mellone: *"Attività di laboratorio matematico, che prevedano l'utilizzo di artefatti manipolativi o attività che prevedano l'utilizzo del corpo intero, quindi gambe e braccia"* (MM, p.6). In particolare, l'esperta sottolinea con questa definizione l'importanza di riferirsi esplicitamente a quelle parti del corpo che prevedono "*grandi gesti e grandi azioni"*, suggerisce di parlare di "*artefatti di manipolazione"* più che di "*manipolativi*" e

[61] https://www.percontare.it/ (consultato il 25/10/2022)

di "*attività di laboratorio*", più che di "*laboratorio*", proprio per evitare l'eventuale confusione che può scaturire dal richiamo al termine laboratorio. Infatti, il laboratorio matematico non è da intendersi, in senso classico, come un luogo fisico altro dalla lezione in classe, come chiariscono anche i riferimenti nelle Indicazioni Nazionali (MM, p.6).

Anche Bartolini Bussi, nel menzionare la terminologia del laboratorio, fa un distinguo fra quello che spesso viene inteso dagli insegnanti come un laboratorio di informatica o un laboratorio dove vengono fatti risolvere problemi di realtà e di modellizzazione, e il riferimento a un laboratorio "*al fine matematico*", figlio di una lunga tradizione Europea, nota soprattutto a Roma per i contributi del Movimento Di Cooperazione Educativa, di Lombardo Radice ed Emma Castelnuovo, che è legato all'idea di una matematica fatta con le mani, soprattutto nella scuola primaria (MGBB., p.14). Dato che è complesso sapere quale riferimento sia più noto agli insegnanti, se quello rispetto alle applicazioni o alla matematica in se stessa, la ricercatrice propone di chiedere agli insegnanti cosa loro intendano per laboratorio matematico.

In alternativa, sempre Mellone propone di parlare di *Esperienze di apprendimento attivo*, terminologia considerata un po' datata ma comunque particolarmente esplicativa nel contesto italiano grazie al rimando diretto ad Emma Castelnuovo, pioniera ed esempio illustre di una didattica della matematica coerente con quella identificata dalla prospettiva di ricerca che viene abbracciata (MM, p.24), riferimento condiviso anche da altri esperti, come Baccaglini-Frank (p.3), Bartolini Bussi (che cita a tal proposito anche il Movimento di Cooperazione Educativa e Lombardo Radice) (p.14), Pietro di Martino (p.11) ma anche Mariotti (MAM, p.17).

D'Onofrio fa riferimento alle terminologie utilizzate nei titoli di corsi organizzati dal CIDI, quali "*In laboratorio per un insegnamento significativo della matematica*" oppure "*La matematica attraverso gli occhi delle Indicazioni Nazionali*". In particolare seleziona alcuni termini, a partire dal *"laboratorio"* che, secondo l'esperta, porta con sé un riferimento implicito all' "*attività manipolativa*", alla formulazione di ipotesi, al gioco (ovviamente in riferimento alle età adeguate) e che si presenta come "*il posto delle scoperte*" nel quale *"il bambino è protagonista, quindi con le mani, con gli occhi e con la mente"*, volto a creare esperienze di apprendimento *"significativo"* della disciplina, in accordo con le Indicazioni Nazionali (MDO, p.36).

La Tabella 3 riassume le principali terminologie alle quali è stato fatto riferimento nelle interviste. Nella prima colonna sono presenti le terminologie principali; nella seconda colonna tutte le varianti utilizzate rispetto alla matrice terminologica di riferimento indicata nella prima colonna; nella terza colonna è indicato l'esperto o gli esperti che l'hanno suggerita mentre nell'ultima gli esperti che hanno sconsigliato di utilizzare tale terminologia.

Terminologia	Varianti	Esperto che la consiglia	Esperto che la sconsiglia
Laboratorio matematico	Laboratorio matematico	M.D.O./ M.G.B.B.	M.M.
	Didattica laboratoriale	B.S. / A.B-F.	
	Attività laboratoriali (che usano strumenti o senza strumenti)	M.A.M./ A.B.F	
	Attività di Laboratorio matematico	M.M.	
Attivo	Attivo	A.B.-F.	
	Pedagogia/ Didattica attiva	A.B.-F. / M.G.B.B.	

	Studente protagonista	M.D.O.	
	Esperienze di apprendimento attivo	M.M.	
Esplorazione	Esporazione	A.B-F	
	Matematica per scoperta	M.D.O. / A.B-F.	
	Inquiry	A.B-F.	
Manipolazione	Manipolazione	A.B-F	
	Attività manipolativa	M.D.O.	
	Artefatti (manipolativi) Fisici o virtuali	A.B-F / M.G.B.B./ M.M.	P.D.M. / M.A.M.
	Matematica fatta con le mani	M.G.B.B	
	Matematica attraverso i materiali	B.S.	
	Materiale didattico progettato	M.A.M.	
	Materiale strutturato	M.G.B.B.	
Gesti	Gesti o gestualità	M.A.M. / F.A. / D.P.	P.D.M.
Attività con il corpo intero	Attività con il corpo intero	A.B-F.	
	Attività che prevedono il coinvolgimento di gambe e braccia	M.M.	
	La matematica e il corpo	P.D.M.	
	Attività che prevedono grandi gesti e grandi azioni	M.M.	
Coinvolgimento senso-motorio	Coinvolgimento motorio	M.A.M	M.G.B.B. (non necessario)
	Matematica attraverso il movimento	B.S.	
	Matematica in movimento	P.D.M.	
Embodied cognition	Embodied o sensuos cognition	A.B.-F.	P.D.M.
	Embodiment		P.D.M.

Tabella 3. Suggerimenti terminologici forniti dagli esperti italiani

Gli esempi

Tutti gli esperti ritengono necessario fornire esempi, con eccezione di Baccaglini-Frank che suggerisce di non presentare esempi per non guidare l'insegnante, che altrimenti costruirà le risposte a partire da quanto illustrato, indipendentemente se ciò a cui ci stiamo riferendo appartiene alla sua pratica didattica o meno, alterando così l'indagine, rispetto all'obiettivo dello studio di investigare che cosa i docenti effettivamente propongano nelle classi e pensino a riguardo (AB-F, p.5).

In particolare la ricercatrice individua una specifica criticità nel fornire esempi classicamente noti, come l'abaco, che si concretizza nel rischio che essi vengano travisati, così come accade all'interno, ad esempio, dei sussidiari, nel fornire una interpretazione che li trasforma da artefatti volti ad un'esperienza esplorativa e costruttiva dell'apprendimento della matematica a strumenti tecnici per un'esperienza a scopo illustrativo o meccanico (AB-F, p.7).

Anche Bartolini Bussi porta un simile esempio riguardo l'uso del compasso. Ella distingue, infatti, fra un uso tecnico e un uso teorico del compasso; nel primo caso si tratterebbe di usare lo strumento per scopi esterni alla disciplina, o perlomeno non vincolati alla comprensione di concetti matematici, nel secondo caso invece se ne farebbe uso per l'apprendimento esperienziale volto alla concettualizzazione matematica, ad esempio, finalizzato alla scoperta della definizione dinamica di cerchio data da Erone (MGBB, 22).

Arzarello sottolinea tuttavia la bontà della scelta di proporre degli esempi per comunicare con gli insegnanti e, tenendo presente le problematicità rispetto all'interpretazione che possono darne, sostiene che l'ottimo sarebbe rappresentato dal presentare esempi di video-registrazioni, girate nelle classi o, se ciò non fosse possibile, delle foto o fermi-immagine nelle quali gli aspetti della gestualità risultino particolarmente evidenziati.

Nella seguente tabella (Tab. 4) sono collezionati gli esempi proposti dagli esperti, ordinati secondo la tipologia di coinvolgimento fisico-motorio degli studenti, indicato nella prima colonna. Gli esempi si trovano brevemente riassunti nella seconda colonna mentre nella terza colonna viene indicato l'ambito o gli ambiti matematici di riferimento, ove specificati, nella quarta il blocco scolastico al quale l'attività indicata si riferisce e nell'ultima colonna l'esperto o gli esperti che vi hanno fatto riferimento.

Tipologia	Esempio	Ambito matematico	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
Manipolazione di oggetti fisici	Geometrie non euclidee fatte su sfere	Geometria	Secondaria di secondo grado	(P.D.M.)
	Macchine matematiche	Geometria-Algebra	Secondaria di secondo grado	(M.G.B.B.)
	Abaco classico (o abaco ad aste)	Aritmetica	Scuola primaria	(M.M.) (M.G.B.B.) (P.D.M.)(M.D.O)
	Abaco a bicchieri (o abaco trasparente)	Aritmetica	Scuola primaria	(M.D.O) (A.B-F)
	Materiale multibase	Aritmetica	Scuola primaria	(M.M.) (B.S.)
	Regoli in colore	Aritmetica	Scuola primaria	(B.S.)(M.A.M.)
	Blocchi logici	Logica, Insiemistica, Geometria	Scuola primaria	(B.S.)
	Dado con pallini pieni e vuoti sulle facce che simula il conteggio con le dita delle mani	Aritmetica	Scuola primaria	(M.D.O.)
	Il conta mani	Aritmetica	Scuola primaria	(M.D.O.)
	La linea del 20	Aritmetica	Scuola primaria	(B.S.)
	Riga e compasso	Geometria	Molteplici	(M.G.B.B.) (M.A.M.)
	Ludi geometrici per la quadratura in moto (Dal *Codice Atlantico* di Leonardo Da Vinci)	Geometria	Secondaria di primo grado	(B.S.)
	Linea dei numeri realizzata con sacchettini che contengono rappresentanti del numero (Es. In corrispondenza del numero 5, 5 tappi ecc.)	Aritmetica	Scuola primaria	(B.S.)
	Il bruco matematico che compone/scompone numeri con le tesserine, per la notazione posizionale	Aritmetica	Scuola primaria	(A.B-F)
	La pascalina	Aritmetica	Scuola primaria	(A.B-F)
Manipolazione di oggetti virtuali	Software di geometria dinamica (Es. Geogebra, Cabrì, Sketch-Pad). Particolare focus sulla modalità di utilizzo del trascinamento	Geometria Introduzione al concetto di funzione (2 esperti)	Principalmente scuola secondaria	(A.B-F) (F.A.) (M.A.M.) (M.G.B.B.) (D.P.)
	Computer Algebra System	Algebra	Scuola secondaria di secondo grado	(D.P.)
	Software multi-touch, con gli iPad, o con i tablet	Molteplici	Senza un riferimento specifico	(M.M)(M.G.B.B.)
Manipolazione di strumenti tecnologici	Bee-Bot o altri robottini che disegnano	Logica, pensiero computazionale, geometria e orientamento nello spazio	Primaria	(A.B-F)
Attività che richiedono il grande corpo - Indoor	Gioco in cui si prende in considerazione un certo insieme di bambini e un certo numero di sedie e si chiede se bastino le sedie per i bambini: sottrazione	Aritmetica	Senza un riferimento specifico	(M.D.O.)
	Dinamica con i sensori di posizione	Analisi	Scuola secondaria di secondo grado	(P.D.M.) (D.P.)
	Matematica per la città (Es. Esperienze di Napoli)	Non specificato	Non specificato	(P.D.M.)

Tipologia	Esempio	Ambito matematico	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
Attività che richiedono il grande corpo - Outdoor	Attività con le ombre del sole	Geometria	Scuola secondaria di primo grado	(M.M)
	Attività educative in cui la natura viene concepita come artefatto di apprendimento	Non specificato	Non specificato	(M.M)
Insiemi di attività	Attività Montessoriane	Aritmetico/ Geometrico	Scuola Primaria	(M.M)(M.A.M.)(B.S.) (P.D.M.)
	Attività di Emma Castelnuovo (Es. Il Geopiano, i poligoni articolabili, lo spago)	Molteplice (Prevalentemente Geometrico)	Scuola Primaria e Secondaria di primo grado	(A.B-F) (M.M) (M.A.M.)(P.D.M.)
	Attività di PerContare	Molteplice	Scuola primaria	(A.B-F)
	Percorsi del CIDI	Non specificato	Senza un riferimento specifico	(M.D.O.)
	Attività realizzate con materiale povero	Non specificato	Scuola primaria	(M.A.M.)
	Attività realizzate con materiale strutturato	Non specificato	Scuola primaria	(M.G.B.B.)
	Percorso sulle maree	Interdisciplinare: storia, filosifa, fisica e matematica (Modellizzazione)	Scuola secondaria di secondo grado	(B.S.)
Esclusivamente il coinvolgimento delle proprie mani	Conta con le proprie dita e mani	Aritmetica	Scuola primaria	(A.B-F)
Esclusivamente l'uso della gestualità	Gioco di Brousseau: Due giocatori dicono un numero a testa e devono arrivare per primi al 20, aggiungendo ad ogni turno 1 o 2. Il ruolo della gestualità	Aritmetica	Scuola primaria	(F.A.)
	In ambito universitario, problemi di geometria dello spazio risolti senza supporti materiali. Ruolo dei gesti deittici in aria	Geometria	Università	(F.A.)

Tabella 4. Esempi di attività forniti dagli esperti italiani

Commentando brevemente gli esempi presentati nella Tabella 4, notiamo dapprima che essi prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti in modo molto vario, in riferimento a tutti i gradi scolastici: vi sono esempi di uso esclusivo della gestualità in riferimento alla scuola primaria e secondaria, attività che coinvolgono l'intero corpo, sia in esperienze in classe ma anche in esperienze fuori dalla classe, vi sono molti esempi di manipolazione fisica in riferimento alla scuola primaria, ma qualcuno anche in riferimento alla secondaria di primo e secondo grado. Infine, soprattutto per la secondaria di secondo grado, cinque esperti hanno fatto riferimento agli strumenti di manipolazione virtuale, soprattutto ai software di geometria dinamica.

In riferimento sia alla scuola primaria sia alla secondaria di primo grado, sono stati forti i richiami ad esempi storicamente noti, soprattutto nel contesto italiano, come i materiali Montessori (quattro esperti) e le attività di Emma Castelnuovo (quattro esperti), ma anche materiali come l'abaco (quattro esperti) e la riga e il compasso (due esperti).

Sovente si è fatto riferimento a percorsi strutturati in cui queste attività sono inserite, come il Progetto PerContare[62], i percorsi del CIDI, il percorso sulle maree e le stesse proposte di Montessori e Castelnuovo, oltre alle esperienze dei progetti di anti-dispersione della matematica per la città condotte a Napoli da Mellone.

Riguardo agli ambiti di contenuto matematico, 9 esempi coinvolgono esperienze che comprendono anche aspetti di geometria (21, se contati con la molteplicità dei contributi su uno stesso esempio), 7 dei quali in riferimento alla scuola secondaria coprendo quasi la totalità delle attività portate ad esempio in riferimento ai cicli d'istruzione successivi al primo. Tuttavia, nella totalità dei contributi, gli esempi nel campo dell'aritmetica sono i più numerosi (14, 23 contati con le molteplicità). Tutti gli altri campi matematici hanno contributi presso che minimi.

Osservazioni sull'uso e la tipologia dei materiali coinvolti

Un'attenzione particolare alle distinzioni nell'uso e nella tipologia dei materiali coinvolti è condivisa da molti degli esperti intervistati, che si mostrano particolarmente preoccupati per una scarsa consapevolezza da parte degli insegnanti in merito a questo tema. Sebbene queste possano sembrare sottigliezze, hanno in realtà effetti sostanziali nell'analisi della realizzazione di tali attività. Molti insegnanti potrebbero infatti essere convinti che sia sufficiente utilizzare nella pratica di insegnamento una risorsa tra quelle portate ad esempio, per poter realizzare questo tipo di proposta, mentre sono in realtà quanto mai lontani, nel loro agito educativo, dalle prospettive teoriche che ne dovrebbero sorreggere la struttura.

Una prima questione, portata all'attenzione dagli esperti, a più riprese, riguarda la distinzione che sussiste fra le proposte nelle quali gli artefatti, e in generale la realizzazione del laboratorio, sono finalizzati all'esplorazione dei significati matematici e quelle in cui, invece, esso si rivolge alle applicazioni e ad un uso tecnico e strumentale della matematica. Questo punto è stato già discusso all'interno del sotto-paragrafo in cui abbiamo presentato gli esempi e la scelta terminologica.

Una seconda questione riguarda le tipologie di risorse coinvolte. Presentiamo adesso due affondi, che gli esperti hanno proposto all'interno delle interviste, relativi alle differenze terminologiche nel definire i vari tipi di risorse che possono essere oggetto dell'implementazione di queste attività.

Per prima consideriamo la differenza tra l'impiego di *materiale quotidiano* rispetto al *materiale didattico progettato* (per). Mentre il primo è un adattamento di un materiale nato per altri scopi, che viene utilizzato per scopo didattico, il secondo è un materiale che nasce e si sviluppa per avere le

[62] https://www.percontare.it/ (consultato il 25/10/2022)

caratteristiche più opportune a scopo didattico. Mariotti (p.17) e Scoppola (p.59) concordano entrambi sulla necessità di avere a disposizione anche materiali didattici progettati specificatamente a scopo didattico per proporre queste attività nella scuola, proprio per il ruolo che hanno le rappresentazioni e per l'importanza per l'apprendimento dell'interazione con il materiale.

Un'altra distinzione che propone Mariotti riguarda il *materiale didattico progettato*, che ha fini didattici, e uno *strumento che nasce e viene prodotto ad uso del matematico*, che è un artefatto del matematico o di chi ne tira fuori la matematica. La ricercatrice porta come esempio di materiale didattico progettato i regoli in colore e come artefatto del matematico il compasso, distinti fra loro sia a livello storico che matematico (MAM, p.17).

Un esempio invece della distinzione fra *uno strumento che nasce e viene prodotto ad uso del matematico* e un *materiale quotidiano* viene offerto da Bartolini Bussi. Parlando della diffusione della prospettiva del *modeling* in Australia, la ricercatrice porta infatti l'esempio delle ricerche effettuate da Jill Vincent dell'Università di Melbourne, la quale ha proposto anch'essa un laboratorio sulle macchine, in particolare sui sistemi articolati, ma, differentemente dal laboratorio proposto in Italia sulle macchine matematiche (Bussi & Maschietto, 2006), i suoi studi coinvolgevano oggetti della vita quotidiana, tipo assi da stiro o cestini del cucito. Bussi sottolinea la distanza che esiste fra queste due prospettive, infatti gli esempi proposti da Vincent, seppure rappresentano l'applicazione di principi matematici, sono stati creati per scopi diversi, esterni alla disciplina. Al contrario, lo studio condotto in Italia da Bussi si è focalizzato sulle macchine nate per indagare oggetti matematici (le macchine di Decartes, di Newton), che fanno parte della storia della matematica e quindi, in questo secondo caso, il significato matematico si presenta "*contenuto nell'uso della macchina*" (MGBB, p. 16-18).

Un'altra distinzione riguarda i *materiali di sviluppo* e i *sussidi didattici*. Nel riportare l'attenzione sul fatto che sia fondamentale capire come il materiale venga utilizzato, soprattutto nella scuola primaria, Scoppola propone di tenere presente una terminologia che è molto nota fra le e gli insegnanti Montessoriani, e che risulta forse meno nota al di fuori dell'ambito Montessori, che distingue fra sussidi didattici e materiali di sviluppo, anche detti materiali strutturati, termine che trova radici nei riferimenti a Johann Hienrich Pestalozzi e Friedrich Fröbel (già richiamati all'interno del primo capitolo). I materiali di sviluppo sono materiali progettati per far esperire direttamente dal lavoro effettuato con il materiale il concetto matematico, "il bambino ci lavora autonomamente, si fa dire dal materiale quel che il materiale ha da dire. C'è dietro l'idea che bisogna far lavorare il bambino [..] con il materiale per conto suo" (BS, p.11-13). I sussidi didattici sono invece materiali che si costituiscono come rappresentazioni concrete dei concetti matematici astratti, "una visualizzazione di un concetto astratto, che tipicamente fa vedere il docente, magari i ragazzini ci lavorano anche un po', però tipicamente è una cosa presentata dal docente" (B.S., p.5), "sono proprio un altro modo di vedere un concetto astratto, più visibile ma sempre astratto rimane" (B.S., p.15).

In Australia

Come nelle interviste Italiane, anche per quelle agli esperti australiani, nelle prime due domande abbiamo chiesto agli esperti quale possa essere una terminologia adeguata per poter comunicare con le e gli insegnanti, in modo sufficientemente chiaro e conciso, l'oggetto dell'indagine, se possa essere utile apportare degli esempi ed eventualmente quali possano essere degli esempi noti e facilmente riconoscibili nei diversi livelli scolastici.

Come sottolineato dall'Esperto 4, la questione terminologica è molto rilevante, oltre che per una distanza linguistica fra i due contesti, anche per una distanza culturale (E4, p.18). L'Esperto 3, considera un punto di partenza quello di identificare i termini della ricerca, solitamente troppo formali per essere comunicabili, e parafrasarli (E3, p.28). A questo riguardo, l'Esperto 6 propone di utilizzare il termine "*enactive*" per parlare delle attività in oggetto, senza attribuire alla parola il significato teorico legato alla pedagogia enattivista, intesa come *framework* teorico (E6, p.18). L'Esperto 3 solleva tuttavia il problema della complessità e dei problemi di validità nel rivolgersi agli insegnanti in modo diretto, questionando l'oggetto di indagine, riferendovisi tramite una definizione. Suggerisce, in alternativa, di indagare quella che è la pratica didattica attuata dagli insegnanti e di capire, intorno a quella, che cosa gli insegnanti fanno nella direzione che è nostro interesse investigare. Infatti, sostiene, anche quando si parla di argomenti che dovrebbero essere loro ben noti, come ad esempio la *numeracy,* molti insegnanti sbagliano comunque ad identificarla e dunque, a maggior ragione, dato che l'argomento sembra essere anche piuttosto distante da quelle che sono le pratiche degli insegnanti, sembra complicato poter comunicare con loro attraverso delle definizioni (E3, p.26-28). Anche l'Esperto 5 suggerisce di rivolgersi agli insegnanti con domande riguardanti la propria pratica didattica, del tipo:

- Fa uso di materiali o strumenti nella sua pratica didattica?
- Che genere di materiali o strumenti?
- Lascia gli studenti interagire con essi? Lascia muovere gli studenti per la classe?

Affrontare l'indagine ponendo questo genere di domande eviterebbe, secondo lo stesso, anche di dover fornire degli esempi, che rischiano di guidare le risposte degli insegnanti (E5, p.12-16).

A parte l'Esperto 5, che suggerisce di lasciare il campo aperto agli insegnanti, possibilmente senza fornire esempi, ed eventualmente mostrandoli solo successivamente, gli altri cinque intervistati concordano sull'importanza e l'utilità di fornire esempi a scopo comunicativo.

L'Esperto 2 e l'Esperto 3 propongono di utilizzare una terminologia generica, l'uso del corpo ("the use of the body") (E2, p.26) o il passaggio dal concreto ("the move from concrete") (E3, p.38), e di accompagnarla con esempi significativi in grado di dare un'accezione alla definizione utilizzata. In particolare, l'Esperto 3 fornisce l'esempio di un cattivo rappresentante, la "fruit salad Algebra", nel quale le operazioni aritmetiche sono rappresentate attraverso operazioni con la frutta (tre mele più due mele), un esempio che crea negli studenti difficoltà nell'identificare le variabili sulle quali si stanno effettuando le operazioni (E3, p.44). Consiglia inoltre di andare a cercare questi esempi caratterizzanti in attività cross-curriculari, nelle quali la matematica viene collegata all'arte, alla musica, all'educazione fisica e delle quali è più facile che gli insegnanti abbiano fatto esperienza (E3, p.44). L'Esperto 2 insiste invece sull'importanza di corredare gli esempi che si intende proporre con una spiegazione nella quale viene esplicitato in che cosa consista il valore positivo del coinvolgimento del corpo, mettendolo in opposizione con quanto avviene quando gli studenti sono costantemente seduti e lavorano esclusivamente in modo astratto (E2, p.26-32).

L'Esperto 4 suggerisce che gli esempi siano il più vari possibile, e per tale ragione ha fornito una classificazione che lega differenti terminologie ad alcuni esempi, ordinati in base al livello di dirompenza dell'attività, ossia al grado di rottura rispetto ad un modello tradizionale e trasmissivo di insegnamento: "from least disruptive to possibly the most disruptive or unusual" (p.18).

Abbracciando la struttura in categorie che ci ha proposto l'Esperto 4, presentiamo di seguito gli esempi indicati da questo gruppo di ricercatori, innestando, ove possibile, su di essa gli esempi e le terminologie proposte anche dagli altri accademici.

Il primo livello riguarda le attività nelle quali gli studenti sono coinvolti tramite il movimento delle proprie mani, stando seduti al banco. La terminologia proposta dall'Esperto 4 e dall'Esperto 1 è "*Hands-on activities*", ed è una terminologia che racchiude al suo interno una molteplicità di terminologie più specialistiche ed esempi. Fra questi, si trova anche l'utilizzo di manipolativi, a cui è associato il termine "*manipulatives",* che è considerato un termine piuttosto noto per gli insegnanti di scuola primaria (Esperto 1, Esperto 3, Esperto 4), abbastanza anche fra gli insegnanti nella *junior* *secondary school*, molto meno nella *senior secondary school*, anche se son presenti varie eccezioni di insegnanti che ne fanno uso in modo molto creativo, per cui può essere riconosciuto come termine anche in quel contesto. Altre terminologie associate, suggerite dall'Esperto 4 come possibilmente note, sono "*physical resources, tools or even games*", mentre l'Esperto 3 parla di "*representations*", ancora una volta riferendosi a ciò che può essere toccato e manipolato dagli studenti rimanendo seduti. Si tratta di oggetti, strumenti, giochi o forme di rappresentazione che possono essere maneggiate dagli studenti.

<table>
<tr><th colspan="2">Esempi per il primo livello</th></tr>
<tr><td>Senza un riferimento specifico per gradi scolastici</td><td>Giochi matematici (Esperto 3)
Giochi di carte (Plain card games) (Esperto 5)</td></tr>
<tr><td>Primary school</td><td>Modelli di rappresentazione di lunghezze o aree: geometria delle forme (Esperto 1, Esperto 5)
Bilance reali per esprimere e risolvere equazioni: algebra (Esperto 1)
Rappresentazioni di modelli tridimensionali tramite rappresentazioni di solidi, sezioni e grafi: geometria (Esperto 1)
Dadi e trottole: probabilità (Esperto 1, Esperto 5)
Combinatoria con le pietruzze (Esperto 6)
Number line, la linea numerica per la progressione numerica e le operazioni: aritmetica (Esperto 6)
Blocchi di Dienes (Esperto 6) / Blocchi MIB: aritmetica (collegamento tra geometria e aritmetica)
- per la notazione posizionale (Esperto 1)
- per fare sottrazione con raggruppamenti (Esperto 5, che sottolinea che <u>non</u> è un buon materiale per la notazione posizionale)
Linear Arithmetic Blocks, per la notazione decimale: aritmetica (Esperto 5)
Abaco: aritmetica (Esperto 5)
Fraction wall per l'insegnamento delle frazioni: aritmetica (Esperto 5)
Geoboard per studio delle forme poligonali (Esperto 5).
Gioco per bambini con le forme geometriche e una palla con i buchi delle forme corrispondenti, per presentare il concetto di variabile: algebra (Esperto 3) (Grado 7)
Giochi con le dita, alternativamente mostrate e nascoste dietro la schiena, per il calcolo con le dita ed il concetto di parte rispetto all'intero: aritmetica (Esperto 6)</td></tr>
<tr><td>Secondary School</td><td>Origami frog jumps: stime sul salto delle rane-origami per esplorare i principi base della statistica (Esperto 2)
Dadi e simulazioni di tiro: statistica (Esperto 3)</td></tr>
</table>

Parallelamente, riferendoci alle risorse virtuali che possono essere manipolate dagli studenti, altri termini che vengono identificati come riconoscibili dagli insegnanti sono "*virtual, technology calculators, computers, software*" (Esperto 4) e "*digital technology*" (Esperto 6). L'Esperto 1 sostiene che, con la pandemia, la manipolazione fisica si sia sovente trasformata nell'uso di manipolativi virtuali, che sono la trasposizione virtuale di quelli fisici. Ne sono esempi le risorse a libero accesso disponibili sul sito Illuminations dell'NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*), come ad esempio le simulazioni virtuali del tiro di dadi. L'Esperto 5 fa riferimento all'uso di software di geometria, come quello di geometria dinamica come Geogebra.

Un secondo livello si riferisce alle attività nelle quali è previsto che gli studenti si alzino dal banco e si muovano**.** La terminologia identificata a questo riguardo è "*students moving around".* All'interno di questa categoria di movimento ci sono due sotto-livelli, identificati in dipendenza del luogo di svolgimento dell'attività.

Il primo sotto-livello (2-1) è contraddistinto dal libero movimento all'interno della classe: "*Inside the classroom*". Alcuni esempi per questo livello, senza un riferimento specifico per i gradi scolastici sono i seguenti:

- Esplorare la statistica descrittiva con il campione di studenti della classe: chiedere agli alunni di disporsi dal più alto al più basso, trovare media/mediana ecc (Esperto 4)
- Determinare la capienza: quanti studenti stanno dentro una classe? L'attività prevede di misurare le pareti, fare delle stime etc (Esperto 4)

Questi problemi possono essere condotti anche in spazi-altri esterni alla classe. Es. Quante persone fare entrare nell'Auditorium della scuola per un concerto? Come disporre le sedie per massimizzare il numero di partecipanti? (Esperto 2)

Passiamo così al secondo sotto-livello (2-2), caratterizzato dall' esplorazione degli studenti fuori dalla classe, *"students moving outside the classroom",* anche legato ad un'altra terminologia piuttosto diffusa*:* l'"outdoor experience".

Esempi per il livello 2.1	
Senza un riferimento specifico per gradi scolastici	Stabilire le altezze di alberi o costruzioni che si incontrano andando in giro: misure e trigonometria (Esperto 4) Misurare la velocità della corsa, misurare tempi e distanze percorse e stimare il passo (Esperto 4) Riconoscere la matematica che sta nel mondo, per esempio trovare figure geometriche nelle strutture e oggetti che si incontrano girovagando: geometria (Esperto 4)
Primary school	Costruire mappe di percorsi che gli studenti hanno effettivamente compiuto: esplorare la rappresentazione e le proprietà di una buona rappresentazione, i gradi alfa-numerici etc (Esperto 2)
Secondary School	Raccogliere dati e fare misurazioni: modellizzazione matematica (Esperto 4) L'esercizio di educazione fisica, i Burpees, viene affrontato matematicamente in collegamento con le percentuali (Esperto 3)

Il terzo livello riguarda l'uso dei gesti per comunicare e sviluppare pensiero matematico, ovvero l'utilizzo del proprio corpo per la comprensione dei concetti matematici. Per esprimere questo viene suggerito di fare uso di parafrasi come: *"activities where students are using either gestures or the whole body to explore and embodying mathematical concepts" / "activities that involve students using their bodies to create an understanding of mathematical concepts"*.

Esempi per il terzo livello	
Senza un riferimento specifico per gradi scolastici	Costruzione del cerchio con una corda lunga fissata ad un perno e fatta ruotare, per fare esperienza della proprietà caratterizzante del cerchio: geometria (Esperto 4) Studenti che si muovono in un piano cartesiano disegnato sul pavimento rappresentando essi stessi dei punti: rappresentazione, grafici (Esperto1, Esperto 4)
Primary school	Messa in scena di narrazioni matematiche utilizzando le proprie dita (utilizzando eventualmente pupazzetti da dito, “finger puppets”): aritmetica (Esperto 6) Percorrere la linea dei numeri con salti di diversa ampiezza, ad esempio mimando lo spostamento di differenti animali: aritmetica (Esperto 6) Effettuare operazioni sulla linea numerica umana: aritmetica (Esperto 3, Esperto 6) Il gioco *Wolfie Wolf: What’s the time?,* In cui un bambino dice un orario e gli altri si devono muovere con un numero di passi equivalenti al numero delle ore (Esperto 6)
Secondary School	Laboratorio fra musica e danza, per esplorare le basi numeriche: aritmetica (Esperto 3) Risoluzione del problema del moto armonico servendosi della gestualità in aria: modellizzazione fisico-matematica (Esperto 4) Utilizzo di un rilevatore di posizione per descrivere il moto dell’alunno in un grafico di funzione spazio-tempo (Esperto 3)

Osserviamo che la differenza fra i vari livelli non è netta ed è dettata soprattutto dal modo in cui gli insegnanti interpretano e propongono le attività con le risorse che mettono in campo. L’Esperto 6 afferma infatti che ci sono molti materiali, anche fra quelli menzionati (ad esempio la linea numerica, i blocchi di Dienes), che vengono utilizzati spesso dagli insegnanti, ma sovente senza prevedere associato il movimento degli studenti, come una rappresentazione che l’insegnante mostra loro piuttosto che essere permessa a questi ultimi la diretta manipolazione (E6, p.27). Vi sono inoltre attività, ad esempio con il materiale della linea numerica, dove l’azione degli studenti mira a costruire esperienza motoria e ad attivare i processi che portano ad agire il principio matematico con il quale vogliamo collegarli, altre invece che usano il movimento strumentalmente, senza che esso sia incarnazione del concetto matematico in oggetto.

La suddivisione nei vari livelli diventa, in quest’ottica, strumentale ad una riflessione su questi punti, più che essere una categorizzazione definitiva delle attività portate ad esempio dagli esperti.

Per altro, da tutti gli esperti, viene sottolineato come l’attenzione alla gestualità e al movimento del corpo nella costruzione del pensiero matematico, benché gli insegnanti siano spesso consci della presenza di questa componente nell’apprendimento (E4, p.20), non viene particolarmente tenuta in considerazione. Anche nel mondo della ricerca sviluppata nel contesto Australiano questo aspetto non ha l’enfasi che troviamo invece nella tradizione italiana, di cui Arzarello rappresenta un riferimento internazionale, esplicitamente citato da 3 degli esperti intervistati (Esperto 3, Esperto 4 p.18, Esperto 6, p.31-33).

Nondimeno, è piuttosto condivisa fra gli esperti l’idea che, pur integrando nella loro pratica attività che appaiono coerenti con la prospettiva indicata, ad esempio l’uso di artefatti o attività in cui è previsto anche il coinvolgimento fisico degli studenti, non vi sia una piena consapevolezza di come si possa costruire il pensiero concettuale matematico a partire da essi, il ruolo rivestito dal coinvolgimento fisico, in movimento, degli alunni in questo sviluppo della concettualizzazione ed anche il ruolo che in generale hanno gli aspetti della gestualità nell’insegnamento-apprendimento (Esperto 6). Spesso la proposta di queste attività si limita ad essere un modo per favorire il coinvolgimento, l'*engagement*, degli studenti, piuttosto che costituire una attività volta alla concettualizzazione della matematica, restando sospesa ad un livello piuttosto superficiale a volte in modo anche controproducente per l'apprendimento (Eserto 2, p.66; Esperto 3, p.72).

I campi della matematica investigati

Nella Tabella 5, riassuntiva degli esempi proposti dagli esperti, se osserviamo il campo della matematica nel quale essi si inseriscono, risulta evidente che la maggior parte degli esempi citati dagli esperti, soprattutto in riferimento alla scuola primaria, appartiene al campo dell'aritmetica (14) e all'algebra (2). Gli altri esempi riguardano, in modo minore la rappresentazione e l'introduzione al piano cartesiano (3) e l'introduzione al concetto di funzione (1), e con numeri piuttosto omogenei la geometria delle forme, dei solidi e la trigonometria (9), la probabilità e la statistica (6), la modellizzazione matematica e i compiti di realtà (7). I numeri che abbiamo indicato sono da considerarsi contando le molteplicità dei vari esperti che hanno indicato uno stesso esempio.

Livello-Sottolivello	Ambito matematico	Esempio	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
Livello 1-Fisico	Non precisato	Giochi matematici, Giochi di carte (*Plain card games*)	Senza un riferimento specifico	Esperto 3, 5
	Geometria delle forme	Modelli di rappresentazione di lunghezze o aree	Primary School	Esperto 1, 5
	Algebra Modellizzazione	Bilance reali per esprimere e risolvere equazioni	Primary School	Esperto 1
	Geometria	Rappresentazioni di modelli tridimensionali tramite rappresentazioni di solidi, sezioni e grafi	Primary School	Esperto 1
	Geometria	Geoboard	Primary school	Esperto 5
	Probabilità	Dadi e trottole	Primary School	Esperto 1, 5
	Aritmetica	*Number line,* la linea numerica per la progressione numerica e le operazioni	Primary School	Esperto 6
	Aritmetica (collegamento tra geometria e aritmetica)	Blocchi di Dienes /MIB Blocks -per la notazione posizionale -per fare sottrazione con raggruppamenti (non è un buon materiale per la notazione posizionale)	Primary School	Esperto 1,5,6
	Aritmetica	*Linear Arithmetic Blocks*, per la notazione decimale	Primary School	Esperto 5
	Aritmetica	Abaco	Primary School	Esperto 5
	Aritmetica	*Fraction wall* per l'insegnamento delle frazioni	Primary School	Esperto 5
	Algebra	Gioco per bambini con le forme geometriche e una palla con i buchi delle forme corrispondenti, per presentare il concetto di variabile	Primary School	Esperto 3
	Aritmetica	Giochi con le dita, alternativamente mostrate e nascoste dietro la schiena, per il calcolo con le dita ed il concetto di parte rispetto all'intero	Primary School (Grado 7)	Esperto 6
	Combinatoria	Calcolo combinatorio con le pietruzze	Primary School	Esperto 6
	Statistica	*Origami frog jumps*: stime sul salto delle rane-origami per esplorare i principi base della statistica	Secondary School	Esperto 2
	Statistica	Dadi e simulazioni di tiro	Secondary School	Esperto 3
Livello 1- Virtuale	Senza un riferimento specifico	Trasposizione virtuale dei manipolativi fisici	Senza un riferimento specifico	Esperto 1
	Senza un riferimento specifico	Uso di calcolatori e computer	Senza un riferimento specifico	Esperto 4
	Geometria delle forme	Utilizzo di tecnologie digitali per ricomporre forme	Primary school	Esperto 6
	Geometria	Software di geometria, come Geogebra	Secondary school	Esperto 5
Livello 2 -1	Statistica	Esplorare la statistica descrittiva con il campione di studenti della classe: chiedere agli alunni di disporsi dal più alto al più basso e trovare media, mediana etc	Senza un riferimento specifico	Esperto 4
	Modellizzazione e compiti di realtà	Determinare la capienza: quanti studenti stanno dentro una classe? L'attività prevede di misurare le pareti, fare delle stime etc	Senza un riferimento specifico	Esperto 2,4

		Questi problemi possono essere condotti anche in spazi-altri esterni alla classe. Es. Quante persone fare entrare nell'Auditorium della scuola per un concerto? Come disporre le sedie per massimizzare il numero di partecipanti?		
Livello 2 -2	Geometria / modellizzazione e compiti di realtà	Stabilire le altezze di alberi o costruzioni che si incontrano andando in giro: misure e trigonometria	Senza un riferimento specifico	Esperto 4
	Modellizzazione e compiti di realtà	Misurare la velocità della corsa, misurare tempi e distanze percorse e stimare il passo	Senza un riferimento specifico	Esperto 4
	Geometria	Riconoscere la matematica che sta nel mondo, per esempio trovare figure geometriche nelle strutture e oggetti che si incontrano girovagando	Senza un riferimento specifico	Esperto 4
	Rappresentazione e piano cartesiano	Costruire mappe di percorsi che gli studenti hanno effettivamente compiuto: esplorare la rappresentazione e le proprietà di una buona rappresentazione, i gradi alfa-numerici etc	Primary School	Esperto 2
	Modellizzazione matematica e compiti di realtà	Raccogliere dati e fare misurazioni	Secondary School	Esperto 4
	Modellizzazione matematica e compiti di realtà	L'esercizio di educazione fisica, i Burpees, viene affrontato matematicamente in collegamento con le percentuali	Secondary School	Esperto 3
Livello 3	Geometria	Costruzione del cerchio con una corda lunga fissata ad un perno e fatta ruotare, per fare esperienza della proprietà caratterizzante del cerchio	Senza un riferimento specifico	Esperto 4
	Rappresentazione e piano cartesiano	Studenti che si muovono in un piano cartesiano disegnato sul pavimento rappresentando essi stessi dei punti	Senza un riferimento specifico	Esperto 1,4
	Aritmetica	Messa in scena di narrazioni matematiche utilizzando le proprie dita (utilizzando eventualmente pupazzetti da dito, *"finger puppets"*)	Primary School	Esperto 6
	Aritmetica	Percorrere la linea dei numeri con salti di diversa ampiezza, ad esempio mimando lo spostamento di differenti animali	Primary School	Esperto 6
	Aritmetica	Effettuare operazioni sulla linea numerica umana	Primary School	Esperto 3,6
	Aritmetica	Laboratorio fra musica e danza, per esplorare le basi numeriche	Secondary School	Esperto 3
	Aritmetica	Il gioco *Wolfie Wolf: What's the time?* Dove si compiono passi in corrispondenza dell'orario indicato da Mr Wolf	Primary School	Esperto 6
	Introduzione alla funzione	Utilizzo di un rilevatore di posizione per descrivere il moto dell'alunno in un grafico di funzione spazio-tempo	Secondary School	Esperto 3
	Modellizzazione Fisica-matematica	Discussione sul problema dei moti armonici di una molla utilizzando gesti in aria	Secondary school	Esperto 4

Tabella 5. Esempi di attività forniti dagli esperti australiani

3.4.1.1. Caratteri comuni e differenze nei due contesti: Italia e Australia

Riguardo ai livelli di coinvolgimento corporeo e alle risorse che vengono prese in considerazione negli esempi proposti, abbiamo rilevato, in Italia e in Australia, esperienze quanto mai varie. Emerge, infatti, in entrambi i contesti, un richiamo al coinvolgimento del grande corpo e in particolare anche il riferimento all'*outdoor experience*. Inoltre, sono stati portati esempi di attività di matematica *embodied* condotte semplicemente facendo utilizzo della gestualità, sia rivolte alla scuola primaria che secondaria, in entrambi i gruppi selezionati. Possiamo però notare come gli esperti australiani abbiano fatto ampiamente meno riferimento agli strumenti e agli oggetti di manipolazione virtuale, rispetto a quanto fatto dagli italiani coinvolti nella ricerca. Tuttavia, nei due contesti, vi è una predominanza delle esperienze effettuate con la manipolazione di artefatti fisici, materiali e strumenti.

Proprio riguardo all'utilizzo dei materiali e strumenti concreti, in proporzione, dagli esperti Australiani è lasciato molto meno spazio ad esempi che richiamano all'uso di un materiale specifico, progettato a scopo didattico per l'apprendimento concettuale della matematica, ad eccezione dei materiali per l'aritmetica in riferimento ai primi anni di istruzione. Infatti, mentre l'Esperto 5 fa riferimento all'impiego di una varietà di materiali legati alla costruzione del numero e della notazione posizionale, da selezionare opportunamente rispetto ai differenti obiettivi didattici, e l'esperto 6 sottolinea l'importanza di impostare una matematica che, almeno nel primo ciclo di istruzione, si basa in modo sostanziale sulla proposta di queste attività nell'introduzione dei concetti matematici, gli altri quattro esperti australiani non si riferiscono a questo approccio in modo strutturale. Negli esempi presentati, non vi sono infatti riferimenti all'utilizzo di queste attività all'interno di un percorso strutturato, come invece accade più di frequente nei contributi italiani.

Questo si lega alla tendenza, nel contesto italiano, ad avere un interesse maggiore per settori disciplinari più tradizionali e con un'enfasi per lo più sulla costruzione concettuale e teorica del sapere rispetto quanto è presente negli esempi Australiani. Peraltro, ad eccezione di un piccolo numero di esempi, gli esperti italiani hanno scarsamente fatto riferimento ad attività che coinvolgono gli aspetti di modellizzazione, mentre il richiamo ai compiti di realtà, alla statistica e al *modeling* costituisce un'ampia fetta dei contributi australiani.

Volendo, ad esempio, considerare i differenti aspetti che coinvolgono la geometria, ai quali si è fatto riferimento nel contesto australiano, che in generale richiama molto più marginalmente questo settore disciplinare rispetto agli esperti italiani, poco spazio è dato alla geometria delle forme, propendendo molto più per l'ambito delle misurazioni e delle rappresentazioni su piani cartesiani o mappe. Anche più in generale, si può osservare che i ricercatori australiani pongono grande attenzione al ruolo che queste attività hanno nell'aiutare a visualizzare la matematica nel mondo e creare un ponte fra l'esperienza concreta e la matematica, a partire dagli esempi che hanno presentato. Negli esempi proposti nel contesto italiano, questo tipo di attività viene invece molto più spesso concettualizzato come fine alla disciplina stessa.

Tuttavia, sia nel contesto italiano sia nel contesto australiano, molti esperti nutrono delle perplessità rispetto al fatto che gli insegnanti siano consapevoli del ruolo rivestito dagli aspetti corporei per l'apprendimento dei concetti matematici anche quando propongono attività che magari prevedono il movimento o la manipolazione, nonché dei differenti usi che è possibile fare delle risorse impiegate, quello al fine di apprendimento o quello strumentale. Per questo, sottolineano l'importanza di enfatizzare nella terminologia e negli esempi il ruolo del corpo e del movimento per la costruzione di una concettualizzazione matematica e di non nominare semplicemente gli artefatti o le esperienze.

3.4.2. I riferimenti, le politiche educative e le indicazioni curricolari specifiche

Proprio perché si tratta di un contesto molto distante dalla cultura italiana ed europea nella quale siamo immersi, agli esperti Australiani abbiamo anche chiesto informazioni riguardo all'esistenza di risorse diffuse fra gli insegnanti e di riferimenti, nelle politiche educative o nei curricoli, di indicazioni che fanno riferimento ad attività ABM.

L'opinione più diffusa da parte degli esperti è che non vi sia particolare riferimento o enfasi sull'importanza di includere il movimento in attività volte all'apprendimento della matematica, nello specifico, all'interno delle indicazioni curriculari. Sono però presenti al loro interno riferimenti all'utilizzo di strumenti o materiali, e più in generale *link* a riviste e siti internet di riferimento in cui trovare materiali per l'insegnamento per portare in classe concetti matematici da prospettive multiformi, che prevedono, fra le altre cose, anche la proposta di rappresentazioni e la manipolazione, benché non vi siano documenti in cui si stipula la necessità di usare queste attività nello specifico, per studenti di età inferiore ai 16 anni (E5, p.38). Gli esperti parlano quasi tutti della presenza di generiche indicazioni rivolte alla scuola dell'infanzia e alla primaria che propongono l'impiego di una manipolazione fisica degli studenti, con manipolativi principalmente fisici, concreti ma anche virtuali, nell'insegnamento-apprendimento della matematica. Queste riguardano sia iniziative promosse dalle specifiche autonomie regionali, come quella del Queensland (E2, p.68), come anche indicazioni che provengono da una tendenza a livello globale (E6, p.27). Spesso però le due componenti in gioco, la matematica e l'azione motoria degli studenti, non rientrano entrambe a pieno diritto negli esempi che vengono proposti. Talvolta infatti viene data enfasi solamente agli aspetti legati al movimento e la matematica non viene disvelata, resta segretamente nascosta nell'uso di questi, oppure, all'opposto, tali risorse manipolabili vengono presentate esclusivamente come rappresentazioni, in modo illustrativo da parte degli insegnanti, e quindi non si tiene di conto della componente legata al movimento degli studenti (E6, p.27). L'Esperto 2 parla di una forte cultura, presente nel Queensland, nel considerare le attività concrete e laboratoriali, condotte con materiali e strumenti manipolativi, come adatte solamente agli studenti più piccoli, da abbandonare dopo che si è raggiunto più o meno i 7 anni (E2, p.68).

Parlando di risorse disponibili per gli insegnanti, l'Esperto 1 e l'Esperto 3 fanno riferimento a siti nei quali è possibile trovare esempi di attività, con qualche riferimento anche ad attività manipolative, ai quali attingono un buon numero di insegnanti e, per questa ragione, nei quali si possono trovare esempi che possiamo considerare abbastanza noti e diffusi. Fra questi, le risorse messe a disposizione sul sito di Nrich[63], del progetto reSolve[64] o sul sito Illuminations[65] promosso dall' NCTM, oltre alla banca di risorse didattiche Scootle[66], alla quale rimanda anche il curriculum tramite link esterni.

L'Esperto 1 sottolinea come in giornali rivolti agli insegnanti australiani sia usuale trovare esempi di attività del tipo in oggetto, riferiti soprattutto alla scuola primaria; tuttavia, è difficile comprendere quali insegnanti effettivamente leggano questo tipo di riviste e soprattutto quanti di questi guardino ad esse con un interesse espressamente rivolto alla matematica (E1, p.48).

L'Esperto 5 evidenzia che nelle riviste[67] dell'*Australian Association of Mathematics Teachers* (AAMT), soprattutto rivolte all'insegnamento nella scuola primaria, che riportano esempi di esperienze in

[63] https://nrich.maths.org/ (consultato il 25/10/2022)

[64] https://www.resolve.edu.au/resolve-mathematics-inquiry-project (consultato il 25/10/2022)

[65] https://illuminations.nctm.org/ (consultato il 25/10/2022)

[66] https://www.scootle.edu.au/ec/p/home (consultato il 25/10/2022)

[67] https://aamt.edu.au/teachers/journals/aamt-journals/ (consultato il 25/10/2022)

classe di attività matematiche, spesso vengono pubblicate foto in cui gli studenti manipolano materiali come i blocchi in base dieci. Perciò, sebbene non vi siano esplicite indicazioni rispetto all'integrazione di queste attività nella pratica didattica, viene spesso fatto riferimento ad attività di questo tipo all'interno delle risorse ufficiali (E5, p.39).

L'Esperto 4 fa riferimento a due manuali largamente diffusi tra gli insegnanti, a metà degli anni ottanta, che erano considerati riferimenti fondamentali nei corsi di formazione per gli insegnanti, in cui sono collezionate molteplici attività da poter proporre nelle classi: gli MCTP Activity Bank - Volume I, II[68] (1988). All'interno di questi manuali vi è un'intera sezione dedicata al coinvolgimento fisico degli studenti per l'apprendimento della matematica. Queste risorse sono attualmente trasferite online sul sito MATHS 300[69], che tuttavia prevede un'iscrizione a pagamento, e non abbiamo informazioni su quanto sia noto oggi agli insegnanti.

Questa impressione che vi sia stato, anche in un passato più recente, un interesse esplicito verso l'implementazione di attività nelle quali gli studenti son coinvolti fisicamente, soprattutto tramite l'uso di manipolativi, è condiviso anche dall'Esperto 5. Ne parla riferendosi a corsi di formazione per gli insegnanti, che hanno avuto una grande risonanza coinvolgendo centinaia di docenti, che hanno fatto riferimento a questo tema. Una decina di anni fa, alcune di queste esperienze avevano portato le scuole ad acquistare dei kit di materiali per effettuare attività con strumenti ed oggetti da manipolare nelle classi (Esperto 5, p.39).

Tuttavia, l'Esperto 1 nota come tale formazione non sia condivisa nell'esperienza di tutti gli insegnanti. La ricercatrice indica infatti come alcune conferenze rivolte ad insegnanti, ad esempio quelle organizzate dalla *Queensland Association of Math Teachers* (QAMT), hanno al loro interno corsi di formazione che vertono su specifici argomenti, talvolta che interessano anche l'uso dei manipolativi, ma che questo generalmente non è un settore fisso che riguarda la formazione insegnanti (E1, p.50).

3.4.3. Il quadro concettuale e le direzioni individuate dai ricercatori

In questo ultimo paragrafo descriveremo le direzioni interpretative e investigative individuate a partire dalle interviste agli esperti per l'esplorazione della prospettiva degli insegnanti. Forniremo quindi una definizione e caratterizzazione dell'oggetto di studio, mettendo in luce le principali differenze emerse dal confronto del gruppo australiano ed italiano.

3.4.3.1. Presentazione delle attività nel questionario rivolto agli insegnanti

Come dichiarato durante le interviste condotte con gli esperti, è stato necessario elaborare una definizione delle attività oggetto di indagine per presentarle in modo chiaro e conciso all'interno del questionario rivolto agli insegnanti di matematica. Abbiamo accompagnato tale definizione con una spiegazione più estesa e l'abbiamo corredata di alcuni esempi.

Definizione, descrizione ed esempi son stati proposti in modo identico sia agli insegnanti della scuola primaria che agli insegnanti di scuola secondaria. Inoltre, se nelle soluzioni terminologiche utilizzate per definire le attività abbiamo deciso di effettuare alcune variazioni che ci permettessero di renderle più adatte al contesto italiano e australiano, gli esempi che abbiamo proposto sono, invece, stati i medesimi nei due Paesi coinvolti. Il tentativo è stato, infatti, quello di considerare come invarianti,

[68] Lovitt, C., Clarke, D., Curriculum Development Centre (Australia), & Mathematics Curriculum and Teaching Program (Australia). (1988). *MCTP Activity Bank: Volume 1*. Woden, A.C.T: Curriculum Development Centre.

Lovitt, C., Clarke, D., Curriculum Development Centre (Australia), & Mathematics Curriculum and Teaching Program (Australia). (1988). *MCTP Activity Bank: Volume 2*. Woden, A.C.T: Curriculum Development Centre.

[69] https://maths300.com/ (consultato il 25/10/2022)

all'interno dell'indagine, gli effetti che tali esempi avrebbero potuto avere nel guidare le risposte degli intervistati. Tale scelta presenta alcune criticità, ad esempio, nella maggiore aderenza ad un contesto rispetto all'altro. In particolare, le varie attività presentate fanno sovente riferimento a contenuti geometrici, che abbiamo notato essere più frequenti nei rimandi degli esperti italiani piuttosto che in quelli australiani, e quindi è possibile che essi siano risultati meno riconoscibili per gli insegnanti australiani piuttosto che per gli insegnanti italiani.

Gli esempi selezionati sono stati il più possibile vari: sia rispetto al grado di coinvolgimento motorio degli studenti (la semplice manipolazione o il movimento dell'intero corpo), sia rispetto alle risorse impiegate (oggetti, strumenti sia fisici che virtuali, storici o comuni), sia riguardo ai contenuti e agli ambiti matematici coinvolti (richiamando esempi noti rispetto a differenti ordini scolastici) e, infine, rispetto al livello di notorietà degli esempi. Rispetto agli esempi richiamati dagli esperti, non abbiamo incluso in questa presentazione le esperienze outdoor e l'utilizzo della semplice gestualità delle mani, poiché sarebbe stato difficile riuscire a darne una rappresentazione tramite una piccola foto o un disegno. Abbiamo anche escluso due materiali classici particolarmente noti, la linea dei numeri e il materiale multibase, proprio perché risultano spesso i primi riferimenti richiamati alla memoria, come abbiamo visto nelle dichiarazioni egli esperti, e pertanto non abbiamo ritenuto necessario riferirvisi in modo esplicito.

Presentiamo, di seguito, la definizione, la descrizione e gli esempi che abbiamo utilizzato nei due questionari, mettendo in luce gli adattamenti effettuati rispetto al caso italiano e australiano.

Per indicare le attività oggetto di indagine abbiamo deciso di utilizzare, nel questionario italiano, la dicitura ***Attività laboratoriali nelle quali gli studenti sono attivamente coinvolti con il loro corpo e movimento.*** Tale definizione è accompagnata dalla seguente descrizione:

Attività di apprendimento nelle quali gli studenti sono coinvolti attivamente tramite le loro percezioni sensori-motorie, in una modalità laboratoriale, attraverso la manipolazione di artefatti virtuali o fisici, strumenti, o semplicemente tramite movimenti del corpo, per esplorare e comprendere concetti matematici.

Nella versione australiana del questionario, abbiamo invece utilizzato la definizione che da il nome all'oggetto di ricerca, le attività ABM, ovvero: *Active, bodily experience mathematics learning activities*. In maniera del tutto speculare a quanto effettuato per l'indagine in Italia, tale definizione è stata accompagnata dalla seguente descrizione:

Learning activities in which <u>students are actively involved</u> with their body and movement, in a laboratorial mode, <u>engaging their sensorimotor perceptions</u> through <u>manipulations</u> with virtual or physical <u>artifacts, tools</u>, <u>or simply</u> <u>body movements</u>, to explore and understand mathematical concepts.
These activities include, for example, hands-on learning activities with manipulatives (virtual or digital) designed from an "active" learning perspective, including inquiry or exploratory activities in which students are physically engaged.

Osserviamo che abbiamo inserito, in questa versione australiana, una frase aggiuntiva rispetto al caso italiano, poichè, mentre nel territorio italiano il riferimento a una didattica laboratoriale della matematica è piuttosto noto, grazie al riferimento esplicito nelle politiche educative nazionali, esso potrebbe presentarsi meno chiaro nel contesto australiano. Abbiamo quindi voluto fornire un'ulteriore specificazione, facendo riferimento alle prospettive internazionali (l'*active learning,* l'*hands-on,* l'*inquiry,* l'*exploratory*), che, seppure abbiano un orizzonte più generale, presentano elementi comuni rispetto alla metodologia laboratoriale (intesa come Laboratorio di Matematica). In particolare, abbiamo voluto enfatizzare nuovamente anche la centralità del coinvolgimento motorio.

Gli esempi che corredano la descrizione sono quelli indicati nella figura seguente (Fig. 13), sia in Italia che in Australia (non riporteremo gli adattamenti linguistici presentati nel contesto australiano perché si sono limitati a una traduzione letterale):

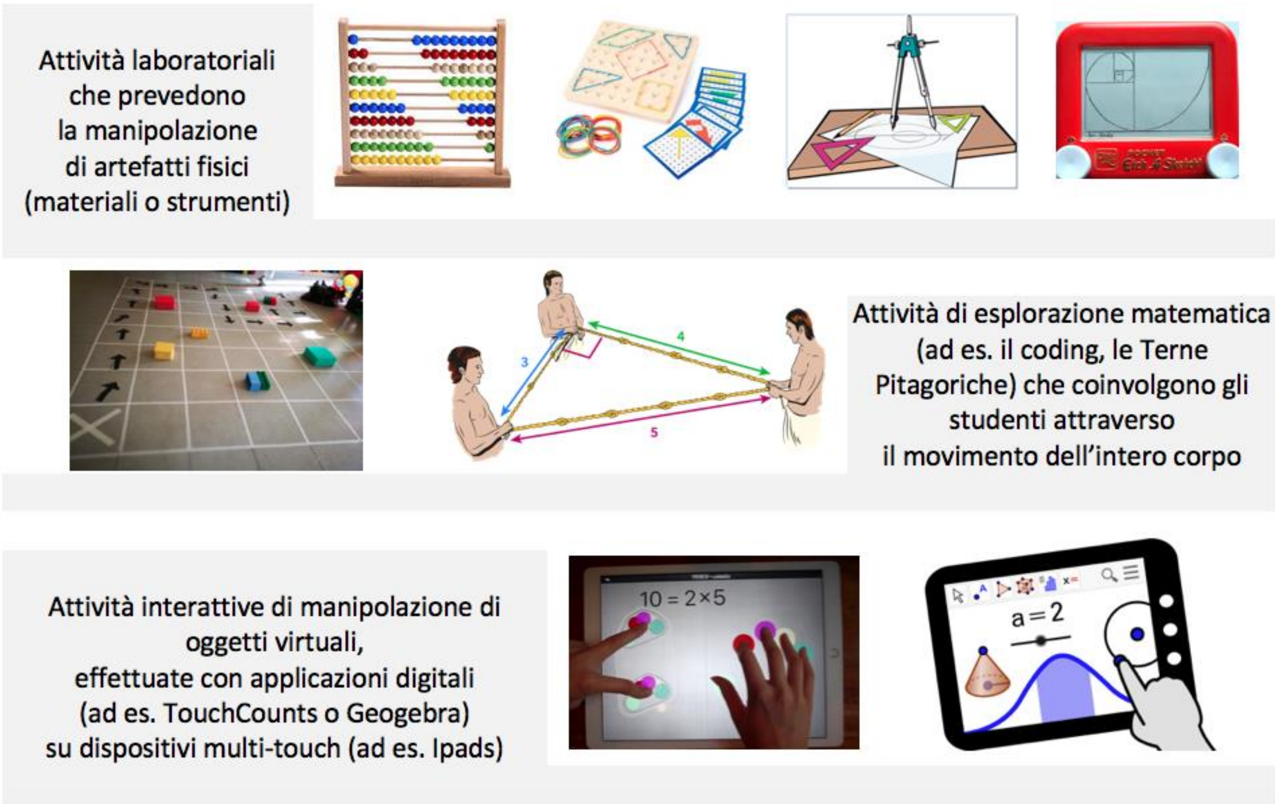


Figura 13. Gli esempi che corredano la definizione e la descrizione delle attività oggetto di studio all'interno del questionario.

3.4.3.2. Caratterizzazione delle attività ABM alla luce delle interviste agli esperti

Dopo avere introdotto una definizione dell'oggetto che stiamo considerando, costruita sulla base delle relazioni che tale oggetto ha rispetto ai costrutti teorici noti e ai rimandi alle indicazioni curricolari e le politiche educative, corredata da esempi paradigmatici, procediamo a darne una caratterizzazione tramite i contributi forniti dai ricercatori.

Innanzitutto, forniamo una descrizione delle attività ABM, identificando gli attributi che le definiscono, in termini di principi che contraddistinguono la filosofia che soggiace alla loro proposta, descrivendo le componenti caratterizzanti, sia le uniche che le necessarie ma non uniche, e gli obiettivi auspicati dall'introduzione delle attività.

Le componenti dell'oggetto di studio

Le attività oggetto di studio sono caratterizzate da *due componenti essenziali*: la partecipazione attiva ed esplorativa dello studente e il suo coinvolgimento percettivo-motorio attraverso il quale esperire i significati matematici.

Tali attività possono, poi, essere caratterizzate dal coinvolgimento del grande corpo, della semplice manipolazione, oppure dall'utilizzo di artefatti, strumenti tecnologici o meccanici, materiali fisici o anche virtuali, i quali possono essere didatticamente progettati oppure possono essere oggetti della vita comune, nati con altri scopi, o propri dell'attività dei matematici. Anche lo spazio e la natura con la quale si interagisce durante l'attività può essere considerata artefatto d'apprendimento. Tali attività possono essere, infatti, condotte sia da seduti, che in movimento all'interno della classe o in altri ambienti della scuola, quali la palestra, ma anche esperienze condotte all'esterno della scuola, all'aria aperta o in altri luoghi.

La filosofia che sta dietro l'innovazione

Riportiamo in modo schematico, all'interno della tabella seguente (Tab. 6), gli elementi che sono emersi dai contributi degli esperti rispetto alle posizioni di natura filosofica che caratterizzano la proposta delle attività ABM, rispetto ai vari elementi che entrano in gioco: le teorie cognitive, i paradigmi e le idee pedagogiche generali e disciplinari-specifiche, come anche le visioni della disciplina matematica.

I riferimenti indicati dagli esperti rispetto a:	
Le *teorie cognitive dell'apprendimento*	Riferimenti alle teorie cognitive dell'*embodied* and *embedded cognition;* Riferimenti alla *sensuous cognition* e della *multimodalità* dei processi di produzione e comunicazione dell'informazione; Riferimenti all'*Enattivismo*.
Le teorie *dell'insegnamento-apprendimento*	Visione socio-costruttivista dell'apprendimento e, in modo minore, (particolarmente, in riferimento alla scuola primaria) una visione dal carattere costruttivista, che considera studente e insegnante, con ruoli distinti, attivi protagonisti del processo di insegnamento-apprendimento, coinvolti in un apprendimento *esplorativo, per scoperta, inquiry-based,* e che prevede una differenziazione didattica rispetto alle esigenze degli studenti.
L'*insegnamento-apprendimento della matematica*	Il processo di insegnamento-apprendimento deve essere volto alla costruzione significativa della conoscenza matematica e delle pratiche matematiche di natura relazionale e guardare ai processi, in linea con le indicazioni curricolari. Una tale conoscenza deve essere l'obiettivo per tutti gli studenti. Un tale insegnamento deve inoltre essere volto a una comprensione concettuale profonda e possibilmente connesso con l'esperienza concreta del reale, evidenziando la natura multiforme dei significati e dei concetti matematici, promuovendo la *fluency* (ovvero la capacità di attingere a diverse rappresentazioni e di metterle in connessione fra loro) e la fiducia verso il proprio pensiero e la propria capacità matematica, per la risoluzione di problemi matematici significativi.
La visione della *matematica* come disciplina	Visione della matematica in cui coesistono e si intrecciano continuamente astrazione e concretezza, che non assume valore esclusivamente nella sistematizzazione formale, sebbene questa sia una componente sostanziale e un obiettivo dell'insegnamento-apprendimento disciplinare.

Tabella 6. Schema riassuntivo delle posizioni emerse dai contributi degli esperti rispetto agli assunti filosofici che dovrebbero soggiacere alla proposta delle attività ABM.

Obiettivi auspicati

Tra gli obiettivi auspicati per l'introduzione delle attività ABM a scuola, alcuni fanno riferimento ai potenziali effetti positivi sugli studenti e sul loro apprendimento. Tra questi troviamo: l'accesso a una visione della matematica dalla quale rischiano di rimanere esclusi gran parte degli studenti, gli effetti positivi che riguardano la sfera dell'affettività e della motivazione, l'inclusione di più studenti al discorso matematico e un miglioramento nei risultati formativi, soprattutto rispetto ad una comprensione concettuale profonda della matematica e ad un apprendimento di più lunga durata. Vediamoli in dettaglio, riassunti nella seguente tabella (Tab. 7).

Gli obiettivi auspicati che hanno effetto sugli studenti	
Convinzioni e visione degli studenti rispetto alla matematica e al suo insegnamento-apprendimento	Ci aspettiamo che gli studenti sviluppino, tramite la proposta di queste attività, una visione epistemologica della matematica più concorde con quanto auspicato dagli esperti e dalle politiche educative. Si tratta di una visione della disciplina che non si compone esclusivamente di procedure e di manipolazione formale di simboli, un corpus di regole delle quali non si comprende la natura, sconnesse dalla realtà, calate dall'alto ed immutabili, che lo studente è costretto ad assorbire passivamente, bensì di una disciplina volta alla costruzione di significati, accessibile tramite un apprendimento guidato dalla scoperta, che prevede un coinvolgimento creativo e produttivo da parte dello studente. È invece una visione composita della disciplina e delle sue componenti, che tiene conto della nascita e dello sviluppo delle idee matematiche e della sua storia, che attribuisce senso alla matematica come strumento per l'indagine, l'interpretazione e la comprensione del mondo. Si compone, così, di aspetti di concretezza e astrazione interconnessi, mostrando la multiforme natura dei significati matematici e delle loro rappresentazioni, mettendo in luce le relazioni interne a queste, tra aspetti esperienziali concreti e astrazione.
Motivazione e benessere in classe	Tali attività ci aspettiamo che siano capaci di promuovere la motivazione negli studenti, conseguente ad un cambiamento, in positivo, della loro visione della matematica e del suo insegnamento, un abbassamento dei livelli di ansia e un aumento di fiducia nel proprio pensiero. Inoltre, ci si auspica che consentano agli studenti di partecipare in modo attivo e "pensante" durante la lezione di matematica, coinvolgendo il corpo come strumento di scoperta.
Inclusione	Ci aspettiamo che queste attività siano promotrici di inclusione, grazie all'apertura e al coinvolgimento di più canali di comunicazione e produzione dell'informazione, che permette una visione della disciplina più ampia e profonda per tutti gli studenti. Inoltre, ci aspettiamo che rendano più accessibile la possibilità di partecipare al discorso matematico, abbracciando differenti stili d'apprendimento e sfruttando canali alternativi rispetto alla comunicazione unicamente verbale e alla produzione soltanto formale, ossia che permettano il superamento di alcune difficoltà che possono essere incontrate in una didattica di tipo esclusivamente tradizionale.
Risultati formativi	A livello formativo, ci aspettiamo che emerga, in tutti gli studenti coinvolti, un apprendimento significativo della conoscenza, una concettualizzazione profonda e duratura, e maggiormente volta al senso. Si prevede anche una comprensione maggiore nei riguardi dell'apprendimento formale, come l'introduzione significativa del linguaggio formale e della terminologia specifica matematica.

Tabella 7. Schema riassuntivo degli obiettivi auspicati dalla realizzazione delle attività ABM rispetto agli effetti sugli studenti, , secondo la prospettiva degli esperti.

Un'osservazione che è emersa rispetto al potenziale impatto positivo che le attività ABM possono avere sugli studenti riguarda il fatto che tali effetti sono però da valutare sul lungo periodo. Queste attività potrebbero perciò non apportare risultati in tempi brevi. Inoltre, sottolineiamo che, sebbene in numero minore, alcuni ricercatori nutrono delle perplessità riguardo al fatto che possano apportare miglioramenti nei risultati dei test standard, soprattutto se questi valorizzano un pensiero procedurale e compilativo. È però parere condiviso che essi possano portare al superamento di ostacoli all'apprendimento che si presentano invece in una didattica tradizionale, grazie all'utilizzo di un accesso multimodale alla natura multiforme della matematica e all'ancoraggio del pensiero astratto all'esperienza del concreto.

Tra gli obiettivi auspicati, alcuni riguardano invece l'impatto delle attività ABM sull'insegnante stesso che le promuove. Principalmente si tratta di un maggiore benessere e un aumento nella motivazione, poiché l'insegnamento, durante queste attività, si presenta come significativo, creativo e stimolante, e l'insegnante ne diviene attivo protagonista. Si accompagna a questo un aumento nella consapevolezza dei processi di insegnamento-apprendimento che l'insegnante è in grado di sviluppare durante queste attività. Tale consapevolezza gli o le permetterà di valutare in modo più completo la partecipazione, la comprensione e la responsabilità degli studenti verso l'apprendimento, e dunque di ottenere maggiori informazioni per orientare la didattica.

Elementi caratterizzanti

L'indicazione fondamentale, che i ricercatori hanno individuato come elemento che dovrebbe caratterizzare la progettazione delle attività ABM, è che tali attività dovrebbero mirare ad attivare dei processi cognitivi che possano ancorare i significati matematici. L'attività dovrebbe perciò comporsi di compiti specifici, che indirizzino l'esplorazione degli studenti nell'attivazione cognitiva che auspichiamo venga prodotta. A tal fine, diventa cruciale, qualora venissero integrati degli artefatti, la scelta di materiali e strumenti che abbiano una natura dialogica, ovvero che facciano da tramite tra l'esplorazione fisica e i significati matematici.

Riguardo alle caratteristiche che dovrebbero invece caratterizzare l'implementazione, forniamo, di seguito nella Tabella 8, un riassunto schematico.

Caratteristiche legate all'implementazione delle attività	
Natura esplorativa delle attività	Durante queste attività dovrebbe essere enfatizzata la componente esplorativa, di una matematica volta alla scoperta, con la proposta di situazioni problematiche.
Garantire la partecipazione di tutti	I problemi selezionati dovrebbero presentarsi come coinvolgenti, sfidanti ma comprensibili per tutti gli studenti in modo tale che ogni studente possa partecipare alla loro risoluzione, ovvero in zona di sviluppo prossimale (Vygostkij, 1990). Gli studenti devono essere coinvolti nell'attività, ad esempio, tramite il lavoro in piccoli gruppi, incentivando la partecipazione e lo scambio tra pari. Non vi è, tuttavia, accordo, tra gli esperti, su come debbano essere costituiti i gruppi di lavoro: tale scelta è conseguenza degli specifici obiettivi didattici.
Attivazione personale	È importante, durante queste attività, fare interagire ciascuno studente con il materiale, se possibile, in una fase di esplorazione individuale.
Tempi rilassati	È necessario che venga lasciato tempo agli studenti per esplorare, riflettere e confrontarsi.
Clima di classe sereno	È necessario promuovere un clima di lavoro sereno, dove non sono percepiti giudizi valutativi, dove è accolto l'errore e viene data importanza alla produzione degli studenti.
Organizzazione dell'ambiente	L'ambiente deve essere predisposto in modo funzionale agli obiettivi dell'attività.
Valutazione del processo post-attività	Durante queste attività non va sovrapposto il piano valutativo con quello formativo, il processo e non la prestazione deve essere oggetto della valutazione, ovvero gli avanzamenti compiuti dagli studenti e non i prodotti delle attività.

	Le valutazioni che verranno effettuate al termine dell'attività possono integrare l'utilizzo degli artefatti, possono essere utilizzate valutazioni standard ma si confanno maggiormente valutazioni di ampio respiro come *Project-work*. Soprattutto, osservazione e autovalutazione sembrano essere strumenti molto opportuni. Tuttavia, in generale, gli esperti non danno delle direzioni chiare su come debbano essere valutate tali attività.
Docente regista dell'attività	All'insegnante spetta il ruolo di organizzare l'ambiente e l'attività con una progettazione che sia ben strutturata ma flessibile allo stesso tempo, adattata al gruppo classe e alle esigenze che emergono. Il docente si presenta come regista dell'attività più che come una guida da seguire. Egli deve, infatti, lasciare spazio allo sviluppo del discorso matematico da parte degli studenti, cercando di sottrarsi; allo stesso tempo, deve gestire le discussioni, orchestrandole, ma senza indirizzare e vincolare gli studenti, intervenendo come membro di un discorso comune che si sta sviluppando, fornendo, ad esempio, chiavi di lettura. Soprattutto, spetta al docente il ruolo fondamentale di fornire il linguaggio specifico che permetta lo sviluppo del discorso matematico.
Attività integrate in un percorso	Le attività devono risultare come esperienze integrate nella pratica didattica e legate al curriculum, non parentesi a sé stanti nel percorso didattico. Devono intrecciarsi con una fase più formale di apprendimento, di sistemazione, nella quale si torna a riflettere sull'esperienza fatta e viene resa esplicita la matematica astratta e formale legata all'esperienza.

Tabella 8. Schema riassuntivo delle caratteristiche legate alla realizzazione delle attività ABM, secondo la prospettiva degli esperti.

La preparazione del docente

Dai contributi forniti dagli esperti possiamo concludere che, affinché un insegnante introduca con convinzione queste pratiche nella scuola, condividendone i principi fondanti, sia necessario portare all'evidenza la sua visione riguardo il processo di insegnamento-apprendimento della matematica. In primis, è necessario che l'insegnante prenda consapevolezza della sua visione e della sua modalità di insegnamento. Secondariamente, è importante che sia consapevole della complessità dei processi cognitivi che stanno dietro all'apprendimento dei significati matematici, come anche della multimodalità con la quale interagiamo e ci rapportiamo al mondo, e con la quale, comunicando con noi stessi e con gli altri, sviluppiamo il discorso matematico. Perciò, risulta anche necessario che accetti l'esistenza di una matematica in progresso, prendendo in considerazione anche quelle forme di matematica non ancora formalizzate che producono gli studenti, sulle quali costruire sopra la conoscenza istituzionalizzata. Deve inoltre essere consapevole anche dell'impatto delle componenti affettive sull'insegnamento-apprendimento (anche in termini formativi), della profondità epistemologica, relazionale e significativa che si nasconde dietro ai concetti, agli oggetti, alle procedure, alle definizioni e alle strutture matematiche, come, ad esempio, riguardo alla nascita e lo sviluppo delle idee matematiche. Infine, deve essere consapevole della natura multiforme dei significati matematici e della matematica come caratterizzata dall'intreccio inscindibile di astrazione e concretezza, in una coesistenza e connessione continua.

In secondo luogo, è necessario che egli attribuisca valore alla proposta delle attività ABM. In particolare, deve essere convinto del contributo formativo che possono apportare queste attività, per gli effetti sull'apprendimento della matematica, oltre al semplice coinvolgimento degli studenti durante l'attività. Tale valore formativo va riconosciuto negli obiettivi significativi, che sono necessariamente di lungo termine. Dovrebbe inoltre ritenere che l'impiego di queste attività sia adeguato per gli studenti: in particolare che sia adatto per tutti gli alunni, includendo sia le eccellenze che le difficoltà, e che non sia qualcosa di appropriato solo per gli studenti più piccoli, ma che abbia utilità anche per gli studenti più grandi. Dovrebbe poterne riconoscere il valore nel portare all'aumento di motivazione, gratificazione e coinvolgimento nel processo di insegnamento-apprendimento, sia per il docente che per gli studenti. Infatti, tali attività vorrebbero migliorare il rapporto con la disciplina e il clima di classe, promuovendo un apprendimento inclusivo e aiutando gli studenti a prendere fiducia nelle proprie capacità e nel proprio pensiero, attribuendo senso e promuovendo una predisposizione positiva verso l'apprendimento per gli studenti e un insegnamento stimolante e significativo per il docente.

Per poterne cogliere il valore è necessario che egli abbia però delle conoscenze di tipo epistemologico, che permettano di effettuare una riflessione disciplinare legata alla storia e allo sviluppo delle idee matematiche oltre che alle potenziali connessioni che la matematica ha con la realtà. L'insegnante deve essere poi in possesso di conoscenze che gli permettano di fare un'analisi del legame fra i processi cognitivi che si attivano durane l'attività e i significati matematici obiettivo dall'attività, e di come fare emergere questo legame.

Inoltre, sempre secondo il parere degli esperti, affinché l'implementazione sia ben progettata e porti ai risultati auspicati, è necessario che vengano tenuti in considerazione i seguenti accorgimenti:

- è necessario selezionare attività, materiali e task che abbiano un potenziale semiotico, una natura dialogica;
- è necessario che l'attività abbia carattere esplorativo e di scoperta, nelle tempistiche, nelle interazioni degli studenti, nella natura dei compiti da portare a termine, negli interventi dell'insegnante;
- è necessario ricostruire la consapevolezza matematica dietro alle intuizioni percettivo-motorie attivate durante l'attività. L'insegnante deve essere allerta dal cosiddetto *Effetto Jourdain;*
- è necessario tornare a riflettere sull'attività con una sistemazione finale affinché la conoscenza matematica acquisita possa essere resa trasferibile in altri contesti;
- è necessario trovare il percorso più adatto al gruppo classe e agli individui in modo specifico, pur fissando gli obiettivi didattici, ed essere flessibili e ricettivi durante l'attività didattica ad una comunicazione e produzione matematica che può essere non formale;
- è necessario che gli studenti percepiscano la motivazione che segue lo sforzo che stanno compiendo impegnandosi nell'attività proposta e che venga dato rilievo alla loro produzione.

Possibili interventi

Date le caratteristiche sopra descritte, interventi che porterebbero a facilitare l'introduzione delle attività ABM sono delle formazioni che presentano le seguenti caratteristiche:

1. partono dalla consapevolezza e dalla riflessione condivisa con altri insegnanti sul proprio insegnamento e sulla propria visione della matematica;
2. sviluppano, a partire dalle pratiche proposte dagli insegnanti, delle osservazioni che portano a dare consapevolezza del ruolo che potrebbe avere un approccio di tipo esplorativo e in cui sono enfatizzati gli aspetti di coinvolgimento di corpo e movimento;
3. forniscono una vastità di esempi, corredati di materiali e strumenti resi disponibili, all'interno della quale si fa fare esperienza diretta delle attività all'insegnante;
4. prevedono la presenza di esperti-coach che implementano in classe un'attività come esempio formativo, o di osservazione di pratiche di colleghi durante ore d compresenza;

5. si accompagnano a guide che raccolgono esempi di esperienze, percorsi in cui sono esplicitate le attività, i materiali, i legami con i programmi curriculari, i contenuti, gli obiettivi e le tempistiche.

Rispetto a questo ultimo punto, a partire da quanto osservato rispetto alla diffusione di piattaforme online o raccolte di buone pratiche, popolari nel contesto australiano, i ricercatori di questo Paese hanno più volte ipotizzato il potenziale successo che potrebbe avere, tra gli insegnanti, la costruzione di piattaforme in cui siano organizzate le risorse didattiche, corredate da guide molto dettagliate che integrano quanto proposto nella programmazione curricolare. Suggeriscono, cioè, la possibilità di presentare le attività, come possono essere quelle in cui gli studenti sono coinvolti con il loro corpo e movimento, indicando in modo specifico, i materiali o gli strumenti coinvolti, il loro utilizzo e l'interazione prevista nel momento didattico, i compiti da proporre, le tempistiche coinvolte, gli obiettivi specifici dell'attività, rendendo inoltre espliciti i legami curricolari che permettono di integrarli nella programmazione del docente. Questa sembra essere l'intenzione che guida anche alcuni recenti percorsi che sono stati sviluppati in Italia, come quelli proposti dal CIDI (*Centro di Iniziativa Democratica degli Insegnanti*). Anche la ricercatrice Baccaglini-Frank dichiara come questa prospettiva, pur non rappresentando l'ottimo, potrebbe essere funzionale all'introduzione in classe di una didattica che, ad esempio, sia esplorativa e faccia utilizzo di artefatti, come quella promossa nel progetto PerContare. Infatti, questo modo di procedere, deresponsabilizzando l'insegnante, renderebbe fruibile e facilmente accessibile l'approccio a una didattica esplorativa, restando all'interno della zona confortante della propria programmazione didattica ed essendo supportati sia nella selezione di percorsi, facilitando la reperibilità di proposte che hanno avuto una validazione sperimentale, che nella loro implementazione.

Gli interventi che garantirebbero un *continuum* nell'implementazione, secondo il parere degli esperti, potrebbero invece essere una formazione di lunga durata, che accompagna e sostiene nella pratica l'insegnante, la presenza di una rete di insegnanti che si confrontano e supportano, interna al contesto scolastico, e degli incentivi ai docenti. Questi ultimi possono consistere, ad esempio, in premi rivolti agli insegnanti che aderiscono, in comunità di pratica, a una formazione continua nel tempo, producendo e condividendo percorsi e risorse, investimenti nelle risorse scolastiche per l'acquisto di materiali e strumenti specifici, l'istituzionalizzazione del tempo impiegato nella progettazione e co-progettazione collaborativa degli insegnanti nella scuola o garantire la presenza di una figura di supporto, ad esempio, tecnologico, nello svolgimento delle attività.

A livello strutturale, le necessità che vengono indicate sono una programmazione per cicli lunghi, e quindi una stabilità di assegnazione delle classi, un monte ore adeguato con distribuzione oraria che permetta lo svolgimento di attività più lunghe e complesse, la presenza di spazi adeguati e la libertà nella gestione degli ambienti, come anche il prevedere attività di compresenza a scopo formativo e di collaborazione anche nelle ore di lezione frontale.

3.4.3.3. Le direzioni dell'indagine

Nei contributi è emerso come gli esperti ritengano rilevante comprendere e conoscere la consapevolezza degli insegnanti riguardo le pratiche e le convinzioni che li guidano, determinando, allo stesso tempo, quale sia la realtà della loro pratica scolastica nel tentativo di introdurre l'innovazione didattica nel contesto scuola. Per quanto sottolineato, andare ad investigare le pratiche didattiche dei docenti e le loro consapevolezze rispetto alla proposta delle attività ABM sembra quindi costituirsi come un passo fondamentale da compiere. Questo, sia nell'ottica di investigare la corrispondenza e le distanze che esistono fra quanto emerso nella ricerca e nei contributi degli esperti e quanto viene percepito dai docenti che abitano la scuola, sia per comprendere la prospettiva degli insegnanti e ipotizzare la presenza di eventuali profili d'insegnamento e fattori che influenzano la proposta in casse di queste attività.

Servendoci dei risultati emersi dall'analisi delle interviste agli esperti, che appaiono massimamente coerenti con quanto emerge dalla letteratura, nella nostra indagine sembra essere necessario raccogliere informazioni che possano:

1. caratterizzare il contesto scolastico, che potrebbero avere influenza sulla cultura scolastica in cui l'insegnante si trova ad operare;
2. caratterizzare il profilo del docente, tramite informazioni su background educativo e di esperienza di insegnamento, che può dare indicazioni riguardo le conoscenze e consapevolezze possedute in campo psico-pedagogico e disciplinare;
3. esplicitare le convinzioni che hanno sviluppato gli insegnanti rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica e rispetto alle specifiche attività in oggetto;
4. descrivere le pratiche didattiche dichiarate dagli insegnanti: in particolare, l'esperienza nell'implementazione delle attività che coinvolgono corpo e movimento degli studenti per l'esplorazione matematica e le caratteristiche di tale implementazione, se effettuate.

Le caratteristiche del contesto

Per quanto emerso dalle interviste, riguardo all'influenza di impliciti e indicazioni ufficiali che guidano l'operato degli insegnanti determinando la cultura scolastica, sembra necessario andare a comprendere quali siano i contesti scolastici nei quali operano gli insegnanti coinvolti. Ci rivolgiamo perciò ai docenti con quesiti che vadano a caratterizzare la tipologia di scuola nella quale operano: privata o pubblica e, nel contesto australiano, anche il tipo di selezione e organizzazione degli studenti nelle diverse classi. Queste caratteristiche potrebbero andare ad influire su fattori, come quelli legati alle difficoltà di gestione della classe o di disponibilità delle risorse, ma anche di flessibilità organizzativa, che è stato ipotizzato possano avere influenza sulla disponibilità dei docenti ad implementare le attività. Chiederemo, inoltre, se la scuola risulta indirizzata da uno specifico metodo educativo o se si presenta come tradizionale, in quanto, questo fattore potrebbe determinare la cultura scolastica e le convinzioni educative dell'insegnante.

Le conoscenze e l'esperienza degli insegnanti

Per quanto riguarda le caratteristiche degli insegnanti che potrebbero influire sulle loro convinzioni e la loro predisposizione verso la proposta delle attività in oggetto, vi sono certamente alcune conoscenze degli insegnanti, che potrebbero essere dipendenti dal background educativo. Infatti, viene sottolineato dai ricercatori come, per proporre queste attività, sia necessario un rapporto positivo con la disciplina, dato dalla convinzione di possedere delle conoscenze sufficienti a mettersi in gioco con attività di questo tipo e che, per poterne cogliere l'apporto positivo ed implementarle in modo efficace, siano necessarie consapevolezze sulla complessità che si nasconde dietro i significati matematici e il loro apprendimento, come i processi cognitivi coinvolti e il loro legame con gli aspetti matematici. Quindi, senza dubbio è necessario che l'insegnante abbia una conoscenza opportuna dei contenuti disciplinari; perciò, innanzitutto, la profondità degli studi in ambito matematico potrebbe essere determinante. Ad esempio, guardando al caso dell'insegnamento nella scuola di secondo grado, la presenza di una specifica formazione matematica piuttosto che una generica formazione scientifica potrebbe incidere in modo sostanziale sulla confidenza con la disciplina, ma anche con la visione della stessa che l'insegnante ha sviluppato nel suo percorso di studi. Peraltro, un'attenta riflessione epistemologica, ad esempio, in relazione alla nascita e allo sviluppo delle idee matematiche, legata alla conoscenza pedagogica del contenuto e ai processi cognitivi coinvolti nell'insegnamento-apprendimento viene sottolineato non essere, per di più, presente in modo uniforme all'interno dei corsi di laurea in matematica stessi, sebbene si possa ipotizzare che essa sia maggiormente presente nei percorsi specialistici in didattica della matematica.

Nelle interviste non sono emerse indicazioni inerenti all'influenza che può avere l'esperienza accumulata dei docenti nella proposta delle attività ABM, se non in riferimento al fatto che, durante i primissimi anni di pratica nella scuola, i docenti sono maggiormente influenzati alla cultura presente nel scolastico. Tuttavia, gli anni di esperienza potrebbero determinare una diversa inclinazione verso la proposta di innovazioni didattiche, per il radicamento verso la propria pratica didattica o nella disponibilità ad investire energie per affrontare dei cambiamenti, oppure per le insicurezze legate alla gestione della classe o la suscettibilità rispetto alle opinioni dei colleghi e di tutti i soggetti coinvolti nel sistema scuola. Peraltro, la precarietà dell'insegnamento viene richiamata come un fattore che affligge profondamente l'introduzione di innovazioni didattiche, soprattutto di quelle che apportano vantaggi su una programmazione di lungo periodo, come quella legata alla proposta di attività ABM. Per cui, gli insegnanti da poco introdotti nel sistema scolastico potrebbero trovarsi maggiormente colpiti anche da questa difficoltà.

Infine, anche le materie insegnate dal docente potrebbero determinare convinzioni, consapevolezze e predisposizioni differenti a proporre in classe le attività ABM. Ad esempio, un insegnante che ha a disposizione più ore di insegnamento, che può giostrare fra diverse materie, sicuramente dispone di maggiore flessibilità organizzativa ma possiede anche più libertà per la costruzione di percorsi interdisciplinari, che sono ritenuti, soprattutto dagli esperti australiani, terreno fertile per la proposta di attività di questo tipo.

Le convinzioni dell'insegnante

Per quanto emerge dalle interviste, ed è confermato dalla letteratura, appare fondamentale indagare quali siano le convinzioni degli insegnanti rispetto all'insegnamento-apprendimento della matematica per comprendere l'interpretazione e l'utilizzo della proposta nella pratica didattica: in particolare, quale sia la visione della matematica e dell'insegnamento-apprendimento della matematica a scuola e quale sia il ruolo assegnato al docente, agli studenti e ai pari per lo sviluppo del pensiero matematico.

Rispetto al primo punto, gli esperti mettono in evidenza come la proposta delle attività in oggetto sia ostacolata da una visione dell'insegnamento-apprendimento trasmissivo, che ha come pilastro centrale la fiducia nell'efficacia didattica della spiegazione alla lavagna, come anche da un insegnamento volto ad una conoscenza di stampo procedurale. Inoltre, anche una visione della matematica di stampo platonico, come astratta e slegata dagli aspetti concreti e dalle sue rappresentazioni, allontana da queste proposte didattiche, soprattutto nella scuola secondaria. Viene invece messo in evidenza come queste proposte siano allineate con una visione dell'insegnamento-apprendimento che miri ad una conoscenza concettuale profonda, significativa e relazionale della matematica e, perciò, come possano trovare terreno più fertile in chi abbraccia questa visione della disciplina. Inoltre, secondo il parere degli esperti, gli insegnanti dovrebbero disporre di convinzioni, riguardo i processi di insegnamento-apprendimento, di tipo costruttivista, riponendo la fiducia nella volontà di apprendimento dello studente, o socio-costruttivista, e quindi ritenere lo scambio fra pari il momento formativo essenziale, oltre a considerare anche il docente come protagonista di questo processo. Perciò, le dimensioni che stabiliscono il ruolo del docente, dei pari e dello studente stesso, nello sviluppo del pensiero matematico, assumono rilevanza per comprendere la filosofia con la quale realizzate queste attività. Infine, essi dovrebbero credere nella possibilità di un insegnamento-apprendimento che si rivolge a tutti gli studenti, e dunque garantire un apprendimento significativo per ogni studente come obiettivo primario.

Peraltro, gli esperti mettono in luce che il primo limite che dovremmo aspettarci di trovare nelle scuole è proprio un'incoerenza fra la realizzazione di queste attività e la filosofia che sottostà all'agire dell'insegnante. Nella nostra indagine, potremmo infatti incontrare insegnanti che nutrono la convinzione di proporre queste attività nella pratica scolastica e che potrebbero però abbracciare filosofie ben distanti da quelle indicate, dagli esperti e dalla ricerca, come caratterizzanti queste proposte didattiche.

Altre convinzioni, influenti nella dinamica legata alla proposta e all'implementazione delle innovazioni didattiche, sono quelle che riguardano le attività ABM stesse e, più in generale, il ruolo del corpo, del movimento e dell'utilizzo degli artefatti a scopo esplorativo nella pratica scolastica.

Come abbiamo già sottolineato precedentemente, per prima cosa, risulta essenziale che gli insegnanti siano convinti dell'importanza di implementare in classe questo tipo di attività, che le attività siano adeguate in riferimento all'età degli studenti, ma anche alla tipologia di studenti che possono giovare della loro introduzione, e inoltre questa adeguatezza riguarda anche i contenuti che si ritiene di poter veicolare con queste proposte.

Per capire con quali obiettivi, e quindi anche con quale filosofia, tali attività vengono proposte, è fondamentale che vengano esplicitati gli elementi su cui si pensa che abbia impatto la loro introduzione.

Riassumendo brevemente la posizione degli esperti, essi indicano effetti che influiscono su un apprendimento a lungo termine e concettualmente più profondo, sull'efficacia didattica che può riguardare anche miglioramenti nei test standardizzati, benché non negli automatismi procedurali, sull'appropriazione di una terminologia specialistica e del linguaggio specifico in modo significativo. Inoltre, si ritiene che le attività modifichino la visione della matematica da parte degli studenti, rendendo lo studio maggiormente volto alla costruzione di senso e connesso alla realtà e all'interpretazione del mondo. Gli esperti ipotizzano, inoltre, effetti migliorativi rispetto al clima di classe e alla motivazione, e all'inclusione verso un apprendimento significativo per un maggior numero di studenti. Infine, evidenziano che gli effetti positivi coinvolgano anche gli insegnanti, rendendoli più motivati e gratificati, ma anche rendendo più efficace la loro comunicazione con gli studenti e, soprattutto, aumentando la loro conoscenza e consapevolezza riguardo i processi di apprendimento degli studenti. Investigheremo, perciò, quale sia la prospettiva degli insegnanti rispetto a queste dimensioni.

Ostacoli e difficoltà

È bene inoltre individuare quali siano gli ostacoli e i limiti che gli insegnanti individuano, sia per acquisire consapevolezza riguardo eventuali fattori ostativi per l'implementazione, ma anche per disvelare convinzioni e aspettative in merito a queste proposte.

Riassumendo brevemente quelli ipotizzati dagli esperti, gli ostacoli che possono incontrare gli insegnanti, e quindi limitare l'introduzione di queste attività didattiche, sembrano essere legati principalmente all'investimento di tempo che viene richiesto, oltre a comportare un grande investimento di energie per la loro pianificazione, non apportando tuttavia risultati percepibili nel breve termine, in contrapposizione con la forte pressione che viene avvertita dagli stessi nella corsa allo svolgimento del programma e al raggiungimento di buone valutazioni in tempi brevi. In secondo luogo, vengono evidenziate la presenza di risorse e spazi adeguati, le difficoltà nella gestione della classe, compresa la problematicità di includere nelle attività tutti gli studenti indipendentemente dai livelli di rendimento o da specifiche difficoltà, la complessità di valutare quanto appreso durante l'attività, la mancanza di confidenza, percepita dagli insegnanti, verso questi approcci, che riguarda la gestione sia dei contenuti che degli artefatti, o anche l'instabilità legata al cambio di paradigma richiesto nel processo di insegnamento-apprendimento, che potrebbe apportare delle aggiuntive difficoltà iniziali, oltre a destabilizzare il contratto didattico. Inoltre, un ostacolo ulteriore potrebbe essere rappresentato dalla cultura del contesto, a partire dai colleghi, dal dirigente, dai genitori ma anche dagli stessi studenti. Infine, vi sono le convinzioni riguardanti l'adeguatezza, sopra citate. Risulta, perciò, interessante andare ad indagare queste dimensioni, sia come motivazioni per coloro che non implementano queste attività nella loro pratica scolastica, ma anche come limiti e difficoltà percepite anche da coloro che comunque le implementano.

Per comprendere i limiti e i fattori che ostacolano la proposta delle attività legate all'esperienza, magari fallimentare, vissuta da qualche insegnante, sarebbe interessante andare ad osservare le ragioni dei fallimenti; più in generale, potrebbe essere informativo andare ad investigare la percezione delle difficoltà iniziali che possono essere incontrate nell'implementazione, alle quali si è fatto riferimento in molteplici interviste. Gli esperti hanno messo in evidenza il possibile insorgere di difficoltà iniziali da parte degli studenti, date dal cambiamento del contratto didattico, ovvero dalla proposta di un modo di lavorare in classe al quale devono abituarsi in modo graduale, che necessita di un periodo di adattamento. Peraltro, si ritiene che, soprattutto nella scuola secondaria, agli studenti vada motivata l'introduzione degli strumenti e delle attività che vengono proposte affinché essi risultino ingaggiati e l'introduzione possa risultare efficace. Per di più, oltre alle difficoltà incontrate con il contenuto matematico, gli studenti possono trovarsi ad affrontare delle ulteriori difficoltà legate all'utilizzo degli artefatti; una buona idea potrebbe essere perciò prevedere una fase iniziale dell'attività dedicata all'esplorazione di tali artefatti e degli schemi d'uso connessi, volti alla scoperta dei significati matematici.

Caratterizzazione dell'implementazione

Un'indicazione fondamentale da raccogliere, inerente alla realizzazione delle attività ABM, è la misura della pervasività di queste attività nella pratica didattica dell'insegnante, come la frequenza con cui vengono proposte e il numero di lezioni coinvolte nei percorsi che vengono implementati. È infatti possibile, come hanno sottolineato gli esperti, che i docenti non integrino queste attività nella loro programmazione scolastica, ma che le considerino come un di più, da proporre sporadicamente. Ovviamente si celano, dietro questi atteggiamenti, indicazioni che riguardano le convinzioni e la filosofia con la quale queste attività vengono portate in classe.

Dato che, secondo gli esperti, risulta essere di fondamentale importanza la selezione dell'attività, che sia esplorativa e significativa, la scelta di materiali, opportunamente selezionati in base agli obiettivi didattici, oltre all'adattamento delle attività al gruppo classe, risulta necessario esplorare i criteri di selezione adottati dagli insegnanti e la loro autonomia in questa scelta. Questo permetterebbe di capire anche il tipo di interventi che hanno effetto nel perpetuare queste proposte didattiche nella scuola.

Un'altra criticità, che viene ritenuta causa di possibili fallimenti da parte degli esperti, oltre che essere motivo di smarrimento per l'insegnante, riguarda la valutazione delle attività. Rispetto alla valutazione, i ricercatori hanno espresso, con particolare enfasi, la necessità di non sovrapporre il piano valutativo e quello formativo, durante lo svolgimento delle attività, e di occuparsi di una valutazione del processo e non della prestazione delle stesse. Suggeriscono, nel proporre una valutazione a fine percorso, l'inclusione degli artefatti utilizzati nell'attività all'interno della prova valutativa, oppure di utilizzare valutazioni di più ampio respiro come *project-work*, osservazione o pratiche di autovalutazione. Tuttavia, viene anche sottolineato come non siano presenti a livello di ricerca delle chiare indicazioni riguardo a come debba avvenire una valutazione per questo tipo di attività, per cui è interessante andare a investigare quali siano a tale riguardo le concezioni degli insegnanti.

Infine, il ruolo dell'insegnante viene indicato dagli esperti come centrale per l'efficacia di queste attività didattiche. Risulta quindi importante determinare quale sia il livello di guida didattica, il tipo di strutturazione dell'attività e il ruolo che l'insegnante stesso attribuisce a sé stesso.

Dai contributi degli esperti emerge che egli, o ella, ha il compito di progettare, in modo preciso e strutturato, l'attività, mantenendo però grande flessibilità nell'implementazione. Seleziona l'attività, l'impiego e l'interazione degli artefatti, l'ambiente nella classe e i compiti da associare in fase di progettazione, presentandosi però, nel momento didattico, come regista e orchestratore, senza però indirizzare e guidare lo svolgimento dell'attività. Durante l'intervento didattico, si ritiene che debba essere in grado di lasciare liberi gli studenti di esplorare, intervenendo come membro del discorso esclusivamente per fornire il linguaggio necessario, e per aprire la riflessione degli studenti con altre chiavi di lettura. Gli studenti dovrebbero poter agire o interagire con gli artefatti personalmente e, durante le attività, dovrebbe essere incentivato lo scambio fra pari, ad esempio, organizzando il lavoro a piccoli gruppi. Dovrebbe essere data importanza ai contributi e alle produzioni degli studenti, dando importanza ai processi più che ai prodotti e incentivando un ambiente sereno di lavoro. In fase conclusiva, si pensa fondamentale il suo ruolo nella sistematizzazione matematica, ovvero nel tornare a riflettere sull'attività rendendo conoscenza consapevole la matematica affrontata dagli studenti durante l'attività. Andremo perciò a interpellare, rispetto a queste dimensioni, gli insegnanti che dichiarano di implementare queste pratiche nella scuola.

Le differenze tra gli ordini scolastici

Emerge abbastanza all'unisono, nelle narrazioni degli esperti, l'ipotesi della presenza di differenze sostanziali all'interno dei diversi ordini scolastici, in particolare, distinguendo tra scuola primaria e secondaria. Sarà quindi necessario prendere in considerazione le differenze che possono presentarsi a questo riguardo. Presentiamo, di seguito, alcune caratterizzazioni che vengono ipotizzate dagli esperti e che andremo ad analizzare nei risultati.

Sebbene non si presentino differenze riguardo all'importanza e gli obiettivi dell'introduzione di queste attività, gli esperti ritengono fondamentale realizzarle nella scuola primaria in modo più massiccio e strutturale rispetto alla scuola secondaria, dove le attività ABM possono venire presentate meno frequentemente, proprio per l'insorgere di una necessità di formalizzazione molto più intensa nei gradi scolastici superiori, sebbene essi ritengano, comunque, che non debbano essere mai abbandonate del tutto. Peraltro, gli esperti ipotizzano che nella scuola primaria gli insegnanti siano molto più coscienti del ruolo del corpo e del movimento per l'apprendimento e che, quindi, promuovano maggiormente queste attività rispetto alla scuola secondaria, dove queste pratiche possono invece essere percepite come totalmente estranee. Infine, ritengono anche che, negli ultimi anni, a livello internazionale, le politiche educative promuovano il coinvolgimento degli aspetti legati alla concretezza e all'utilizzo di artefatti in riferimento agli studenti più giovani mentre, al contrario, a questi viene attribuita scarsa enfasi nella scuola secondaria. Gli esperti ipotizzano, quindi, che possa presentarsi una pervasività maggiore delle attività nella pratica degli insegnanti di scuola primaria, ed è anche ciò che in una certa misura auspicano.

Gli esperti manifestano però delle perplessità in riferimento alla consapevolezza matematica e del legame fra i processi cognitivi ed i significati matematici, che dovrebbero costituire l'obiettivo di queste attività, che potrebbero possedere gli insegnanti di questo blocco scolastico, in assenza di conoscenze epistemologico-disciplinari adeguate. Quanto appena sottolineato si presenta, altresì, come un ostacolo all'introduzione di tali attività nella pratica didattica, oltre che ad una sua efficace implementazione; infatti, per tali insegnanti potrebbe risultare problematico mettersi in gioco senza un'adeguata confidenza con i contenuti matematici o se, ad esempio, non hanno avuto un buon rapporto con la disciplina nel momento in cui sono stati studenti.

Questo aspetto potrebbe costituire un ostacolo in modo minore per gli insegnanti della scuola secondaria, soprattutto quando questi hanno effettuato corsi di studio in cui la matematica risulta molto presente. Tuttavia, questi ultimi potrebbero essere maggiormente preoccupati dalle criticità legate alla gestione della classe, al non perdere tempo, allo svolgimento di una programmazione curricolare, ai riscontri nei test di valutazione standardizzati e negli esami di maturità. Inoltre, potrebbero essere più soggetti al perpetuarsi di copioni di insegnamento trasmissivo, non messi in discussione; essi, infatti, potrebbero essere anche meno consapevoli della complessità del processo di insegnamento-apprendimento essendo, presumibilmente, studenti che hanno incontrato poche difficoltà con l'apprendimento della disciplina.

Riguardo alle caratteristiche dell'implementazione e le strategie che potrebbero influenzarne l'efficacia, nel caso di insegnanti di scuola primaria, sembra essere necessario adottare un'esplorazione libera degli studenti, che devono avere la possibilità di sperimentare, e l'insegnante deve essere bravo a sottrarsi per permettere ai bambini di effettuare le scoperte in autonomia. Nella scuola di secondo grado, dove agli stessi studenti va motivata l'utilità di introdurre ed impegnarsi in tali attività, probabilmente possono essere dati anche più vincoli, ad esempio, nelle tempistiche, e anche l'insegnante può intervenire in modo più pervasivo, sempre però come membro di un discorso comune e mai nel guidare, con un effetto ad imbuto, gli studenti verso le conclusioni.

Concludendo, le direzioni di ricerca emerse dall'analisi qualitativa delle interviste agli esperti hanno validato la struttura investigativa dell'indagine rivolta agli insegnanti, i cui nodi centrali si sviluppano in modo coerente e allineato rispetto a queste indicazioni. Inoltre, i loro contributi hanno fornito ipotesi interpretative che possono caratterizzare i risultati dell'indagine, oltre ad offrire un quadro concettuale della prospettiva degli esperti, che sarà utile confrontare con quello che emergerà dalla prospettiva degli insegnanti coinvolti.

Nei prossimi tre paragrafi, presenteremo l'indagine rivolta agli insegnanti, partendo dalla progettazione degli strumenti nel Capitolo 4, proseguendo con la presentazione dei risultati italiani nel Capitolo 5 e, infine, illustrando i risultati australiani nel sesto Capitolo.

4. L’indagine rivolta agli insegnanti: la progettazione degli strumenti

L’indagine condotta con gli insegnanti è avvenuta tramite un questionario e successive interviste di follow-up. La progettazione dell’indagine e dei suoi strumenti è seguita da uno studio della letteratura e dalle indicazioni tratte dalle interviste agli esperti che ne hanno modellato la struttura. Oltre a questo, le scelte sono state determinate dalla necessità di condurre un’indagine speculare in Italia e in Australia, e quindi di adattarsi a due contesti molto distanti, insieme alla volontà di perseguire gli accorgimenti etici suggeriti dalle commissioni delle due università coinvolte nel progetto.

Nel seguente capitolo, dapprima illustreremo le scelte metodologiche effettuate, in un secondo paragrafo forniremo un approfondimento relativo alla difficile questione della rilevazione dei *belief*, infine presenteremo, in un terzo, la progettazione e costruzione del questionario illustrandone il framework teorico e le tecniche di rilevazione, fornendo al termine un approfondimento sugli item vignette.

4.1. La scelta degli strumenti d’indagine

La scelta di utilizzare un questionario online ha permesso di avere grande flessibilità nella struttura dello strumento, prevedendo la possibilità di avere versioni simmetriche e parallele, capaci, ad esempio, di tenere conto di alcune distinzioni rilevanti tra insegnanti della scuola primaria e secondaria, e di differenziare i percorsi di compilazione grazie alla presenza di domande filtro.

Inoltre questa modalità permette al rispondente di effettuare la compilazione in un momento conveniente e in un luogo possibilmente confortevole, lontano dalla pressione che potrebbe percepire da parte del ricercatore che lo somministra. In particolare, questo fattore è particolarmente utile in indagini esplorative ed in riferimento alle domande aperte o che richiedono una maggiore riflessione da parte dei rispondenti, che possono dedicare così il tempo e la calma richiesti per la compilazione. Perciò, sebbene si ritenga che un tale strumento debba essere composto principalmente da domande chiuse, la modalità risulta congeniale anche per raccogliere informazioni testuali con domande aperte, preferibilmente brevi (Moreh, 2019).

Lo svantaggio, come in ogni questionario auto-compilato, è determinato principalmente dalla impossibilità di fornire chiarimenti nel momento della compilazione, e di approfondire alcune risposte, interagendo a più riprese con il rispondente. Per questa ragione, abbiamo deciso di coinvolgere i partecipanti anche in interviste successive di follow-up che permettessero di andare in profondità rispetto alcune tematiche ritenute particolarmente rilevanti e di indagare ulteriormente le indicazioni maggiormente rilevanti che emergono dall’analisi delle risposte al questionario. Tali interviste sono state effettuate tramite la piattaforma Zoom per le difficoltà di condurre incontri in presenza a causa dell’emergenza pandemica.

In particolare, in Italia abbiamo condotto focus-group di follow-up online, raggruppando gli insegnanti secondo gli ordini scolastici di appartenenza, in numero variabile tra gli 8 e i 12 partecipanti. Lo strumento del focus-group risulta particolarmente valido, nel caso di indagini esplorative, per fare emergere le opinioni dei partecipanti, come ipotetici punti di accordo e disaccordo tra gli insegnanti coinvolti. In particolare, è in grado di fornire informazioni che permettono di approfondire le tematiche che vengono poste come oggetto di discussione nel gruppo, grazie alla dinamica interazione che si instaura tra i partecipanti (Trinchero, 2004). Risulta perciò particolarmente adatto al nostro scopo di offrire la possibilità ai docenti che hanno risposto al questionario di effettuare degli affondi su questioni specifiche, chiarendo delle opinioni riscontrate nel questionario, o aprendo a nuove direzioni investigative o ipotesi aggiuntive che non hanno trovato spazio all’interno del questionario. La scaletta delle domande e le *domande sonda*, ovvero gli stimoli aggiuntivi necessari qualora non dovesse innescarsi il dialogo tra i partecipanti sono riportati nel protocollo illustrato nell’Appendice 1.2.

Abbiamo invece deciso di condurre interviste semi-strutturate individuali in Australia per due motivazioni principali: le problematicità sollevate dal comitato etico rispetto alla possibilità di rendere non identificabili i partecipanti durante le interviste e per le valutazioni rispetto alla difficoltà di condurre focus-group online in una lingua diversa dalla lingua madre. Tale scelta è risultata particolarmente riuscita soprattutto in vista del basso numero di insegnanti australiani raggiunti con il questionario. Il protocollo relativo alle interviste semi-strutturate condotte con gli insegnanti australiani è anche esso riportato nell’Appendice 2.2

Concludiamo questo paragrafo, riportando una riflessione di Moreh che sottolinea come, sebbene una indagine esplorativa condotta online non offra la possibilità di generalizzare i risultati ottenuti, prevedendo un campione volontario e non rappresentativo di partecipanti alla ricerca, offre la possibilità di ipotizzare aspetti che potrebbero esserlo:

> Online surveys are very unlikely to generate data that are generalizable, but thinking carefully about the limits of the data obtained can also help identify aspects and contexts in which they are generalizable, and therein lies the strength of most quantitative projects. (Moreh, 2019; p.13)

L’indagine si pone l’obiettivo di indagare le pratiche dichiarate e i *belief* degli insegnanti. Nel prossimo paragrafo presenteremo brevemente alcune riflessioni teoriche riguardo le problematiche legate alla loro rilevazione, discutendo anche la complessità nella lettura della loro reciproca influenza. Successivamente descriveremo più dettagliatamente le scelte che abbiamo effettuato a questo proposito nella nostra indagine.

4.2. La rilevazione dei belief nell’ambito dell’educazione matematica

La rilevazione dei *belief* si è da sempre dimostrata alquanto problematica: sicuramente la mancanza di una terminologia precisa, e di conseguenza di una definizione operativa, rende impossibile la costruzione di strumenti adeguati alla rilevazione (Di Martino, 2004), altresì, dato che i *belief* appartengano alla sfera psicologica, risulta ad ogni modo impossibile al ricercatore poter ricavare informazioni in modo diretto su di essi (Pajares, 1992). Nella limitazione di poter soltanto inferire su di essi (Corbetta, 2014), investigando i *belief*, le due tipologie di rilevazione comunemente adoperate sono state la ricerca di informazioni tramite domande dirette o indirette (interviste/questionari) al soggetto oppure un'osservazione delle azioni dell'individuo nel contesto. È bene portare in evidenza che questa seconda strategia pone le sue basi su un assunto fondamentale: tra *belief* e azioni deve esistere un, più o meno diretto, rapporto di natura causale (Funghi, 2009). In origine la tendenza era di considerarlo un rapporto di tipo deterministico, ma tale approccio ha destato grandi perplessità; ad esempio, Schoenfeld, nella sua ricerca (1989), ha portato evidenze della distanza tra i *belief* e i *belief-in-action,* che rinforzano la dubbiosità di questo assunto. Come sottolineano Zhang e Morselli (2016), ultimamente viene invece considerato prevalentemente un rapporto di tipo dialettico tra azioni e *belief*, mettendone in luce gli aspetti di mutua influenza. Tuttavia, come osserva Funghi (2019), il motivo principale per cui vengono studiati i *belief,* soprattutto in riferimento agli insegnanti, è che si ritiene che vi sia una profonda influenza sull'azione didattica che parte proprio dalle profonde convinzioni in relazione a tale operato, perciò l'assunto di cui sopra sembra essere un implicito abbastanza naturale nell'ambito di queste ricerche.

In riferimento alla prima tipologia di tecniche di rilevazione, e considerando in particolare le domande dirette, le prime limitazioni evidenti sono da ricercarsi nella possibile difficoltà di esprimere dei *belief* che hanno spesso radici remote e, peraltro, non di rado risultano essere inconsapevoli. Tali problematiche sono amplificate dai limiti dell'utilizzo del canale verbale e le relative difficoltà nella ricerca delle parole per esprimersi, se le domande sono aperte (Leatham, 2006). Inoltre, è bene tenere presente la diversa interpretazione che intervistato e intervistatore potrebbero dare degli stessi termini (Speer, 2005) e, ancora, gli effetti della cosiddetta *desiderabilità sociale,* particolarmente influenti quando si indagano costrutti di questa natura (Funghi, 2019). Peraltro, poiché fra le intenzioni e la pratica effettiva vi è spesso una profonda distanza, se non addirittura un vero e proprio scollamento, dobbiamo tenere presente che ciò che è possibile investigare non sono delle predizioni di comportamento, ma sono delle intenzionalità a livello astratto, perciò possiamo trarre informazioni riguardo a ciò che viene percepito e interpretato dagli intervistati ma non rispetto a ciò che verrà effettivamente trasportato sul piano della realtà (Skilling & Stylianides, 2020).

L'osservazione, d'altro canto, presenta altrettante complicazioni, come, ad esempio, il cosiddetto *effetto Hawthorne*, ovvero il fatto che la presenza dell'osservatore può alterare i comportamenti e, conseguentemente, la rilevazione da parte del ricercatore (Diaper, 1990). Inoltre, le inferenze possono variare molto a seconda della prospettiva adottata dal ricercatore, va però sottolineato che tale ingerenza è un implicito che va, in una certa misura, assunto nella ricerca interpretativa (Di Martino, 2004). Altri studiosi (ad esempio, in Leder et al., 2002) puntano l'accento sulla dispendiosità e complessità dell'utilizzo di una tale tecnica. Essa presuppone la presenza di un osservatore molto esperto ed oggettivo e una operativizzazione del costrutto latente, ossia la traduzione empirica del concetto astratto in una variabile operativa e misurabile, che preveda la selezione attenta di situazioni significative e di specifici comportamenti da osservare e una strutturazione sistematica per analizzarli che permetta di fare inferenze su questi costrutti tramite una interpretazione quanto più possibile oggettiva (Cohen et al. 2007, Mueller, 1986).

4.2.1. I possibili strumenti per la rilevazione dei belief

Come abbiamo brevemente accennato, le tecniche utilizzate per misurare i *belief* fanno parte di un acceso dibattito che ne riguarda la validità e attendibilità di rilevazione, con particolare preoccupazione riguardo a fattori come la desiderabilità sociale (Lemon, 1973). I metodi selezionati per misurare costrutti nella sfera dell’affettività (*affect)* sono molteplici; riportiamo di seguito i principali, individuati nella rassegna *Belief: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (Leder et al., 2002).

Prime fra tutte, soprattutto nelle analisi di tipo quantitativo, sono le scale, utilizzate principalmente in questionari. Uno dei primi esempi è lo strumento di misurazione ideato da Thurstone (1967), la *Equal-Appearing Interval scale*, nel quale si prevede che gli intervistati mettano in ordine su una scala le asserzioni presenti in una lista, in dipendenza del grado di accordo con esse. Le affermazioni sono tutte concernenti lo stesso oggetto di studio e il posizionamento delle opinioni lungo la scala fornisce la misura delle attitudini e convinzioni dell’intervistato rispetto ad esso.

Al giorno d’oggi, questo metodo di investigazione non risulta molto comune; al contrario, uno strumento di misura largamente usato sono le scale di tipo Likert (Likert, 1967). Agli intervistati viene richiesto di esprimere il proprio grado di accordo o disaccordo rispetto ad una asserzione fornita, indicando una posizione su una scala numerica generalmente composta da cinque gradi, che ha come poli l’essere “fortemente in disaccordo” da un lato e l’essere “fortemente in accordo” dall’altro. Altre volte si presentano invece come scale di frequenza.

Le scale a differenziale semantico (Osgood et al., 1970), simili nella forma ma distanti concettualmente dalle scale Likert, presentano, in una frase iniziale, l’oggetto d’indagine di cui si vogliono indagare determinati attributi, che vengono esplicitati come coppie di aggettivi, posti ai poli di scale equamente ripartite al seguito dell’affermazione. All’intervistato viene richiesto, per ogni coppia di aggettivi, di selezionare una posizione di vicinanza fra questi due poli opposti. La teoria di Osgood prevede che esistano tre dimensioni latenti della componente emotiva: la valutazione della positività/negatività dell’elemento valutato, la potenza (intesa come forza/debolezza) dell’elemento valutato, l’attività/ passività dell’elemento valutato; il suo strumento mira a dare particolare rilievo alla prima dimensione.

In ultimo, la scala di Guttman (1967), prevede che l’intervistato dichiari di essere d’accordo o in disaccordo con una serie di affermazioni proposte (solitamente sei).

Un’altra tecnica, di simile strutturazione, è quella di fornire all’intervistato una check-list di questioni, aggettivi e attributi relativi all’oggetto del quale vogliamo esplorare le convinzioni e, per ogni affermazione fornita, viene richiesto ai rispondenti se la approvano, disapprovano o non si esprimono.

Spostando l’attenzione su studi di stampo qualitativo, per indagare i *belief* vengono spesso impiegate le cosiddette “tecniche di proiezione”, ovvero viene fornito uno stimolo non strutturato o ambiguo, come ad esempio una storia, un’immagine, un video, legato alla convinzione che stiamo indagando e viene richiesto al rispondente di reagire, fornire delle spiegazioni in merito, trarre delle conclusioni, completare la storia, ecc. A questa categoria appartengono ad esempio le vignette che abbiamo utilizzato all’interno del nostro questionario.

Le interviste libere, semi-strutturate o strutturate, sono uno strumento largamente utilizzato nella ricerca di tipo qualitativo riguardo ai *belief* in Didattica della Matematica, con una predilezione per il secondo tipo. Quando l’investigazione avviene individuo per individuo, una tecnica di intervista individuale strutturata, di natura comparativa, piuttosto comune è quella del *Repertory grid:* viene richiesto ai rispondenti di effettuare connessioni fra elementi (che possono essere ad esempio persone, contenuti, strategie) e costrutti che vengono proposti, sia oralmente tramite interviste o, ad esempio, con il supporto di carta e penna proponendo la creazione di mappe concettuali, schemi rappresentativi ecc. L’obiettivo è quello di cogliere le dimensioni e le strutture di significazione personale dell’intervistato.

Infine l’osservazione, strutturata o libera, in ambiente naturale o artificiale, è considerato uno strumento estremamente valido per analizzare la sfera dell’*attitude* e i *belief*, mentre delle limitazioni di questa strategia abbiamo parlato in precedenza.

Nella sezione successiva, illustreremo le finalità con le quali abbiamo inserito l’indagine dei *belief* all’interno della nostra ricerca sulle prospettive degli insegnanti, come anche le tecniche che abbiamo selezionato per rilevarli.

4.2.1. Le scelte effettuate nell’indagine sulle prospettive degli insegnanti

Nella nostra indagine siamo interessati a investigare i *belief* perché essi influenzano la percezione (Pajares, 1992), perciò gli insegnanti interpretano situazioni e informazioni anche a partire da questi filtri. Informazioni su di essi potrebbero quindi fornirci delle chiavi di lettura relativamente alle possibili interpretazioni espresse dagli intervistati riguardo la realizzazione delle attività oggetto di indagine. In secondo luogo, i *belief* influenzano la disposizione ad effettuare scelte e ad agire (Cooney et al., 1998, Rokeach, 1968), potrebbero perciò contribuire alla costruzione di profili che si associano alla disposizione a proporre attività laboratoriali in cui gli studenti sono coinvolti tramite le loro percezioni e azioni, o rispetto a particolari sotto-dimensioni che vengono analizzate nell’indagine. In particolare, rivolgiamo l’attenzione verso due tipologie di *belief: belief* generali che riguardano la visione della matematica come disciplina e il suo insegnamento-apprendimento e *belief* riguardanti dimensioni specifiche relative alle attività ABM che stiamo studiando.

Rivolgiamo agli insegnanti alcune domande concernenti i *belief* riguardo alla matematica e al suo insegnamento-apprendimento, tramite poche domande dirette, molto mirate. Per poter investigare in modo opportuno i sistemi di *belief* riguardo a questi temi di natura generale sarebbe stato preferibile utilizzare un questionario a parte, con una batteria di domande già validate (come ad esempio, Fennema et al., 1990; Philipp et al., 2007; Wilkins & Brand, 2008; Liljedahl, 2008; Beswic, 2005; Schoen & LaVenia, 2019), addirittura magari specifiche per gli aspetti legati ai *belief* rispetto a un insegnamento più o meno costruttivista, come ad esempio il CLES (Taylor et al., 1993). Questa scelta avrebbe richiesto, però, una ulteriore grande disponibilità da parte degli insegnanti, in termini di tempi ed energie dedicate all’indagine, sforzo che non risulta così indispensabile ai fini del nostro problema di ricerca. Difatti, l’investigazione rispetto a questi temi di natura più generale non costituisce il centro della nostra indagine, che è rappresentato invece dall’individuazione dei *belief* che riguardano il coinvolgimento di corpo e movimento degli studenti in attività laboratoriali di esplorazione dei concetti matematici, e della proposta e realizzazione di attività ABM in classe. Quello che ci proponiamo perciò di raggiungere tramite l’indagine riguardante questi temi di carattere più generale è di ricevere delle intuizioni rispetto al sistema di *belief* in cui si inseriscono le convinzioni rispetto al nostro specifico tema di interesse, e l’individuazione di eventuali regolarità tendenziali, nelle risposte a queste poche domande dirette sulla matematica e il suo insegnamento-apprendimento, rispetto a quanto espresso nei confronti del principale oggetto di ricerca: le attività ABM. Questo criterio ha guidato la selezione delle domande, che coprono soltanto parzialmente le caratterizzazioni teoriche proposte nel Capitolo 1, ma che mirano a raccogliere informazioni che ipotizziamo possano essere in qualche modo connesse con i *belief* rispetto alla proposta delle attività ABM.

Le domande selezionate sui *belief* di natura generale, riguardano principalmente il ruolo giocato da alcuni fattori e attori in gioco, all’interno del contesto classe, nell’insegnamento-apprendimento della disciplina. In particolare, sono stati indagati: il peso che l’insegnante attribuisce ai soggetti (interni al contesto classe) coinvolti nello sviluppo del pensiero matematico dello studente, la caratterizzazione del ruolo rivestito dall’insegnante e l’affinità rispetto ad alcune descrizioni della disciplina sia concernenti la visione della matematica sia la natura più o meno costruttivista del suo apprendimento e trasmissiva del suo insegnamento.

Nell'indagine sono presenti poi dei quesiti volti ad indagare i *belief* degli insegnanti relativi allo specifico oggetto di indagine della nostra ricerca, ovvero rispetto alla proposta in classe di attività che coinvolgono attivamente gli studenti con il loro corpo e movimento. Le dimensioni analizzate sono costruite sulla base di una revisione della letteratura sul tema, adattate a partire da studi su costrutti di ricerca che hanno intersezioni comuni rispetto a quello presentato in questo lavoro, e sulle indicazioni fornite dagli esperti. Una presentazione dei framework teorici di riferimento seguirà nel prossimo paragrafo.

In riferimento alle scelte relative alle tecniche di rilevazione, nel nostro questionario facciamo uso di due *item* con scale di tipo Likert e di un quesito a scelta multipla per l'indagine dei *belief* di carattere generale sulla matematica e il suo insegnamento-apprendimento, mentre per i *belief* riguardo alla proposta e la realizzazione in classe di attività ABM, oltre a questo tipo di quesiti, utilizziamo poche domande a risposta breve aperta e un quesito vignetta di cui parleremo in modo approfondito al termine del prossimo paragrafo.

4.3. La progettazione e il design del questionario

La progettazione del questionario ha richiesto circa cinque mesi di lavoro. I primi sono stati dedicati alla selezione dei contenuti a partire dalla ricerca bibliografica che era stata effettuata precedentemente, integrando inoltre le indicazioni fornite dagli esperti e le informazioni relative ai contesti analizzati (struttura del sistema scolastico, i possibili percorsi di formazione dei docenti ecc.), costruendo e raffinando il framework teorico che sottende l'indagine. Ha seguito un'intensa fase di design del questionario, nella quale particolare attenzione è stata data alla formulazione dei singoli quesiti, che ha riguardato anche la scelta della specifica tipologia dell'item che più si confaceva agli obiettivi della singola domanda, alla traduzione e alla simmetria delle versioni nelle due lingue e alle due varianti parallele dello strumento (per scuola primaria e secondaria), valutando potenzialità e limitazioni dei software online che abbiamo preso in considerazione per la progettazione dello strumento. Questa valutazione, dopo l'analisi di potenzialità e limiti di vari software online come Google Moduli o Survey Monkey, ci ha portato alla scelta del software Qualtrics nella versione a pagamento messa a disposizione dell'ACU, che prevedeva strumenti a supporto di una strutturazione più complessa e completa dello strumento. Vogliamo qui inoltre sottolineare che la stesura di un questionario in lingue diverse è un processo estremamente complesso, sia per questioni legate all'uso di una terminologia specifica, sia per le distinzioni contestuali che devono essere prese in considerazione nello stilare le domande. La collaborazione e lo scambio costante con il Prof. Vincent Geiger ed i suoi assistenti di ricerca è risultata essenziale per negoziare l'utilizzo di terminologie e costrutti condivisi, o per differenziare i percorsi dove le incongruenze non prevedevano la possibilità di incontrare una soluzione comune. Infine, un'ultima fase ha previsto l'analisi del flusso complessivo delle domande: la divisione nelle sezioni, la logica del flusso (ovvero l'ordine degli item e i cosiddetti schemi di salto che determinano le domande o le sezioni successive in base alle risposte specifiche), la valutazione del numero di quesiti in corrispondenza dei tempi di compilazione, la visualizzazione delle domande nei diversi supporti (smartphone, tablet o computer), oltre agli accorgimenti di natura etica. Queste ultime fasi si sono accompagnate a una fase pilota di vaglio del questionario, essenziale per individuare problemi tecnici e per raffinare la formulazione dei quesiti.

La scelta del software Qualtrics

Per la progettazione e la distribuzione del questionario è stato utilizzato il Software Qualtrics, nella versione a pagamento messa a disposizione dalla ACU University[70]. Il software Qualtrics offre la

[70] https://acu.ca1.qualtrics.com (consultato il 25/10/2022)

possibilità di impostare il design dello strumento in modo tale che il questionario sia adatto sia ad una visualizzazione da computer che da smartphone particolarmente *user-friendly*. Inoltre, nella versione a pagamento, è possibile utilizzare la logica di salto all’interno del questionario per alcune domande o per intere sezioni, come anche impostare domande filtro e scegliere entro una vasta gamma di tipologie di item e di modalità di visualizzazione delle domande. Sono infine disponibili funzioni che permettono di avere un controllo su eventuali errori dell’utente durante la compilazione, come il limitare ad un numero massimo stabilito le possibili risposte alternative selezionabili in un item a risposta chiusa, o come la verifica del contenuto di domande a risposta aperta breve, ad esempio, per evidenziare errori nella compilazione di indirizzi email (esaminando sia la forma del contenuto del campo da riempire, sia proponendo la compilazione di un nuovo campo nel quale riconfermare l’indirizzo inserito). Al termine della progettazione dello strumento, il software pubblica un link di accesso al questionario online tramite il quale si può procedere alla compilazione. È possibile impostare una data di inizio e di fine relativa al periodo di accessibilità e fornire indicazioni sulla finestra temporale entro la quale uno stesso utente ha la possibilità di completare il questionario lasciato in sospeso, qualora non avesse terminato la compilazione, accedendo nuovamente al medesimo link. Quest’ultima funzione risulta particolarmente utile per non raccogliere risposte multiple da parte di un medesimo utente.

Nel resto de paragrafo illustreremo la struttura del questionario, la progettazione delle domande a partire dal framework teorico dell’indagine e infine le tecniche di rilevazione, fornendo un approfondimento relativo alle vignette utilizzate nel questionario.

4.3.1 Le sezioni

Sia nella versione italiana sia in quella australiana, abbiamo sviluppato due questionari paralleli, uno rivolto agli insegnanti della scuola primaria e uno agli insegnanti della scuola secondaria. Le versioni sono del tutto simmetriche, con minime variazioni per renderle adatte al contesto di insegnamento. Entrambi i questionari sono composti da cinque sezioni, brevemente riassunte di seguito.

1. *La scuola* – In questa prima sezione vengono richieste le informazioni generali che riguardano la scuola dove l’insegnante sta lavorando al momento, come, ad esempio, se la scuola è pubblica o privata, se è tradizionale o basata su uno specifico metodo educativo (ad esempio Montessori). Vengono inoltre richieste informazioni riguardo ai gradi scolastici nei quali l'intervistato sta attualmente insegnando.

2. *Generale* – Questa sezione è stata progettata per fornire informazioni sul background educativo e sull'esperienza di insegnamento del partecipante.

3. *Belief (a)* – In questa sezione gli insegnanti vengono interrogati riguardo le convinzioni generali sull'insegnamento e l'apprendimento della matematica (ad esempio, sul ruolo dell'insegnante o dei compagni nel processo di apprendimento).

4. *Belief (b)* – Vengono investigate, in questa quarta sezione, le specifiche convinzioni dell’intervistato riguardo le attività laboratoriali che coinvolgono corpo e movimento degli studenti. Le dimensioni riguardano, ad esempio, per quali livelli scolastici queste attività sono considerate appropriate, che tipo di impatto educativo ci si aspetta di ottenere, quali fattori possono eventualmente rappresentare un limite per la loro realizzazione, che tipo di strategia di valutazione può essere appropriata.

5. Alla fine della quarta sezione, una *domanda filtro*, riguardante l'effettiva proposta in classe, nella pratica didattica quotidiana, di attività in cui gli studenti son attivamente coinvolti con il loro corpo e movimento, divide il questionario in due sezioni alternative. Se l’insegnante propone queste attività in classe, la quinta sezione indaga le caratteristiche della realizzazione di tali attività, in alternativa vengono richieste le ragioni che determinano la scelta di non proporre in classe attività di questo tipo, e quali altre strategie didattiche vengono invece ritenute efficaci.

4.3.2 Dal framework teorico alle domande del questionario

Nel seguente paragrafo analizzeremo, sezione per sezione, come le domande del questionario siano state selezionate e progettate per rispondere agli interrogativi di ricerca, sulla base dei riferimenti teorici presi in considerazione ed illustrati nel Capitolo 1.

In apertura del questionario è stata richiesta la presa visione e la firma del consenso informato per la partecipazione alla ricerca, al quale ha fatto seguito una domanda filtro (Q1) che ha consentito ai rispondenti l’accesso ad una due versioni simmetriche e parallele del questionario, quella rivolta agli insegnanti della scuola primaria o quella rivolta agli insegnanti di scuola secondaria. La prima sezione che hanno incontrato è quella riguardante le informazioni sul contesto scolastico, brevemente descritte di seguito.

- #### Sezione 1: La scuola

In questa sezione gli insegnanti hanno incontrato quesiti a scelta multipla riferiti al contesto scolastico nel quale l’intervistato ha prestato servizio nel momento in cui ha preso parte alla ricerca. Le dimensioni analizzate sono state delineate tenendo in considerazione le differenze contestuali che distinguono gli insegnanti di scuola primaria e secondaria. Inoltre, lo studio preliminare che ha avuto per oggetto la struttura scolastica delle due differenti nazioni (ed in particolare lo stato del Queensland per quanto concerne l’Australia) ha permesso di evidenziare alcuni distinguo che hanno, ad esempio, comportato la presenza di una domanda differenziata nella versione in italiano ed inglese del questionario.

Nella prima domanda della sezione (Q2) è stato richiesto agli insegnanti di indicare i gradi scolastici nei quali stavano correntemente insegnando. A questa hanno fatto seguito ulteriori quesiti che miravano a caratterizzare la tipologia di scuola in cui il docente stava correntemente insegnando al momento della compilazione.

In particolare, nel quesito Q3 abbiamo chiesto ai rispondenti di indicare se la scuola nella quale stavano correntemente insegnando fosse pubblica o privata. La caratterizzazione della scuola in questo senso viene ritenuta rilevante perché potrebbe influire, ad esempio, sulla presenza di materiali e strumenti messi a disposizione dalla scuola. Osserviamo che, nel contesto australiano, esistono le scuole governative, che sono pubbliche, e le scuole non governative, che sono private, che si differenziano in due tipologie distinte, definite come Indipendenti o Cattoliche. Inoltre, mentre in Italia la grande maggioranza delle scuole del territorio è pubblica, in Australia circa un terzo degli studenti frequenta istituti privati. Discuteremo in dettaglio questo punto all’interno del Capitolo 6.

Nel quesito seguente (Q4), abbiamo chiesto ai rispondenti di indicare se la scuola frequentata segua uno specifico metodo educativo, come il metodo Montessori o Steineriano, o se si presenta come una scuola tradizionale. Abbiamo chiesto agli insegnanti che frequentano una scuola a metodo di indicarne di seguito la tipologia. Questa caratterizzazione legata ai principi ispiratori che guidano l’organizzazione e l’operato di una scuola potrebbe infatti influenzare sia le strategie didattiche messe in atto che la presenza di materiali specifici all’interno delle classi che potrebbero influenzare la proposta delle attività ABM.

Nella versione Australiana del questionario, troviamo inoltre una domanda riguardante la composizione delle classi. Infatti, in Australia, le scuole possono avere delle composizioni di diverso tipo: esistono scuole ad eccesso libero (*open, comprehensive schools)*, scuole selettive (*selective schools)*, scuole speciali (*special schools)*, scuole specialistiche (*specialistic schools)*, scuole internazionali e scuole con classi differenziate per rendimento scolastico.

Infine, soltanto nella versione del questionario rivolta agli insegnanti di scuola secondaria, si aggiunge una domanda che chiede di indicare la materia/ o le materie che il rispondente stava insegnando per la maggior parte delle ore nel momento della compilazione. Questo fattore potrebbe, da un lato, influenzare quanto il docente sia dedito, in modo specifico, all’insegnamento della matematica all’interno del suo monte ore, dall’altro, quanta libertà egli o ella abbia nel proporre attività interdisciplinari, come docente che ha la cattedra per più discipline.

- Sezione 2: Informazioni Generali

In questa sezione vengono analizzate le caratteristiche che riguardano il background educativo dell’intervistato e la sua esperienza lavorativa come insegnante.

Nella prima domanda si richiede di dichiarare il proprio titolo di studio, mentre nella seconda è stato chiesto di indicare se il principale settore di studio durante l’università o il dottorato (se effettuato) è stato in Matematica (in settori disciplinari come Analisi, Geometria, Algebra, Analisi Numerica, Probabilità, Statistica e così via), in Didattica o Storia della Matematica in modo specifico (riferendoci al settore disciplinare MAT/04) oppure in un altro ambito, ed eventualmente di specificare la principale disciplina di indirizzo. Questo quesito mira a comprendere se il docente dispone di una specifica formazione per l’insegnamento della matematica, di una formazione specifica nel settore disciplinare in cui insegna o in nessuno dei due. Tale fattore crediamo possa essere influente rispetto alle conoscenze sia di tipo pedagogico-disciplinare sia di tipo contenutistico-disciplinare di cui dispone e che caratterizzano il suo profilo d’insegnamento. In una terza domanda chiediamo di indicare gli anni di esperienza nel campo dell’insegnamento, in particolare, se sono inferiori a 3, ovvero il docente è un insegnante alle prime armi (neo-insegnante), se sono fra 4 e 10, ovvero se l’insegnante ha media esperienza d’insegnamento, o maggiori di 10, ovvero se si tratta di un docente esperto. La specifica suddivisione in intervalli che abbiamo utilizzato è quella classicamente proposta nelle indagini internazionali per individuare il grado di esperienza di un insegnante.

- Sezione 3: *Belief* di natura generale

Nella sezione che interroga il rispondente rispetto ai *belief* di carattere generale, troviamo i tre seguenti quesiti.

Il primo item (Fig. 1) riguarda, in particolare, i *belief* rispetto al ruolo giocato dai principali soggetti appartenenti al contesto classe nello sviluppo del pensiero matematico dello studente: l’insegnante, i pari e il soggetto stesso che apprende. È formato da tre scale Likert, una per ogni soggetto indicato, ed ha l’obiettivo di fornire delle indicazioni sul peso attribuito dall’insegnante a tali soggetti nell’apprendimento degli studenti. Supponiamo che questo *belief* sia fortemente radicato all’esperienza pregressa del soggetto intervistato (personale e d’insegnamento), ed ipotizziamo che possa essere in relazione con le strategie didattiche adottate dall’insegnante in classe, ad esempio nell’incentivare il lavoro di gruppo, piuttosto che il lavoro individuale in modo più autonomo o una più classica lezione trasmissiva.

9) Secondo lei, quanto ciascuno dei seguenti fattori influenza lo sviluppo del pensiero matematico dello studente?

Per ogni riga, selezioni una sola alternativa.

	Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Non so
a) Ruolo dell'**insegnante**	○	○	○	○	○
b) Ruolo dei **pari**	○	○	○	○	○
c) Ruolo dello **studente** stesso (nel determinare il proprio apprendimento)	○	○	○	○	○

Figura 4. Prima domanda sui belief di carattere generale: la rilevanza dei soggetti partecipanti in classe per l'apprendimento della matematica dello studente

Il secondo item (Fig. 2) concerne i *belief* riguardo l'insegnamento della matematica, in particolare rispetto al ruolo rivestito dall'insegnante nel promuovere l'apprendimento dello studente. Facciamo uso, in questo item, della categorizzazione tripartita di Ernest (1989a), presentata nel Capitolo 1, con un adattamento terminologico che ha riguardato soltanto il caso italiano, ai fini di una più chiara comunicazione con gli insegnanti. In particolare, abbiamo trasformato le definizioni di tipo nominale (*Instructor, Explainer, Facilitator*) in una terminologia che fa riferimento alle relative azioni caratterizzanti il profilo d'insegnante: istruire/allenare, spiegare, facilitare. Allegata alla terminologia definitoria dell'alternativa troviamo una breve presentazione degli obiettivi dello specifico ruolo. Il quesito è a scelta multipla: viene richiesto al soggetto di indicare il principale compito svolto dall'insegnante nel supportare l'apprendimento dello studente. È previsto che si possa rispondere che nessuna delle tre azioni venga ritenuta fondamentale.

10) Qual è il principale compito dell'insegnante nel supportare l'apprendimento dello studente in matematica?

Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ **Allenare**: preparare gli studenti a utilizzare e saper applicare risultati e procedure della matematica in modo corretto ed efficiente

○ **Spiegare**: permettere agli studenti di avere una comprensione profonda dei concetti matematici e dei loro significati

○ **Facilitare**: fornire allo studente il supporto necessario per sviluppare competenze e pensiero matematico

○ **Nessuna delle precedenti**

Figura 5. SECONDA DOMANDA SUI BELIEF DI CARATTERE GENERALE: il ruolo dell'insegnante

Il terzo ed ultimo item di questa specifica sessione è formato da sei *agreement scales,* ovvero scale di tipo Likert dove è richiesto all'intervistato il grado di accordo o disaccordo rispetto a sei affermazioni presentate (Fig. 3). Le prime tre affermazioni rappresentano una miscela delle categorizzazioni dei *belief* che riguardano la visione della matematica presentate nel Capitolo 1.

- Nell'affermazione a) viene presentata una visione della matematica come un insieme di regole, fatti e tecniche da utilizzare come una cassetta degli attrezzi per risolvere problemi, che potrebbe essere considerata appartenente alla categoria *strumentale*, nella categorizzazione di Ernest (1989b), *tradizionale* secondo quella di Dionne (1993), *procedurale* secondo quella di Skemp (1976), *di sistema* secondo quella di Törner & Grigutsch (1994).

- L'affermazione b) descrive la matematica come uno sforzo, un impegno umano creativo e utile, che porta a costruire conoscenza e a sviluppare strumenti di pensiero. Questa affermazione non rientra esattamente in nessuna delle categorizzazioni relative ad una visione della matematica come disciplina o come materia scolastica ed ha in sé un germe più dinamico, che non considera la matematica come oggetto ma guarda all'obiettivo e al senso attribuito alla pratica matematica. Esprime però sicuramente le caratteristiche di una visione *basata sul problem solving*, per dirla con le parole di Ernest (1989b), richiamando allo sforzo creativo e allo strumento di pensiero, e di *processo* secondo Törner & Grigutsch (1994), richiamando l'idea dinamica di un cammino che evolve con uno sforzo creativo. Inoltre, sposta l'attenzione dell'insegnamento sullo sviluppo dei processi di pensiero dello studente e potremmo quindi pensarla come afferente alla categoria *learner focussed,* per utilizzare la terminologia di Kuhs e Ball (1986). Nonostante non calzi esattamente nelle categorizzazioni prese in esame, abbiamo deciso di selezionare una tale affermazione perché ipotizziamo possa essere particolarmente in linea con una proposta di attività di apprendimento di tipo laboratoriale, che pone al centro dell'attività matematica la costruzione del senso matematico, sia del sapere che del saper fare matematica. Ricordiamo infatti che il nostro obiettivo non è quello di indicare il sistema di *belief* degli insegnanti, legato a questi temi di natura generale, ma è finalizzato a fornire informazioni che, fornendo *insight* sulle convinzioni di carattere generale, ci permettano di interpretare più chiaramente i *belief* sull'oggetto specifico di nostro interesse.

- Nell'affermazione c), viene descritta una visione della matematica in riferimento alle caratteristiche di scienza formale e di pensiero logico rigoroso, che possiamo definire come *platonica*, secondo la terminologia di Ernest (1989b), *formalista* secondo Dionne (1993), ma nuovamente *di sistema* secondo Törner & Grigutsch (1994).

Le ultime tre affermazioni fanno invece riferimento alle caratterizzazioni che riguardano l'insegnamento-apprendimento della disciplina, riprendendo parzialmente le caratterizzazioni di Ernest (1989a; 1989b), tra cui quelle del ruolo dell'insegnante alle quali abbiamo fatto riferimento nell'item presentato precedentemente.

- Nell'affermazione d) si presenta una visione dell'insegnamento della matematica come atto a fornire agli studenti metodi e strategie risolutive per i problemi di natura matematica. Questa può essere ricondotta a una visione dell'insegnamento *content focused with an emphasis on performance,* secondo la terminologia di Kuhs e Ball (1986), poi ripresa da Thornton, Jones e Van Zoest (1994). Rifacendoci invece alle categorizzazioni di Ernest (1989a), questa visione appartiene a un insegnante istruttore, che ha una visione dello studente che appartiene al modello di comportamento conforme e atto alla padronanza delle competenze.

- Nell'affermazione e) viene individuato il metodo espositivo come il più efficace per introdurre alla matematica, che può essere ricondotta ad una visione *content focused with an emphasis on understanding* secondo la terminologia di Kuhs e Ball (1986) prima, ripresa da Thornton, Jones e Van Zoest (1994). È facile anche assumere, dal punto di vista delle categorizzazioni di Ernest (1989a), che questa visione possa appartenere a un insegnante che individua come compito principale quello di spiegare, e si rifà ad un modello di studente come atto a recepire la conoscenza, anche se non esclude la possibilità che agisca attivamente nella costruzione dei significati.

- L'affermazione f) si presenta invece una visione costruttivista della conoscenza matematica, che non può essere trasmessa ma esclusivamente costruita dallo studente. Questa caratterizzazione è facilmente riconducibile a una visione *costruttivista* dell'insegnamento o dell'oggetto matematica secondo Dionne (1993), ed anche a una visione *learner focussed* secondo la terminologia di Kuhs e Ball (1986). Guardando anche in questo caso alla classificazione di Ernest(1989b), si ipotizza che questo tipo di visione sia propria di un insegnante che pensa al suo ruolo come a quello di facilitatore e si rifaccia a un modello di apprendimento della matematica che vede lo studente come esploratore autonomo della disciplina, atto a perseguire i propri interessi.

11) Quanto è d'accordo con le seguenti affermazioni?

Per ogni affermazione selezioni una sola alternativa.

	Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Non so
a) La matematica è un insieme di regole, fatti e tecniche da utilizzare come una cassetta degli attrezzi per risolvere problemi	○	○	○	○	○
b) La matematica è un impegno umano bellissimo, creativo ed utile, che rappresenta sia una via per la conoscenza che uno strumento di pensiero	○	○	○	○	○
c) La matematica è la scienza del pensiero formale e della logica rigorosa	○	○	○	○	○
d) È responsabilità dell'insegnante fornire agli studenti dei metodi chiari ed efficienti per la risoluzione dei problemi matematici	○	○	○	○	○
e) Il miglior modo di presentare il contenuto matematico è adottare uno stile espositivo: dimostrando, spiegando e descrivendo concetti e abilità	○	○	○	○	○
f) La conoscenza matematica non può essere trasmessa, ma deve essere costruita dallo studente	○	○	○	○	○

Figura 6.La terza domanda sui belief di carattere generale: accordo o disaccordo

- Sezione 4: I *belief* sulle attività ABM

La sezione riferita ai *belief* che hanno per oggetto le attività ABM si apre con una breve presentazione delle stesse, ovvero una definizione operativa corredata da opportuni esempi che si differenziano sia in riferimento al campo di studi (geometrico-aritmetico/ algebrico-computazionale) sia rispetto al coinvolgimento percettivo-motorio previsto per gli studenti (l'esclusivo movimento delle mani o dell'intero corpo) sia riguardo alle tipologie di materiali e strumenti coinvolti (fisici-virtuali). Abbiamo selezionato sia esempi noti, come ad esempio l'abaco o l'applet di GeoGebra, sia meno noti come il Geopiano progettato da Emma Castelnuovo o la corda egizia per l'esplorazione delle terne Pitagoriche. Non abbiamo differenziato gli esempi proposti rispetto alle due versioni parallele del questionario per non variare l'influenza sulle risposte della sezione in base allo stimolo iniziale fornito.

Al termine del Capitolo 3 abbiamo presentato tale definizione e la selezione degli esempi, descrivendo il processo che ci ha portato alla sua formulazione.

Nella prima domanda si richiede di indicare, su una scala di tipo Likert, quanto viene ritenuto importante proporre in classe le attività ABM. Questa, insieme alla quarta e la quinta domanda della sezione, mirano a far emergere i *belief* e le percezioni dell'intervistato rispetto all'importanza e la rilevanza della proposta delle attività in oggetto all'interno della propria pratica didattica, sia a carattere generale, sia rispetto a varie declinazioni dell'efficacia didattica, o rispetto ad altre specifiche dimensioni. Nella letteratura che abbiamo presentato, le percezioni rispetto a queste variabili sono state identificate come fondamentali sia, ad esempio, negli studi di Golfashiani (2013) che in quelli di Vizzi (2016) in riferimento all'utilizzo di manipolativi.

I seguenti due quesiti della sessione mirano a fare emergere le percezioni degli insegnanti rispetto a due fattori potenzialmente influenti sulla proposta delle attività. Il primo riguarda i gradi scolstici nei quali si ritiene adeguato proporre le attività. Grazie anche a quanto emerso dalle interviste agli esperti e dallo studio della letteratura, ipotizziamo che gli insegnanti ritengano generalmente più opportuno proporre queste attività nei primi livelli scolari piuttosto che estendere la proposta ai gradi scolastici superiori. Questa tendenza evidenzierebbe, almeno nel caso italiano, una certa distanza tra la percezione degli insegnanti e quanto suggerito dalle politiche educative come, ad esempio, nelle indicazioni al Laboratorio di Matematica nel documento programmatico Matematica 2003 (UMI-CIIM, 2003) riferite al secondo ciclo di istruzione, o riguardo alla verticalità dei curricoli per il primo ciclo, come mette in luce Fiorentini (2009). Il secondo riguarda gli argomenti matematici che vengono considerati preferibilmente adatti ad essere proposti attraverso attività ABM. Dalla scelta degli argomenti possono emergere, ad esempio, indicazioni tendenziali sul tipo di attività che potrebbero risultare più familiari agli insegnanti in dipendenza degli argomenti trattati, oppure può emergere la considerazione di una indifferenza rispetto allo specifico contenuto o area di contenuti. Inoltre, la varietà negli esempi e negli ambiti di contenuto proposti potrebbe essere una misura della pervasività di tale proposta didattica all'interno della propria pratica d'insegnamento. In particolare, la seconda domanda è una domanda a risposta aperta breve, nella quale viene chiesto di indicare per quale/i grado/i scolastico /i si ritiene che tali attività siano adeguate. La terza domanda, anch'essa a risposta aperta breve, chiede di indicare quali possono essere i contenuti matematici che dovrebbero essere insegnanti con attività del tipo indicato. La domanda è corredata da esempi, declinati opportunamente rispetto alle due versioni del questionario, per insegnanti di scuola primaria e secondaria.

La quarta domanda consta di una batteria di scale di tipo Likert, nelle quali viene richiesto di indicare, su una scala a 5 punti che va da *Molto* a *Per niente* (nella quale è prevista anche la possibilità di rispondere *non so*), quale si ritenga essere l'impatto dell'utilizzo delle attività in oggetto rispetto ai seguenti *item*:

- l'apprendimento a lungo termine;
- i risultati nei test standardizzati;
- il ragionamento matematico;
- la capacità di visualizzazione matematica;
- le capacità di *problem solving*, il pensiero critico e la creatività;
- l'interesse e la motivazione;
- l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/l'autoefficacia).

Sono presenti, tra queste alternative, alcuni dei principali fattori rispetto ai quali può essere valutata l'efficacia didattica dell'attività. Essi riguardano, ad esempio, il rendimento, nel riferimento ai test standardizzati, o la comprensione profonda, con il riferimento ad un apprendimento a lungo termine.

O, ancora, specifiche competenze matematiche come possono essere quelle di visualizzazione matematica (che sono indicate come rilevanti ad esempio in Moyer-Packenam et al., 2012, Marley et al., 2010; Pasquazi, 2020; Mariotti & Baccaglini-Frank, 2018a, 2018b) o legate al ragionamento matematico. In questo elenco, uno dei grandi temi assenti sono le competenze argomentative (che sono indicate come estremamente rilevanti ad esempio in Maschietto & Bussi, 2009; Bussi & Baccaglini Frank, 2015), che non sono state inserite perché abbiamo ritenuto che il costrutto dell'argomentazione potesse non essere identificato in modo chiaro da parte degli insegnanti. Vogliamo infatti sottolineare che alcune delle scelte effettuate nella stesura del questionario hanno tenuto in considerazione criteri di chiarezza e concisione, oltre alle indicazioni provenienti dalla letteratura e dagli esperti intervistati. Viene fatto riferimento inoltre a competenze trasversali, ossia il problem solving, il pensiero critico e la creatività, indicati come obiettivi cross-curricolari, ad esempio, nelle indicazioni Australiane[72] e rilevanti nelle attività del tipo indicato (si veda a tale proposito, Soldano & Sabena, 2019), o motivazionali verso la disciplina ed afferenti alla sfera emotivo-affettiva, che sappiamo essere strettamente implicati nell'apprendimento e relazionati al rendimento (Hannula et al., 2016; Zan & Di Martino, 2007).

La quinta domanda presenta l'analoga struttura della precedente ma analizza altri fattori, non direttamente correlati alla valutazione dell'efficacia didattica delle attività, intesa in un senso classico, anche se si presentano come determinanti per un'azione didattica efficace. Essi riguardano, ad esempio, la presenza di un clima di classe aperto e la partecipazione degli studenti alla discussione, caratteristiche fondamentali per creare un ambiente di apprendimento sereno, supportivo (Pisante, 2020) e florido. Un altro fattore considerato è l'inclusione di studenti sia con bisogni educativi speciali sia con un background socio-culturale svantaggiato, che le sperimentazioni effettuate hanno indicato essere una delle fondamentali motivazioni che supportano la proposta di queste attività a scuola (Idrofano, 2018; Baccaglini-Frank, 2015; 2017; Carotenuto et al., 2020). Infine, un aspetto che si concentra sull'insegnante stesso riguarda la conoscenza relativa ai processi cognitivi degli studenti da parte del docente, della quale può ottenere informazioni tramite la realizzazione di queste attività in classe (si vedano, a tale riguardo, le ricerche sul *teacher noticing,* ad esempio in Sherin et al., 2011; e sulla conoscenza interpretativa degli insegnanti, ad esempio in Di Martino et al., 2019). Quest'ultimo aspetto è stato prevalentemente sottolineato da parte degli esperti italiani durante le interviste.

La sesta domanda prevede di indicare, fino a un massimo di tre alternative, quali siano i fattori che costituiscono un limite per la proposta delle attività ABM in classe entro la seguente lista di possibilità:

- La gestione della classe (Difficoltà nel mantenere il controllo della classe e a contenere la rumorosità);
- La valutazione degli studenti;
- Sono adatte solamente per studenti con basso rendimento;
- Sono adatte solamente per studenti con alto rendimento;
- Non sono inclusive per studenti con un differente background socio-culturale;
- Non sono inclusive per studenti con bisogni educativi speciali;
- Il fattore tempo;
- Hanno scarsa efficacia didattica;
- Si adattano solamente a un ristretto numero di argomenti;
- Queste attività sono adatte solamente per studenti ai primi anni di scuola;
- Altro (Specificare).

[72] https://www.australiancurriculum.edu.au/ (consultato il 25/10/2022)

Possiamo notare come, fra le alternative, siano presenti i principali fattori considerati determinanti dagli insegnanti riguardo all'utilizzo dei materiali manipolativi così come individuati nelle ricerche di Golafshiani (2013) e Vizzi (2016), che abbiamo riportato nel Capitolo 1 presentando il framework teorico della ricerca. Rispetto a tali dimensioni sono state aggiunte la problematicità della valutazione, le convinzioni rispetto all'inefficacia in riferimento a specifiche caratteristiche degli studenti o alla limitazione d'adattabilità rispetto ad alcuni argomenti. Tornano quindi le due dimensioni alle quali abbiamo dedicato la seconda e la terza domanda della sezione in modo specifico, e altre dimensioni su cui abbiamo già richiesto un giudizio dell'impatto delle attività ABM nelle domande precedenti, con l'obiettivo di comprendere la centralità degli eventuali *belief* rispetto a queste limitazioni. Anche in questo caso la scelta delle alternative è stata formulata considerando, insieme alle informazioni provenienti dalla letteratura, le indicazioni fornite dagli esperti.

Segue una domanda nella quale viene richiesto di indicare quale sia la valutazione che si ritiene adeguato utilizzare per queste attività. Le tipologie che vengono indicate, e fra le quali si richiede di scegliere, sono quelle classicamente utilizzate nelle indagini internazionali OCSE PISA (OECD, 2019) e IEA TIMSS (IEA, 2016a): i test scritti, le interrogazioni, l'osservazione, la valutazione fra pari, il project-work, il portfolio, l'autovalutazione dello studente. A queste alternative ne abbiamo aggiunte due, una riguarda l'assenza di valutazione e l'altra la possibilità di aggiungere una alternativa da specificare. Infatti, la questione valutativa in riferimento alle attività di tipo laboratoriale sono ampiamente discusse in didattica della matematica (Robutti & Mosca, 2015), in particolare spesso viene suggerito di astenersi dal valutare il singolo studente (Dedò & Sieno, 2012). Gli aspetti valutativi sono inoltre stati individuati come particolarmente critici dagli esperti intervistati.

Viene presentata successivamente una vignetta, la prima del questionario, che verrà descritta in dettaglio nel paragrafo successivo quando approfondiremo le tecniche di rilevazione utilizzate nel questionario. Nella vignetta vengono raccolte le opinioni dei docenti rispetto alla descrizione di una situazione-tipo nella quale un insegnante percepisce fallimentare la prima esperienza di realizzazione delle attività ABM. Attraverso le interpretazioni degli insegnanti della situazione presentata si mira a raccogliere informazioni relativamente ai *belief* che riguardano alcune possibili caratterizzazioni della proposta delle attività ABM e delle strategie d'insegnamento a esse associate.

La sezione si conclude con una *domanda filtro* nella quale si richiede all'intervistato se propone attività del tipo indicato nella sua pratica didattica. Tale domanda non fa esplicito riferimento alla frequenza nella realizzazione delle attività, poiché il nostro obiettivo è che accedano alla sessione successiva tutti gli insegnanti che ritengono di fare uso di attività ABM. Informazioni sulla frequenza e la durata delle attività verranno richieste eventualmente nella sessione successiva. Se la risposta è affermativa, l'intervistato avrà accesso alla sezione 5 (a), in alternativa potrà accedere alla sezione 5 (b).

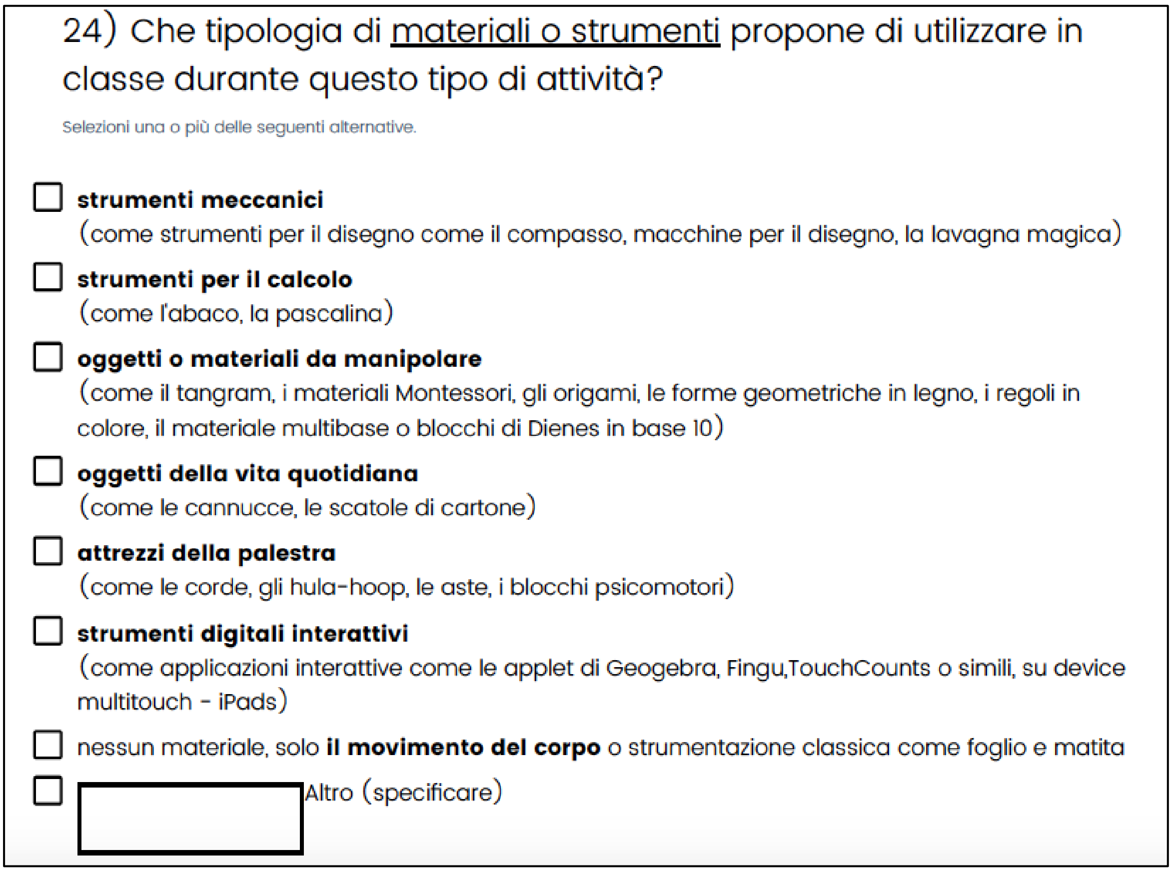
- Sezione 5 (a): La realizzazione delle attività ABM

Accedono alla sezione 5 (a) esclusivamente gli intervistati che ritengono di integrare nella loro pratica didattica le attività ABM. In questa sezione, vengono richieste specifiche informazioni rispetto all'implementazione delle attività in oggetto.

Le prime due domande della sezione forniscono indicazioni riguardo la frequenza con cui vengono proposte tali attività nella classe in cui si insegna e la porzione di lezione(i) impiegata(e) per svolgere un'attività del tipo indicato. Il connubio delle risposte a queste due domande dovrebbe fornire una misura del tempo che l'intervistato dichiara di dedicare alle attività ABM. Gli intervalli che definiscono le alternative delle frequenze e della durata sono quelli che vengono utilizzati nelle recenti edizioni delle indagini internazionali OCSE PISA (OECD, 2019)e IEA TIMSS (IEA, 2016a; 2016b).

La domanda seguente indaga l'intenzionalità con cui tali attività sono introdotte nella pratica scolastica, per esempio se sono utilizzate come introduzione a nuovi argomenti, come attività di esercitazione, come attività di ripasso, come attività di recupero, come attività di potenziamento o per sviluppare la motivazione degli studenti. Questa indicazione fornisce, in modo indiretto, informazioni sui *belief* relativi a quali possano essere le tipologie di risultati e di efficacia didattica che l'intervistato si aspetta di ottenere implementando tali attività.

Seguono domande che riguardano gli strumenti e i materiali che possono essere impiegati per la realizzazione delle attività ABM. Una prima domanda sull'argomento richiede di indicare quali siano le tipologie di materiali/strumenti che vengono coinvolti in tali attività. A scopo esemplificativo, all'interno di ogni alternativa che identifica la tipologia di materiali abbiamo indicato alcuni esempi, facendo riferimento alle principali esperienze e ai più comuni artefatti presenti in letteratura, come anche agli esempi di attività indicate dagli esperti nelle interviste. Abbiamo inoltre differenziato gli esempi per insegnanti di scuola primaria (Fig. 4) e secondaria (Fig. 5), anche se la maggiore parte di essi possono essere considerati comuni ad entrambi gli ordini.


24) Che tipologia di <u>materiali o strumenti</u> propone di utilizzare in classe durante questo tipo di attività?

Selezioni una o più delle seguenti alternative.

- ☐ **strumenti meccanici**
  (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica)
- ☐ **strumenti per il calcolo**
  (come l'abaco, la pascalina)
- ☐ **oggetti o materiali da manipolare**
  (come il tangram, i materiali Montessori, gli origami, le forme geometriche in legno, i regoli in colore, il materiale multibase o blocchi di Dienes in base 10)
- ☐ **oggetti della vita quotidiana**
  (come le cannucce, le scatole di cartone)
- ☐ **attrezzi della palestra**
  (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori)
- ☐ **strumenti digitali interattivi**
  (come applicazioni interattive come le applet di Geogebra, Fingu,TouchCounts o simili, su device multitouch - iPads)
- ☐ nessun materiale, solo **il movimento del corpo** o strumentazione classica come foglio e matita
- ☐ Altro (specificare)

Figura 7. Quesito 24, versione per gli insegnanti di scuola primaria

24) Che tipologia di <u>materiali o strumenti</u> propone di utilizzare in classe durante questo tipo di attività?

Selezioni una o più delle seguenti alternative.

- ☐ **strumenti meccanici**
  (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica)
- ☐ **strumenti computazionali**
  (come il rilevatore di posizione, gli strumenti per il calcolo algebrico)
- ☐ **oggetti e materiali da manipolare**
  (come gli origami, le forme geometriche)
- ☐ **oggetti della vita quotidiana**
  (come le cannucce, le scatole di cartone)
- ☐ **attrezzi della palestra**
  (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori)
- ☐ **strumenti digitali interattivi**
  (come applicazioni interattive come le applet Geogebra su device multitouch - iPad)
- ☐ nessun materiale, solo **il movimento del corpo** o strumentazione classica come foglio e matita
- ☐ Altro (Specificare)

Figura 8. Quesito 24, versione per gli insegnanti di scuola Secondaria

Altre due domande fanno riferimento alle dimensioni individuate da Casey (2016) e Skoumpourdi e Matha (2020) rispetto alla selezione del materiale extra-curricolare, presentate nel Capitolo 1. In particolare, in una prima domanda, riguardante la scelta dei materiali, si richiede all'intervistato se selezioni generalmente materiali preconfezionati per gli scopi preposti (che non richiedono perciò adattamento), se adatti i materiali/ gli strumenti ai propri scopi specifici o se progetti e costruisca tali materiali/strumenti che impiega nelle attività ABM in totale autonomia. In una seconda domanda vengono invece richiesti i criteri che guidano le scelte nella selezione/progettazione delle attività e le alternative riguardano i canali tramite i quali vengono reperite informazioni, in particolare, la valutazione da parte di esperti, i suggerimenti dei colleghi, l'esperienza personale (come studente o docente) e i fattori determinanti la scelta, ovvero gli specifici bisogni educativi degli studenti, gli specifici obiettivi didattici da raggiungere, la disponibilità e accessibilità delle risorse. È presente inoltre l'alternativa *Altro* che permette di indicare eventuali altri criteri che vengono presi in considerazione per la selezione.

Viene richiesto a questo punto di indicare le principali difficoltà che, secondo la percezione degli insegnanti, gli studenti incontrano nelle attività ABM. Queste afferiscono in parte a dimensioni cognitivo-epistemologiche strettamente legate all'ambito matematico, in particolare l'applicazione della conoscenza formale nel contesto, la gestione contemporanea di differenti rappresentazioni (concreta, grafica, simbolica), il trasferimento in nuovi contesti delle conoscenze acquisite, la formalizzazione in linguaggio matematico di quanto appreso o, più generali, come la comprensione delle consegne. Vi sono poi altre dimensioni, che sono legate alla sfera dell'*engagement* e della partecipazione al discorso matematico, come la capacità di esprimere le proprie idee in classe, il prendere parte ad una discussione con i pari, il mantenimento dell'interesse durante le attività. Infine, una alternativa riguarda le difficoltà nella manipolazione manuale di oggetti e strumenti, che sembra essere un problema fortemente legato alle abitudini comportamentali dell'era digitale. Queste dimensioni sono state selezionate principalmente a partire dalla revisione della letteratura (si veda, ad esempio, il paragrafo sui manipolativi nel Capitolo 1) ma anche a partire dalle indicazioni ricevute dagli esperti intervistati.

La sezione si conclude con la seconda vignetta presente nel questionario, di cui una descrizione accurata verrà fornita nel paragrafo successivo, relativo alle tecniche di rilevazione. La vignetta analizza il livello di direttività della didattica (*discovery-based instruction / guided or direct instruction*) discussa, ad esempio, in Alfieri et al. (2011), e i criteri di gestione dell'attività e della classe, come, ad esempio, se viene richiesto di lavorare individualmente o se viene promosso un apprendimento cooperativo lavorando in piccoli gruppi, se viene proposta una attività da svolgere in passi determinati (*a step-by-step activity*) o un problema aperto da risolvere, come anche se l'attività è totalmente progettata dall'insegnante o se gli studenti co-progettano l'attività insieme al docente, riferendoci alle strategie didattiche impiegate nella specifica realizzazione di una attività ABM.

Sezione 5 (b): Sezione Alternativa

Se l'insegnante ha dichiarato di non integrare nella sua pratica didattica le attività ABM, in risposta alla domanda filtro, accede direttamente alla sezione 5 (b), che consta esclusivamente di due domande.

Nella prima domanda viene richiesto di indicare la motivazione per la quale non vengo proposte tali attività. Le alternative di risposta afferiscono ai principali fattori determinanti indicati da Golafshiani (2013) e Vizzi (2016) come la mancanza di tempo, di risorse disponibili (materiali e strumenti) e di spazi adeguati, le difficoltà nella gestione della classe, la scarsa confidenza con gli approcci e la valutazione di una scarsa efficacia. A questi sono stati aggiunti altri possibili fattori influenti, quali il fallimento di esperienze passate e il considerare le attività ABM non adatte al livello della classe nella quale si insegna, che sono stati suggeriti dalle indicazioni fornite dagli esperti intervistati.

Nella seconda domanda viene chiesto agli insegnanti di indicare quali siano le strategie alternative che vengono proposte in classe. Le alternative elencate fanno riferimento alle principali strategie didattiche che vengono indicate nelle indagini internazionali OCSE PISA (OECD, 2019) e TIMSS (IEA, 2016a; 2016b).

Dopo aver presentato, sezione per sezione, le domande del questionario che abbiamo progettato, nel seguente paragrafo illustreremo le tecniche di rilevazione che abbiamo utilizzato nello strumento, approfondendo in particolare l'impiego di vignette-item.

4.3.3 Le tecniche di rilevazione

Il sondaggio si compone di scale di tipo Likert, quesiti a scelta multipla, domande a risposta aperta (breve) e di *vignette-item*.

Le scale di tipo Likert sono comunemente utilizzate nelle ricerche che prevedono la somministrazione di questionari per indagare variabili complesse come le convinzioni degli insegnanti (Nunnally, 1994). Tuttavia, l'utilizzo di questi item solleva alcune perplessità che vanno tenute in considerazione. Per esempio, potrebbe esserci uno scollamento tra le variabili che ci proponiamo di indagare attraverso le domande somministrate e l'interpretazione che viene attribuita dall'intervistato alle stesse. Inoltre, gli item di tipo Likert, non ci forniscono informazioni per determinare la rilevanza che viene attribuita a tale convinzione da parte dell'intervistato (Ambrose et al., 2003), e di conseguenza risulta complesso comprendere il sistema di convinzioni dei partecipanti (come appunto la centralità di certe credenze).

Come viene comunemente effettuato all'interno dei questionari che mirano a registrare gli atteggiamenti, supponendo di avere a disposizione un tempo limitato che il rispondente è disposto a investire nella compilazione, sono state presentate molteplici batterie di frasi di tipo Likert (dette *point items* o, più semplicemente *item*) all'interno del nostro strumento, quattro per l'esattezza. In particolare, la ripetitività dello schema di risposta permette all'intervistato di procedere in tempi rapidi, grazie ad un veloce addestramento ad esprimere le sue reazioni secondo la struttura proposta dalla scala (Marradi & Gasperoni, 2002). Tuttavia, le batterie di frasi Likert portano con sé il rischio della formazione, all'interno del data-set, dei cosiddetti *acquiescent response sets,* ovvero "*serie uniformi di approvazioni di tutte le frasi sottoposte, qualunque sia il loro significato"* (Marradi & Gasperoni, 2002; p.24), che oltre a rappresentare un problema per le tecniche statistiche di analisi dati rappresentano la manifestazione della scarsa attendibilità delle reazioni a batterie di frasi Likert. Per arginare questo effetto, o meglio, per rilevarne la potenziale presenza, si è talvolta proceduto ad invertire la polarità semantica delle affermazioni, così come suggerito da Likert stesso, anche se viene comunque ritenuto un rimedio che non esaurisce la problematicità (Gasperoni & Giovani, 1992). Le ricerche condotte a questo proposito hanno però confermato che la generazione di *response set* è solitamente presente in corrispondenza di rispondenti che hanno un basso livello di istruzione o appartenenti a gruppi sociali marginali (Marradi & Gasperoni, 2002) e dunque non ci troviamo particolarmente esposti a questo rischio nella nostra indagine avendo a che fare con docenti.

Le poche domande a risposta aperta permettono invece ai partecipanti di esprimere idee liberamente, senza la costrizione di scegliere una o più alternative. Ciononostante, nel questionario, utilizziamo per lo più quesiti a scelta multipla, specialmente quando indaghiamo le dimensioni relative alle pratiche di insegnamento, per ottenere risposte che siano allineate con le variabili che vogliamo indagare.

La componente più originale del questionario è la proposta di due *vignette-item*, che presenteremo in dettaglio nel paragrafo seguente.

4.3.4 Le vignette

Secondo Shavelson (1983) e Clark e Peterson (1986), le vignette, chiamate anche *policy capturing method*, sono una tecnica presa in prestito dagli studi condotti in ambito psicologico nei laboratori, con l'obiettivo di studiare i processi di giudizio degli insegnanti. Come riporta Poulou (2021), una prima definizione di vignetta, fornita da Huebner (1991), si riferisce esclusivamente a testi narrativi di scenari o persone, rispetto alle quali i rispondenti sono chiamati ad esprimere dei giudizi:

> Vignette are short descriptions of hypothetical persons or situations which contain the information necessary for the respondents to base their judgements upon. They are written, fictitious materials including background, referral or observation information, which is generally held constant, the only exception being the variables under study (p. 52).

Negli ultimi cinquanta anni, queste tecniche hanno guadagnato un grande spazio nella ricerca qualitativa condotta nell'ambito delle scienze sociali ed in particolare anche nella ricerca in educazione (Bradbury-Jones et al., 2014); inoltre, anche il tipo di domande di ricerca per le quali sono utilizzate è cambiato nel corso del tempo (Skilling & Stylianides, 2020). In studi più recenti troviamo infatti definizioni di carattere molto più generale, che tengono in considerazione i diversi formati possibili che possono avere gli stimoli delle vignette e non fanno riferimento allo scopo specifico per il quale gli intervistati sono chiamati a rispondere. Ad esempio, Hughes e Huby (2004) utilizzano la seguente definizione "Vignettes refer to text, images or other forms of stimuli which research participants are asked to respond" (p.37)

Jeffries e Maeder (2011) definiscono le vignette evidenziano come esse possano essere utilizzate anche come strumento didattico, all'interno ad esempio ai corsi di formazione per gli insegnanti: "[a vignette is] a specific type of short, descriptive story that describes a problem related to course content in order to stimulate discussion" (p. 162).

Nel presente studio facciamo riferimento alle vignette come ad episodi descrittivi di una situazione specifica, che simula eventi reali o problemi, che hanno l’obiettivo di fornire le informazioni necessarie affinché l’intervistato possa avere gli elementi per sviluppare un giudizio o rispondere a domande specifiche. Sono costituite da una presentazione, visiva o in forma scritta, nella quale viene descritto uno scenario (possono riguardare persone, situazioni o eventi), rispetto al quale l’intervistato è chiamato a reagire. Dalle parole di Skilling e Stylianides (2020):

> In research context, vignettes are descriptive episodes of specific situations that simulate real events or problems that are usually presented in written or visual formats. The episodes might be about people, situations, or events. A common purpose for using vignettes is to elicit information through inviting responses, encouraging discussions, and probing for understandings to gain insights to participants’ belief, emotions, judgments, attitudes and values about the particular phenomenon that lies at the heart of the research. Vignettes are also [..] suitable for studying value-laden understandings (p. 542).

Nella ricerca in didattica della matematica è stato fatto ampio utilizzo di questa tecnica, per una vasta gamma di scopi differenti. Per cominciare, è abbastanza comune l’utilizzo di vignette nella valutazione delle competenze degli insegnanti in servizio o pre-servizio. Ad esempio, nel campo d’indagine che ha per oggetto la capacità osservativa degli insegnanti (il *teacher noticing*), Dreher e Kuntze (2015) hanno utilizzato vignette narrative per indagare la capacità degli insegnanti di collegare la *criterion knowledge* con l'osservazione, quando fanno uso di rappresentazioni in classe. Anche Kuntze e Friesen (2016) hanno sviluppato uno strumento basato su vignette con differenti formati per valutare la competenza degli insegnanti in pre-servizio di analizzare l'uso delle rappresentazioni in classe.

Le vignette sono state utilizzate anche come strategia didattica nei programmi di formazione professionale (ad esempio, in Jeffries & Mader, 2011; Wilkerson et al., 2018) perché “forniscono agli educatori degli insegnanti l'opportunità di presentare esperienze di classe tipiche e uniformi che consentono la riflessione e l'analisi individuale e di adattare gli scenari affinché siano coerenti con l'argomento affrontato dalla classe o la questione di interesse” (Wilkerson et al., 2018; p.362, traduzione personale dalla lingua inglese). Sono tipicamente utilizzati per focalizzare e attivare la riflessione degli insegnanti sulla propria pratica didattica (focalizzando l’attenzione su come gli insegnanti rispondono a determinati scenari in classe), per andare in profondità sulle convinzioni latenti e stimolare la discussione.

In altre ricerche sono state utilizzate per investigare le strategie didattiche implementate nelle classi, come, ad esempio, nello studio di Stecher et al. (2006), o per indagare le percezioni degli studenti sugli effetti delle riforme nella didattica della matematica, come, ad esempio da Walen e Hirstein (1995).

4.3.4.1. Le vignette nel questionario

Nella nostra indagine, dal carattere esplorativo, siamo interessati a raccogliere informazioni con l’obiettivo di comprendere la prospettiva dei partecipanti coinvolti. A tal fine, nel questionario vengono presentate due vignette: la prima per indagare le convinzioni degli insegnanti sulla proposta di attività laboratoriali, che prevedono il coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti, e la seconda per ottenere informazioni sulle strategie didattiche che gli insegnanti mettono in campo quando implementano queste attività in classe.

L’utilizzo di *vignette-item* viene considerata una tecnica piuttosto valida per raccogliere informazioni su convinzioni e, più in generale, variabili difficili da investigare, come possono essere i sistemi di valori, rispetto a uno specifico fenomeno che viene indagato. La rilevazione delle convinzioni degli insegnanti ha sempre posto questioni metodologiche difficili per i ricercatori (Finch, 1987). La critica che viene spesso sollevata ai questionari o alle interviste che hanno questo come obiettivo, è quella di porre domande vaghe ed astratte agli intervistati, che di conseguenza rispondono secondo la propria libera interpretazione alla questione sulla quale sono chiamati a pronunciarsi, e pertanto l'informazione derivata da tali dati non risponde ai criteri di validità e non permette un confronto fra gli intervistati. In questo senso, le vignette sono una buona soluzione per ridurre questo effetto, perché presentano uno stimolo più concreto e non ambiguo a cui fare riferimento (Poulou, 2001). Inoltre queste tecniche sembrano essere coerenti con l’assunto che i *belief* tendono ad essere specifici rispetto al contesto (Cooney et al., 1998) e pertanto, che inferire i *belief* a partire dalla interpretazione che i rispondenti danno di una situazione specifica presentata possa essere un procedimento più autentico (Ambrose et al., 2003).

La ricerca in didattica della matematica ha evidenziato che le vignette sono una buona tecnica anche per indagare le pratiche educative (Stecher, 2006). Va però sottolineato che le convinzioni espresse dai partecipanti sono rappresentative delle loro intenzioni, dichiarazione del loro agire ad un livello astratto, piuttosto che costituire delle previsioni dei loro effettivi comportamenti, e la possibile incongruenza fra questi due piani va tenuta in seria considerazione (Skilling & Stylianides, 2020). Tuttavia, poiché il nostro obiettivo è quello di indagare le prospettive degli insegnanti, piuttosto che prevedere i loro comportamenti, e che le vignette risultano invece preziose per fornire intuizioni sulle interpretazioni e percezioni degli insegnanti, questo fatto non rappresenta una grande limitazione per il presente studio.

4.3.4.2. La costruzione delle vignette

Nella costruzione degli item costituiti da vignette, vi sono alcuni aspetti fondamentali da tenere in considerazione, come la validità interna, l’allineamento rispetto al tema della ricerca, l’adeguatezza nei confronti dei partecipanti coinvolti e l'interesse, la rilevanza, il realismo che le caratterizzano agli occhi dei partecipanti (Hughes & Huby, 2004). Questi ultimi fattori sono essenziali, poiché l'interesse e il coinvolgimento attivo dei partecipanti hanno un impatto cruciale sull'affidabilità e la validità dei dati che verranno raccolti. Secondo gli studiosi Kuntze e Friesen (2016), una vignetta per essere efficace dovrebbe essere percepita dagli insegnanti come autentica, dovrebbe motivare la riflessione sul contenuto proposto (*motivation*), dovrebbe permettere di immedesimarsi nella situazione presentata (*immersion*) e di stabilire connessioni con le esperienze personali (*resonance*) (Kuntze & Friesen, 2016).

Alcuni studi hanno anche evidenziato che il design delle vignette potrebbe avere importanti conseguenze sulle risposte degli intervistati. Per esempio, Herbst, Aaron e Erickson (2013) hanno confrontato nel loro studio due differenti formati di vignette, video e animazioni, trovando differenze rilevanti nel modo in cui i partecipanti hanno risposto. Anche Friesen e Kuntze hanno progettato uno strumento che fa uso di vignette con differenti formati (video, fumetti e testi narrativi) per valutare la competenza degli insegnanti di matematica nell’analizzare l’impiego di differenti registri di rappresentazioni in classe (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze 2018). Nella loro ricerca, hanno analizzato come variano le risposte fornite nelle diverse componenti dello strumento di valutazione, ovvero al variare dei differenti formati delle vignette. Nei loro articoli, sottolineano che i differenti formati di rappresentazione che si possono adottare (testi scritti, immagini, video) sono in grado di veicolare le informazioni in modo diseguale, e per quanto gli elementi informativi siano identici, li rendono disponibili in modalità differenti. Seppure, nel loro studio, abbiano cercato di minimizzare i possibili fattori di incongruenza, alcune importanti variazioni sistematiche tra i diversi formati di rappresentazione restano ineliminabili, come gli aspetti legati a fattori temporali e la quantità di informazioni di contesto potenzialmente rilevanti e irrilevanti. Tuttavia, hanno constatato che lo strumento di valutazione, con cui hanno indagato il costrutto sviluppato, ha prodotto risultati che non mostrano differenze sostanziali al variare dei diversi proposti. Pertanto, il design delle vignette è sicuramente cruciale ma, per il momento, non vi sono in letteratura indicazioni relative ad un formato canonico da utilizzare, che sia preferibile in dipendenza degli specifici obiettivi d’indagine.

Al fine di aumentare la validità interna e l'affidabilità della ricerca, Skilling e Styliandes hanno proposto un framework operativo per la costruzione delle vignette che fornisce alcuni elementi chiave e caratteristiche di supporto per la loro costruzione, affinché risultino allineate con gli obiettivi della ricerca, che mantengano una coerenza metodologica e che siano capaci di raccogliere, dalle risposte dei partecipanti, informazioni rilevanti sui fenomeni oggetto di indagine (Skilling & Stylianides, 2020). Il framework di Skilling e Stylianides si concentra su tre elementi fondamentali: l'*ideazione* (conception), la *progettazione* (design) e la *somministrazione* (administration). In dettaglio, i due studiosi indicano che le caratteristiche principali da prendere in considerazione riguardo alla prima fase, l'ideazione di una vignetta, sono:

- il contenuto (*capturing content*) della vignetta, che può derivare da risorse di varia natura, per esempio potrebbe discendere dal quadro teorico, potrebbe essere ricavato dalla letteratura esistente del campo, potrebbe provenire da esperienze pratiche maturate, e deve riflettere l'essenza del tema di ricerca su cui l'item si concentra,
- il bilanciamento fra rappresentazioni realistiche e ipotetiche all'interno della vignetta, nella costruzione dei personaggi e degli eventi questi due aspetti devono essere ben miscelati affinché risultino significativi agli occhi degli intervistati e rappresentativi della loro esperienza,
- lo scopo/funzione dell'investigazione (ad esempio, suscitare o focalizzare la discussione, risolvere problemi, identificare atteggiamenti o *belief*, riportare pratiche, norme), che deve guidare la costruzione della vignetta

Riguardo alla struttura della vignetta, viene evidenziata la rilevanza delle seguenti componenti: la presentazione, la lunghezza, lo scenario e la terminologia utilizzata nella vignetta, che devono essere appropriate per gli intervistati, coerenti con lo scopo di ricerca, e allineate al tema investigato. Inoltre, in questa fase, è fondamentale essere consapevoli delle conseguenze delle scelte effettuate riguardo alle tipologie di quesiti utilizzati, come, ad esempio, riguardo l'utilizzo di domande aperte o chiuse (differenziando anche fra le tipologie specifiche), e la prospettiva che chiediamo di assumere ai partecipanti per rispondere alle domande (ad esempio, il punto di vista personale, del protagonista della storia, di un valutatore esterno ecc).

Infine, i due ricercatori sottolineano di esaminare accuratamente i dettagli riguardanti la fase di somministrazione, in particolare individuano come fondamentale la presenza di una fase pilota nella quale viene valutato se, e in che misura, la vignetta sia rappresentativa e significativa per gli intervistati. Infine, riguardo alle modalità di somministrazione si ritiene assolutamente necessario prestare attenzione a fornire istruzioni chiare, e di considerare fattori come i tempi richiesti per affrontare l'*item*, la modalità e il contesto nel quale viene sottoposta la vignetta all'intervistato e con che frequenza *item* di questa natura vengono somministrati al soggetto (entro una stessa indagine).

Le due vignette che abbiamo inserito nel questionario sono state progettate seguendo questo framework. Alcuni dettagli a riguardo saranno forniti nelle seguenti descrizioni.

- *Vignetta 1*

La prima vignetta che viene presentata, si trova al termine della sezione riguardante i *belief* sul coinvolgimento percettivo e motorio degli studenti in attività laboratoriali di esplorazione dei concetti matematici. Il contenuto della vignetta 1 (Figure 4(A) e 4(B)) riguarda un'ipotetica situazione di vita reale, incentrata su un problema identificato come comune da molti esperti in didattica della matematica, che lavorano a stretto contatto con gli insegnanti. Spesso gli insegnanti che si trovano a realizzare per la prima volta un'attività ABM incontrano numerose difficoltà. Di conseguenza, hanno spesso la sensazione di aver fallito e tendono a considerare l'attività di apprendimento proposta del tutto inefficace. Non di rado, questa cattiva esperienza iniziale influenza gli insegnanti a tal punto che essi rifiutano del tutto la proposta di attività matematiche di questo genere.

Per quanto riguarda il design, la presentazione è un tradizionale testo narrativo (come ad esempio, in Stecher et al. 2006), che si sviluppa attraverso una serie di passaggi conseguenti (Jeffries & Maeder, 2005). La lunghezza delle vignette è relativamente breve per trattenere l'attenzione del partecipante e aumentare la probabilità delle risposte, cercando cioè di limitare il cosiddetto *carry over effect,* particolarmente frequente nei questionari online (Skilling & Stylianides, 2020). Al testo scritto si accompagnano alcune immagini, per facilitare gli insegnanti nel focalizzare l'attenzione sul contenuto della vignetta.

Come suggerito da Stecher et al. (2006), si possono raccogliere dati più realistici se viene fornito agli intervistati un contesto di classe in cui situare le risposte. Abbiamo perciò presentato un ipotetico scenario di classe, in cui una giovane insegnante propone per la prima volta un'attività che coinvolge l'utilizzo di materiali manipolativi. Vengono presentati alcuni ulteriori dettagli riguardo l'attività proposta, come le strategie didattiche adottate, l'atteggiamento degli studenti e la riflessione dell'insegnante sull'attività didattica svolta.

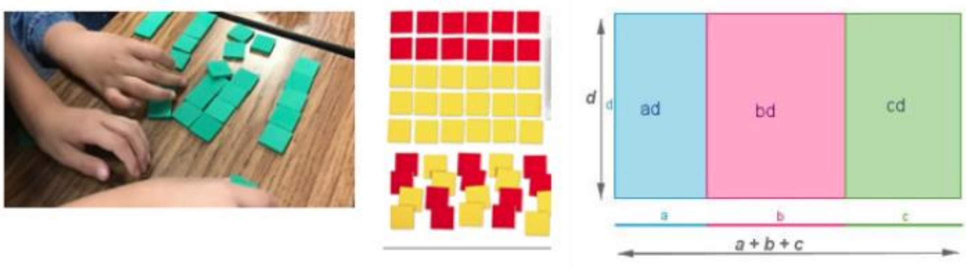
Seguendo i principi della *resonance* e dell'*immersion*, abbiamo progettato due versioni parallele del vignette-item, contestualizzate differentemente per gli insegnanti della scuola primaria e secondaria. In entrambe le vignette viene presentato lo stesso scenario di classe, tuttavia le due versioni differiscono per l'argomento proposto nell'attività di apprendimento: per la versione della scuola primaria (Figura 4(A)), l'attività di apprendimento presentata ha come oggetto la proprietà distributiva della moltiplicazione (un argomento aritmetico tipico della scuola primaria), per la versione riferita alla scuola secondaria (Figura 4(B)), il cubo del binomio[73] (un argomento algebrico tipico della scuola secondaria).

[73] Sottolineiamo che il materiale presentato relativo al cubo del binomio è un materiale Montessori, che però trova origine nell'interpretazione geometrica della formula algebrica fornita da Bombelli (Sapio et al., 2022), tramite la rappresentazione che egli definisce la "costruzione in linee" (Bagni, 2008) applicabile anche all'esempio bidimensionale.

19) Legga ora la breve storia che segue, prima di rispondere alle domande che seguiranno.

Monica, una giovane insegnante, ha deciso di proporre, per la prima volta nella sua classe, un'attività di apprendimento laboratoriale. L'attività prevede l'utilizzo di materiali in legno da manipolare, per esplorare le rappresentazioni geometriche delle proprietà distributive della moltiplicazione.

Proprietà distributive della moltiplicazione:



Dopo aver mostrato all'intera classe i materiali e come sia possibile servirsene per risolvere identità aritmetiche, Monica assegna agli studenti una serie di esercizi da svolgere, in tempistiche serrate, suggerendo di fare uso dei materiali presentati per la risoluzione.

Monica osserva gli studenti mentre lavorano autonomamente: inizialmente molti studenti mostrano interesse per il nuovo modo di rappresentare le proprietà aritmetiche, tuttavia, la maggior parte degli studenti non fa uso dei materiali per risolvere gli esercizi, facendo invece ricorso alle già note strategie risolutive di calcolo con foglio e penna.

Così, Monica ritiene che l'attività non sia stata efficace, poiché la maggior parte degli studenti non ha utilizzato i materiali proposti e le interpretazioni geometriche per la risoluzione degli esercizi.

Figura 4(a): Vignetta 1 presentazione (scuola primaria)

19) Legga ora la breve storia che segue, prima di rispondere alle domande che seguiranno.

Monica, una giovane insegnante, ha deciso di proporre, per la prima volta nella sua classe, un'attività di apprendimento laboratoriale. L'attività prevede l'utilizzo di materiali in legno da manipolare, per esplorare le rappresentazioni geometriche delle proprietà algebriche.

Dopo aver mostrato all'intera classe i materiali e come sia possibile servirsene per risolvere identità algebriche, Monica assegna agli studenti una serie di esercizi da svolgere, in tempistiche serrate, suggerendo di fare uso dei materiali presentati per la risoluzione.

Monica osserva gli studenti mentre lavorano autonomamente: inizialmente molti studenti mostrano interesse per il nuovo modo di rappresentare le proprietà algebriche, tuttavia, la maggior parte degli studenti non fa uso dei materiali per risolvere gli esercizi, facendo invece ricorso alle già note strategie risolutive di calcolo con foglio e penna.

Così, Monica ritiene che l'attività non sia stata efficace, poiché la maggior parte degli studenti non ha utilizzato i materiali proposti e le interpretazioni geometriche per la risoluzione degli esercizi.

Figura 4(b):Vignetta 1 presentazione (scuola SECONDARIA)

La prospettiva dalla quale si chiede ai partecipanti di rispondere è il proprio punto di vista personale sulla situazione descritta. La funzione del *vignette-item* 1 è di identificare le convinzioni degli insegnanti sulla proposta in classe di attività laboratoriali che prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti, esprimendo, su scale di tipo Likert, il grado di accordo con cinque affermazioni che commentano la storia presentata. Nella Figura 5 è possibile osservare la versione delle domande relative alla prima vignetta per gli insegnanti della scuola primaria. Le domande relative alla scuola secondaria sono analoghe, con i dovuti adattamenti del testo in linea con la presentazione della vignetta, e la versione per la scuola secondaria che non riportiamo è presentata in Appendice (la versione italiana nell’Appendice 1.2 e quella australiana nell’Appendice 2.2).

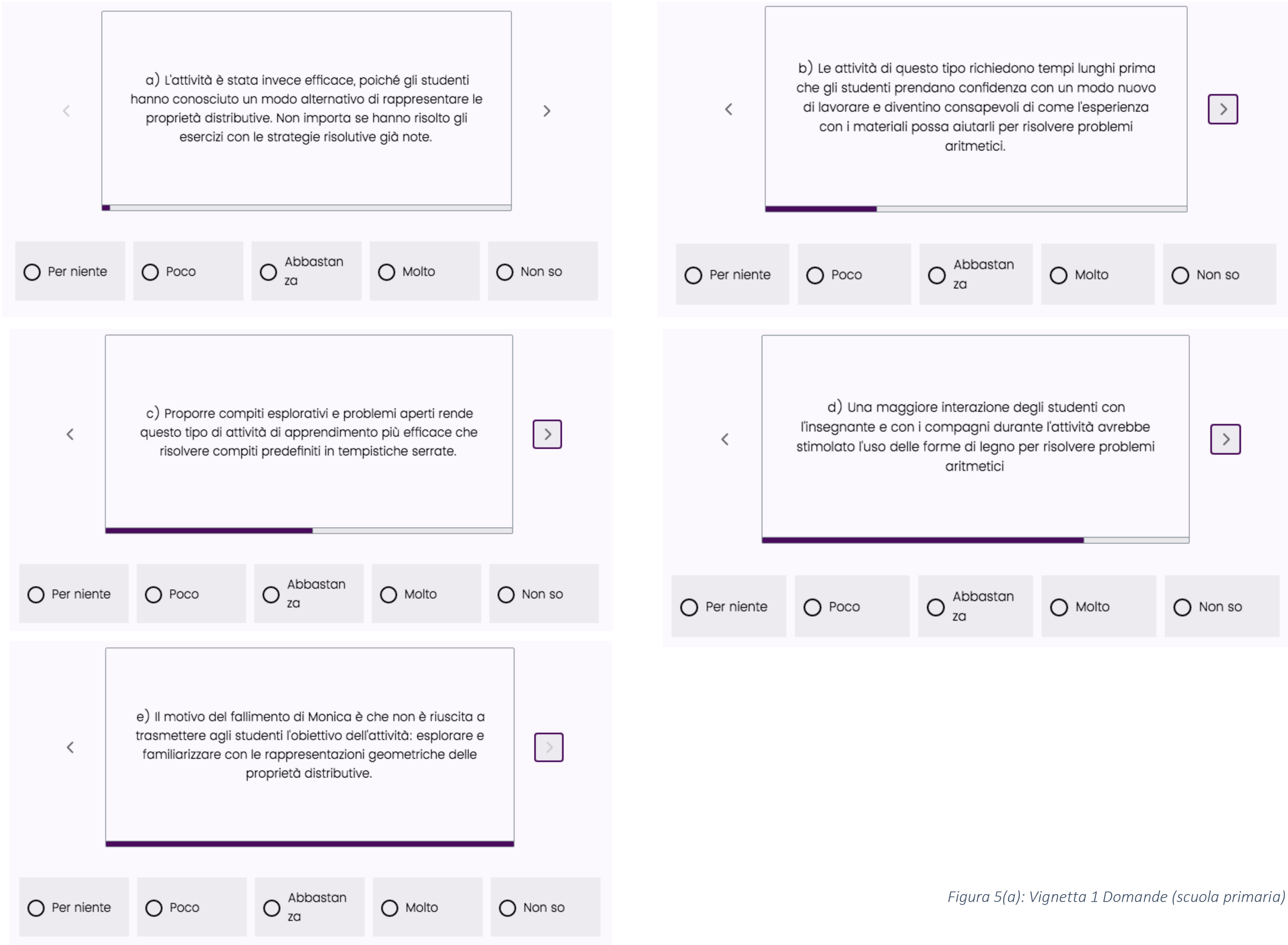


Figura 5(a): Vignetta 1 Domande (scuola primaria)

- *Vignetta 2*

La Vignetta 2 si trova alla fine della quinta sezione del questionario, quella che concerne le caratteristiche della realizzazione in classe delle attività ABM. Come abbiamo già illustrato, hanno accesso a questa sezione soltanto gli insegnanti che hanno dichiarato di proporre queste attività nella loro pratica didattica.

Il design della vignetta 2 (Figura 6) è ispirato a una vignetta esemplare, illustrata nell'articolo di Skilling e Stylianides (2020), e utilizzata nello studio condotto dagli autori nel 2015 sull'*engagement* in matematica (Skilling & Stylianides, 2015).

Similmente al modello di Skilling e Stylianides, abbiamo costruito una presentazione con due vignette narrative che descrivono le strategie di insegnamento di due insegnanti fittizi che realizzano un'attività ABM. In particolare, abbiamo scelto di prendere in considerazione un'attività matematica che fa uso di materiali manipolativi. Le due strategie di insegnamento differiscono per varie caratteristiche, come il livello di guida didattica e più in generale il modo in cui viene organizzata l'attività laboratoriale (come la gestione della classe e le tempistiche adottate), e stigmatizzano due modalità polarizzate di condurre questo tipo di attività. Le caratteristiche che abbiamo selezionato per le differenti strategie didattiche, sono temi ampiamente dibattuti nella ricerca in didattica della matematica (Carbonneau & Marley 2015).

La presentazione della Vignetta 2 è formata da due testi narrativi, accompagnati da un'immagine che caratterizza ciascun profilo relativo all'insegnante fittizio. Le descrizioni dei due profili hanno una lunghezza e sono dettagliate in modo simile, per apparire ugualmente appetibili agli intervistati (Huges & Huby, 2004). Abbiamo evitato l'uso di termini tecnici e inserito solo brevi informazioni contestuali utili (ad esempio, il livello della classe) per rendere gli insegnanti familiari con le narrazioni in un tempo molto rapido.

28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del testo.

Roberto e Tina sono insegnanti di matematica in una classe terza di una scuola secondaria inferiore. Entrambi decidono di implementare in classe una attività laboratoriale che coinvolga gli studenti anche fisicamente, ma utilizzando differenti strategie didattiche.

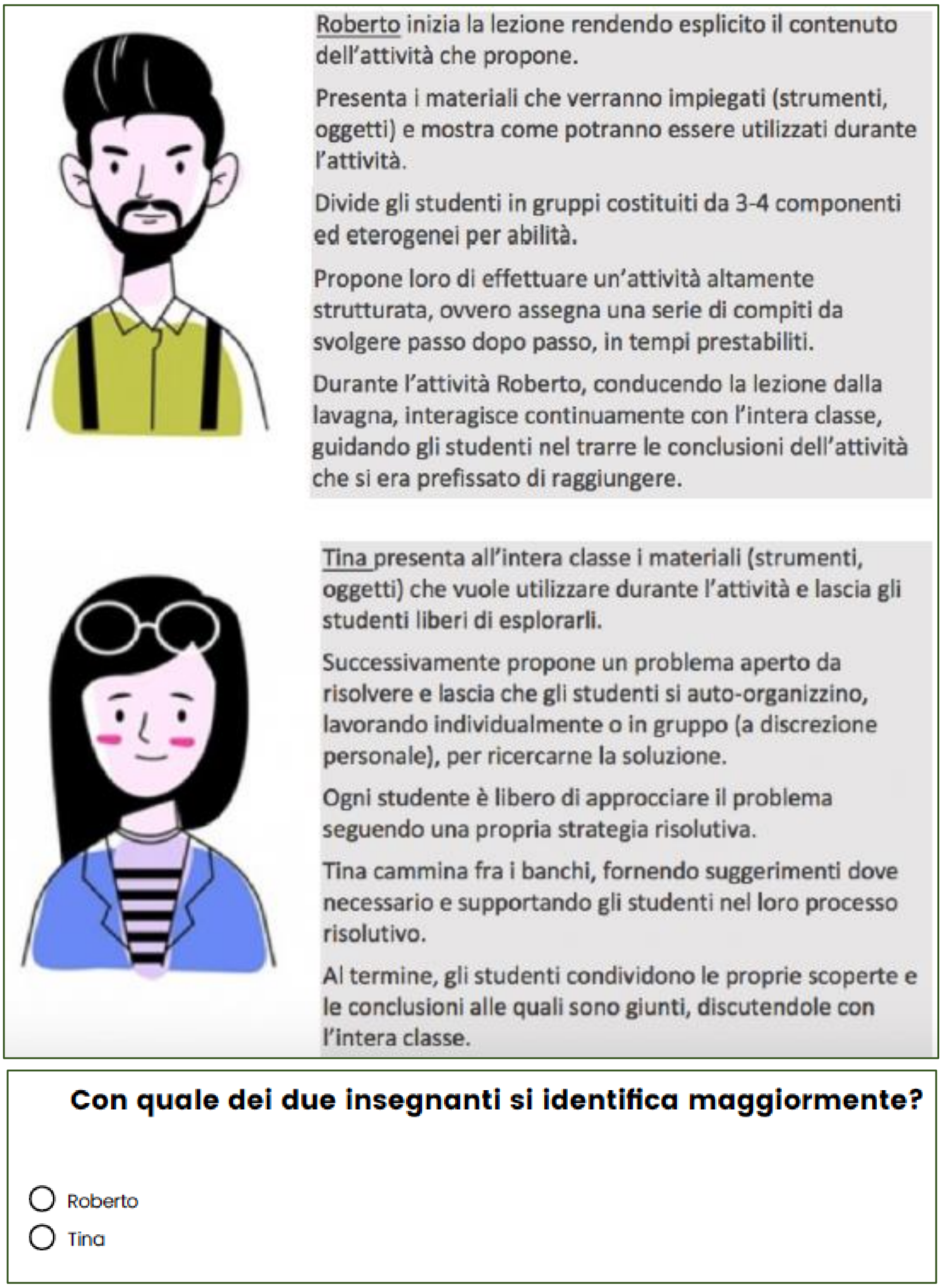


Figura 6: Vignetta 2 presentazione (scuola primaria e Secondaria)

Lo scopo della Vignetta 2 è quello di ottenere informazioni sulle strategie didattiche messe in campo dagli insegnanti quando realizzano attività ABM nelle classi. In primo luogo, chiediamo ai partecipanti con quale dei due profili si identificano maggiormente e successivamente (Figure 7 e 8) di selezionare, all'interno di una lista, la caratteristica che ritengono essere la più rilevante nel determinare l'efficacia dell'attività di apprendimento, e di scrivere che cosa avrebbero fatto diversamente dal profilo scelto per aumentare l'efficacia didattica.

Diversamente dal modello esemplare fornito da Skilling e Stylianides, abbiamo usato principalmente domande a risposta chiusa nelle due vignette proposte. Mentre nella vignetta 1 abbiamo inserito scale di tipo Likert, la vignetta 2 consiste di due quesiti a scelta multipla e una domanda a risposta aperta (breve). Anche se le domande a risposta aperta si adatterebbero perfettamente agli obiettivi dell'utilizzo di un *vignette-item* in uno strumento esplorativo, abbiamo prediletto l'uso di domande a risposta chiusa, in quanto, in particolare nei sondaggi, questa tipologia di domande permette di incorporare un'ampia gamma di variabili all'interno di un singolo *vignette-item* (Hughes & Hubi, 2004).

29) Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Roberto che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:

Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- ○ Esplicitare l'argomento trattato all'inizio della lezione
- ○ Progettare una attività passo-passo con tempistiche programmate
- ○ Dividere la classe in gruppi misti (non omogenei per abilità)
- ○ Guidare l'intera classe verso le conclusioni dell'attività

30) C'è qualcosa che avrebbe fatto in modo differente da Roberto per rendere l'attività didatticamente più efficace?

Scriva di seguito la sua risposta.

Figura 7: Vignetta 2, risposta: roberto (scuola primaria e Secondaria)

29) Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Tina che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:

Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- ○ Mostrare i materiali e lasciare tempo agli studenti di esplorarli e prenderci confidenza
- ○ Introdurre un problema e lasciare gli studenti liberi di risolvere seguendo la propria strategie risolutiva in autonomia
- ○ Camminare fra i banchi per assistere gli studenti e supportarli nella propria strategia risolutiva
- ○ Lasciare tempo agli studenti, infondo all'attività, di condividere le proprie conclusioni con il resto della classe

30) C'è qualcosa che avrebbe fatto in modo differente da Tina per rendere l'attività didatticamente più efficace?

Scriva di seguito la tua risposta.

Figura 8: Vignetta 2, risposta: tina (scuola primaria e Secondaria)

Come abbiamo presentato all'inizio d questo capitolo, il coinvolgimento diretto degli insegnanti ha previsto, sia in Italia che in Australia, la compilazione di un questionario online e successive interviste di follow-up. Tuttavia, alcune differenze nelle scelte metodologiche hanno contraddistinto le due investigazioni. Tali distinzioni riguardano sia le modalità con le quali gli insegnanti son stati coinvolti nelle interviste di follow-up, che in Italia sono avvenute nella forma di focus group, organizzati per ordini scolastici, e in Australia come interviste individuali, sia le strategie di distribuzione del questionario. Inoltre, le numerosità dei campioni di insegnanti coinvolti nei due contesti non risultano comparabili; ciò ha comportato ulteriori distinzioni nelle analisi che sono state effettuate sui dati raccolti. Pertanto, presenteremo dapprima i risultati separando le indagini nei due contesti osservati: nel prossimo capitolo illustreremo i risultati della ricerca condotta in Italia, nel capitolo seguente l’indagine condotta in Australia. Nel capitolo 7 concluderemo presentando una discussione complessiva dei risultati, nei quali verrà anche mostrato il confronto di quanto è emerso in Italia e in Australia.

5. L'INDAGINE RIVOLTA AGLI INSEGNANTI IN ITALIA

L'indagine esplorativa rivolta agli insegnanti ha previsto in Italia la compilazione di un questionario online e successivi focus group di follow-up condotti sulla piattaforma Zoom. In accordo con la struttura del disegno di ricerca, nel seguente capitolo verranno dapprima illustrati i risultati ottenuti dalle risposte al questionario e in seguito verranno mostrati quelli relativi alle interviste di follow-up.

5.1. Il questionario

Dopo aver presentato le strategie che hanno caratterizzato la distribuzione del questionario, descriveremo i risultati a partire dalla presentazione del campione di insegnanti che hanno partecipato alla ricerca in Italia e proseguendo secondo l'ordine delle domande e delle sezioni nelle quali si articola lo strumento d'indagine.

5.1.1. La distribuzione

La distribuzione del questionario è consistita nella circolazione del link al questionario online, preceduta da un invito alla compilazione rivolto agli insegnanti contenente il link alla lettera informativa per i partecipanti alla ricerca (entrambi riportati nell'Appendice 1.1).

Ha preceduto la diffusione del questionario una fase pilota volta al raffinamento dello strumento d'indagine e alla correzione di eventuali errori di progettazione, particolarmente importante nell'utilizzo di uno strumento online (Moreh, 2019). Tale fase pilota ha previsto il coinvolgimento di 6 persone, tramite la compilazione del questionario e un successivo colloquio individuale via Zoom, che si è svolta nel periodo compreso tra il 4 e il 20 Novembre 2021. A seguito delle osservazioni e dei commenti emersi in questa fase è stato possibile analizzare il funzionamento dello strumento, come anche la struttura dei dati raccolti, ed eliminare errori tecnici o migliorare la formulazione di alcuni item. Tuttavia, conclusa la ricerca e analizzati i dati, ulteriori osservazioni porterebbero a possibili modifiche e miglioramenti, come messo in luce da alcune osservazioni che verranno presentate durante l'illustrazione dei risultati.

5.1.1.1. Le cinque fasi della distribuzione

La distribuzione del questionario in Italia è iniziata venerdì 26 Novembre 2021 ed è terminata giovedì 16 Dicembre 2021. Il questionario è tuttavia rimasto aperto fino al 13 Aprile 2022 per raccogliere eventuali ulteriori risposte pervenute in ritardo. Nel seguente diagramma di Gantt (Grafico 1) è descritta la *timeline* relativa alla distribuzione del questionario.

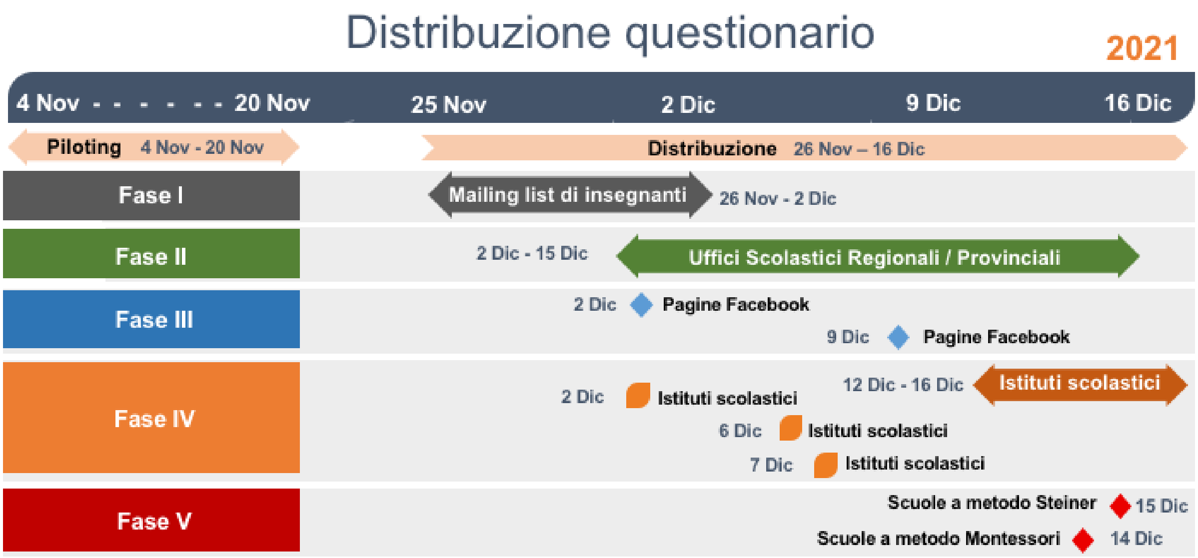


Grafico 9.Diagramma di Gantt relativo alla distribuzione del questionario[75]

Una descrizione didascalica delle fasi che hanno caratterizzato la strategia seguita per la circolazione dello strumento d'indagine è illustrata nella seguente tabella (Tab. 1).

FASI DELLA DISTRIBUZIONE DEL QUESTIONARIO		
Fase I	26/11/2021 - 2/12/2021	
	Invio ai contatti di insegnanti/educatori nel mondo scolastico o universitario di cui si ha conoscenza personale, con preghiera di diffusione ai colleghi (Invito alla partecipazione in Appendice 1.1)	94 indirizzi
	Invio a mailing list di contatti di insegnanti tramite gruppi di ricerca o mailing list di collaborazione di cui dispongono le università, in particolare: l'Università degli Studi di Roma Tor Vergata, l'Università LUMSA di Roma, la collaborazione di membri della SIRD (Società Italiana di Ricerca in Didattica), la collaborazione di membri del CIDI (Centro di Iniziativa Democratica degli Insegnanti), la collaborazione di membri associati all'ex associazione culturale provinciale la Limonaia di Pisa. (Invito alla partecipazione nell'Appendice 1.1)	Non possediamo una stima della distribuzione a cascata avvenuta tramite questi canali, che hanno diffuso ad altri contatti / mailing list
Fase II	2/12/2021 –15/12/2021	

[75] Il diagramma di Gantt è stato creato sul sito www.officetimeline.com

	Invio agli Uffici Scolastici Regionali o Provinciali italiani, qualora assenti o vacanti i primi, contattando sia gli indirizzi istituzionali, sia gli indirizzi dei direttori generali e di segreteria specifici (invito alla diffusione nell'Appendice 1.3): - Alcuni uffici (Calabria, Piemonte, Veneto, Marche) hanno provveduto a fornire l'elenco delle scuole della regione, o il link alle pagine relative. - L'Ufficio Scolastico Regionale della regione Lombardia ha provveduto alla diffusione della comunicazione agli Uffici Scolastici Provinciali con preghiera di diffusione agli Istituti scolastici di competenza. - Altri uffici non hanno fornito risposta, pertanto non siamo al corrente se abbiano accolto o meno la preghiera di diffusione.	26 indirizzi
Fase III	2/12/2021: *Numeri e Pedine, Fem* 9/12/2021: Le altre pagine / gruppi Facebook	
	Pubblicazione su pagine Facebook dedicate all'insegnamento della Matematica a scuola, previa autorizzazione degli amministratori delle stesse (invito nell'Appendice 1.3). Le pagine che hanno fornito la disponibilità per la pubblicazione sono state: *Numeri&Pedine, MaestraMarta, Matematica in TERZA, Matematica in Quarta, Matematica in Quinta, FeM*	
Fase IV	2,6,7,9,12-16 Dicembre 2021	
	Invio ai singoli istituti scolastici di tutte le regioni italiane, tramite gli elenchi reperiti sui siti degli Uffici Scolastici Regionali e Provinciali o forniti dagli stessi, o in forma di email o ricostruiti a partire dai codici meccanografici associati agli istituti dall'anagrafe delle scuole (in questo ultimo caso, soltanto le scuole statali son state raggiunte). Gli invii non sono avvenuti nelle regioni dove gli Uffici Scolastici hanno provveduto alla diffusione. Gli invii hanno raggiunto prevalentemente gli istituti principali, a cui fanno capo ulteriori istituti minori. (Invito con preghiera di diffusione riportato nell'Appendice 1.3)	10°865 email 938 invii falliti
Fase V	14 Dicembre 2021 Invii a scuole a metodo Montessori 15 Dicembre 2021 Invii a scuole a metodo Steiner	
	Invio ad una lista di indirizzi di scuole primarie, istituti comprensivi e istituti secondari, sia paritari che pubblici, a metodo Montessori, associati all'Opera Nazionale Montessori[76], previa autorizzazione della stessa. (Invito con preghiera di diffusione riportato nell'Appendice 1.3)	125 Indirizzi 2 invii falliti
	Invio all'Associazione per la Pedagogia Steineriana[77] delle scuole di metodo Waldorf Steiner presenti su territorio italiano. Invio agli indirizzi delle singole scuole, reperibili con ricerche sulle pagine dei singoli istituti.	1 indirizzo 23 Indirizzi 2 invii falliti

Tabella 1. Descrizione delle cinque fasi che hanno caratterizzato la strategia di distribuzione del questionario

[76] https://www.operanazionalemontessori.it/nidi-e-scuole-montessori/nidi-e-scuole-montessori-in-italia (consultato il 25/10/2022)

[77] https://www.scuolasteineriana.org (consultato il 25/10/2022)

Di seguito (Fig. 2a, 2b, 2c) sono riportati i dati relativi agli invii effettuati dalla casella di posta elettronica accademica di Gmail, relativa all'indirizzo a.boscolo@lumsa.it, nella Fase IV e V della distribuzione del questionario. Il report è stato ottenuto attraverso il software di analisi della posta elettronica Email Meter[78].

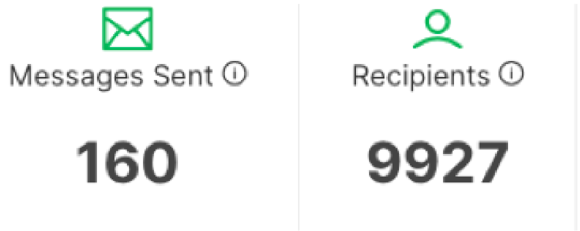


Figura 2a. A destra il numero di email con destinatari multipli inviate agli istituti scolastici durante la Fase IV e V della distribuzione, a sinistra il numero di riceventi, che corrisponde al totale dei destinatari a cui son stati sottratti gli invii falliti

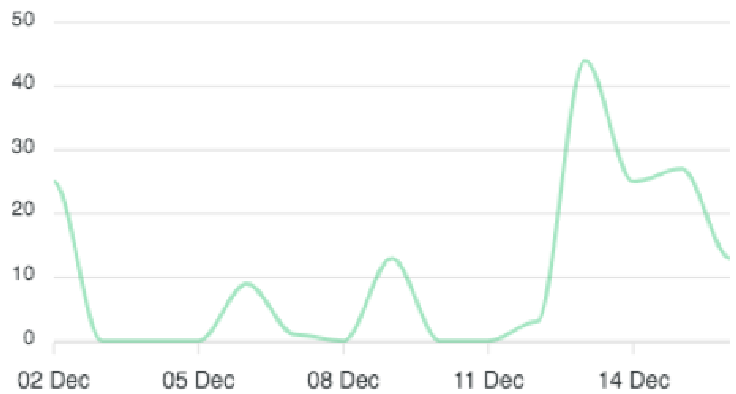


Figura 2b. Il flusso di invii di email nel periodo di distribuzione relativo alla fase IV e V

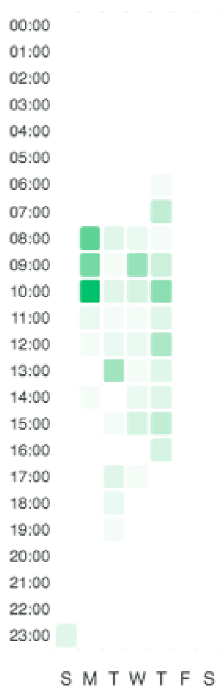


Figura 2c. Orari in cui si sono concentrati gli invii, nei vari giorni della settimana, stimati nella Fase IV e V di distribuzione del questionario. Ad un verde più scuro corrisponde una maggiore frequenza di invii.

5.1.1.2. Osservazioni sulla distribuzione

Commenteremo adesso brevemente le scelte metodologiche effettuate per raggiungere i rispondenti dell'indagine e le strategie utilizzate per la distribuzione del questionario, mettendone in luce i punti di forza e le limitazioni.

Effettuare un'indagine tramite un questionario online è un metodo estremamente rapido per raggiungere rispondenti (Greenlaw & Brown-Welty, 2009) che non prevede costi aggiuntivi per la distribuzione, e riesce a coinvolgere anche i partecipanti più difficili da contattare (Temple & Brown, 2011) coprendo aree geograficamente disparate.

Una pratica sempre più comune nelle ricerche dell'ambito delle scienze sociali per raggiungere rispondenti a questionari online è la pubblicazione di un invito alla compilazione all'interno di gruppi Facebook tematici, cui appartengono membri accomunati da interessi condivisi che possono includere l'argomento trattato nell'indagine, con richiesta di condivisione a ulteriori contatti potenzialmente interessati (il cosiddetto *snowball sampling process*) (Brickman Bhutta, 2012). In aggiunta a questo metodo, abbiamo diffuso il questionario con inviti tramite email rivolti ai dirigenti scolastici in tutte le regioni italiane includendo varie tipologie di scuole (private e pubbliche, a metodo o tradizionali) e la pubblicazione sui portali degli Uffici Scolastici Provinciali e Regionali. Altresì,

[78] https://www.emailmeter.com/

abbiamo contattato direttamente gli insegnanti inseriti in mailing-list di settore. Come sottolineato da Fan & Yan nella loro meta analisi (2010), utilizzare metodi misti di diffusione, in alcuni casi, risulta essere una valida strategia per raggiungere un numero maggiore di rispondenti e un campione più vario.

Il tasso di risposta per le indagini condotte attraverso la compilazione di questionari auto compilati è un’informazione importante per valutare la fruibilità dello strumento stesso e l’ampiezza dell’effetto *bias* dato da una selezione dei rispondenti, prospettandosi di conseguenza come un criterio per giudicare la bontà dell’indagine (Hox & DeLeeuw, 1994; Shih & Fan, 2009). Tuttavia, risulta generalmente più complesso da calcolare per strumenti web-based, diffusi online, e si presenta tendenzialmente inferiore rispetto al tasso di risposta raggiungibile con altre forme di circolazione (Manfreda et al., 2008). Ad esempio, per quanto concerne la distribuzione via email, essa risulta avere un tasso di risposta nettamente inferiore rispetto alle ricerche condotte con questionari cartacei fisicamente distribuiti, e si aggirerebbe intorno a un 33% (Shih & Fan, 2009). Inoltre, per questionari abbastanza lunghi, ovvero con un tempo di compilazione superiore ai 13 minuti (Handwerk et al., 2000), come il questionario in oggetto, il tasso di risposta tende ad essere ulteriormente più basso (Fan & Yan, 2010). Per di più, durante la distribuzione non sono stati forniti incentivi per la compilazione né sono stati inviati *reminder* alla compilazione, invece ritenuti estremamente funzionali ad innalzare il tasso di risposta, specialmente se avvengono ad una distanza inferiore ai 7 giorni dal primo invito (Fan & Yan, 2010). Specifichiamo che non abbiamo proceduto con dei *reminder* poiché la casella email già relativamente ai primi invii effettuati, durante le fasi IV e V, ha iniziato a segnalare l’indirizzo email personale come presunto Spam, bloccando molteplici volte gli invii. Procedere massivamente con ulteriori invii avrebbe comportato un’alta probabilità di recapitare i messaggi direttamente all’interno delle caselle di Spam dei riceventi, e dunque i *reminder* a non essere mai visualizzati, mentre cambiare profilo di invio crediamo che avrebbe potuto generare confusione nei riceventi. Ci è sembrato perciò opportuno non procedere a multipli invii. Un’ulteriore limitazione ha giocato un ruolo sulle quote di risposta rispetto agli invii effettuati; infatti, gli inviti per la partecipazione alla ricerca in massima parte non sono stati diretti ai destinatari dell’indagine, ovvero agli insegnanti, ma ai dirigenti scolastici con preghiera di diffusione ai possibili rispondenti. Questa intermediazione ha costituito un ulteriore filtro per l’accesso alla compilazione. In conclusione, avendo utilizzato tecniche miste per la diffusione del questionario, e nell’impossibilità di stimare sia la circolazione dell’invito da parte dei dirigenti scolastici all’interno dei singoli istituti, sia i rispondenti raggiunti tramite la pubblicazione dell’invito su gruppi Facebook o sui siti degli Uffici Scolastici, non possiamo fornire una stima del tasso di risposta. Nelle interviste di follow-up è però emerso che gli insegnanti sono venuti a conoscenza dell’indagine attraverso i diversi canali di diffusione adottati, nessuno escluso.

Dobbiamo inoltre tenere presente che le scelte metodologiche effettuate, che hanno previsto il coinvolgimento di un campione volontario di insegnanti, hanno comportato una selezione nei rispondenti, per quanto la strategia di distribuzione abbia cercato di prescindere da criteri di selezione territoriale e di vicinanza rispetto agli ambienti universitari o dei centri di ricerca. In primis, la scelta di avere un campione volontario esclude la possibilità di generalizzare i risultati come in presenza di un campionamento rappresentativo, nonostante l’alto numero di rispondenti abbia permesso di affacciarsi ad un ampio panorama di insegnanti diversi. Secondariamente, tale scelta metodologica espone l’indagine ad un *bias* nella selezione dei rispondenti, infatti essi avranno aderito all’indagine, in modo prevalente, se interessati all’argomento trattato. Ci aspettiamo perciò di trovare una sovrastima dell’apertura e della sensibilità verso l’argomento del questionario rispetto alla reale situazione presente all'interno delle scuole. Torneremo su questo punto nel capitolo conclusivo della ricerca, discutendo i limiti dello studio.

5.1.1.3. Tempo e date di compilazione

Il tempo stimato dal Software Qualtrics per la compilazione del questionario si attesta intorno ai 20 minuti; tuttavia, i tempi medi effettivi di compilazione che sono stati rilevati risultano leggermente inferiori. Il tempo medio di compilazione dei rispondenti è stato di 14.6 minuti e, restringendoci a coloro che hanno compilato il questionario completandolo (nell'accezione che abbiamo utilizzato di completamento, ovvero un progresso nella compilazione superiore al 96% che prevede inoltre la risposta all'ultima domanda del questionario) osserviamo un tempo medio di compilazione pari a 18 minuti. Riportiamo che, per calcolare i tempi medi di compilazione siamo stati costretti ad escludere sia coloro che hanno compilato il questionario aprendo il link più di una volta o lasciandolo inattivo per più di un'ora, sia coloro che, pur accedendo al link, non hanno fornito il consenso a partecipare alla ricerca e non hanno perciò avuto accesso alla compilazione del questionario.

Nel seguente grafico (Grafico. 2) è illustrata la distribuzione delle compilazioni all'interno del periodo in cui è stato garantito ai potenziali rispondenti l'accesso al link al questionario.

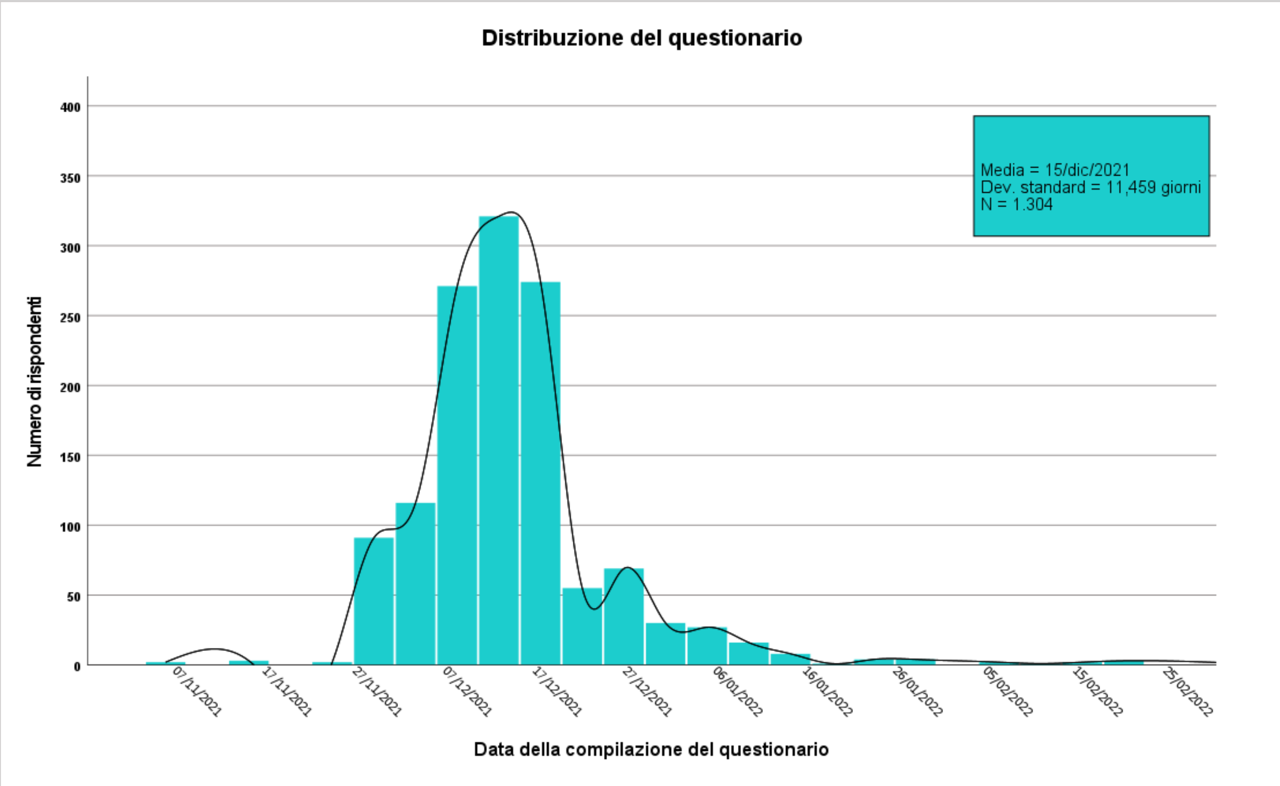


Grafico 2. Grafico relativo alle date di compilazione del questionario da parte dei rispondenti [7 novembre 2021 - 25 Febbraio 2022]

5.1.2. Il campione

Le risposte registrate dal sistema sono state 1304, di cui 3 riconosciute come Spam dal Software Qualtrics; consideriamo perciò il numero di rispondenti pari a 1301. Tra questi, il 5,5% (ovvero 72 rispondenti), pure accedendo al link, non hanno fornito il loro consenso alla partecipazione alla ricerca e perciò non hanno avuto accesso alla compilazione del questionario.

Vogliamo qui sottolineare che, grazie alle impostazioni relative alla distribuzione selezionate in fase di progettazione nell'interfaccia Qualtrics XM, non dovrebbero essere presenti ripetizioni di uno stesso utente nella compilazione. Infatti, le impostazioni di accesso al questionario sono state programmate in modo tale che la sessione d’accesso dell’utente, riconosciuta tramite la temporanea registrazione dell’indirizzo IP, qualora non terminata, resti aperta per un’intera settimana, impedendo così la presenza di repliche nella compilazione qualora i rispondenti effettuino accessi ripetuti o abbiano interrotto e poi ripreso la compilazione.

Dei 1301 rispondenti, 877 (pari al 67,4%) ha completato il questionario. Questo numero non corrisponde al totale dei questionari riconosciuti da Qualtrics come terminati poiché, con tale valore, il software considera il totale dei rispondenti che hanno cliccato il bottone di invio finale, senza curarsi se abbiano risposto effettivamente alle domande. Abbiamo invece preferito considerare coloro che hanno completato il questionario per una soglia riconosciuta da Qualtrics come superiore al 96% visualizzandolo interamente e completando l’ultima domanda, ammettendo comunque la possibilità che abbiano saltato qualche item nella compilazione. L’assunzione di ritenere il questionario completo se la progressione è superiore al 96% è motivata dalla considerazione che, in particolare, coloro che al termine del questionario hanno aperto la finestra per fornire i dati di contatto per l’eventuale partecipazione ai focus group di follow-up (293 rispondenti) non sono successivamente tornati sulla pagina del questionario concludendo la compilazione con un click sul bottone di invio. I loro questionari risultano perciò completi al 96% seppure essi abbiano risposto alla totalità delle domande proposte.

5.1.2.1. La distribuzione degli insegnanti rispetto agli ordini di scuola

Nella prima domanda del questionario (Q1), con risposta obbligatoria, è stato chiesto agli insegnanti di indicare l’ordine scolastico nel quale stavano correntemente lavorando; 98 insegnanti non hanno selezionato alcuna alternativa, e sono quindi stati esclusi dalla nostra analisi. Tra i 1206 rispondenti alla domanda, 540 hanno dichiarato di essere insegnanti di scuola primaria e 666 di scuola secondaria.

In particolare, i 1176 rispondenti alla seconda domanda (Q2P, per i rispondenti di scuola primaria, o Q2S, per i rispondenti di scuola secondaria, in dipendenza della risposta al quesito Q1) hanno indicato le classi in cui stavano attualmente insegnando. Tale informazione ci ha permesso di constatare un buon grado di uniformità nella distribuzione degli insegnanti in riferimento ai diversi gradi scolastici nei quali stavano correntemente prestando servizio (Tab. 2).

Scuola primaria		Scuola secondaria di primo grado		Scuola secondaria di secondo grado	
Primo anno	112	Primo anno	208	Primo anno	248
Secondo anno	105	Secondo anno	227	Secondo anno	246
Terzo anno	152	Terzo anno	229	Terzo anno	259
Quarto anno	145			Quarto anno	257
Quinto anno	135			Quinto anno	253

Tabella 2. Q2: Distribuzione degli insegnanti secondo i gradi scolastici nei quali stanno correntemente insegnando. (N=1175)

Analizzando la distribuzione dei rispondenti rispetto ai differenti ordini scolastici, e considerando anche in modo specifico coloro che hanno completato il questionario, possiamo vedere nella tabella seguente (Tab. 3) che il campione si compone per la maggioranza di insegnanti di scuola secondaria, con una prevalenza per la secondaria di secondo grado e 13 insegnanti che insegnano contemporaneamente al primo e secondo grado. Tuttavia, considerando i tre ordini scolastici distinti, gli insegnanti di scuola primaria risultano essere i più numerosi.

Ordine scolastico	Rispondenti	Rispondenti che hanno completato il questionario
Scuola Primaria	526	366
Scuola Secondaria Grado 1	249	209

Scuola Secondaria Grado 2	374	291
Scuola Secondaria Grado 1 e 2	13	11

Tabella 3. Distribuzione degli insegnanti in riferimento agli ordini scolastici nei quali stanno correntemente insegnando. (N=1175)

5.1.2.2. Le tipologie delle scuole d'insegnamento

Dei rispondenti alla terza domanda (Q3), 1109 stavano correntemente insegnando in una scuola pubblica, 43 in una scuola privata. Inoltre 1153 rispondenti (Q4) provenivano da scuole tradizionali, mentre 49 di loro da scuole che seguono uno specifico metodo educativo. Tra questi abbiamo una prevalenza di metodo Montessori (14 pubbliche e 4 private) e Senza Zaino (15 scuole pubbliche). Inoltre, due insegnanti stavano prestando in scuole nelle quali vengono seguiti più metodi educativi contemporaneamente, mentre altri 15 hanno definito la propria scuola a metodo senza specificarne la tipologia o riferendosi ad altre metodologie didattiche meno ricorrenti (tra queste: classe montagna, didattica attiva, docente prevalente, didattica dello sfondo integratore, modello DADA).

Osservando specificatamente i rispondenti che hanno completato il questionario (Grafico 3), 808 provengono da scuole pubbliche tradizionali e 30 da scuole pubbliche a metodo (di cui 10 Senza Zaino e 11 a metodo Montessori) mentre 23 provengono da scuole private non a metodo e 4 da private a metodo (di cui 2 a metodo Montessori).

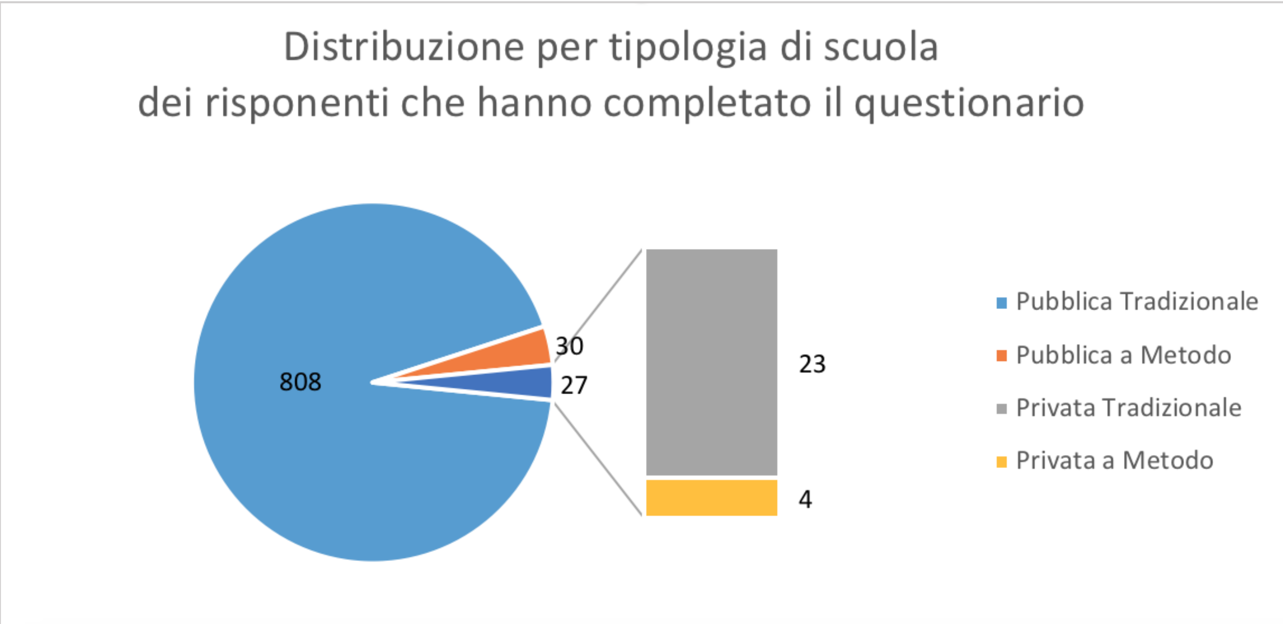


Grafico 3. Q4: Distribuzione per tipologia di scuola dei rispondenti che hanno completato il questionario (N=865)

Tra i rispondenti che consideriamo abbiano completato il questionario, ve ne sono 12 che non rientrano tra quelli appena descritti; in particolare abbiamo 7 insegnanti che non hanno risposto alla domanda Q3 e 8 che non hanno risposto al quesito Q4. Nello specifico, 5 insegnanti hanno affermato di provenire da scuole pubbliche, e uno da una scuola privata, senza specificare se tradizionali o a metodo, mentre 8 rispondenti hanno indicato di frequentare una scuola che segue un particolare metodo educativo senza specificare se pubblica o privata, ed infine un insegnante non ha fornito risposta a nessuna delle due domande.

5.1.2.3. La principale materia d'insegnamento

Agli insegnanti di scuola secondaria abbiamo chiesto di indicare la principale o le principali, se ve ne fossero due insegnate per lo stesso numero di ore, discipline d'insegnamento nell'anno scolastico corrente (Q5). Nella seguente tabella (Tab. 4) sono riportate le materie più quotate dai rispondenti, differenziate secondo gli ordini delle scuole. Per ogni ordine, sono indicati sia i risultati in riferimento alla totalità dei rispondenti, che rispetto a coloro che hanno completato il questionario.

	Matematica	Scienze	Fisica	Tecnologia/Economia	Altro (es. Sostegno)
Grado I	236	105	7	3	17
Grado I (terminato)	**206**	**93**	**6**	**1**	**7**
Grado II	347	7	102	2	25
Grado II (terminato)	**277**	**5**	**84**	**1**	**11**

Tabella 4. Q5: Le principali materie insegnate dai rispondenti della scuola secondaria (grado I e II) (N Risposte_secondaria grado I=368, N Risposte_secondaria grado II=483)

Possiamo osservare che, nel primo grado, oltre alla matematica, quasi la metà dei rispondenti insegna anche scienze mentre, al secondo grado, circa un terzo degli insegnanti affianca l'insegnamento della fisica a quello della matematica.

5.1.2.4. Il titolo di studio

Tra i 503 insegnanti di scuola primaria che hanno risposto alla domanda Q6, riguardante il titolo di studio posseduto, incontriamo 216 rispondenti con diploma, 33 che hanno completato una laurea triennale e 233 che hanno completato una laurea a ciclo unico o specialistica (in particolare, 88 hanno una laurea vecchio ordinamento e 145 hanno una laurea specialistica). Inoltre, in 8 hanno effettuato un dottorato di ricerca, 10 un master o altre specializzazioni, mentre 3 hanno indicato di possedere un altro tipo di titolo di studio senza fornire ulteriori informazioni (Grafico. 4).

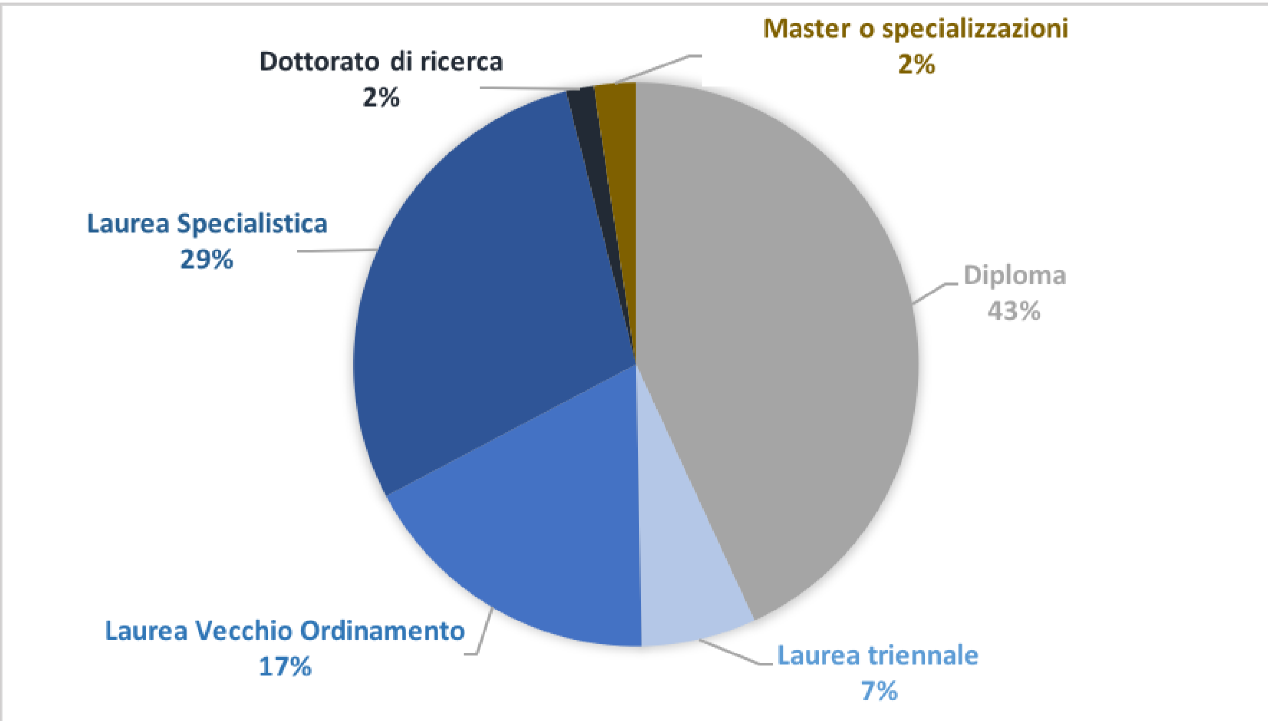


Grafico 4. Q6P: Titolo di studio_ insegnanti di scuola primaria (N=503)

Dei 622 rispondenti totali di scuola secondaria, 282 hanno un diploma di laurea vecchio ordinamento, 6 una laurea triennale, 238 una laurea specialistica o magistrale, 85 hanno conseguito il dottorato di ricerca, mentre 11 hanno indicato di aver conseguito altro, principalmente Master o la SISS (Grafico. 5).

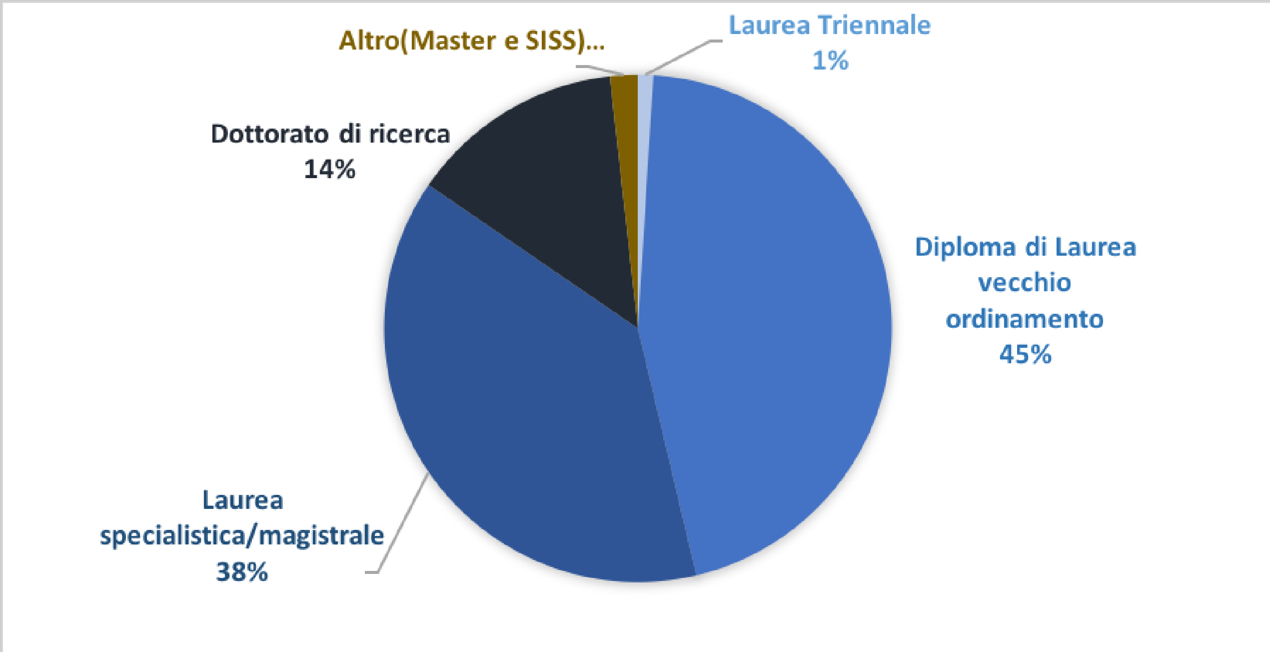


Grafico 5. Q6S: Titolo di studio_ Insegnanti di scuola secondaria (N=622)

Nella seguente tabella (Tab. 5), troviamo invece riportato il principale settore di studio durante l'Università o il dottorato, qualora effettuato, degli insegnanti di scuola secondaria che hanno risposto alla domanda Q7. Abbiamo osservato, in particolare, se essi abbiamo effettuato una formazione specifica in Matematica, o in Didattica della Matematica, o in una materia scientifica ad alto contenuto matematico (come Ingegneria, Fisica, Informatica) o a medio-basso contenuto matematico (come Economia, Biologia, Chimica, Geologia, Scienze Naturali ecc.).

	Matematica	Didattica della Matematica	Materia scientifica (alto contenuto matematico)	Materia scientifica (basso contenuto matematico)	Altro
Grado I	47	13	20	138	44
Grado I (terminato)	**41**	**9**	**18**	**124**	**28**
Grado II	195	63	82	17	30
Grado II (terminato)	**157**	**51**	**70**	**14**	**10**

Tabella 5. Q7: Indirizzo di specializzazione nel percorso di studio_ Insegnanti di scuola secondaria (N=922)

Possiamo osservare che, complessivamente, vi sono 318 insegnanti che hanno una formazione in Matematica, di cui 76 hanno effettuato un percorso specifico in Didattica della Matematica. Vi sono poi 102 insegnanti che hanno effettuato studi in un corso di laurea scientifico ad alto contenuto matematico mentre 155 a medio-basso contenuto matematico; infine, altri 77 insegnanti hanno avuto una differente formazione. Mentre gli insegnanti di scuola secondaria di secondo grado hanno principalmente (per l'87,86%) effettuato corsi di studio nei quali è molto spiccata la componente disciplinare di nostro interesse, nella scuola di primo grado è prevalente (54,76%) la presenza di docenti che hanno ricevuto una formazione scientifica non specificatamente centrata sulla matematica e tantomeno sulla sua didattica.

5.1.2.5. L'esperienza d'insegnamento

Il campione dei rispondenti è composto in maniera minoritaria da giovani insegnanti (194), con esperienza inferiore ai 3 anni di insegnamento, e da insegnanti di media esperienza (305), ovvero che hanno un'esperienza di insegnamento che va dai 4 ai 10 anni, mentre una larga maggioranza (614) consiste di insegnanti esperti, ovvero che hanno maturato più di 10 anni di insegnamento. Riportiamo nella tabella (Tab. 6) la suddivisione in base all'esperienza accumulata rispetto ai diversi ordini scolastici, ricordando che vi è una sovrapposizione per alcuni insegnanti della secondaria di primo e secondo grado (inseriti all'interno della seguente tabella in modo ripetuto in entrambi gli ordini).

Ordine scolastico	**Nuovi insegnanti** (1-3 anni di esperienza)	**Media esperienza** (4-10 di esperienza)	**Esperti** (più di 10 anni)
Scuola Primaria	85	147	270
Scuola Secondaria Grado 1	48	76	126
Scuola Secondaria Grado 2	64	88	221

Tabella 6. Q8: Anni di esperienza nell'insegnamento dei rispondenti dei diversi ordini scolastici (N=1113)

Presenteremo adesso i risultati del questionario illustrando le statistiche descrittive dei quesiti e mettendo in luce differenze significative grazie all'utilizzo di tavole di contingenza e tavole di correlazione. Infine, valuteremo l'affidabilità di una scala creata a partire da due quesiti composti da molteplici *item* (attraverso il test statistico dell'alfa di Cronbach) e includeremo un'analisi fattoriale effettuata su uno specifico gruppo di item.

Similmente al modo in cui abbiamo proceduto per la presentazione del campione, per ogni domanda verrà indicato il numero di rispondenti relativi. Precisamente, indicheremo al termine della didascalia delle tabelle o dei grafici che riportano i risultati, fra parentesi, *N* seguito dal numero di rispondenti, qualora l'informazione non sia espressamente indicata all'interno della tabella o del grafico. Relativamente ai quesiti nei quali i rispondenti hanno potuto indicare molteplici alternative abbiamo indicato, invece, sempre al termine della didascalia di tabelle o grafici che riportano risultati, fra parentesi, direttamente il numero delle risposte totali con *N Risposte* seguito dal numero delle risposte, specificando inoltre il massimo numero di risposte consentito.

5.1.3. I risultati

Sezione 3: ***I belief sulla Matematica e sul suo insegnamento-apprendimento***

5.1.3.1. Il ruolo dei diversi attori per lo sviluppo del pensiero matematico

Nella domanda Q9, abbiamo chiesto agli insegnanti di indicarci quanto i principali attori all'interno del sistema classe (ovvero l'insegnante, i pari e lo studente stesso) siano influenti per lo sviluppo del pensiero matematico dello studente. Osservando i risultati (Tab. 7), risulta evidente come un ruolo di minore rilievo venga attribuito ai pari, nonostante tutti e tre i fattori considerati siano ritenuti piuttosto influenti.

Fattori d'influenza	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	*Non so*	*TOTALE*
a) L'insegnante	0	10	210	834	2	1056
b) I pari	4	120	511	401	9	1045
c) Lo studente stesso	0	11	216	817	4	1048

Tabella 7. Q9: Influenza sullo sviluppo del pensiero matematico dei principali attori all'interno del sistema classe.

Guardando la distribuzione delle risposte dello specifico item Q9_b all'interno dei differenti ordini di scuola (Grafico. 6), notiamo pareri più moderati riguardo all'importanza dei pari per lo sviluppo del pensiero matematico dello studente da parte degli insegnanti della scuola secondaria, senza rilevanti distinguo tra primo e secondo grado, rispetto a quelli della primaria.

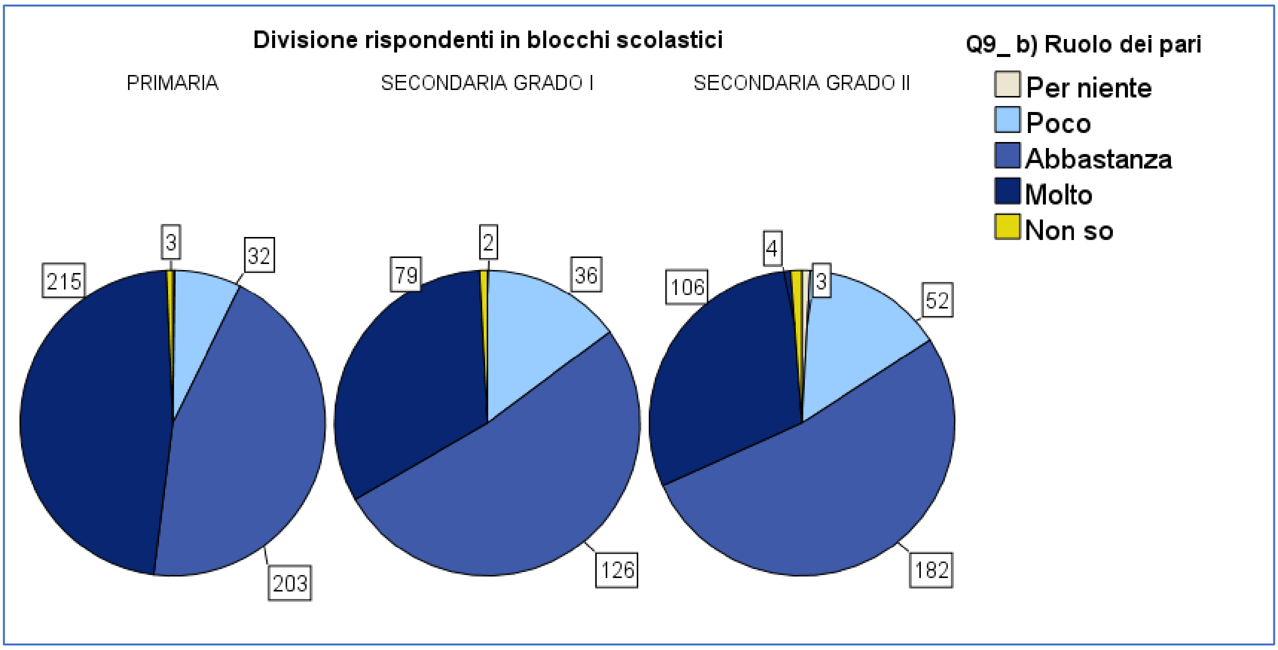


Grafico 6. Grafici a torta relativi al quesito Q9b_Ruolo dei pari, con risposte distribuite nei diversi ordini di scuola (N=1045). (Insegnanti contemporaneamente di secondaria di grado I e II sono stati inseriti all'interno del grado I)

5.1.3.2. Il compito dell'insegnante

Nella domanda Q10 abbiamo chiesto agli insegnanti di selezionare tra le alternative proposte quale considerino essere il compito dell'insegnante nel supportare l'apprendimento dello studente in matematica. Un'ampia maggioranza ha indicato l'alternativa *Facilitare: fornire allo studente il supporto necessario per sviluppare competenze e pensiero matematico* (Tab. 8). In maniera minore, e soprattutto nella scuola secondaria, i rispondenti hanno indicato anche l'opzione *Allenare: preparare gli studenti a utilizzare e saper applicare risultati e procedure della matematica in modo corretto ed efficiente*, e in ultimo *Spiegare: permettere agli studenti di avere una comprensione profonda dei concetti matematici e dei loro significati.* La differenza nella distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini scolastici è statisticamente significativa e mostra una situazione sempre meno polarizzata verso la risposta *Facilitare* al crescere del grado scolastico nel quale i rispondenti prendono servizio.

Compito dell'insegnante	*Tutti i rispondenti*	*Primaria*	*Secondaria Grado I*	*Secondaria Grado II*
a) Allenare	155	51	39	65
b) Spiegare	127	34	33	60
c) Facilitare	748	366	169	212
d) Nessuna delle precedenti	25	10	2	13
Totale	1055	461	243	350

(Chi_Quadrato=39,601, df=6, *p=0.001<0.05)

Tabella 8. Q10: Ruolo dell'insegnante_ Distribuzione delle risposte all'interno dei differenti ordini di scuola (Insegnanti contemporaneamente di secondaria di grado I e II sono stati inseriti all'interno del grado I).

5.1.3.3. La visione della matematica e del suo insegnamento-apprendimento

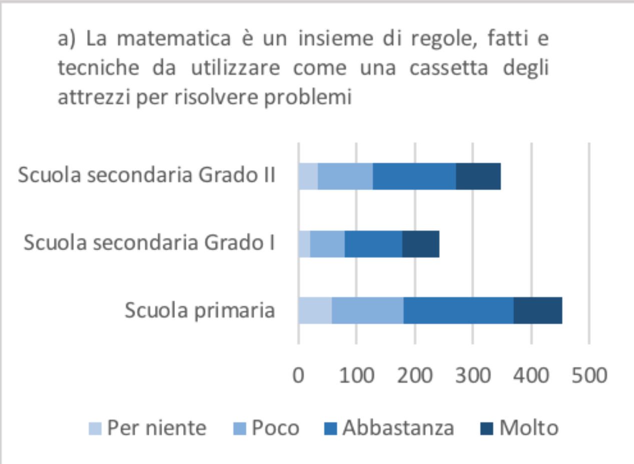
Nella domanda Q11 abbiamo chiesto ai rispondenti di esprimere il loro grado di accordo con una serie di affermazioni rispetto alla loro visione della matematica come disciplina (*items* a, b, c) e del suo insegnamento-apprendimento (*items* d, e, f).

Visione della matematica e del suo insegnamento-apprendimento	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	*TOTALE*
a) La matematica è un insieme di regole, fatti e tecniche da utilizzare come una cassetta degli attrezzi per risolvere problemi	112	277	432	225	1046
b) La matematica è un impegno umano bellissimo, creativo ed utile, che rappresenta sia una via per la conoscenza che uno strumento di pensiero	3	31	250	765	1049
c) La matematica è la scienza del pensiero formale e della logica rigorosa	49	281	446	255	1031
d) È responsabilità dell'insegnante fornire agli studenti dei metodi chiari ed efficienti per la risoluzione dei problemi matematici	33	166	467	372	1038
e) Il miglior modo di presentare il contenuto matematico è adottare uno stile espositivo: dimostrando, spiegando e descrivendo concetti e abilità	105	327	382	211	1025
f) La conoscenza matematica non può essere trasmessa, ma deve essere costruita dallo studente	64	225	352	389	1030

Tabella 9. Q11: Convinzioni sulla matematica e sul suo insegnamento-apprendimento.

Tra i primi tre item, riferiti alla visione della matematica, come già illustrato nel capitolo precedente, l’affermazione *a)* misura il grado di accordo con una definizione che potremmo chiamare *strumentale* (nella categorizzazione di Ernest (1989)) o *tradizionale* (nella categorizzazione di Dionne (1993)) della matematica, mentre nella *c)* troviamo una definizione che potremmo denominare *formalista* (Dionne, 1993) o *platonica* (nella categorizzazione di Ernest(1989)). Nell’affermazione *b)* è invece espressa una considerazione sulla matematica come disciplina creativa ed utile, definita come un impegno umano bellissimo, che non deriva direttamente da una categorizzazione sui *belief* della natura o della disciplina matematica, ma sembra essere in particolare accordo con una visione laboratoriale della disciplina. Dobbiamo qui commentare che l’utilizzo del superlativo all’interno di questa seconda affermazione può avere però sbilanciato le risposte verso il polo positivo; inoltre, in una simile affermazione, la desiderabilità sociale sicuramente può giocare un ruolo piuttosto rilevante. Per queste ragioni, abbiamo deciso di escludere un’analisi approfondita di questo specifico *item*. Registriamo semplicemente un generale alto grado di accordo da parte dei rispondenti e che, tra i 33 rispondenti che hanno indicato da *Per niente* a *Poco,* 28 appartengono alla scuola secondaria e nessuno ha effettuato un percorso di studi specifico in Didattica della Matematica (5 di loro hanno effettuato Matematica, altri 20 una laurea in un’altra materia scientifica, 3 un altro tipo di corso di studi). L’affermazione *a)*, tra le prime tre, è quella che raccoglie un grado di disaccordo superiore, nonostante vi sia comunque una maggioranza di risposte che si concentra sulle alternative *Abbastanza* e *Molto*. Rispetto al grado di accordo con una visione formalista/platonica della disciplina, ovvero in corrispondenza dell’affermazione c), osserviamo un numero ancora maggiore di rispondenti che si dichiarano da abbastanza a molto d’accordo.

Osservando la distribuzione delle risposte nei diversi ordini scolastici, possiamo notare che non vi sono differenze statisticamente significative nella distribuzione dell'affermazione Q11_a (Grafico 7a) e Q11_b (Grafico 7b), mentre nel quesito Q11_c (Grafico 7c) incontriamo una differenza statisticamente significativa che vede una netta prevalenza delle risposte *Abbastanza* e *Molto* nelle scuole secondarie (soprattutto nella secondaria di secondo grado) e una distribuzione molto più bilanciata tra le due polarità nella scuola primaria.



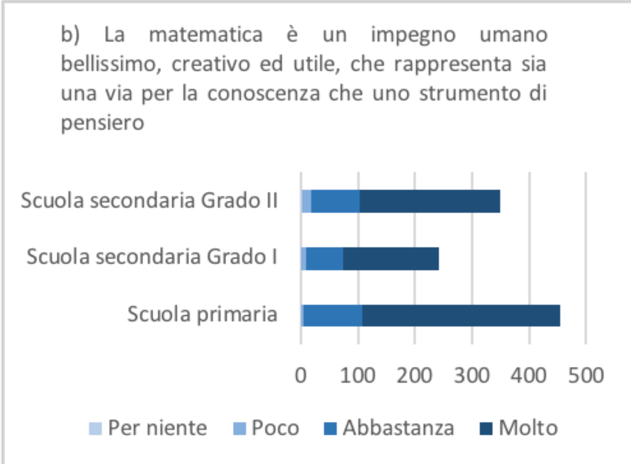
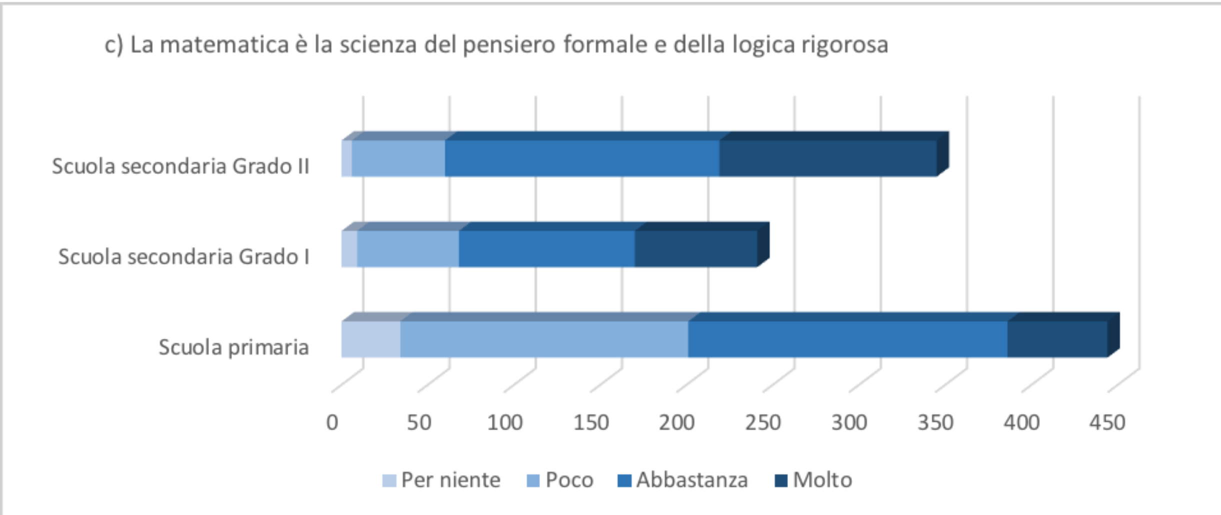


Grafico 7a. Quesito Q11_a: Distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini di scuola. (N_primaria=454; N_secondaria grado I (e grado I e II contemp.)=243; N_secondaria grado II=348). Non vi è una differenza nella distribuzione statisticamente significativa.

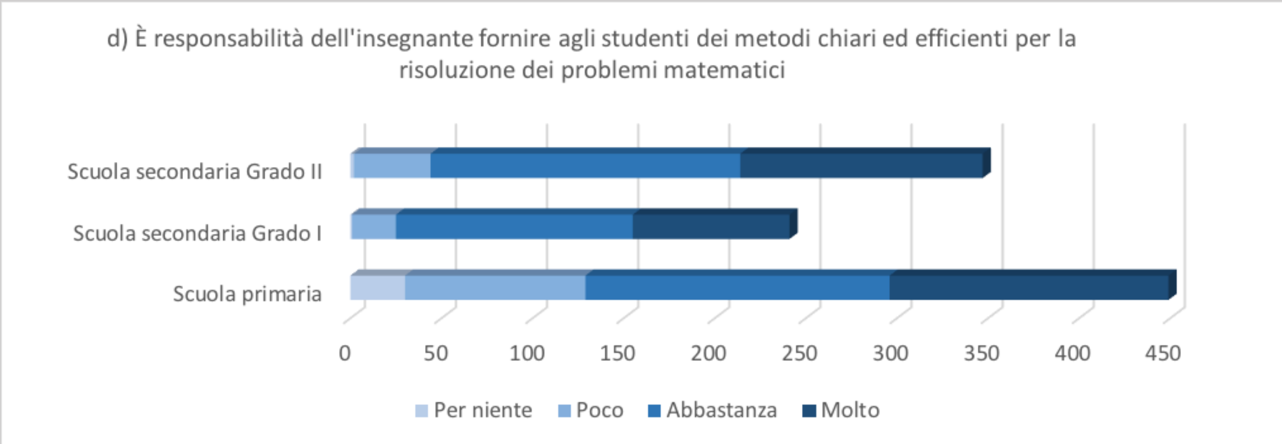
Grafico 7b. Quesito Q11_b: Distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini di scuola. (N_primaria=455; N_secondaria grado I (e grado I e II contemp.)=243; N_secondaria grado II=350). Non vi è una differenza nella distribuzione statisticamente significativa.



Differenza statisticamente significativa (Chi_quadrato=97,186; df=6;*p<0.001<0.05)

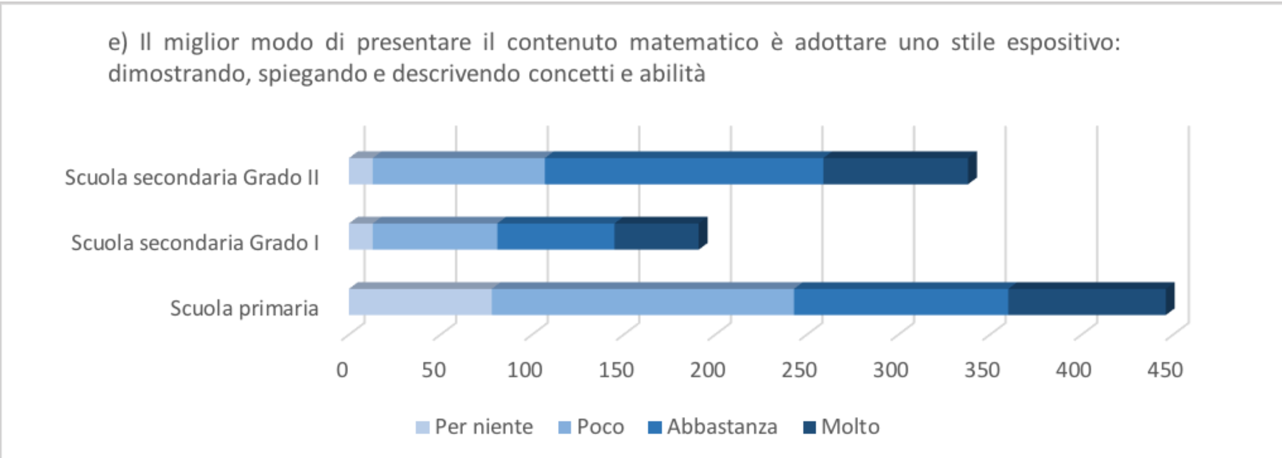
Grafico 7c. Quesito Q11_c: Distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini di scuola. (N_primaria=444; N_secondaria grado I (e grado I e II contemp.)=241; N_secondaria grado II=335).

Le affermazioni *d)*, *e)* e *f)* riguardano le convinzioni rispetto al processo di insegnamento e di apprendimento della matematica, inferendo in particolare le convinzioni rispetto ad una visione trasmissiva dell'insegnamento e ad un paradigma educativo di stampo costruttivista (o socio-costruttivista) dell'apprendimento. Rispetto all'affermazione *d)* in modo particolarmente marcato, ma anche per le affermazioni *e)* e *f)* possiamo osservare che la maggioranza dei rispondenti ha indicato un grado di accordo che va da *Abbastanza* a *Molto.* Osservando le distribuzioni rispetto agli ordini di scuola ai quali appartengono i rispondenti, possiamo notare una differenza statisticamente significativa per le due affermazioni Q11_d (Grafico 7d) e Q11_e (Grafico 7e), che vede prevalere una netta maggioranza di risposte che vanno da *Abbastanza* a *Molto* tra gli insegnanti di scuola secondaria mentre, tra quelli di scuola primaria, la distribuzione si presenta più bilanciata nella Q11_d, e addirittura invertita nel item Q11_e. In quest'ultimo anche l'andamento della secondaria di grado I si discosta da quello della secondaria di grado II, presentando una distribuzione pressoché equamente distribuita tra i due poli. Infine, anche il quesito Q11_f (Grafico 7f) presenta differenze statisticamente significative tra i rispondenti dei diversi ordini scolastici, tuttavia esse presentano una distribuzione invertita rispetto ai casi precedenti: troviamo infatti una prevalenza di risposte *Abbastanza* e *Molto* nella scuola primaria e una distribuzione più equilibrata nella scuola secondaria.



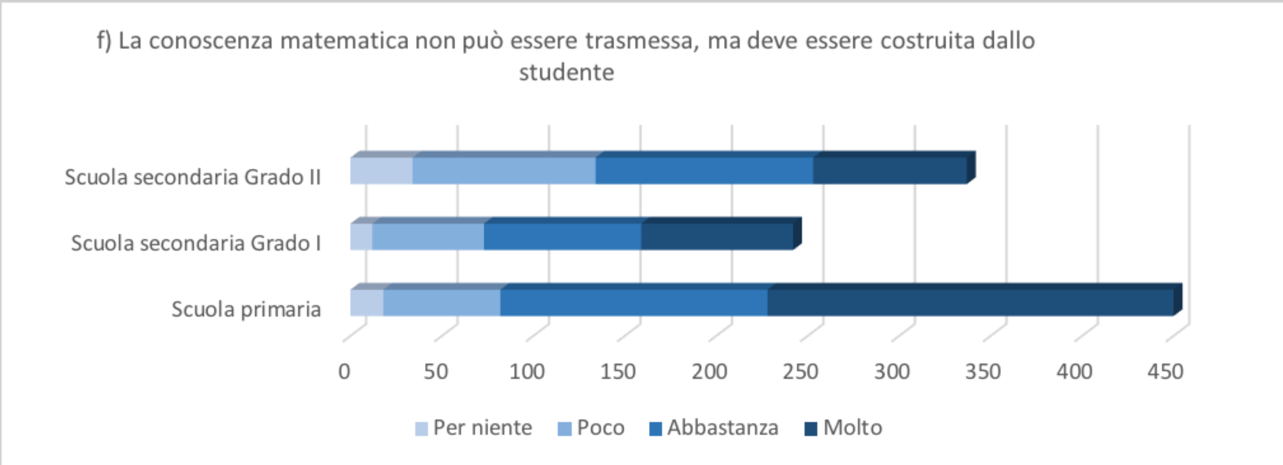
Differenza statisticamente significativa (Chi_quadrato=62,308; df=6;*p<0.001<0.05)

Grafico 7d. Quesito Q11_d: Distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini di scuola. (N_primaria=449; N_secondaria grado I (e grado I e II contemp.)=242; N_secondaria grado II=346).



Differenza statisticamente significativa (Chi_quadrato=76,530; df=6;*p<0.001<0.05)

Grafico 7e. Quesito Q11_e: Distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini di scuola. (N_primaria=446; N_secondaria grado I (e grado I e II contemp.)=240; N_secondaria grado II=338).



Differenza statisticamente significativa (Chi_quadrato=66,998; df=6;*p<0.001<0.05)

Grafico 7f. Quesito Q11_f: Distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini di scuola. (N_primaria=450; N_secondaria grado I (e grado I e II contemp.)=242; N_secondaria grado II=337).

Le prime due affermazioni riguardano la visione rispetto all'insegnamento disciplinare, esponendo una visione che potremmo definire trasmissiva, mentre l'ultima è un'affermazione di stampo costruttivista e sembrerebbe perciò naturale considerare i tre item come una scala, accordando le polarità. Tuttavia, attribuendo una scala di punteggio polarizzata al contrario per l'affermazione d) ed *e)*, e direttamente proporzionale per la *f)*, ovvero considerando come polo negativo una visione trasmissiva e come polo positivo un paradigma di tipo esplorativo-costruttivista, maggiormente in linea con la proposta delle attività ABM secondo le indicazioni fornite dagli esperti, per i 1002 rispondenti (comuni ai 3 item) non otteniamo una scala statisticamente affidabile (Alfa di Cronbach=0.486<0.5). Possiamo però osservare, nella tavola delle correlazioni interne alle variabili del quesito Q11 (Tab. 10), una correlazione media (0.382) statisticamente significativa tra gli *item* d) ed e) e una correlazione bassa (rispettivamente 0.179 e 0.172), e ancora statisticamente significativa, con l'item *f)*. Inoltre, anche l'affermazione *a)* e *c)* risultano positivamente correlate, in modo significativo, tra loro e con le affermazioni *d)* ed *e)*, con valori che oscillano dallo 0.22 allo 0.26. Possiamo concludere, quindi, che le affermazioni del quesito Q11 mettono in luce la presenza di una matrice comune dei *belief* che posseggono i docenti rispetto alla natura della matematica, da un lato, e del suo insegnamento-apprendimento dall'altro.

Correlazioni

		Q11_a)	Q11_b)	Q11_c)	Q11_d)	Q11_e)	Q11_f)
Q11_b)	Correlazione di Pearson	-,033					
	Sign. (a due code)	,281					
	N	1044					
Q11_c)	Correlazione di Pearson	,219**	,024				
	Sign. (a due code)	<.001	,450				
	N	1028	1030				
Q11_d)	Correlazione di Pearson	,264**	-,011	,254**			
	Sign. (a due code)	<.001	,728	<.001			
	N	1034	1036	1021			
Q11_e)	Correlazione di Pearson	,222**	-,036	,198**	,383**		
	Sign. (a due code)	<.001	,244	<.001	<.001		
	N	1022	1023	1010	1015		
Q11_f)	Correlazione di Pearson	-,016	,079*	-,075*	-,179**	-,172**	
	Sign. (a due code)	,605	,011	,017	<.001	<.001	
	N	1026	1028	1015	1019	1011	

**. La correlazione è significativa a livello 0,01 (a due code).
*. La correlazione è significativa a livello 0,05 (a due code).

Tabella 90. Correlazioni tra gli item del quesito Q11.

Sezione 4: *I belief rispetto alle attività ABM*

5.1.3.4. L'importanza

Nella Q12 è stato chiesto agli insegnanti di indicare quanto ritengono importante proporre in classe attività di apprendimento laboratoriale, coinvolgendo il corpo e il movimento degli studenti. Nel grafico a torta (Grafico 8) sono riportati le numerosità rispetto ad ogni categoria.

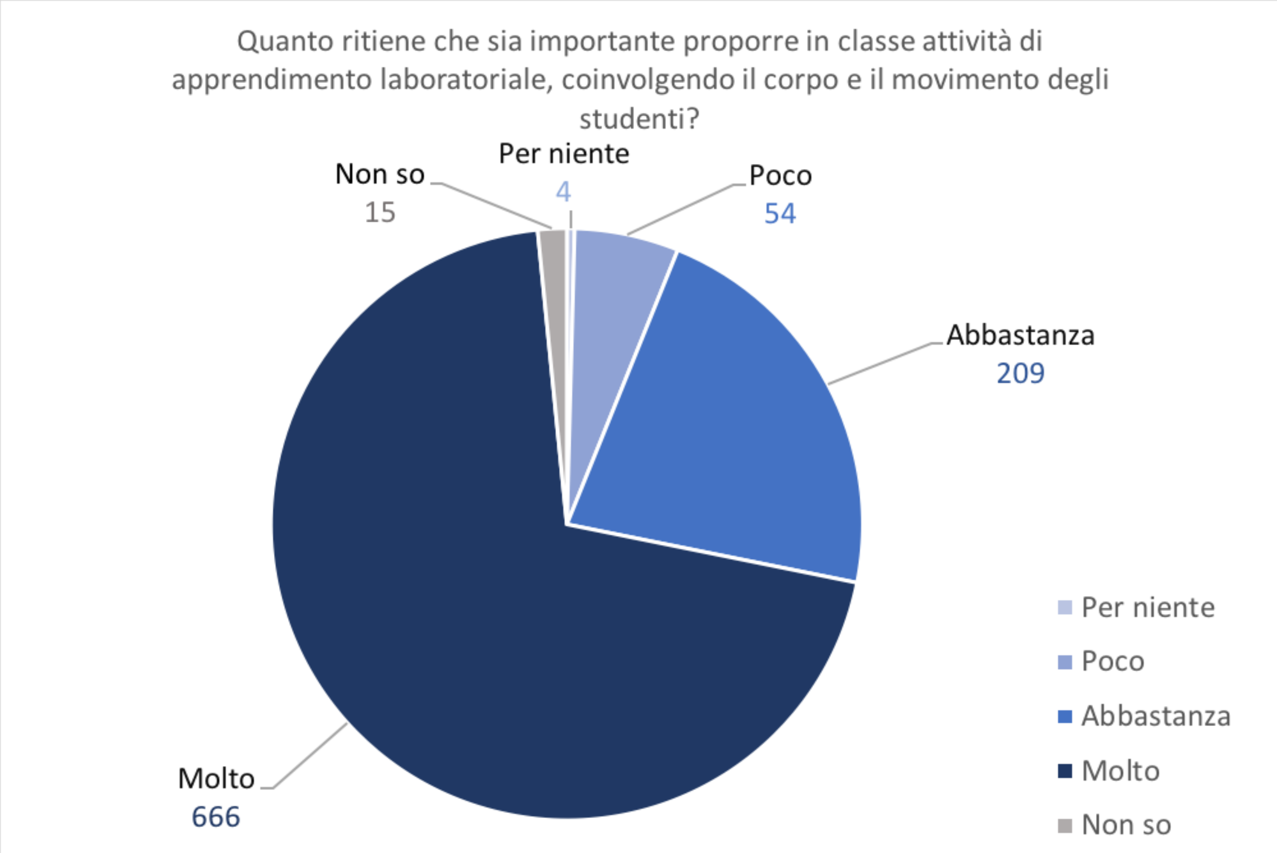


Grafico 8. Q12: Importanza di proporre in classe le attività ABM (N=948)

Osservando la distribuzione delle risposte nei diversi ordini scolastici (Grafico 9), possiamo notare che la convinzione rispetto alla rilevanza del coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti in attività laboratoriali va diminuendo al crescere del grado scolastico.

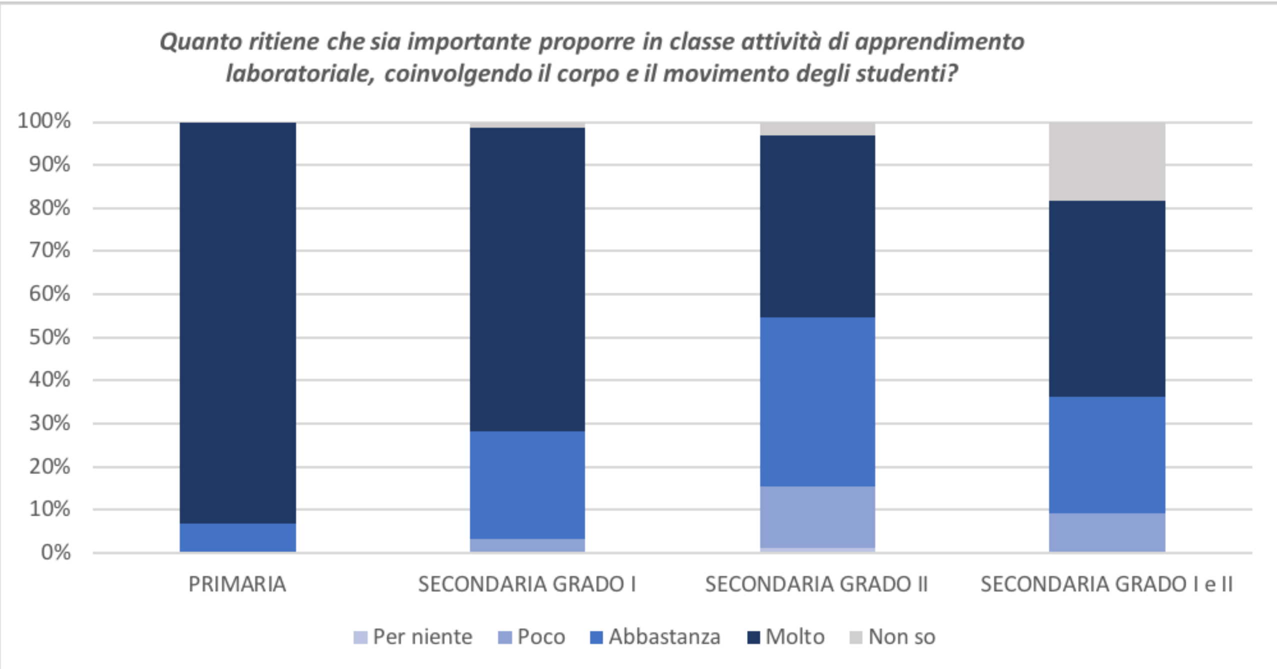


Grafico 9. Il grafico mostra la distribuzione interna a i diversi ordini scolastici delle risposte al quesito 12 (N_primaria=404, N_secondaria_grado I=215, N_secondaria_grado II=318, N_secondaria_grado I e II=11)

Inoltre, possiamo notare (Grafico 10) che, all'interno della scuola secondaria di secondo grado, gli insegnanti che hanno effettuato un percorso specifico in Didattica della Matematica polarizzano positivamente la risposta maggiormente rispetto a coloro che hanno effettuato altri percorsi di studio.

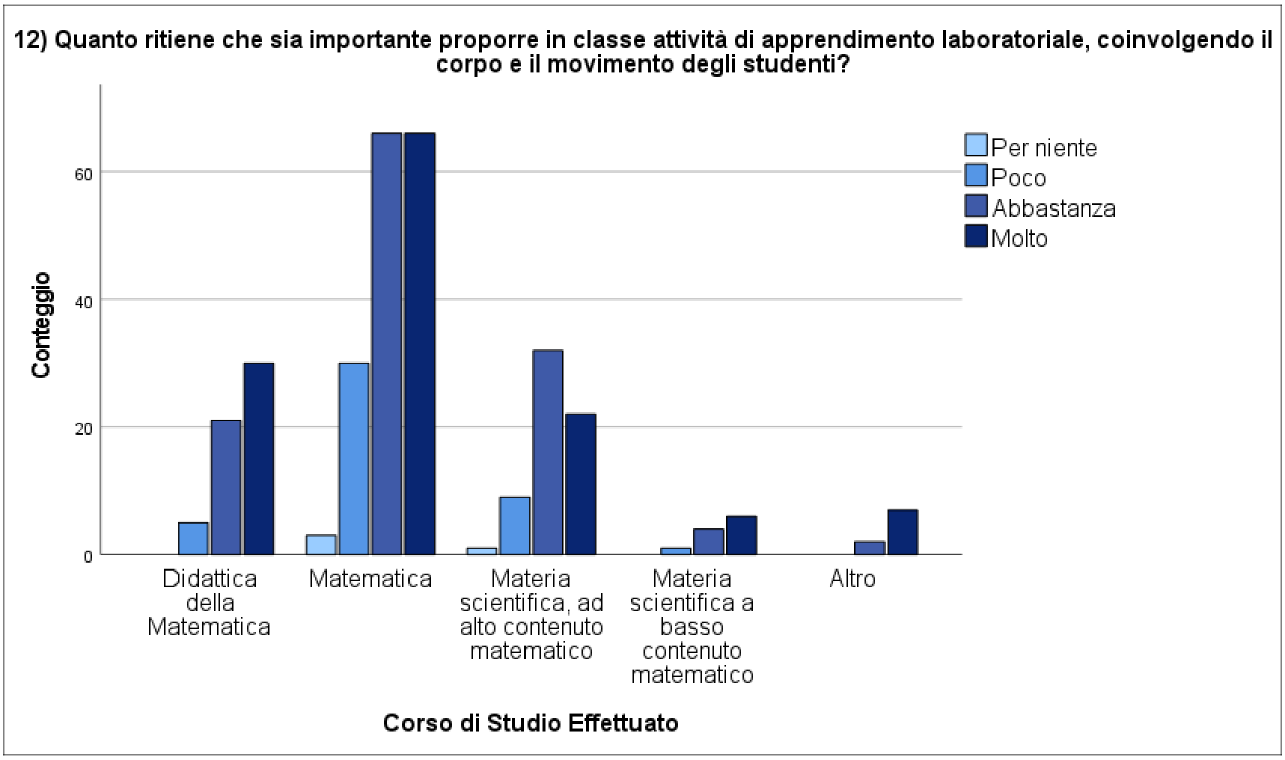


Grafico 10. Distribuzione delle risposte degli insegnanti di scuola secondaria di grado II in base alla materia di specializzazione del percorso di studi effettuato (N=305)

5.1.3.5. I gradi scolastici per i quali le attività sono ritenute adeguate

Nella domanda Q13 abbiamo chiesto agli insegnanti di indicare per quale/i grado/i scolastico/i ritengano adeguata la proposta di attività ABM. Per non vincolare la risposta, il quesito è stato posto come domanda aperta di cui offriremo tuttavia un'analisi di tipo quantitativo, avendo eseguito una categorizzazione delle risposte testuali, creata a partire dall'analisi qualitativa dei dati narrativi raccolti.

Presentiamo dapprima il sistema di categorie utilizzato per l'analisi di tipo quantitativo (Tab. 11, Tab 11_5). Seguirà una lettura delle indicazioni raccolte, commentate a partire da un'analisi anche di tipo qualitativo dei dati narrativi.

Codifica	Categoria	Categoria Operativa
0	Mai	Per alcun grado scolastico
1	Infanzia/ fino ai primi anni della scuola Primaria	< Scuola Primaria
2	Scuola primaria / fino alla scuola Primaria	<= o = Scuola Primaria
3	Scuola secondaria di primo grado / Primo ciclo di istruzione	<= o = Scuola Secondaria di Primo grado
4	Fino al biennio della scuola Secondaria di Secondo Grado	<= o = Biennio Scuola di Secondo grado
5	Tutti	<=, = o >= Scuola Secondaria di Secondo Grado
6	Altro	

Tabella 11. Codifica delle risposte al quesito Q13 all'interno delle categorie emergenti dall'analisi.

Come è possibile osservare nella colonna di destra della Tabella 11, che indica il criterio operativo che definisce la categoria mostrata nella colonna di sinistra, gli insegnanti nelle loro risposte hanno indicato talvolta specifici gradi o ordini scolastici, ma più spesso hanno fatto riferimento al limite massimo entro il quale la proposta delle attività è considerata adeguata. Come è emerso nelle dichiarazioni degli esperti e confermato dalla letteratura, come anche nelle risposte degli insegnanti a questa domanda, le attività ABM sono ritenute massimamente adeguate per i gradi scolastici inferiori e in modo degradante nei gradi superiori (ovvero non accade, ad esempio, che vengano ritenute inadeguate per la scuola primaria e invece adatte per la secondaria), perciò abbiamo organizzato le categorie in modo che ognuna faccia riferimento a tutti i gradi inferiori rispetto a quello indicato nella categoria. Per fare un esempio, sono state inserite in una stessa categoria, come la categoria 3, sia risposte del tipo "Dall'infanzia alla secondaria di primo grado" o "Fino alla secondaria di primo grado", che risposte come "Secondaria di primo grado" o come "Primo grado" o "Terza media".

Quella appena presentata, attraverso gli esempi riportati, risulta essere la possibile variabilità che si presenta all'interno delle categorie dalla 1 alla 4, mentre la categoria 5 contiene al suo interno una più ampia varietà di realizzazioni nelle risposte degli insegnanti. Abbiamo perciò ulteriormente differenziato in sottocategorie i contributi afferenti a questa categoria, che illustriamo nella tabella sottostante (Tab. 11_5).

Categoria 5	Sotto-Categoria	Categoria Operativa
5.0	Secondaria / Secondaria I e II grado	= Scuola Secondaria
5.1	Principalmente per la scuola primaria o primo ciclo di istruzione *ma anche* per la Secondaria	< = Scuola Secondaria (Accento su Minore)
5.2	Per tutti i livelli scolastici ma in misura e in frequenza minore in modo proporzionale all'età	<= Scuola Secondaria (Accento su Degradante, es. differente adattamento, frequenza)
5.3	Tutti i gradi senza distinguo	<=, =, >= Sempre / Tutti / Senza distinguo / (es. anche a livello accademico, tutta la vita)

Tabella 11_5. Codifica delle risposte al quesito Q13 relativamente alla Categoria 5.

Per fare alcuni esempi, nella sottocategoria 5.0 troviamo contributi come "Scuola secondaria", "Scuola secondaria di primo e secondo grado", "Primo e secondo grado", "Secondo grado" mentre, nella sottocategoria 5.1, troviamo contributi come "Prima di tutto nella scuola primaria, poi in minor misura negli altri gradi di scuola", "Tutti i gradi, in particolare il primo ciclo", "Primo ciclo ma anche oltre", "Per tutti, fondamentale nella primaria e secondaria di primo grado", "Soprattutto scuola primaria, ma utile in tutti i gradi di scuola", "Per ogni grado scolastico, specialmente nei gradi inferiori in cui la capacità astrattiva non è sviluppata", o "Sicuramente per la primaria. Opportunamente costruite anche per i ragazzi della Secondaria", come anche "Per la scuola primaria è essenziale, ma dovrebbe trovare spazio adeguato anche alla secondaria" o "Fino al primo anno della secondaria di secondo grado, nelle classi successive possono essere utilizzate per introdurre gli argomenti più complessi". Nella sottocategoria 5.2 troviamo, ad esempio, risposte come "Tutti i gradi, ma con valore decrescente riguardo alla fisicità (i virtuali sono più adattabili)", "In ogni ordine di grado in quantità inversamente proporzionale all'età dell'alunno" o "A decrescere: elementari, medie, superiori (biennio), superiori (triennio)" e infine, nella 5.3, risposte come "Tutti", "Tutti gli ordini e gradi", "Tutti compreso quello accademico", "Per ogni grado", "Sempre", "Per tutti i gradi e livelli di astrazione", "In tutti i gradi scolastici e ogni volta che lo studente non è in grado di astrarre in una determinata situazione" o "Infanzia, primaria, secondaria di I e II grado" e anche "Dall'infanzia all'Università", "Ogni grado di scuola; e, più in generale, per tutta la vita".

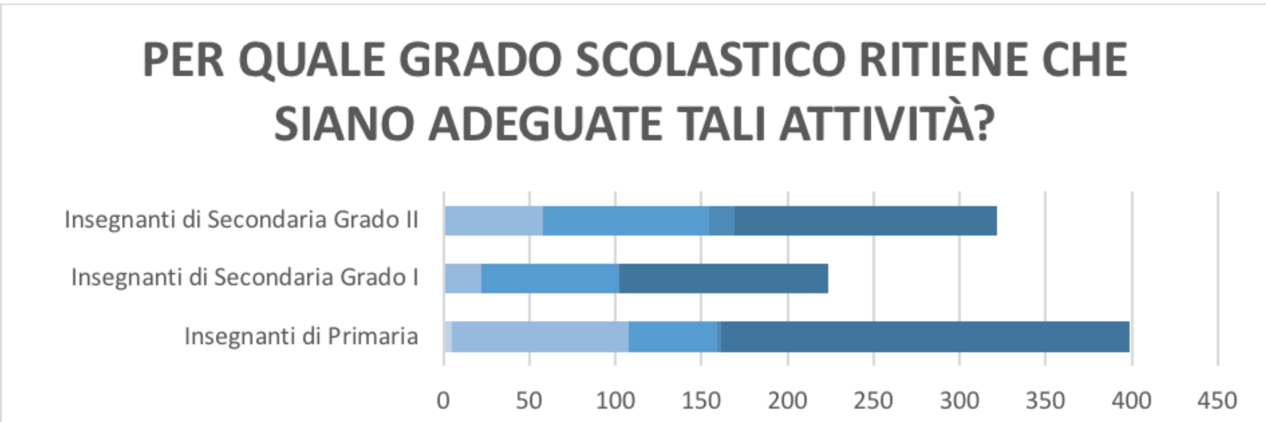
Riportiamo dapprima le risposte al quesito Q13, indicando il numero di rispondenti per ognuna delle categorie individuate (Tab. 12), ed illustriamo di seguito le distribuzioni in riferimento ai differenti ordini scolastici dei 940 rispondenti totali (Grafico 11).

<table>
<tr><th>Mai</th><th>Infanzia / Inizio primaria</th><th>Primaria</th><th>Primo ciclo</th><th>Fino al biennio</th><th colspan="4">Tutti</th><th>Altro</th></tr>
<tr><td>2</td><td>5</td><td>182</td><td>220</td><td>17</td><td colspan="4">510</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="5" rowspan="2"></td><td>Fino alla Secondaria di grado II</td><td>Sempre, principalmente primaria/primo ciclo</td><td>Sempre, in modo degradante</td><td>Sempre, senza distinguo</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>21</td><td>36</td><td>24</td><td>429</td></tr>
</table>

Tabella 12. Rispondenti per categoria, quesito Q13. (N=940)

Possiamo osservare che più della metà (54,3%) dei rispondenti è convinto che queste attività possano essere implementate in tutti i gradi scolastici, differenziandone la frequenza e la pervasività rispetto alla maturità degli studenti, come sottolineano alcuni di loro. Il 19,4% ritiene invece che siano adatte esclusivamente per la scuola primaria mentre il 23,4% le ritiene adeguate fino al termine del primo ciclo di istruzione. Infine, un numero irrisorio indica l’adeguatezza solamente in riferimento ai primi anni di scolarizzazione e soltanto 2 persone le ritengono inadeguate per ogni grado scolastico.

Dobbiamo qui sottolineare che, per quanto possa sembrare un dato abbastanza incisivo che più della metà degli insegnanti considerino le attività adeguate per tutti i gradi scolastici, in realtà dobbiamo tenere presente la composizione del nostro campione. Esso infatti consiste di insegnanti volontari, che perlomeno hanno mostrato interesse per l’argomento decidendo di partecipare alla ricerca, perciò ci aspettiamo che tale convinzione all’interno della scuola risulti discretamente ridimensionata rispetto a quanto emerso nell’indagine.



	Insegnanti di Primaria	Insegnanti di Secondaria Grado I	Insegnanti di Secondaria Grado II
Nell'infanzia/ Inizio primaria	5	0	0
Nella primaria	103	22	58
Nel primo ciclo	51	80	96
Fino al biennio secondaria Grado II	2	0	15
Per tutti gli studenti	238	122	153

Nel grafico nono sono rappresentati gli Altro (4): 3 insegnanti di primaria, uno secondaria grado II ed i Mai (2): un insegnante di primaria, uno di secondaria di grado II.

Grafico 11. Q13: Gradi scolastici per i quali si ritiene adeguata la proposta delle attività ABM: distribuzione per ordini scolastici(N_primaria= 403, N_secondaria grado I= 224, N_secondaria grado II= 324, 11 rispondenti in sovrapposizione secondaria di grado I e II).

Osservando la distribuzione delle risposte rispetto agli ordini scolastici (Grafico 11), possiamo notare che un quarto degli insegnanti della scuola primaria hanno indicato che tali attività sono adeguate per l’ordine scolastico di appartenenza, circa il 13% che sono adatte a tutto il primo ciclo di istruzione, mentre il 59% ritiene che siano adeguate per tutti i gradi scolastici. Riguardo ai rispondenti provenienti dalla scuola secondaria, gli insegnanti che lavorano nel secondo grado per il 18% ritengono che siano adatte solamente alla scuola primaria, circa un terzo (30%) ritengono che siano adatte fino al termine del primo ciclo, il 5% fino al biennio della secondaria di secondo grado, mentre poco meno della metà (47%) è convinto che siano adatte a tutti i gradi scolastici. I docenti della secondaria di primo grado per un 54% sostengono che siano adatte per tutti i gradi scolastici, circa il 10% indicano esclusivamente la primaria mentre il 36% fino al termine del primo ciclo.

Possiamo quindi notare che, sebbene circa la metà degli insegnanti intervistati in ogni ordine scolastico ritenga che tali attività possano essere adeguate per ogni grado scolastico, nella scuola primaria coloro che hanno fornito questa risposta sono un 5% in più rispetto alla secondaria di primo grado e un 12% in più rispetto ai docenti della secondaria di secondo grado. Inoltre, dobbiamo tenere presente che, mentre gli insegnanti di scuola secondaria indicando i gradi inferiori al proprio ordine scolastico escludono l’adeguatezza rispetto alle classi in cui insegnano, ciò non è altrettanto vero per gli insegnanti di scuola primaria (a parte per 6 rispondenti che hanno indicato adeguatezza limitata solo ai primi anni di infanzia o l’inadeguatezza per ogni grado). Peraltro, questi ultimi, possono essersi limitati a riportare il dato dell’adeguatezza rispetto al loro campo di esperienza nell’insegnamento, senza azzardare supposizioni rispetto ai gradi superiori, cosa che può essere altresì vera anche per gli insegnanti di scuola secondaria di primo grado ma non per gli insegnanti del secondo ciclo (proprio per il criterio scelto nella costruzione delle categorie). Questa supposizione è sostenuta da alcune delle risposte collezionate, come la seguente “Sicuramente per scuola infanzia, scuola primaria e secondaria di primo grado. Sulla scuola secondaria di secondo grado non ho abbastanza competenze per valutare”. Ne consegue che, mente gli insegnanti di scuola primaria ritengono quasi nella totalità l’adeguatezza per il proprio ordine scolastico, e gli insegnanti di scuola secondaria di primo grado per il 90%, nella secondaria di secondo grado soltanto un 52% (includendo anche coloro che hanno indicato l’adeguatezza fino alle classi del biennio). Possiamo perciò concludere che gli insegnanti di scuola secondaria di secondo grado sono in media meno convinti dell’adeguatezza di queste attività per il loro ordine scolastico, ritenendo invece che siano adeguate per classi del primo ciclo di istruzione.

Cercando di approfondire questo dato relativo ai rispondenti provenienti dalla scuola secondaria di grado II, abbiamo analizzato come varia, a seconda delle differenti formazioni dei docenti, la convinzione dell’adeguatezza delle attività in riferimento all’ordine scolastico d’appartenenza. Ritengono le attività adeguate per la scuola secondaria di secondo grado (o almeno per il biennio) il 64,3% di coloro che hanno effettuato un percorso specifico in didattica della matematica, il 49,4% di coloro che hanno avuto una formazione matematica ma non specificatamente rivolta alla didattica e il 46,6% di coloro che provengono da altri corsi di laurea scientifici. Sembra quindi che una formazione didattica disciplinare vada ad influenzare la convinzione negli insegnanti dell’adeguatezza delle attività rispetto a gradi scolastici superiori. Considerando anche i rispondenti della scuola secondaria di grado I, oltre a quelli di grado II, possiamo osservare, nella tabella di contingenza che incrocia le risposte al quesito Q5 e Q13 (privato delle risposte afferenti alle categorie *Mai* e *Altro*, dalla numerosità irrisoria) (Tab. 13), che tale convinzione rispetto ai gradi scolastici nei quali sia appropriato proporre le attività ABM varia in modo statisticamente significativo a seconda del percorso di studi effettuato.

Conteggio

		Q7) Materia di indirizzo durante il corso di studi				
		Materia scientifica (basso contenuto matematico), Altro	Materia scientifica a alto contenuto matematico	Matematica	Didattica della Matematica	Totale
Q13_Per quali gradi	Scuola primaria	16	15	43	4	78
	Primo ciclo (Fino Sec. grado I)	60	28	60	20	168
	Fino al biennio o Tutti (Sec. grado II)	93	46	104	39	282
Totale		169	89	207	63	528

(Chi_quadrato=14,171, df=6; *p=0.028<0.05)

Tabella 13. Tabella di contingenza (Q13_escluse le categorie Mai e Altro, Q5)

5.1.3.6. Gli esempi di contenuti

Nella domanda Q14, abbiamo chiesto agli insegnanti di fornire tre esempi di argomenti o contenuti matematici che, a loro parere, andrebbero insegnati tramite attività ABM. Come per la domanda precedente, abbiamo proceduto ad un'analisi categoriale dei dati narrativi raccolti secondo uno schema di categorie emerso dall'analisi qualitativa dei dati. Procediamo quindi a presentare tali categorie (Tab. 14), commentando con valutazioni di natura qualitativa le risposte e, in seguito, forniremo indicazione quantitative riguardo agli esempi proposti, a partire dalle indicazioni che riguardano le categorie di afferenza delle risposte.

Codifica	Categoria	Tipo
1	Aritmetica ed algebra	Aree di contenuto
2	Geometria	
3	Logica e insiemistica	
4	Misure, dati e previsioni /Statistica e probabilità	
5	Pensiero algoritmico computazionale e coding	
6	Relazioni e funzioni / Geometria analitica e analisi	
7	Problem solving e posing	Interdisciplinari o generiche della pratica matematica
8	Caratteristiche interdisciplinari generiche	
9	Caratteristiche della pratica matematica	
10	"Tutti" (Ogni argomento viene ritenuto adatto ad essere affrontato tramite una attività ABM)	
11	Matematica applicata alle scienze e alla realtà, e modellizzazione matematica	

Tabella 14. Categorie d'analisi relative alla domanda aperte breve Q14: Esempi di argomenti e contenuti matematici che si crede debbano essere insegnati con attività ABM.

Le suddivisioni in categorie di contenuto (1-6) che abbiamo utilizzato nell'analisi, sono andate mimando la suddivisione interna alle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) in aree di contenuto, spesso anche direttamente richiamate dai docenti all'interno degli esempi. Tuttavia, abbiamo effettuato degli adattamenti, per rendere la caratterizzazione trasversale per i differenti ordini scolastici. In particolare, abbiamo incluso l'algebra (e quindi di conseguenza anche il calcolo letterale, polinomi, equazioni e disequazioni) nel primo gruppo anziché presentarsi nell'ambito di contenuto *relazioni e funzioni* come nelle Indicazioni Nazionali. Abbiamo inoltre scomposto in due parti l'area di contenuto *relazioni, dati e previsioni,* raggruppando relazioni e funzioni all'interno della sesta categoria, insieme alla geometria analitica e all'analisi, in continuità con la scuola secondaria di secondo grado. Molti degli adattamenti descritti e, in modo particolare, l'esigenza di creare categorie trasversali tra scuola primaria e secondaria, nasce dalla volontà di confrontare i dati italiani con quelli raccolti in Australia, dove le indicazioni curricolari vigenti nel periodo d'indagine (ACARA, 2020) individuano tre principali aree di contenuto in modo trasversale a tutti i gradi scolastici. Infine, abbiamo inserito due ulteriori categorie, una in riferimento alla *logica* e all'*insiemistica* e una in riferimento al *pensiero computazionale* poichè sono emerse ripetutamente negli esempi.

Le categorie non specifiche per contenuto (7-11) sono emerse dall'analisi qualitativa dei dati narrativi in fase di analisi, e raccolgono alcune ricorrenze significative tra gli esempi proposti dagli insegnanti: la settima categoria si riferisce in modo esplicito ad attività di *problem solving* e *problem posing,* nell'ottava categoria sono state raccolte le indicazioni non specificatamente disciplinari messe in luce dagli insegnanti (ad esempio: l'esplorazione, la sperimentazione, la partecipazione, la coordinazione) mentre nella nona le caratteristiche che appartengono alla pratica matematica senza riguardare un contenuto nello specifico (ad esempio: il ragionamento, i teoremi, la dimostrazione, l'argomentazione). Inoltre, la decima raccoglie i contributi dei docenti che hanno indicato che qualsiasi ambito e contenuto risulta affrontabile, e dovrebbe essere affrontato, con attività del tipo indicato ed infine l'undicesima raccoglie i richiami ad attività interdisciplinari (soprattutto riguardanti il coinvolgimento di altre materie scientifiche) o che si riferiscono a compiti di realtà e modellizzazione.

Illustriamo di seguito, in modo descrittivo, alcuni dei principali argomenti richiamati dai docenti all'interno di ogni categoria, in riferimento alla scuola primaria (Tab. 15) e secondaria (Tab. 16). Nelle tabelle sono segnati in corsivo i riferimenti a macro-ambiti disciplinari, mentre tutti gli altri esempi citati fanno riferimento a contenuti o argomenti specifici. Vogliamo qui sottolineare che le indicazioni fornite dai docenti potrebbero essere state influenzate dagli esempi che corredavano la presentazione delle attività ABM (presentati nel Capitolo 3).

Scuola primaria

Aritmetica e algebra
Aritmetica - Numeri: contare, il confronto tra quantità e grandi numeri, la notazione posizionale e decimale, cardinalità e ordinalità, la rappresentazione numerica – la scrittura in base – le sequenze numeriche – le 4 operazioni, gli algoritmi in colonna - il calcolo (es. mentale, a voce, veloce) – le tabelline – le frazioni – i numeri decimali – le potenze
Geometria
Geometria – Spazio e figure - Geometria Euclidea – Geometria piana - Geometria solida - Topologia - percorsi, regioni e confini – le relazioni spaziali – gli angoli, le rotazioni e i cambi di direzioni – i punti, le linee, il piano – le rette parallele, perpendicolari e incidenti – le coordinate e il piano cartesiano – le forme – le figure piane e solide (es. classificazione, sviluppo, costruzione, disegno) – l'area e il perimetro, l'equiestensione e l'isoperimetria – i volumi – i poligoni- le simmetrie, le trasformazioni geometriche e le invarianze – il Teorema di Pitagora – le terne pitagoriche – la geometria con gli origami
Logica e insiemistica
Logica –Insiemistica – i problemi/ quesiti di logica – il pensiero logico – l'uso della logica – le sequenze logiche – gli insiemi
Misure, dati e previsioni – probabilità e statistica
Relazioni e dati – Statistica – Dati e Previsioni – Probabilità – Misure: misurare, le dimensioni, le grandezze, le unità di misura, i sistemi di misurazione, il sistema metrico decimale – l'analisi dei dati – le tabelle a doppia entrata – i grafi – i raggruppamenti – la seriazione e classificazione
Pensiero algoritmico, computazionale e coding

Coding – Pensiero computazionale – Informatica - procedure e algoritmi
Relazioni e funzioni - geometria analitica e analisi
I grafici
Problem solving e posing
Problem solving e problem posing – i problemi – la risoluzione di problemi matematici – la risoluzione di situazioni problematiche
Caratteristiche interdisciplinari generiche
L'attenzione – la manipolazione (fisica e virtuale) – l'esplorazione – il confronto – la motricità fine – la coordinazione oculo-motoria – le attività laboratoriali – lo spazio e il corpo, l'attività motoria – la sperimentazione
Caratteristiche della pratica matematica
Le strategie – i teoremi – il ragionamento – il pensiero razionale - la Matematica
Matematica applicata alle scienze, alla fisica e alla realtà - Modellizzazione
Matematica finanziaria

Tabella 15. Q14P: Principali contenuti indicati dai rispondenti di scuola primaria

Scuola secondaria

Aritmetica e algebra
Aritmetica – Algebra – le 4 operazioni e le loro proprietà – il sistema di numerazione – il conteggio, il calcolo – le tabelline – le frazioni e il calcolo frazionario – le operazioni con diverse basi – i prodotti notevoli – le percentuali – i numeri e le successioni di numeri – i numeri naturali, relativi, reali, complessi – le regole e i problemi algebrici – le potenze e le loro proprietà – le equazioni e le disequazioni – il calcolo letterale – i polinomi – la radice quadrata, i radicali – le operazioni con l'orologio – la tavola pitagorica – i multipli e i divisori, la divisibilità – le strutture d'ordine, le uguaglianze e disuguaglianze – la costruzione delle formule inverse – i sistemi di equazioni – le permutazioni
Geometria
Geometria – Geometria piana e dello spazio – Geometria lineare - Geometria euclidea (postulati della geometria euclidea e teoremi)– *Geometria sintetica - Geometria descrittiva- Goniometria*, i modelli goniometrici, gli angoli – *Geometria primitiva*, di base – *Geometria non euclidea* (es. su sfera) - i poligoni e i solidi (i poligoni inscritti e circoscritti, gli sviluppi di solidi, i solidi di rotazione, la costruzione dinamica dei solidi e i poliedri tridimensionali) – il perimetro, le aree, le superfici e i volumi – le figure congruenti, equivalenti, il principio di equiscomponibilità ed equiestensione – le coniche (luoghi geometrici) – la costruzioni con riga e compasso, il disegno di figure piane e solide – la trigonometria – il Teorema di Pitagora – le terne pitagoriche - la circonferenza e il cerchio – i segmenti (i problemi con segmenti) – le forme e le figure – i triangoli e i quadrilateri (le proprietà, i punti notevoli dei triangoli, i criteri di similitudine tra triangoli) – le trasformazioni geometriche (le simmetrie, le isometrie,..) – le figure simili, gli ingrandimenti e le riduzioni in scala – il parallelismo e la perpendicolarità – il pi greco – la sezione aurea
Logica e insiemistica
Insiemistica – Logica matematica – Teoria degli insiemi – i problemi e i giochi logici – gli insiemi numerici – gli insiemi
Misure, dati e previsioni – Probabilità e statistica

Misure (le misurazioni, misurare, le unità di misura) – *Statistica descrittiva* – *Relazioni, dati e previsioni*: l'analisi dei dati, le tabelle, i grafici – *Probabilità*, il calcolo delle probabilità – le proporzioni – il calcolo combinatorio - le grandezze variabili e costanti
Pensiero algoritmico, computazionale e coding
Pensiero computazionale - *Coding* – *Informatica* – i concetti di programmazione – la programmazione lineare
Relazioni e funzioni – Analisi, Geometria analitica
Analisi – *Geometria Analitica* – *Relazioni e funzioni* – le funzioni (lo studio di funzioni, i grafici di funzioni) – le successioni e le serie – i limiti, gli asintoti – le derivate e gli integrali – le funzioni / le rette nel piano cartesiano – le funzioni goniometriche – le funzioni esponenziali e logaritmiche – le curve con parametri – la sensibilità del grafico di una funzione a parametri/ coefficienti – la divisione di un numero per valori infinitesimi/ divergenti – i teoremi su sommatorie e simili - i grafici delle prestazioni – i problemi di massimo e minimo
Problem solving e posing
Problem solving - la risoluzione di problemi - i problemi
Caratteristiche interdisciplinari generiche
Le attività fini-motorie – la partecipazione – la formalizzazione del pensiero
Caratteristiche della pratica matematica
La rappresentazione – la dimostrazione – l'argomentazione – i teoremi – l'analitica
Matematica applicata alle scienze, alla fisica e alla realtà - Modellizzazione
Compiti di realtà – la matematica applicata ai casi/ fenomeni quotidiani – il collegamento numeri e realtà che ci circonda, i problemi pratici - la matematica applicata alla fisica, la fisica descritta con relazioni matematiche (la cinematica e la dinamica, le forze, il moto dei pianeti) – le funzioni economiche – matematica e arte/natura – i modelli matematici di fenomeni / di situazioni-problema

Tabella 16. Q14S: Principali contenuti indicati dai rispondenti di scuola secondaria

Nelle loro risposte gli insegnanti hanno fatto sovente riferimento in termini generali alle aree di contenuto così come sono definite all'interno delle Indicazioni Nazionali o, in alternativa, a branche della disciplina matematica. Altre volte, hanno richiamato esempi specifici di contenuti o argomenti matematici, alcuni dei quali sono apparsi in modo ricorrente. Tra gli esempi specifici, spiccano per frequenza nelle risposte degli insegnanti di scuola primaria i richiami al sistema numerico e al calcolo, alle operazioni aritmetiche e alle frazioni per quanto riguarda l'ambito aritmetico-algebrico, gli enti geometrici e in particolare gli angoli e le figure piane e solide nell'ambito geometrico. Inoltre ricorrono numerosi riferimenti all'ambito della misura, del *coding* e, in modo ancora più generico, ai problemi. Gli insegnanti di scuola secondaria, per quanto riguarda l'aritmetica e l'algebra, nuovamente indicano frequentemente frazioni e operazioni numeriche, ma anche calcolo letterale ed equazioni. Per quanto riguarda invece l'ambito della geometria, ricorrono i riferimenti ad aree, perimetri, volumi e proprietà legate ai poligoni e ai solidi, come anche il teorema di Pitagora e le coniche. Infine, numerosi contributi fanno riferimento al piano cartesiano e ai grafici di funzioni come anche alle proporzioni, al calcolo combinatorio e alla probabilità.

Da una lettura dei dati narrativi analizzati, abbiamo inoltre potuto osservare come i rispondenti richiamino sovente parole quali "esplorare", "costruire", "la costruzione di", "il significato di", "concetto di" al fianco degli esempi di argomenti o contenuti ai quali hanno fatto riferimento in risposta alla domanda Q14. Tali indicazioni sottolineano l'accezione che gli insegnanti attribuiscono alle attività in oggetto all'interno della loro pratica didattica, facendo appello, in particolare, alla caratteristica di costruzione significativa della conoscenza matematica.

Riportiamo adesso (Tab. 17) le analisi quantitative in riferimento alle aree di contenuto maggiormente quotate negli esempi proposti. Gli insegnanti che hanno risposto alla domanda Q14 sono stati 498 nella scuola secondaria e 374 nella scuola primaria; è bene però sottolineare che non tutti i rispondenti hanno indicato 3 esempi.

Categorie	Primaria	Secondaria
Aritmetica ed algebra	397	292
Geometria	316	565
Logica e insiemistica	41	37
Misure, dati e previsioni – Statistica e probabilità	80	135
Pensiero algoritmico-computazionale e coding	29	9
Relazioni e funzioni- Geometria analitica e analisi	1	138
Problem solving e posing	114	14
Caratteristiche interdisciplinari generiche	28	5
Caratteristiche della pratica matematica	11	8
Tutti	15	7
Matematica applicata alle scienze e alla realtà, modellizzazione	0	45

Tabella 17. Q14: Distribuzioni delle risposte nelle categorie costruite (N_Risposte_secondaria=495, N_Risposte_primaria=374)

Le principali aree di contenuto dei 1032 esempi forniti dagli insegnanti di scuola primaria sono state nell'ambito *Aritmetica ed Algebra* (38,5 %), riguardando principalmente l'aritmetica, e, in modo leggermente inferiore, l'ambito *Geometria* (30,6%). Con vette ben più basse, anche l'ambito *Misure, dati e previsioni - Probabilità e Statistica* è stato frequentemente richiamato dagli insegnanti (7,8%), come inoltre gli ambiti *Logica e Insiemistica* (4%) e *Penisero computazionale-Coding* (2,8%). Spicca in modo deciso il riferimento al *Problem solving*, a pari all'11% dei contributi.

Nella scuola secondaria invece, tra i 1255 esempi citati, troviamo l'ambito *Geometria* al primo posto (44%), seguito, a distanza ragguardevole, dall'ambito *Algebra ed Aritmetica* (23,3%), dall'ambito *Relazioni e funzioni* (11%), soprattutto nei riferimenti alla *Geometria analitica* e l'*Analisi* proposti dai rispondenti afferenti al secondo grado, e dall'ambito *Misure, dati e previsioni- Statistica e Probabilità* (10,6%). Infine, l'ambito *Logica e Insiemistica* si trova rappresentato per un 2,9% e il *Coding* sotto l'1%. Una percentuale di poco superiore (3,6%) degli esempi afferisce infine all'ambito della *Modellizzazione e compiti di realtà*.

Dopo aver codificato i contributi secondo le categorie indicate, abbiamo verificato la varietà degli ambiti contenutistici indicati dai diversi rispondenti (Grafico 12, Grafico 13), che potrebbe rappresentare un potenziale indicatore della pervasività della proposta di attività ABM all'interno della pratica di insegnamento (come verrà discusso più avanti, illustrando i risultati del quesito Q21). Un dato evidente è dato dalla maggiore variabilità negli ambiti di contenuto possibilmente trattati con attività ABM presente all'interno della scuola primaria rispetto alla secondaria. Non risulta invece esserci una differenza significativa rispetto all’esperienza di insegnamento accumulata e, all’interno della scuola secondaria, rispetto alla materia di specializzazione nel corso di studi.

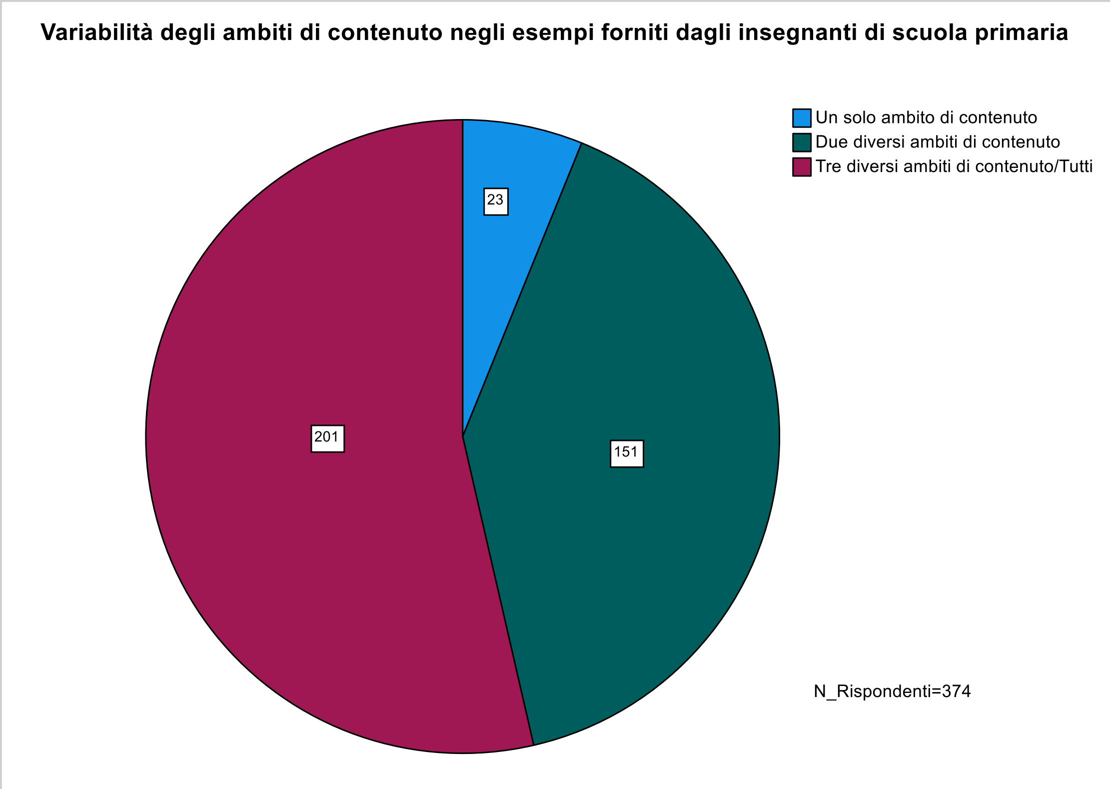


Grafico 12. Q14P: Variabilità tra gli esempi presentati dai rispondenti di scuola primaria, misurata secondo l’afferenza del contributo a una stessa o molteplici tra le categorie di contenuto individuate (N=374)

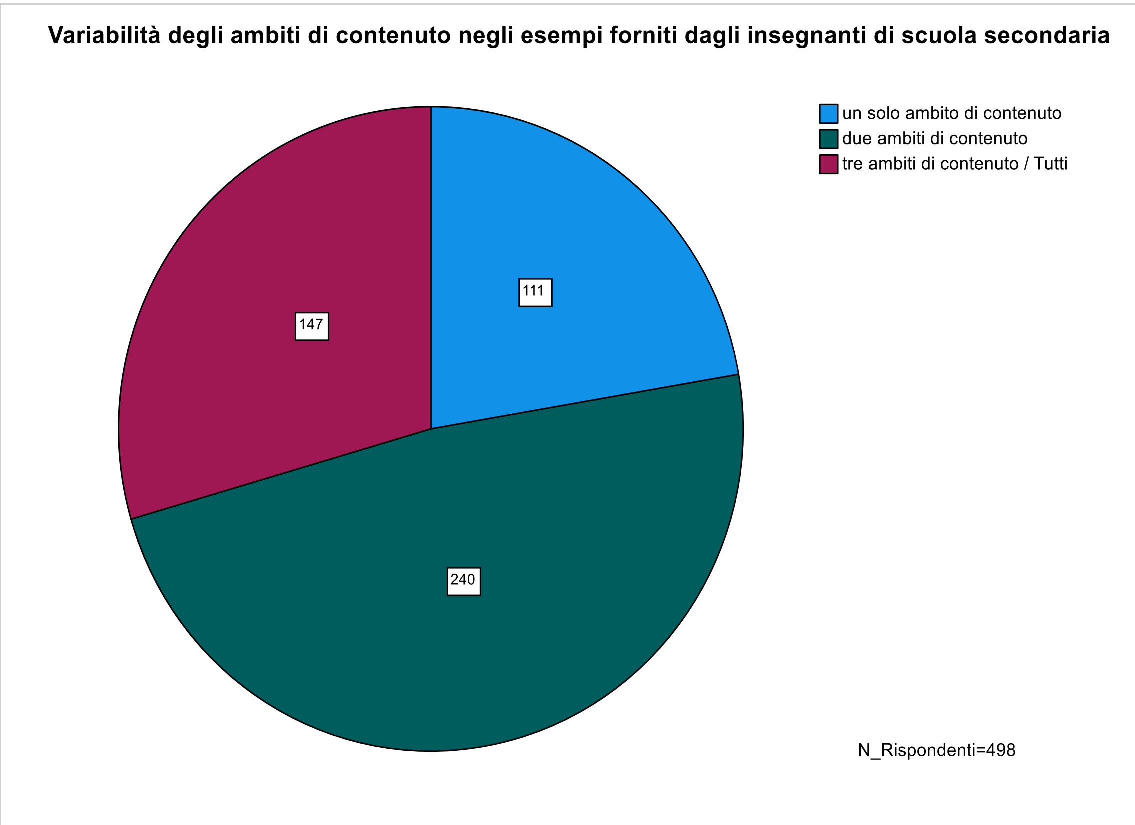


Grafico 13. Q14S: Variabilità tra gli esempi presentati dai rispondenti di scuola secondaria, misurata secondo l’afferenza del contributo a una stessa o molteplici tra le categorie di contenuto individuate (N=374)

5.1.3.7. I risultati attesi: l'influenza positiva e l'impatto delle attività

Nelle domande Q15 e Q16 gli insegnanti sono stati invitati a rispondere a una batteria di item di tipo Likert (7 nel primo caso e 5 nel secondo) che hanno per oggetto l'influenza positiva che possono avere le attività ABM rispetto ad alcuni fattori legati allo sviluppo del pensiero matematico (Q15) o l'impatto nei confronti di fattori influenti nella dinamica di insegnamento-apprendimento della classe (Q16). Sebbene, in entrambi i quesiti, troviamo un generale sbilanciamento verso valutazioni piuttosto positive, possiamo notare che vi sono alcuni fattori per i quali le opinioni degli insegnanti sono più moderate (Tab. 18, Tab. 19).

Tra i fattori legati all'apprendimento, l'influenza positiva dalle attività ABM è ritenuta maggiormente rilevante (Tab. 18) per *l'interesse e la motivazione,* secondariamente per *la capacità di visualizzazione matematica* e, come terzo fattore, per *l'apprendimento a lungo termine*. Seguono poi *il ragionamento matematico* e *la capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività.* Notiamo invece come l'*attitudine verso la matematica* e, in modo molto più marcato, *i risultati nei test standardizzati* siano ritenuti fattori rispetto ai quali l'influenza positiva di tali attività risulta inferiore, oltre ad essere gli item che hanno visto l'astensione di molti più rispondenti.

Le attività ABM influenzano positivamente..	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
1. l'apprendimento a lungo termine	1	12	188	728	929
2. i risultati nei test standardizzati	13	190	449	231	883
3. il ragionamento matematico	3	15	235	673	926
4. le capacità di visualizzazione matematica	1	12	164	736	913
5. la capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	2	27	201	698	928
6. l'interesse e la motivazione	2	25	147	743	917
7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/l'autoefficacia)	1	60	335	506	902

Tabella 18. Q15: Influenza positiva delle attività ABM rispetto una serie di fattori identificati

Possiamo notare la presenza di alcune differenze nella distribuzione delle risposte entro i differenti ordini scolastici. In *primis*, a livello generale, negli insegnanti dei gradi inferiori risulta maggiore la convinzione della potenziale influenza positiva delle attività ABM, come vedremo anche in seguito (Grafico. 16). Osservando poi i valori medi dei pareri espressi rispetto a ciascun item, ci accorgiamo che, mentre secondo l'opinione degli insegnanti di scuola secondaria *la capacità di visualizzazione matematica* risulta essere il primo fattore influenzato positivamente dalle attività ABM, seguito da *l'apprendimento a lungo termine* e, in terza posizione, da *l'interesse e la motivazione,* quest'ultimo fattore è quello ritenuto massimamente influenzato secondo il parere degli insegnanti di scuola primaria. Inoltre, per questo secondo gruppo di rispondenti, *la capacità di visualizzazione matematica* non raccoglie giudizi altrettanto polarizzati positivamente; tuttavia, le opinioni dei due gruppi sono abbastanza omogenee rispetto all'impatto per *l'apprendimento a lungo termine*. Infine, anche riguardo *l'attitudine verso la matematica* (Grafico. 14) e *i risultati nei test standardizzati* (Grafico. 15) i rispondenti di scuola secondaria hanno pareri più moderati rispetto agli insegnanti di scuola primaria.

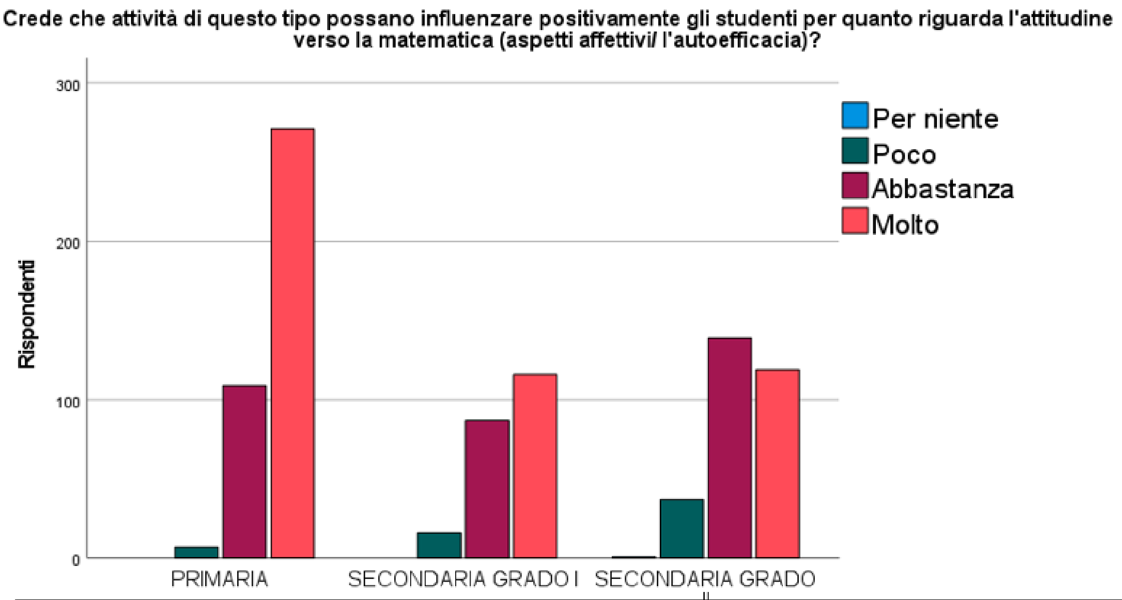


Tabella di contingenza

Conteggio

		7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia)				
		Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Totale
Selezioni una delle seguenti alternative:	Sono un/una insegnante di scuola primaria	0	7	109	271	387
	Sono un/una insegnante di scuola secondaria	1	53	226	235	515
Totale		1	60	335	506	902

Grafico 14. Sopra, la distribuzione delle risposte alla Q15_7 rispetto ai differenti ordini scolastici. Sotto, la tabella di contingenza (Q15_7, Q2). Dato che la tabella contiene uno 0 non possiamo effettuare il test del Chi_quadrato di Pearson per verificare la significatività statistica.

Tabella di contingenza

Conteggio

		2. i risultati nei test standardizzati				
		Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Totale
Selezioni una delle seguenti alternative:	Sono un/una insegnante di scuola primaria	6	53	192	125	376
	Sono un/una insegnante di scuola secondaria	7	137	257	106	507
Totale		13	190	449	231	883

Test del chi-quadrato

	Valore	df	Significatività asintotica (bilaterale)
Chi-quadrato di Pearson	29,399[a]	3	<,001
Rapporto di verosimiglianza	30,030	3	<,001
Associazione lineare per lineare	24,839	1	<,001
N di casi validi	883		

a. 0 celle (0,0%) hanno un conteggio previsto inferiore a 5. Il conteggio previsto minimo è 5,54.

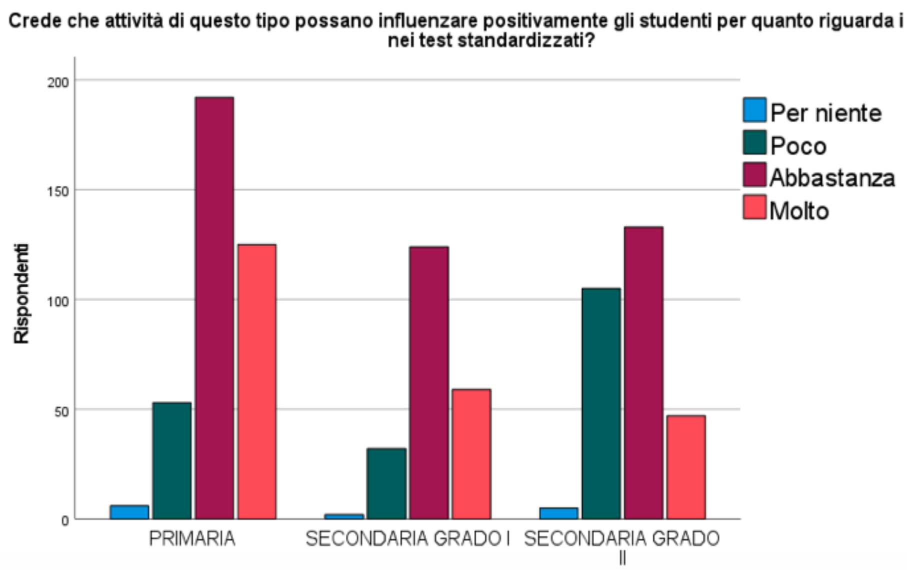


Grafico 15. In alto, a sinistra, la tabella di contingenza (Q15_2, Q2), a destra, il test del Chi_Quadrato di Pearson che mostra la significatività statistica della differenza emersa. Sotto, un grafico della distribuzione delle risposte rispetto agli ordini scolastici.

Tra i fattori che riguardano la dinamica di insegnamento-apprendimento, dalle risposte alla domanda Q16 (Tab. 19) emerge che i fattori ritenuti maggiormente influenzati dalle attività ABM sono *la partecipazione degli studenti alla discussione di classe* e *l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali*. Rispetto al *clima di classe* e, soprattutto, a *l'inclusione di studenti con un differente background socio-culturale* e a *la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti,* gli insegnanti si sono espressi in modo più moderato. Registriamo inoltre, per questi ultimi due fattori, anche un numero inferiore di rispondenti rispetto al resto degli item.

Le attività ABM hanno un impatto su..	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
1. il clima di classe	5	26	302	601	934
2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	2	27	234	666	929
3. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	4	29	223	667	923
4. inclusione degli studenti con un differente background socio-culturale	6	33	295	580	914
5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	4	39	306	570	919

Tabella 19. Q16: Convinzioni rispetto all'impatto delle attività ABM su una serie di fattori indicati.

Anche per il quesito Q16 riscontriamo opinioni più moderate da parte degli insegnanti di scuola secondaria. Questi ultimi si presentano particolarmente scettici soprattutto riguardo l'impatto su *il clima di classe* e *la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti* (Grafico 16), in modo significativamente maggiore rispetto alle opinioni degli insegnanti della scuola primaria. Tra le differenze che emergono nei due gruppi, per gli insegnanti di scuola primaria *l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali* risulta essere il fattore potenzialmente maggiormente influenzato dalle attività ABM, seguito da *la partecipazione degli studenti alla discussione di classe,* mentre per gli insegnanti di scuola secondaria è vero il viceversa.

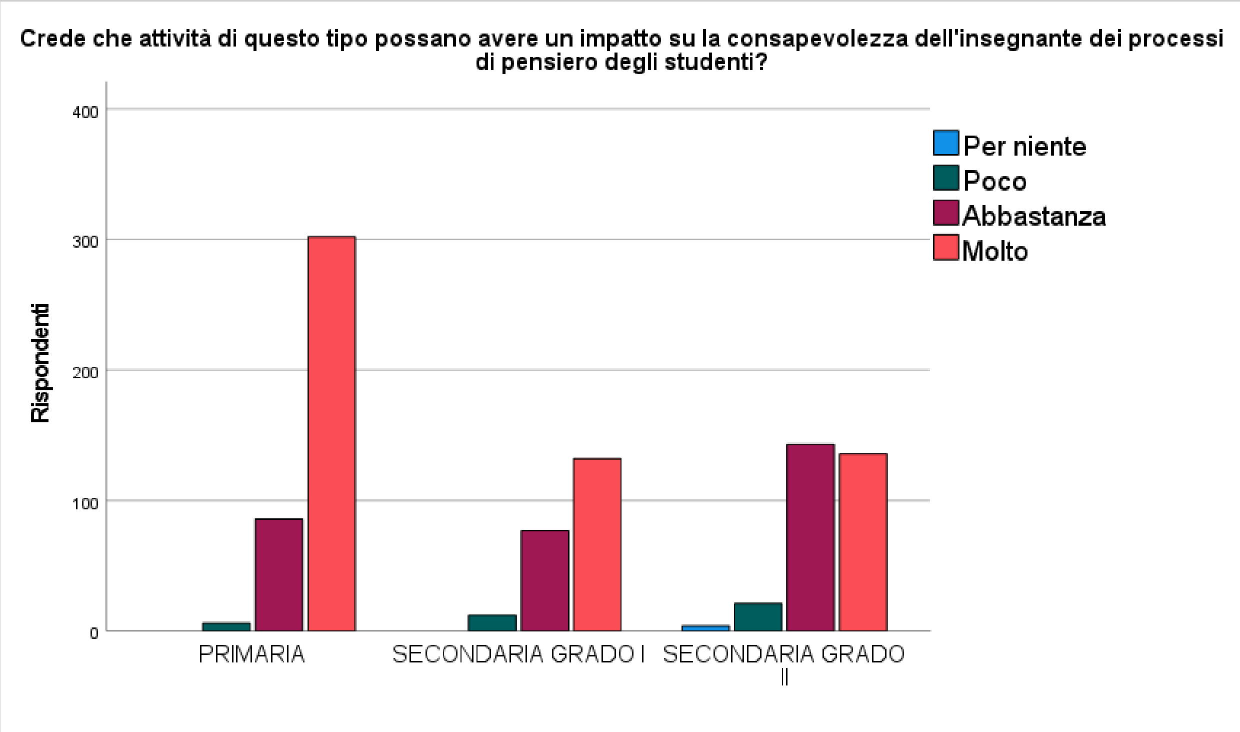


Grafico 16. Distribuzione delle risposte alla Q16_5 rispetto agli ordini scolastici di appartenenza degli insegnanti (N=919)

Analisi Fattoriale: le due dimensioni per valutare la convinzione sull'impatto delle attività ABM

L'analisi fattoriale esplorativa (EFA) è un metodo analitico non supervisionato di riduzione dei fattori; a differenza dei metodi supervisionati, come ad esempio la regressione lineare, non ha l'obiettivo di individuare una combinazione lineare di variabili inziali che riesca a "spiegare" una variabile target. L'obiettivo di questa tecnica d'analisi è duplice: ridurre il numero delle variabili rispetto a quelle del data set e, contemporaneamente, individuare delle variabili implicite non direttamente misurabili, detti *fattori comuni*, che possono essere inferiti a partire dalle variabili misurabili analizzate, come ad esempio delle convinzioni più generali o complesse rispetto a quelle investigate nei singoli item delle domande Q9 e Q11. Affinché tale metodo possa essere utilizzato, le variabili di partenza devono però soddisfare alcune ipotesi preliminari, in particolare devono essere quantitative o qualitative ordinabili (scale Likert, ad esempio) ed è necessaria una correlazione significativa tra la maggiore parte delle variabili iniziali. Inoltre, la bontà del modello può essere valutata post-analisi a partire da un indicatore, definito *comunalità*, che esprime quanto le singole variabili sono rappresentate all'interno del modello. Per una migliore interpretazione dei fattori comuni prodotti dalla EFA, è utile servirsi di metodi come la rotazione *Varimax* della matrice fattoriale, che mantiene l'ortogonalità ma permette di caratterizzare meglio i fattori comuni rispetto alle variabili iniziali, massimizzando le saturazioni alte e minimizzando le basse all'interno dei singoli fattori.

Per cercare di ridurre la complessità offerta dai 12 item dei due quesiti appena presentati, abbiamo analizzato con la tecnica dell'EFA l'insieme degli item afferenti alle domande Q15, ad eccezione dell'item Q15_2 e Q16, che indagano le convinzioni degli insegnanti rispetto all'impatto delle attività ABM. Abbiamo escluso l'item Q15_2 dall'analisi poiché esso si presenta significativamente correlato, ma con coefficienti minori rispetto agli altri item, e perciò nelle indagini esplorative condotte è risultato con indici di comunalità più bassi del 30%. Delle 11 variabili originarie ci siamo ricondotti a un modello a 4 variabili, che tuttavia raggiungono una varianza totale spiegata di circa il 70% (Tab. 22). Abbiamo utilizzato per l'analisi il metodo di estrazione dei minimi quadrati non pesati, fissando il numero di variabili estratte a 4 per raggiungere livelli sufficientemente buoni di comunalità per ogni item e di varianza totale spiegata. Inoltre, abbiamo applicato la rotazione Varimax alla matrice dei fattori per migliorare l'interpretabilità dei risultati.

Le ipotesi di correlazione della matrice delle variabili originarie risultano soddisfatte secondo il test di adeguatezza campionaria di Kaiser-Meyer-Olkin, che ha un valore ottimo (KMO=0,9>0,5) e secondo il test della sfericità di Bartlett applicato alla matrice di correlazione, che risulta statisticamente significativo, indicando cioè l'adeguatezza della matrice di correlazione (*p<0.000<0.05).

Test di KMO e Bartlett

Misura di Kaiser-Meyer-Olkin di adeguatezza del campionamento.		,893
Test della sfericità di Bartlett	Appross. Chi-quadrato	3355
	gl	55
	Sign.	,000

Tabella 20. Test KMO e Test di Bartlett relativi alla matrice di correlazione dei quesiti Q15 (senza Q15_2 e Q16).

Un indicatore, in uscita, riguardo la capacità del modello di rappresentare la variabilità originaria, è costituito dagli indici di comunalità (Tab. 21) espressi nei valori di estrazione: il modello prodotto risulta in grado di interpretare mediamente la variabilità degli item iniziali. Sebbene gli indici di comunalità non risultino particolarmente alti, la numerosità del campione (superiore ai 100 casi), ci permette di accettare valori di comunalità medio-bassi (intorno allo 0,5) (MacCalumn et al., 1999).

Comunalità[a]

	Iniziale	Estrazione
Q15_ 1. l'apprendimento a lungo termine	,438	,488
Q15_3. il ragionamento matematico	,486	,762
Q15_4. le capacità di visualizzazione matematica	,342	,386
Q15_5. le capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	,398	,445
Q15_6. l'interesse e la motivazione	,405	,627
Q15_7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia)	,363	,417
Q16_1. il clima di classe	,414	,592
Q16_2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	,473	,609
Q16_3. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	,421	,415
Q16_4. l'inclusione di studenti con un differente background socio-culturale	,486	,999
Q16_5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	,382	,399

Metodo di estrazione: Minimi quadrati non pesati.

a. Durante le iterazioni sono state rilevate una o più stime di comunalità maggiori di 1. La soluzione risultante deve essere interpretata con cautela.

Tabelle 21. Indici di comunalità relativi alle variabili originarie Q15 e Q16

Varianza totale spiegata

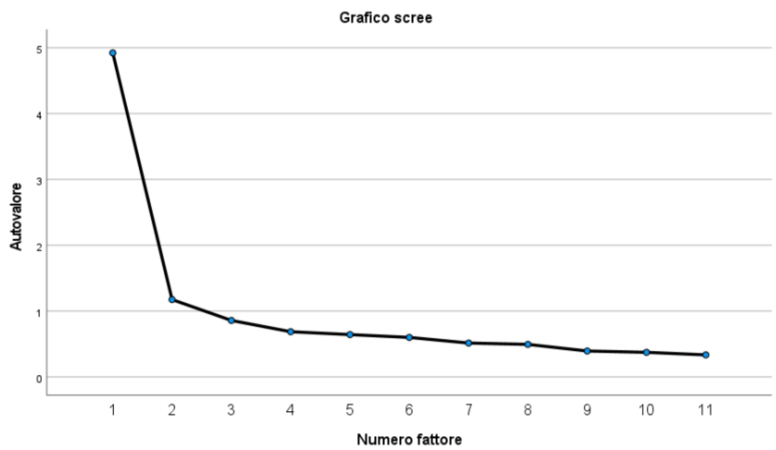
Fattore	Autovalori iniziali Totale	% di varianza	% cumulativa	Caricamenti somme dei quadrati di estrazione Totale	% di varianza	% cumulativa	Caricamenti somme dei quadrati di rotazione Totale	% di varianza	% cumulativa
1	4,922	44,749	44,749	4,493	40,847	40,847	2,120	19,275	19,275
2	1,175	10,685	55,435	,865	7,860	48,707	1,572	14,293	33,569
3	,858	7,803	63,237	,513	4,668	53,375	1,339	12,175	45,744
4	,687	6,246	69,483	,270	2,456	55,831	1,110	10,087	55,831
5	,643	5,849	75,332						
6	,601	5,461	80,793						
7	,515	4,682	85,475						
8	,495	4,497	89,972						
9	,394	3,583	93,555						
10	,374	3,399	96,954						
11	,335	3,046	100,000						

Metodo di estrazione: Minimi quadrati non pesati.

Tabella 22. Varianza totale spiegata dai fattori comuni della EFA relativa ai quesiti Q15 e Q16.

L'interpretazione dei fattori comuni rispetto alle variabili iniziali può essere data osservando degli indici, detti *loading factors*, che esprimono la saturazione di ogni variabile originaria in ogni fattore, ovvero indicano l'importanza che ha ogni variabile iniziale nel determinare il significato di ciasun fattore. Noi osserveremo i *loading factors* riferiti alla matrice dopo che è stata applicata la rotazione Varimax che ne migliora l'interpretabilità: secondo la regola di Overall e Klett (1972) *loading factors* >0.65 indicano variabili molto determinanti, *loading factors*>0.35 indicano variabili mediamente determinanti per un certo fattore.

Dall'osservazione dei *loading factors* nella matrice dei fattori ruotati (Tab. 23), possiamo osservare che la variabile con alta saturazione (>0.65) nel Fattore Comune 1 risulta la variabile Q15_3 e, in modo minore, la Q15_4, la Q15_1, la Q15_5. Un livello comunque sufficiente di saturazione (>0.35) lo troviamo per la variabile Q16_5. Possiamo quindi interpretare questa prima dimensione come la convinzione che queste attività promuovano un apprendimento più profondo, grazie ad una attivazione cognitiva volta a sviluppare il ragionamento, costruendo significati matematici, e maggiormente duraturo. Il Fattore Comune 2, risulta essere un buon interprete delle variabili Q16_3 e Q16_4, rappresentando perciò la dimensione che riguarda l'aspetto di inclusione relativo alla proposta delle attività. La Q16_1 e la Q16_2 hanno invece una buona saturazione rispetto al Fattore Comune 3, che possiamo quindi interpretare come la dimensione della partecipazione attiva all'interno di un clima di classe favorevole. Infine il Fattore Comune 4 rappresenta in modo significativo le variabili Q15_5 e Q15_6 ed è perciò riconducibile alla dimensione che valuta l'impatto sull'engagement e sugli aspetti affettivi. Osservando il grafico *scree* presentato sotto, le diverse altezze relative agli autovalori dei fattori selezionati evidenziano come il primo fattore incida maggiormente rispetto agli altri tre per la descrizione del modello.



Matrice di trasformazione dei fattori

Fattore	1	2	3	4
1	,610	,460	,477	,435
2	,613	-,783	-,086	,063
3	,484	,418	-,655	-,403
4	-,135	,023	-,580	,803

Metodo di estrazione: Minimi quadrati non pesati.
Metodo di rotazione: Varimax con normalizzazione Kaiser.

Matrice dei fattori ruotati[a]	Fattore			
	1	2	3	4
Q15_ 1. l'apprendimento a lungo termine	**,546**	,187	,259	,295
Q15_3. il ragionamento matematico	**,843**	,143	,154	,084
Q15_4. le capacità di visualizzazione matematica	**,567**	,136	,116	,181
Q15_5. le capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	**,536**	,098	,254	,290
Q15_6. l'interesse e la motivazione	,267	,198	,254	**,673**
Q15_7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia)	,330	,192	,285	**,435**
Q16_1. il clima di classe	,225	,225	**,676**	,184
Q16_2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	,243	,243	**,633**	,299
Q16_3. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	,177	**,540**	,262	,151
Q16_4. l'inclusione di studenti con un differente background socio-culturale	,165	**,961**	,164	,162
Q16_5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	**,393**	,298	,268	,290

Metodo di estrazione: Minimi quadrati non pesati. Metodo di rotazione: Varimax con normalizzazione Kaiser.
a. Convergenza per la rotazione eseguita in 5 iterazioni.

Tabelle 23. In basso la tabella dei loading factors della matrice ruotata relativa alla FA dei quesiti Q15 e Q16. In alto a destra lo scree plot dell'analisi e in alto a sinistra la matrice di trasformazione dei fattoi.

L'impatto come scala

Anche in voce della correlazione medio-alta che intercorre tra gli *item* dei due quesiti osservati, come testimoniato dal test KMO, possiamo considerare la Q15 e la Q16 come un'unica scala per misurare la convinzione di ottenere buoni risultati introducendo attività ABM, sia che si tratti dell'influenza positiva che le attività possono avere sull'apprendimento (gli item relativi alla Q15) che dell'impatto che si pensa esse possano avere sulla dinamica di insegnamento-apprendimento nel sistema classe (gli item relativi alla Q16). L'affidabilità interna della scala, calcolata sui 794 rispondenti comuni a tutti i items, secondo l'indicatore *alfa di Cronbach* standardizzato risulta essere dello 0.877 (Tab. 24), ovvero un'affidabilità di circa il 90%, superando largamente il limite minimo individuato per una scala sviluppata ex-novo (Nunnally & Bernstein, 1994). Inoltre, osservando la correlazione elemento-totale (che valuta la correlazione di ogni elemento appartenente alla scala rispetto a una nuova scala ottenuta includendo tutti gli elementi della scala eccetto se stesso), essa risulta avere valori compresi tra 0.413 e 0.629 per tutti gli item considerati (Tab. 25). Pertanto, la scala sembra rappresentare adeguatamente tutti i fattori coinvolti (Ferketich, 1991).

Statistiche di affidabilità

Alpha di Cronbach	Alpha di Cronbach basata su elementi standardizzati	N. di elementi
,871	,877	12

Tabella 104. Test statistico di affidabilità della scala formata dai items dei quesiti Q15 e Q16. (N=794)

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Correlazione multipla quadratica	Alpha di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Q15_ 1. l'apprendimento a lungo termine	39,71	15,662	,629	,439	,857
Q15_2. i risultati nei test standardizzati	40,47	15,187	,422	,202	,873
Q15_3. il ragionamento matematico	39,77	15,437	,607	,496	,858
Q15_4. le capacità di visualizzazione matematica	39,69	16,181	,491	,337	,864
Q15_5. le capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	39,76	15,475	,584	,425	,859
Q15_6. l'interesse e la motivazione	39,70	15,606	,588	,413	,859
Q15_7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia)	39,99	14,913	,585	,377	,859
Q16_1. il clima di classe	39,85	15,312	,579	,413	,859
Q16_2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	39,78	15,317	,625	,471	,856
Q16_3. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	39,79	15,691	,502	,413	,864
Q16_4. l'inclusione di studenti con un differente background socio-culturale	39,90	15,071	,578	,490	,859
Q16_5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	39,91	14,994	,601	,383	,857

Tabella 115. Statistiche elemento-totale relative alla scala ottenuta dai quesiti Q15 e Q16.

La Tabella 26 riassume le statistiche relative alla distribuzione della scala sull'intero campione, considerando le somme dei punteggi (non la media).

Statistiche scala

Media	Varianza	Deviazione std.	N. di elementi
43,48	18,119	4,257	12

Tabella 26. Descrittive della scala costituita dalle somme dei punteggi dei quesiti Q15 e Q16 (N=794)

Ci serviamo adesso di questa scala, per osservare la distribuzione delle risposte nei diversi ordini di scuola. Come possiamo osservare nella Grafico 17, tendenzialmente gli insegnanti della scuola primaria hanno la percezione di un'influenza positiva e di un impatto maggiore di queste attività per la didattica rispetto agli insegnanti di scuola secondaria.

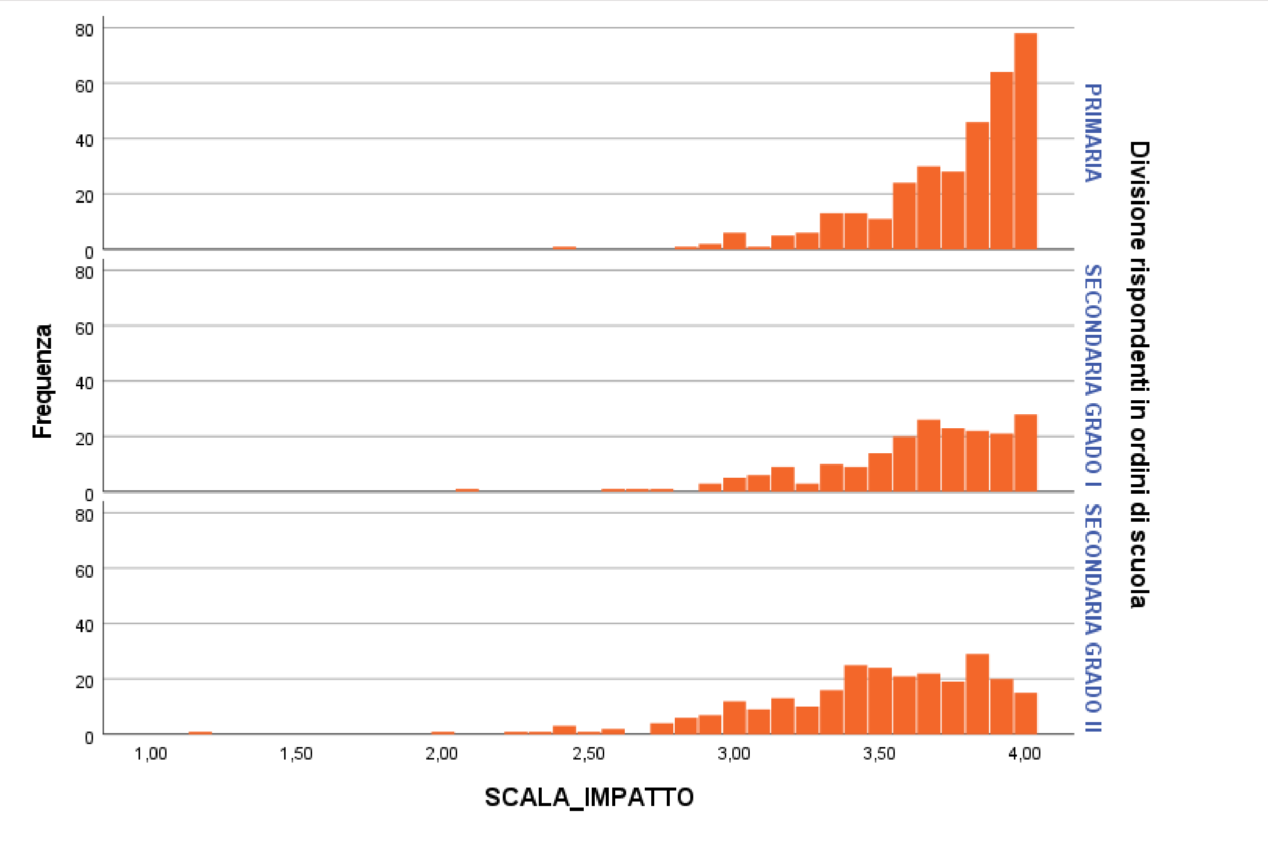


Grafico 17. Scala, con i valori scalati in media, relativa all'impatto delle attività ABM (Q15 e Q16): distribuzione delle risposte rispetto ai diversi ordini di scuola.

5.1.3.8. Le limitazioni per la proposta delle attività ABM

Nella domanda Q17 abbiamo chiesto ai rispondenti di indicare, sulla base della propria esperienza, quali siano i principali fattori che costituiscono un limite per la proposta di attività ABM in classe. Le maggiori limitazioni individuate sono *il fattore tempo,* seguito da *la mancanza di spazi e risorse* e *la gestione della classe.* In maniera significativamente inferiore *la valutazione degli studenti* e *l'essere adatte solamente a un ristretto numero di argomenti* (Tab. 27). Tutto sommato, in media, gli insegnanti non ritengono che le attività siano adatte solamente per alcuni tipi di studenti o che siano non inclusive (affermazioni Q17_c, d, e, f). In una numerosità di poco superiore, ma tuttavia abbastanza limitata, condividono invece la convinzione che siano *adatte solamente per studenti ai primi anni di scuola*. Tale indicazione viene per altro espressa quasi esclusivamente dagli insegnanti di scuola secondaria (50 su 55 rispondenti totali per questa alternativa), in linea con quanto evidenziato rispetto al quesito Q13.

LIMITAZIONI	TOTALI
a) Gestione della classe	444
b) La valutazione degli studenti	126
c) Sono adatte solamente per studenti con basso rendimento	4
d) Sono adatte solamente per studenti con alto rendimento	9
e) Non sono inclusive per studenti con un differente background socio-culturale	9
f) Non sono inclusive per studenti con bisogni educativi speciali	9
g) Il fattore tempo	644
h) Mancanza di spazi e risorse	633

i)	Hanno scarsa efficacia didattica	9
j)	Si adattano solamente a un ristretto numero di argomenti	105
k)	Sono adatte solamente per studenti ai primi anni di scuola	55
l)	Altro	73

Tabella 27. Q17: Limitazioni per la proposta delle attività ABM (N_Risposte=2120; i rispondenti hanno potuto indicare al più 3 alternative)

Osservando la distribuzione dei fattori rispetto ai differenti ordini scolastici, nel seguente diagramma di Kiviat (Grafico 18) possiamo notare che gli insegnanti della scuola primaria individuano come maggiore limitazione la *mancanza di spazi e risorse*, secondariamente *il fattore tempo* e come terzo fattore la *gestione della classe*, mentre alla scuola secondaria tale ordine risulta invertito: il *fattore tempo* viene indicato essere il principale fattore ostacolante, seguito dagli altri due. Inoltre, seppure in maniera molto minore, all'interno della scuola secondaria sembrano essere limitazioni sulle quali concordano un buon numero di rispondenti anche *la valutazione degli studenti* (83 insegnanti alla scuola secondaria, 43 alla scuola primaria) e il fatto che le attività *si adattino solamente a un ristretto numero di argomenti*. Questo ultimo fattore risulta invece praticamene assente nei contributi degli insegnanti di scuola primaria (98 insegnanti di scuola secondaria, 7 insegnanti di scuola primaria).

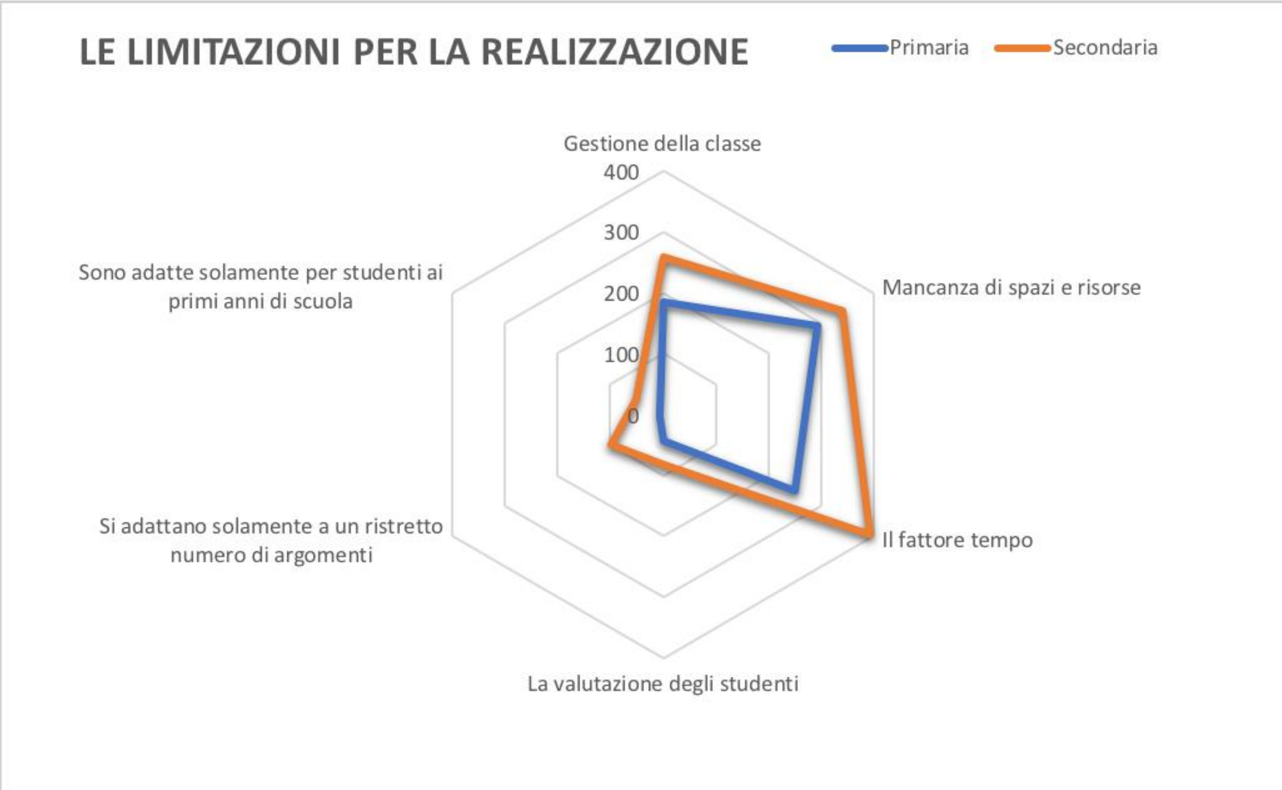


Grafico 18. Diagramma Kiviat che mostra come si distribuiscono le convinzioni riguardo le principali limitazioni per la proposta delle attività ABM tra i rispondenti di scuola primaria (in blu, N_Risposte=790) e secondaria (in arancione, N_Risposte=1248).

Tra le limitazioni elencate, abbiamo osservato, in particolare, con quale frequenza esse sono state selezionate dal gruppo di rispondenti che hanno affermato di proporre le attività ABM nella propria pratica didattica in risposta alla domanda Q20 rispetto a coloro che hanno dichiarato di non proporle (Grafico 19). Mentre le principali limitazioni individuate dall'intero campione di rispondenti, ovvero *il fattore tempo*, *la mancanza di spazi e risorse* e *la gestione della classe* sono state selezionate in una percentuale all'incirca equivalente nei due gruppi di rispondenti, come anche *la valutazione degli studenti*, anche se meno condivisa, caratterizza il gruppo di rispondenti che non propongono le attività nella propria pratica didattica l'individuazione di due limitazioni che riguardano la sfera delle convinzioni: ovvero, che le attività ABM siano adeguate solamente per studenti ai primi anni di scuola e che sia possibile proporle esclusivamente per un ristretto numero di argomenti.

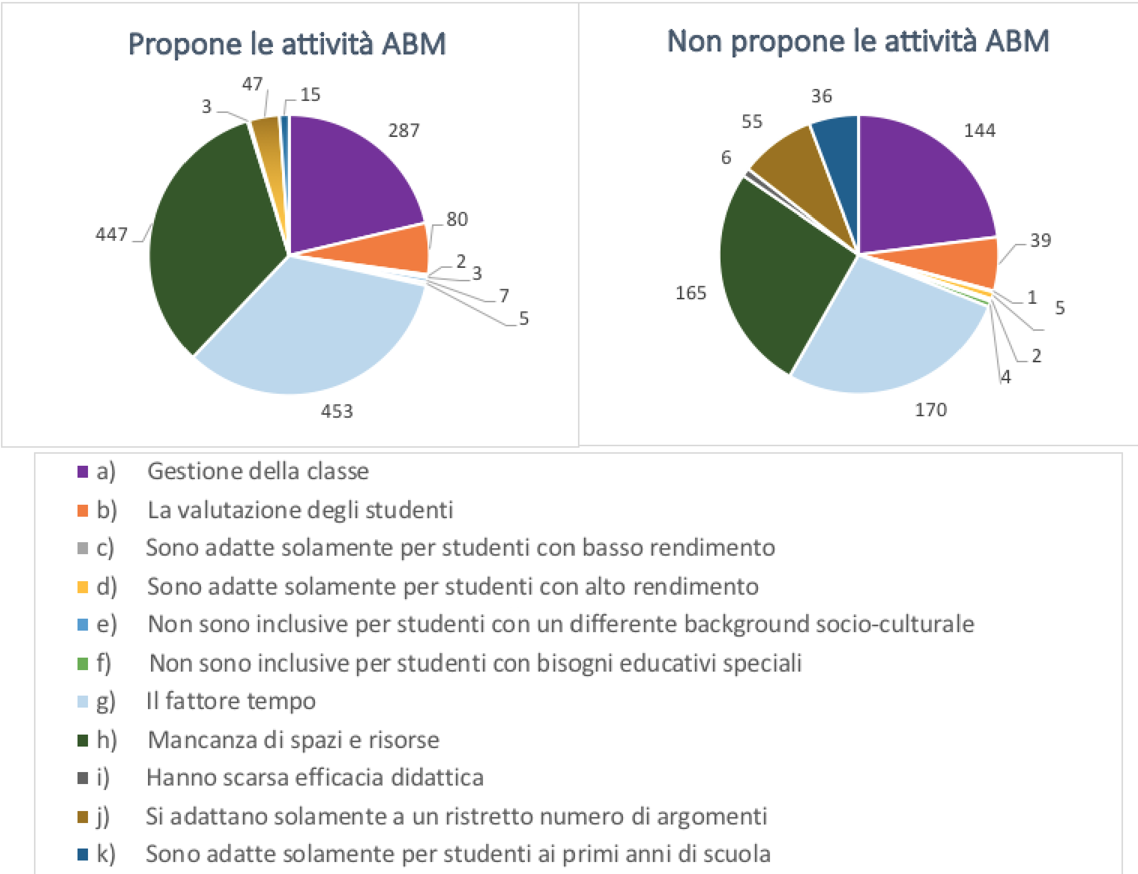


Grafico 19. Grafici a torta relativi alle limitazioni individuate dai rispondenti del quesito Q17, differenziando rispetto alle risposte al quesito Q20 relativo all'effettiva proposta in classe delle attività ABM (N_Risposte_Si=1349; N_Risposte_No=627)

L'alternativa *Altro*

In fase di analisi, un'attenzione particolare è stata dedicata anche alle risposte registrate nell'alternativa *Altro,* selezionata da 73 rispondenti. Infatti, avendo la possibilità di selezionare fino a 3 alternative di risposta al quesito Q17, nei contributi testuali raccolti sotto l'alternativa *Altro* gli insegnanti hanno espresso alcune indicazioni che forniscono possibili e più specifiche interpretazioni delle alternative selezionate, come, ad esempio, riguardo *il fattore tempo.* Sei insegnanti hanno fatto riferimento a questa tematica, talvolta evidenziando come il tempo e lo sforzo richiesto per la progettazione delle attività possa costituire una grande limitazione, come nei seguenti contributi: "La costruzione di rubriche valutative ad hoc è molto faticosa e laboriosa per l'insegnante inoltre richiede disponibilità di tempo anche la sua attuazione", o anche,

> L'attività laboratoriale prevede un'organizzazione e progettazione ben dettagliata. La mancanza di momenti "ufficiali" dedicati alla progettazione didattica nella scuola secondaria di primo grado demotiva molti docenti che concepiscono la progettazione di queste attività come un lavoro in più.

Altre volte è stata invece sottolineata la difficoltà di proporre le attività ABM, che richiedono un'ingente quantità di tempo per la realizzazione in classe, soprattutto a causa della pressione percepita dagli insegnanti per lo svolgimento di un programma "denso", in vista delle prove valutative, come possiamo leggere chiaramente nel seguente contributo: "il fattore tempo è legato alla necessità di dover necessariamente svolgere un programma finalizzato alla prova finale dell'esame di stato". Tra coloro i quali hanno voluto sottolineare l'assenza di limitazioni specifiche

che possono impedire la proposta delle attività (12 rispondenti), è stato sottolineato come il tempo richiesto rappresenti in realtà un investimento sull’apprendimento: “Nessuno. Anche il tempo che a volte è considerato un limite non lo è perché si guadagna in successo formativo”, “[…] È un investimento di tempo e bisogna avere la pazienza del risultato”. Proprio riguardo al tema degli effetti a lungo termine, viene individuata una limitazione nella programmazione di breve respiro: “la mancanza di una continuità didattica tra i diversi gradi scolastici e gli insegnanti. Questa attività dovrebbe essere reiterata durante tutta la carriera scolastica, non applicata in modo saltuario”.

Tra gli impedimenti del contesto che costituiscono potenziali limitazioni, è stata particolarmente evidenziata la numerosità (7 rispondenti) e la disomogeneità (6) delle classi, che comportano una difficoltà nella gestione delle attività di questo tipo, soprattutto per renderle adatte alla varietà degli studenti:

> I tempi di realizzazione dei compiti sono differenti e questo porta ad una necessaria e non sempre attuabile personalizzazione dei percorsi. Per i più bravi possono presentarsi tempi morti e noia. Rischio riduzione contenuti.

Si ritiene infatti che l’efficacia delle attività sia vincolata dalla tipologia della classe (3) e dalle personali inclinazioni:

> Anche se possono essere inclusivi per alunni con bisogni speciali non sempre è così, soprattutto se è un'attività di costruzione con strumenti (riga, compasso, cartoncini). C'è sempre un certo numero di studenti che preferisce un approccio diverso, più "teorico".

Oltre a questo, è stata menzionata la mancanza di spazi e risorse adeguate (3) alle quali gli insegnanti devono provvedere in modo autonomo, “Acquisto tutto io o imposto io i giochi didattici, la scuola non fornisce nulla in merito”. Inoltre, 5 insegnanti hanno fatto riferimento alle limitazioni conseguenti ai protocolli specifici legati alla contingente emergenza pandemica.

Otto insegnanti evidenziano limitazioni che afferiscono ad una cultura del contesto ostativa, determinata dalle “aspettative di genitori e altri docenti”, come la “difficoltà a far accettare queste metodologie a dirigenti e colleghi”, “la condivisione con i colleghi” e “l’invadenza dei genitori che vogliono imporre le loro idee didattiche”. In altri 6 contributi, vengono anche evidenziate le resistenze degli insegnanti stessi al cambiamento che tali attività richiedono nella propria didattica, “il docente deve modificare la sua didattica”, conseguenti ad una concezione di insegnamento tradizionale fortemente radicata, che viene inoltre affiancata da preoccupazioni e difficoltà iniziali, quali “la ridotta autonomia iniziale degli studenti” e “la preoccupazione delle insegnanti nel proporre attività potenzialmente più rumorose, di difficile gestione e percepite come meno efficaci per quanto riguarda le prove di fine anno”.

> Il limite è rappresentato dall'idea che si fa scuola solo sui libri e i quaderni, invece con le attività laboratoriali si dedica il tempo a disposizione all'apprendimento attivo, dove ognuno sperimenta in prima persona e l'errore diventa oggetto di confronto e di ripartenza.

Dodici rispondenti, a tal proposito, sottolineano la mancanza di formazione e di una preparazione specifica e funzionale alla realizzazione di queste attività:

> La mia scarsa formazione in merito. Purtroppo, con tutta la mia buona volontà, non penso di essere ad oggi in grado con le risorse e le competenze a mia disposizione, di trasmettere la matematica in modo "alternativo" anche se ne sento la necessità, soprattutto su una certa fascia di alunni meno motivati e coinvolti.

Essi lamentano in particolare una “Non conoscenza, da parte di noi docenti, delle tecniche pratiche per spiegare alcuni argomenti che si presterebbero”, come anche una mancanza di adeguati sviluppi e proposte da parte della ricerca a questo riguardo: “Non esistono esempi di attività per quasi tutti gli argomenti. La bibliografia è piuttosto scarsa”.

Per quanto riguarda i limiti intrinseci alle attività ABM, viene individuata un’efficacia limitata di questa proposta soprattutto in relazione alle “difficoltà di astrazione”: “Non sono sufficienti per lo sviluppo di un pensiero formale”, “Se protratti nel tempo può diminuire l'attenzione”. Viene quindi sottolineata l’importanza di affiancare queste attività didattiche a percorsi più tradizionali: “è indispensabile integrare queste attività con altre più astratte, simboliche, tradizionali, in modo da combinare opportunamente i 2 approcci, e tradurre agevolmente dall'uno all'altro”.

5.1.3.9. La valutazione

Dalle opinioni degli insegnanti rispetto a possibili strumenti o strategie di valutazione da utilizzare per questo tipo di attività (Q18) è emerso che l’*osservazione* è di gran lunga la strategia considerata più opportuna, seguita dall’*autovalutazione dello studente* e dal *project work.* Pochi, tra gli insegnanti, ritengono adatte strategie valutative tradizionali come i test scritti o le interrogazioni, mentre 102 di loro ritengano che tali attività non debbano essere valutate affatto (Tab. 28).

STRUMENTI / STRATEGIE DI VALUTAZIONE	TOTALI
a) Test scritti	75
b) Interrogazioni	41
c) Osservazione	665
d) Valutazione tra pari	121
e) Project work	206
f) Portfolio	45
g) Autovalutazione dello studente	358
h) Non credo che queste attività debbano essere valutate	102
i) Altro	26

Tabella 28. Q18: Strumenti e strategie opportune per valutare le attività ABM (N_Risposte=1639; i rispondenti hanno potuto selezionare al più due alternative)

Nei contributi afferenti alla categoria *Altro*, troviamo indicazioni rispetto ad ulteriori possibili strategie valutative come l’“analisi di protocolli individuali”, o la scrittura di un diario, come, ad esempio, un “diario di bordo con valutazione della relazione finale e/o della presentazione dell' esperienza dei singoli gruppi od individui alla classe”, o più in generale “verbalizzazioni scritte su quanto svolto e appreso dallo studente”, “rubriche valutative”, relazioni individuali più o meno strutturate, prove pratiche che valutino anche l’utilizzo corretto degli strumenti coinvolti nelle attività, “test simili alle attività proposte” ed “esercitazioni che partano da esperienze reali”.

In altri contributi vengono invece effettuate alcune osservazioni, ad esempio, sull’importanza di utilizzare una valutazione di processo, “non una valutazione sommativa, ma una valutazione del processo di apprendimento”, tenendo, tra le altre cose, in considerazione la “partecipazione attiva e costruttiva alle proposte didattiche”. Da alcuni insegnanti viene indicata la possibilità di coinvolgere una molteplicità di strategie di valutazione, che possono variare a seconda dell’attività proposta, mentre altri, infine, affermano che tali attività non dovrebbero avere una valutazione a parte rispetto al percorso d’insegnamento: “ritengo che non ci sia sempre la necessità di valutazione per attività di questo tipo. Anzi il più delle volte penso che debbano essere affiancate alle modalità più tradizionali, a loro supporto”.

Nella Grafico 20, possiamo osservare la distribuzione delle risposte al quesito Q18 rispetto ai diversi ordini di scuola. Possiamo osservare come la maggior parte dei rispondenti che hanno indicato *test scritti, interrogazioni* e *project work* provenga dalla scuola secondaria, mentre troviamo un’eguale proporzione di rispondenti di scuola primaria e secondaria che hanno indicato le alternative *osservazione, valutazione tra pari* e *portfolio.* L’alternativa *autovalutazione dello studente* è stata invece selezionata principalmente dai rispondenti della scuola primaria mentre, tra coloro che ritengono che queste attività non vadano valutate affatto, troviamo, per la maggioranza, rispondenti della scuola secondaria di secondo grado.

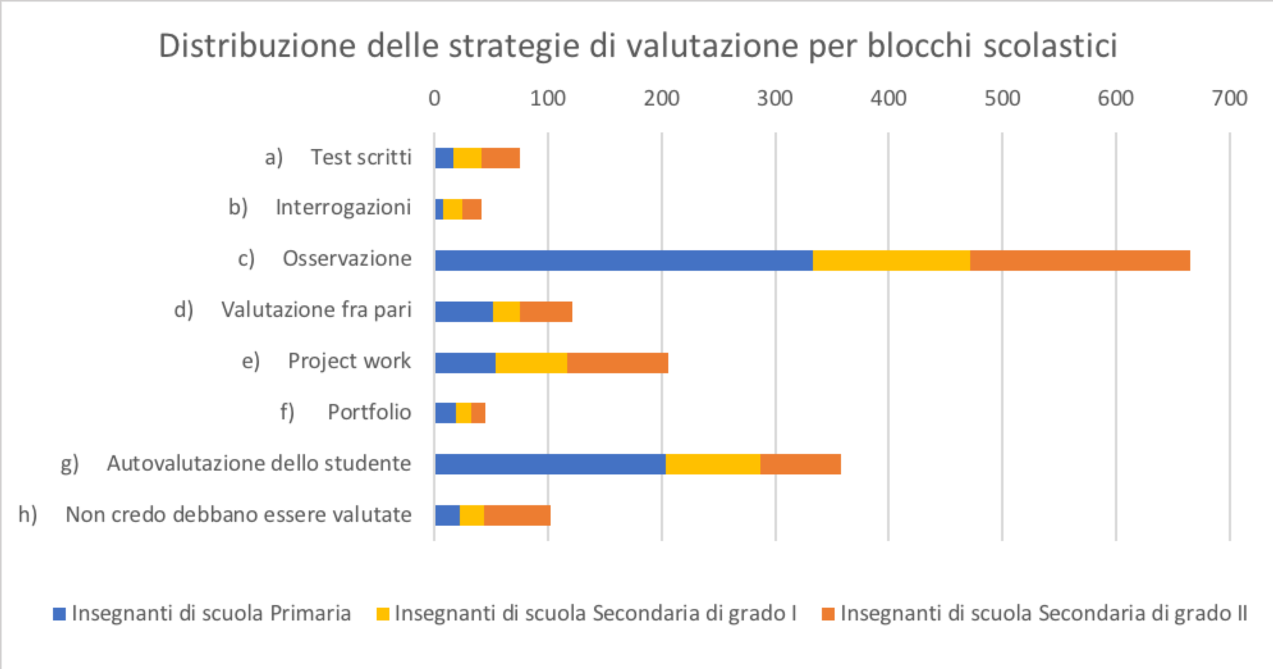


Grafico 20. Distribuzione delle risposte al quesito Q18 rispetto agli ordini di scuola degli insegnanti (N_Risposte_primaria=704 in blu, N_Risposte_secondaria di grado I (e contemp. grado I e II)=384 in giallo, N_Risposte_secondaria di grado II=521 in arancione).

5.1.3.10. La vignetta di Monica: le ragioni di un fallimento iniziale

È stata sottolineata dagli esperti la presenza di una grande resistenza iniziale degli insegnanti nel proporre attività ABM dovuta a uno scoraggiamento per le difficoltà che si possono incontrare nei primi tentativi di realizzazione in classe. Per inferire le convinzioni degli insegnanti, rispetto alle possibili interpretazioni riguardanti la percezione di un fallimento a seguito del tentativo iniziale di proporre una attività ABM, abbiamo utilizzato una vignetta item. Tale quesito è stato proposto in modo differenziato rispetto ai dettagli di contesto per i due gruppi di insegnanti coinvolti, di scuola primaria e secondaria. Le risposte agli item del quesito sono riportati nelle due seguenti tabelle (Tab. 29, rispondenti di scuola primaria; Tab. 30, rispondenti di scuola secondaria).

VIGNETTA MONICA_SCUOLA PRIMARIA	Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Non so	Totali
a) L'attività è stata invece efficace, poiché gli studenti hanno conosciuto un modo alternativo di rappresentare le proprietà distributive. Non importa se hanno risolto gli esercizi con le strategie risolutive già note.	6	34	168	171	2	381
b) Le attività di questo tipo richiedono tempi lunghi prima che gli studenti prendano confidenza con un modo nuovo di lavorare e diventino consapevoli di come l'esperienza con i materiali possa aiutarli per risolvere problemi aritmetici.	7	60	148	118	1	334
c) Proporre compiti esplorativi e problemi aperti rende questo tipo di attività di apprendimento più efficace che risolvere compiti predefiniti in tempistiche serrate.	0	15	80	226	9	330

d) Una maggiore interazione degli studenti con l'insegnante e con i compagni durante l'attività avrebbe stimolato l'uso delle forme di legno per risolvere problemi aritmetici	7	44	119	139	11	320
e) Il motivo del fallimento di Monica è che non è riuscita a trasmettere agli studenti l'obiettivo dell'attività: esplorare e familiarizzare con le rappresentazioni geometriche delle proprietà distributive.	35	122	95	45	22	319

Tabella 29. Q19P: La vignetta di Monica: rispondenti di scuola primaria

VIGNETTA MONICA_SCUOLA SECONDARIA	Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Non so	Totali
a) L'attività è stata invece efficace, poiché gli studenti hanno conosciuto un modo alternativo di rappresentare problemi algebrici. Non importa se hanno risolto gli esercizi con le strategie risolutive già note.	5	86	268	148	5	512
b) Le attività di questo tipo richiedono tempi lunghi prima che gli studenti prendano confidenza con un modo nuovo di lavorare e diventino consapevoli di come l'esperienza con i materiali possa aiutarli per risolvere problemi algebrici.	7	65	179	198	3	452
c) Proporre compiti esplorativi e problemi aperti rende questo tipo di attività di apprendimento più efficace che risolvere compiti predefiniti in tempistiche serrate.	7	45	183	203	8	446
d) Una maggiore interazione degli studenti con l'insegnante e con i compagni durante l'attività avrebbe stimolato l'uso delle forme di legno per risolvere problemi algebrici	4	72	198	160	9	443
e) Il motivo del fallimento di Monica è che non è riuscita a trasmettere agli studenti l'obiettivo dell'attività: esplorare e familiarizzare con le rappresentazioni geometriche dei problemi algebrici.	37	161	155	68	21	442

Tabella 30. Q19S: La vignetta di Monica: rispondenti di scuola secondaria

All'interno di queste tabelle possiamo osservare una decrescita dei rispondenti al proseguire delle domande, in entrambi i gruppi (primaria, Tab. 29; secondaria, Tab. 30). Ipotizziamo che questo fatto potrebbe essere legato all'ordine delle domande piuttosto che essere imputato a specifiche caratteristiche dei singoli item. Infatti, la visualizzazione di questa domanda, per come è stato progettato il quesito sulla piattaforma Qualtrics, prevede scorrimenti successivi dei singoli item sotto la vignetta. Ciò probabilmente ha sfavorito la risposta ai quesiti in modo crescente rispetto all'ordine. Tuttavia, possiamo osservare una significativa presenza di risposte assegnate all'alternativa *Non so* nei quesiti *c)* e *d)*, e quasi raddoppiata rispetto alla media nell'ultima domanda. Pensiamo perciò che, tuttavia, il contenuto delle affermazioni, soprattutto per quanto concerne la *e)*, possa avere contribuito a questa maggiore astensione.

Confrontando i grafici *box plot* delle risposte degli insegnanti di scuola primaria (Grafico 21) e secondaria (Grafico 22), possiamo osservare che le affermazioni *a)*, *b)* e *d)* hanno distribuzioni statisticamente identiche, con i rispondenti che, in media, considerano abbastanza vere tali asserzioni e la maggior parte delle risposte che variano tra le alternative *Abbastanza* e *Molto*. Possiamo quindi concludere che, in media, i rispondenti ritengono che l'attività proposta da Monica sia stata abbastanza efficace, nonostante le strategie scelte dagli studenti nella risoluzione degli esercizi non abbiamo previsto il coinvolgimento delle nuove proposte introdotte durante l'attività, poiché il valore dell'attività è consistito nel mostrare rappresentazioni alternative. Inoltre, questi risultati evidenziano che, mediamente, gli insegnanti ritengono che le attività ABM richiedano tempi lunghi di adattamento, quando vengono inizialmente introdotte nella prassi didattica, e, infine, che l'interazione tra pari e con l'insegnante favorisca l'*engagement* e la fiducia degli studenti a partecipare in tali attività.

Anche rispetto l'affermazione *c)*, nella quale si asserisce che proporre problemi aperti e una strategia didattica più esplorativa migliora l'efficacia dell'attività, la maggior parte dei rispondenti si trova abbastanza o molto d'accordo, sia tra gli insegnanti di scuola primaria che tra quelli di scuola secondaria. Tuttavia abbiamo una polarizzazione sull'alternativa *Molto* per gli insegnanti di scuola primaria mentre esprimono pareri più moderati gli insegnanti della scuola secondaria.

In ultimo, osservando le risposte rispetto all'affermazione *e)*, tendenzialmente più variabili in entrambi gli ordini scolastici rispetto alle precedenti affermazioni, la maggior parte delle risposte si è distribuita tra l'alternativa *Poco* o *Abbastanza*. In particolare, è emersa nella scuola primaria una tendenza a considerare poco incisiva la mancata comunicazione degli obiettivi didattici sul fallimento dell'attività, mentre questo aspetto risulta abbastanza rilevante per gli insegnanti di scuola secondaria.

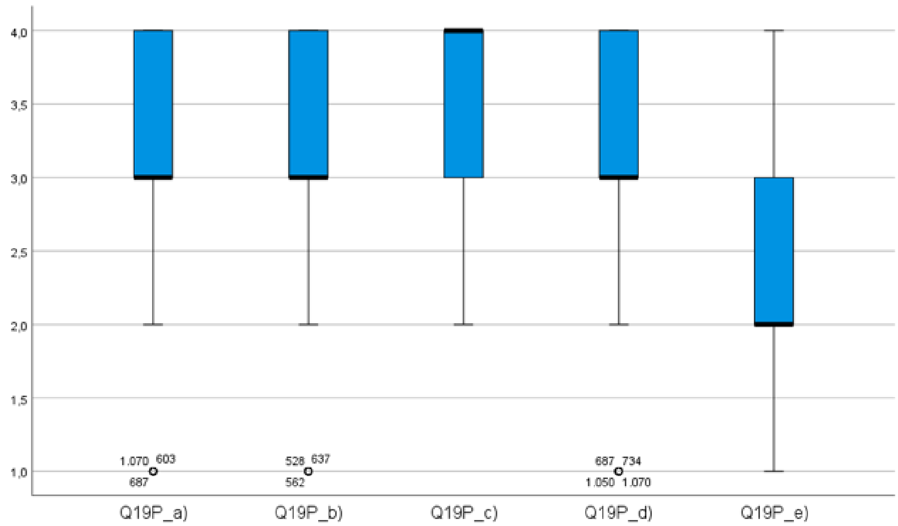


Grafico 21. Box plot relativi alle risposte al quesito 19 dei rispondenti di scuola primaria.

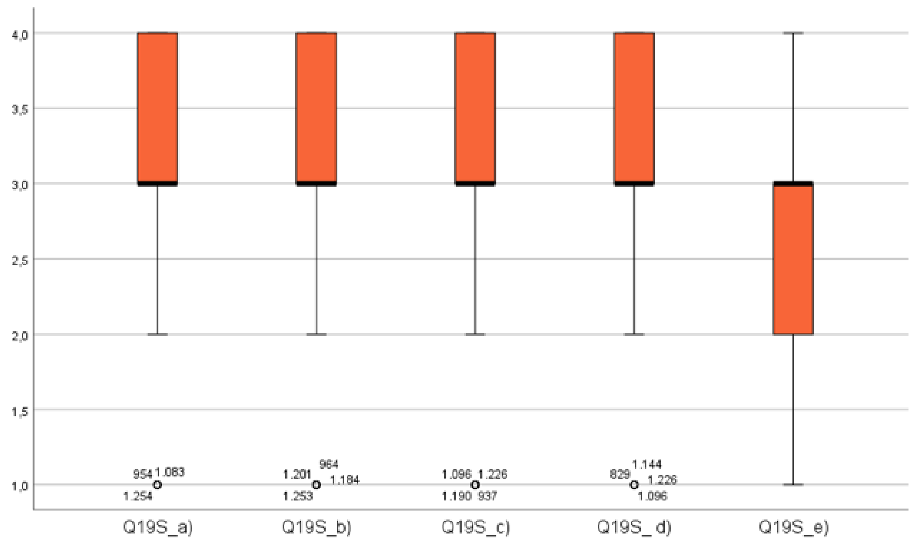


Grafico 22. Box plot relativi alle risposte al quesito 19 dei rispondenti di scuola secondaria

Domanda filtro

5.1.3.11. L'implementazione in classe delle attività

Agli insegnanti è stato chiesto di indicare se propongono o meno attività ABM nella loro pratica didattica. Dei 922 rispondenti totali, il 71,5 % (pari a 659 insegnanti) ha risposto di sì mentre i restanti 263 rispondenti hanno affermato di non proporre queste attività.

Osservando come questo dato sia rappresentato all'interno dei differenti ordini scolastici (Tab. 31), possiamo notare la presenza di un andamento decrescente all'aumentare del grado scolare nel numero di insegnanti che propongono in classe le attività. La distribuzione delle risposte all'interno dei diversi ordini differisce in modo statisticamente significativo, come possiamo notare dal test del Chi_quadrato (Chi_quadrato=194,581, df=3; *p<0.001).

Propone attività di questo tipo nella sua pratica didattica?	Divisione rispondenti in ordini scolastici				Totale
	PRIMARIA	SECONDARIA GRADO I	SECONDARIA GRADO II	SECONDARIA GRADO I e II	
Si	363	156	134	6	659
No	31	58	169	5	263
Totale	394	214	303	11	922

Tabella 31. Tabella di contingenza (Q20, Distribuzione degli insegnanti rispetto agli ordini di scuola)

Analizzando, tra gli insegnanti di scuola secondaria, come varia la risposta al quesito Q20 a seconda della specializzazione caratterizzante il percorso di studi effettuato (Grafico 23), possiamo osservare che in media propongono le attività ABM in modo maggiore sia coloro che hanno ricevuto una specializzazione in didattica della matematica, che coloro che hanno effettuato studi scientifici a basso contenuto matematico o coloro che hanno effettuato altre tipologie di studi. Tuttavia, è opportuno evidenziare che gli insegnanti appartenenti alle ultime due categorie indicate insegnano principalmente alla scuola secondaria di primo grado.

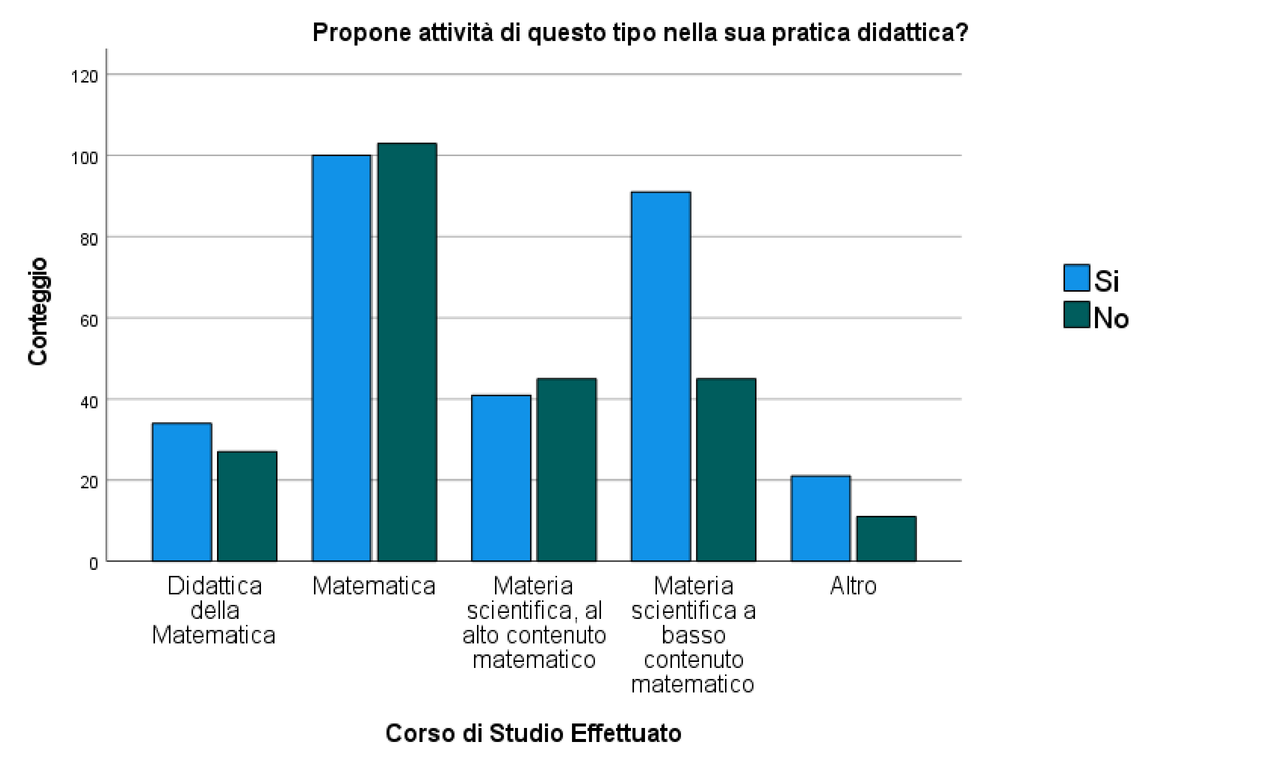


Grafico 23. Distribuzione delle risposte degli insegnanti di scuola secondaria al quesito Q20 rispetto all'indirizzo di specializzazione del corso di studi effettuato (N=518)

Le differenze che abbiamo sopra sottolineato, riguardanti la caratterizzazione del percorso di studi effettuato dai docenti, risultano statisticamente significative, come risulta dal test del Chi_quadrato (Chi_quadrato=13,825, df=4; *p=0,008<0,05) relativo alla tabella di contingenza presentata di seguito (Tab. 32). L'esperienza di insegnamento non sembrerebbe invece avere impatto sulla distribuzione delle risposte.

Q20	Divisione dei rispondenti per specializzazione negli studi					Totale
	Didattica della Matematica	Matematica	Materia scientifica (alto contenuto matematico	Materia scientifica (basso contenuto matematico)	Altro	
Si	34	100	41	91	21	287
No	27	103	45	45	11	231
Totale	61	203	86	136	32	518

Tabella 32.Tabella di contingenza (Q20, Q7).

Oltre ai profili di inquadramento dei docenti, siamo interessati anche ad osservare come le convinzioni espresse rispetto alla matematica e al suo insegnamento-apprendimento, o le specifiche convinzioni rispetto alla proposta delle attività ABM, possano avere pesato sulla risposta a questa domanda.

In particolare, ci limitiamo a mostrare che le convinzioni rispetto al ruolo dell'insegnante risultano essere determinanti rispetto a questa risposta. Infatti, gli insegnanti che hanno indicato l'alternativa *facilitare* in risposta al quesito Q10 hanno indicato di proporre le attività in classe in una proporzione (più di tre quarti) di gran lunga maggiore rispetto alle altre alternative (dove poco più della metà dei rispondenti indica di proporle) (Grafico 24).

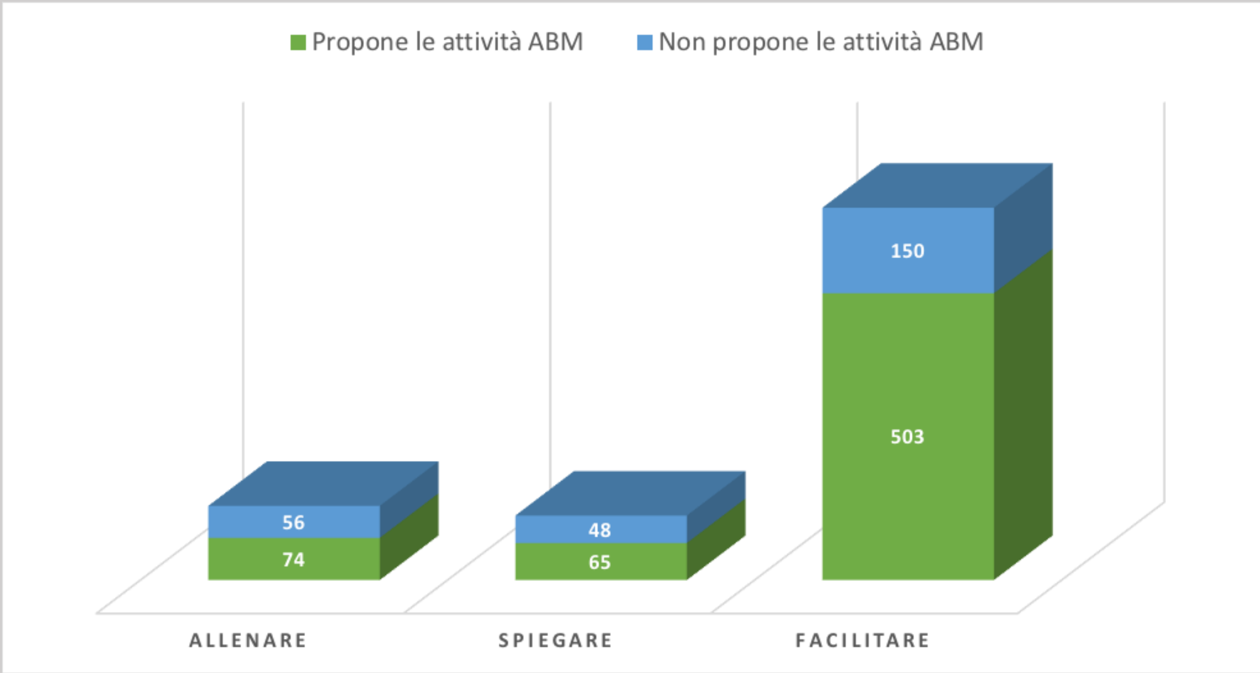


Grafico 24. Grafico a barre relativo alla distribuzione delle risposte della Q20 rispetto le risposte fornite al quesito Q11 riguardo al ruolo ricoperto dall’insegnante (N=915)

Analizzando ora i risultati rispetto alle convinzioni sul potenziale impatto che possono avere le attività ABM sulla didattica, notiamo come le risposte risultano significativamente caratterizzate sia rispetto al *fattore comune 1*, che riguarda la convinzione dell’influenza positiva delle attività su un apprendimento più stabile e profondo (Grafico 25a), che per quanto riguarda il *fattore comune 2*, ovvero la convinzione che tali attività siano inclusive (Grafico 25b), come anche che promuovano un clima favorevole alla partecipazione degli studenti, ovvero *il fattore comune 3* (Grafico 25c), e che promuovano l’interesse, la motivazione e l’attitudine (Grafico 25d) come indica il *fattore comune 4*. In particolare, in corrispondenza della risposta affermativa al quesito Q20 corrisponde un valore maggiore nelle medie di tutte le dimensioni osservate.

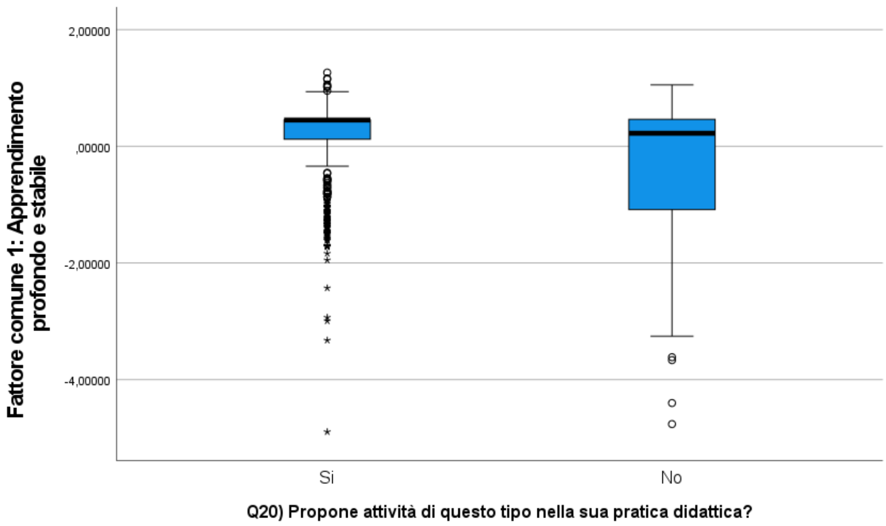


Grafico 25a. Box plot relativo al fattore comune 1 prodotto dalla EFA dei quesiti Q15 e Q16, rispetto alle risposte del quesito Q20 (N_si=570, N_no=224).

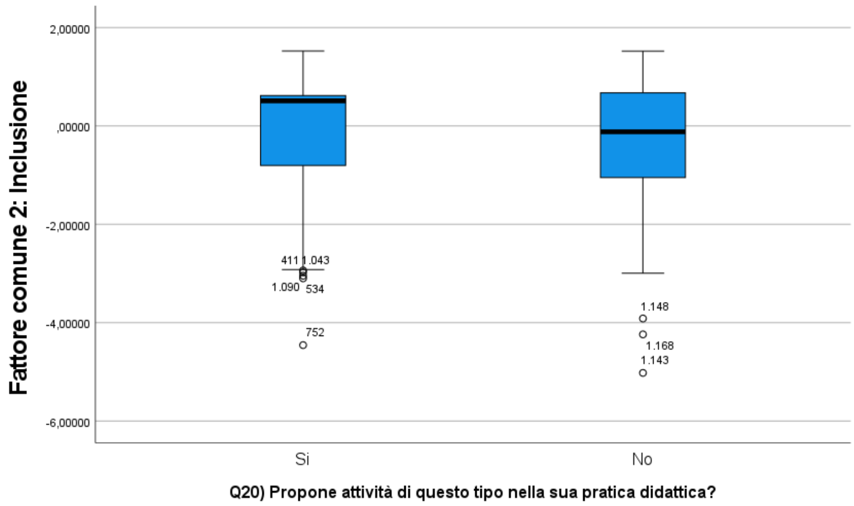


Grafico 25b. Box plot relativo al fattore comune 2 prodotto dalla EFA dei quesiti Q15 e Q16, rispetto alle risposte del quesito Q20 (N_si=570, N_no=224)..

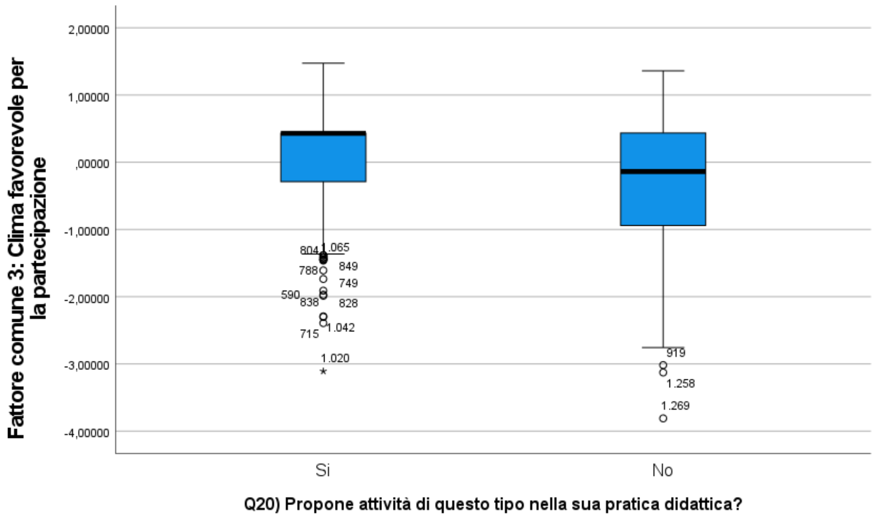


Grafico 25c. Box plot relativo al fattore comune 3 prodotto dalla EFA dei quesiti Q15 e Q16, rispetto alle risposte del quesito Q20 (N_si=570, N_no=224).

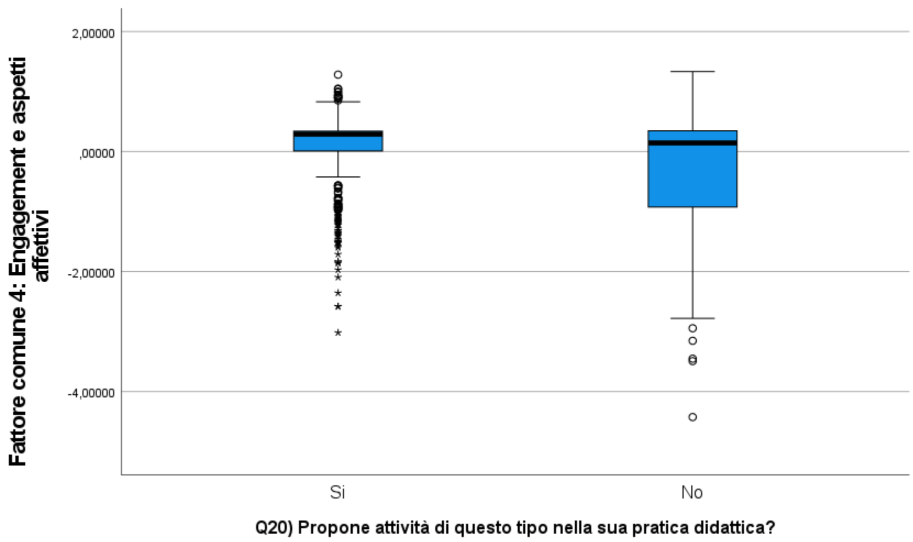


Grafico 25d. Box plot relativo al fattore comune 4 prodotto dalla EFA dei quesiti Q15 e Q16, rispetto alle risposte del quesito Q20 (N_si=570, N_no=224).

Infine, vediamo anche come si distribuiscono le risposte dell'affermazione Q15_2, che non appartiene al modello prodotto con l'analisi fattoriale esplorativa, rispetto al quesito Q20. Nel box plot seguente (Grafico 25e) possiamo osservare come la maggior parte delle risposte degli insegnanti che hanno affermato di proporre in classe le attività ABM si disponga sopra il valor medio 3 mentre, nel caso della risposta *No,* al di sotto. Coloro che realizzano in classe le attività ABM sono cioè mediamente più convinti dell'impatto che possono avere tali attività nei test standardizzati.

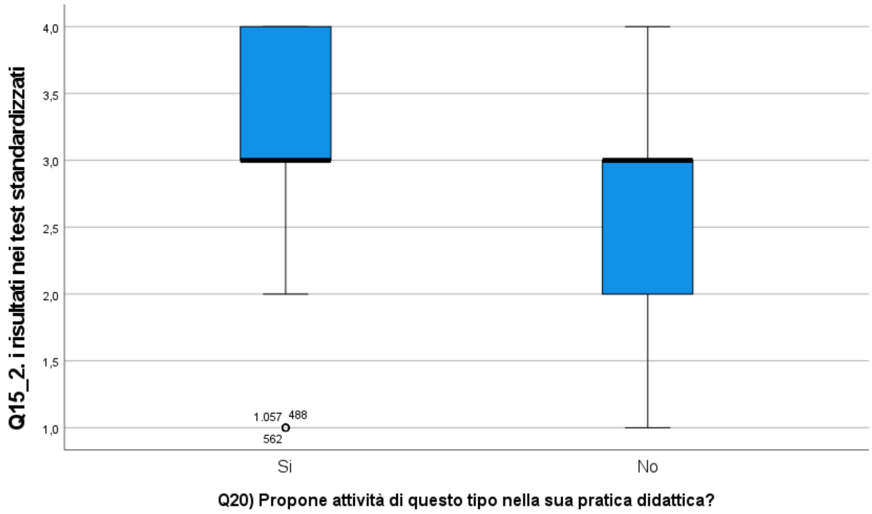


Grafico 25e. Box plot relativo al quesito Q15_2, rispetto alle risposte del quesito Q20 (N_si=615, N_no=236).

Anche considerando globalmente tali convinzioni sull'influenza delle attività ABM, attraverso la scala dell'impatto, osserviamo valori in media statisticamente inferiori per coloro che hanno risposto *No* alla domanda Q20 (Grafico 26).

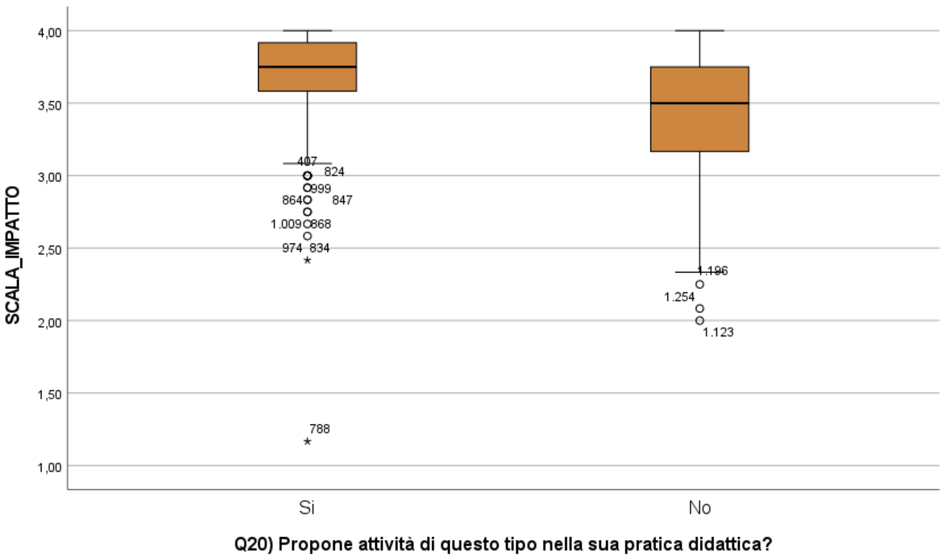


Grafico 26. Box plot relativo alla scala d'impatto (Q15 e Q16), rispetto alle risposte del quesito Q20.

Sezione 5 (Alternativa): ***Perché no***

5.1.3.12. Le ragioni del no

Tra le motivazioni che specificano le ragioni della *risposta No* alla domanda precedente (Grafico 27), gli insegnanti lamentano principalmente limitazioni esterne come non avere a disposizione strumenti e risorse, e, in modo minore ma sempre determinante, lo scarso tempo a disposizione e la numerosità delle classi rispetto all'adeguatezza degli spazi disponibili. Una delle principali ragioni esposte riguarda altresì una lacuna nella preparazione degli insegnanti nei confronti di questi approcci didattici, ovvero una scarsa confidenza con le attività e la loro realizzazione didattica, manifestando perciò la necessità di maggiore guida.

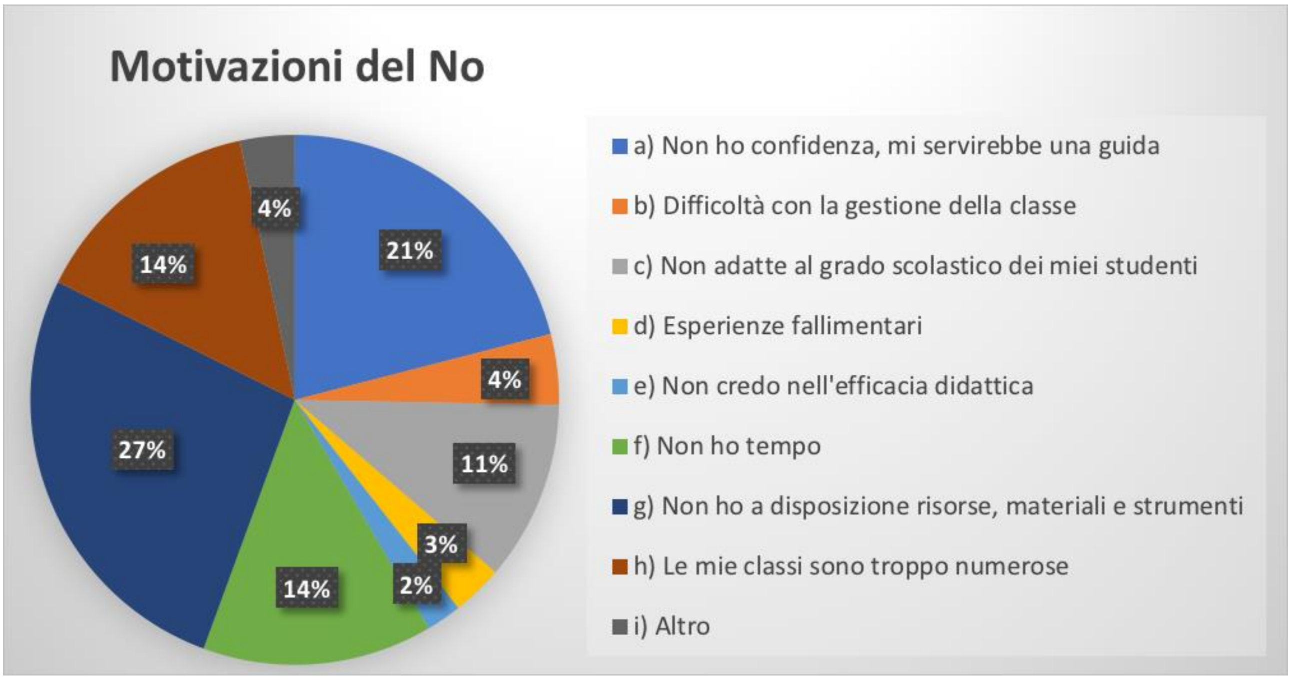


Grafico 27. Q21Alternativa: Le ragioni per le quali gli insegnanti non implementano a scuola le attività ABM (Totale risposte=401, i rispondenti hanno potuto selezionate al più 2 alternative)

All'interno dell'alternativa *Altro*, gli insegnanti hanno indicato, ad esempio, di essere in una situazione di precarietà, o di inizio lavoro in una nuova scuola e, pertanto, di non sentirsi sicuri di introdurre attività che si discostino da una didattica tradizionale (3). Sono state inoltre richiamate le limitazioni date dall'emergenza pandemica, ed è stato anche sottolineato che questa proposta "non si adatta a tutte le classi" (2), mentre altri insegnanti hanno individuato una limitata efficacia rispetto al tempo richiesto: "Per il tempo che richiedono, credo che i benefici sono molto limitati". Inoltre, è stata dichiarata in 4 contributi una mancanza di formazione specifica e di tempo da dedicare ad una preparazione opportuna: "È necessaria una preparazione della classe e del docente che mal si concilia con i tempi ordinari della didattica".

Le due principali motivazioni indicate, ovvero una mancanza di confidenza e di risorse disponibili, sono massimamente espresse dagli insegnanti che nella domanda Q12 hanno affermato di ritenere abbastanza o molto importante l'introduzione di attività che coinvolgono gli studenti con il loro corpo e movimento (Tab. 33). Tra coloro che invece hanno dichiarato di attribuire poca importanza alle attività, in buona parte le ritengono poco adatte rispetto al livello scolare dei propri alunni.

MOTIVAZIONI	Rispondenti Totali	Q12_Inclusione del movimento nella didattica	
		Per niente - poco importante	Abbastanza - molto importante
Non ho confidenza con questi approcci, mi servirebbe una guida	83	12	71
Ho difficoltà con la gestione della classe	17	3	14

Non ritengo queste attività adatte al grado scolastico dei miei studenti	41	19	22
Quando le ho proposte, ho avuto esperienze fallimentari	12	3	9
Non credo nell'efficacia didattica di queste attività	10	8	2
Non ho tempo	59	11	48
Non ho a disposizione risorse, materiali e strumenti	109	15	94
Le mie classi sono troppo numerose/ gli spazi troppo ristretti	56	10	46
Altro	14	0	14
Totale risposte	401	81	320

Tabella 33. Tabella di contingenza (Q21Alternativa, Q12)

Guardando in modo specifico la dimensione dell’inadeguatezza delle attività rispetto al proprio grado scolare, possiamo osservare come questa caratteristica sia propria degli insegnanti di scuola secondaria di secondo grado, così come già osservato in altre due domande precedenti (Q13 e Q17). Inoltre, la scarsità di tempo a disposizione e, in particolare nella secondaria di secondo grado, la numerosità delle classi risultano essere fattori deterrenti maggiormente nella scuola secondaria rispetto alla primaria. Al contrario, la mancanza di confidenza con gli approcci e, per quanto meno influente, la difficoltà nella gestione della classe sembrano essere motivazioni condivise equamente entro i diversi ordini scolastici (Grafico 28).

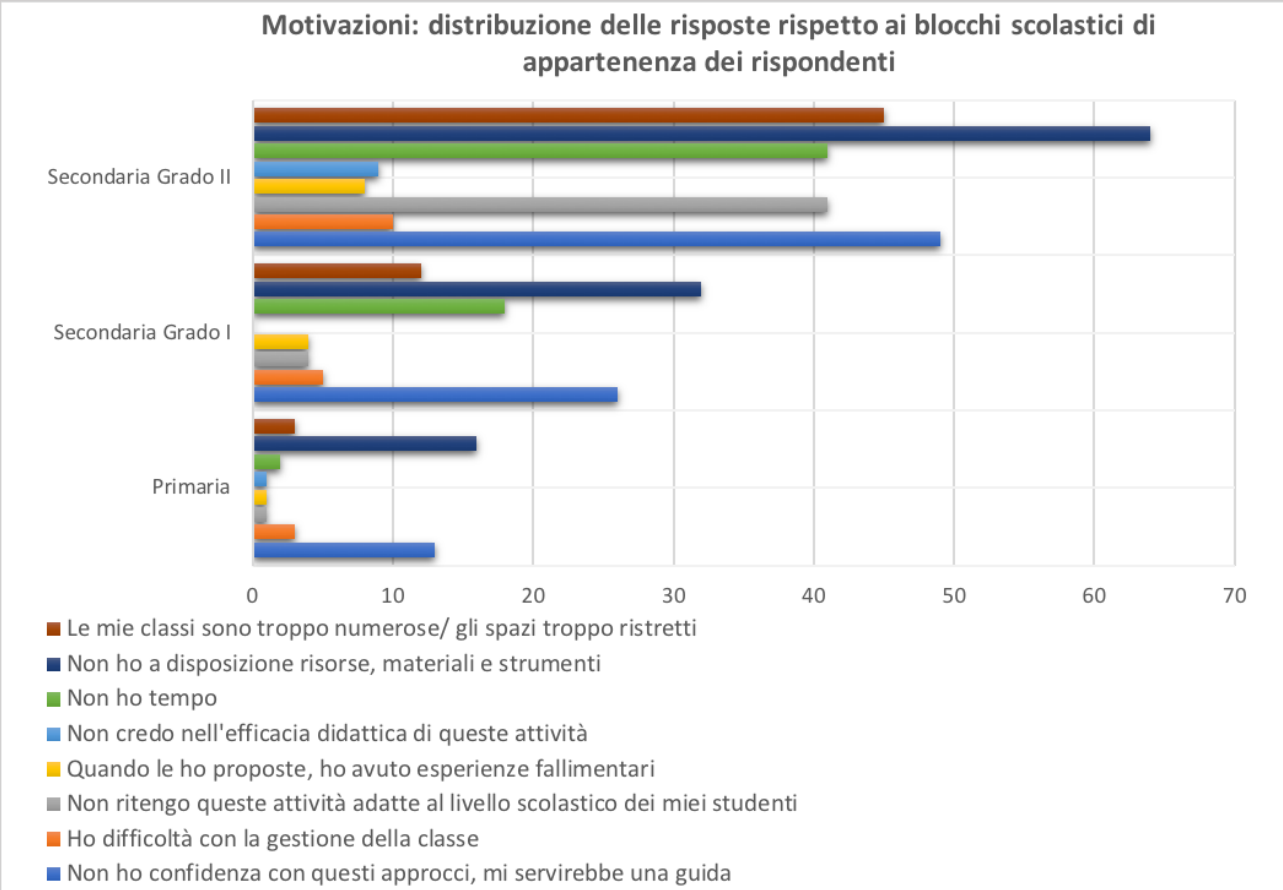


Grafico 28. Grafico a barre relativo alla distribuzione del quesito Q21Alternativa, rispetto agli ordini di scuola in cui insegnano i rispondenti (N_primaria=43, N_secondaria di grado I (e rispondenti di grado I e II contemp.)=103, N_secondaria di grado II=277)

Confrontando le risposte collezionate nel quesito Q21A e nel quesito Q17, che riguardava le limitazioni individuate per la proposta delle attività ABM, osserviamo che la mancanza di spazi e risorse, che rappresenta la seconda principale limitazione individuata dai rispondenti nella domanda Q17, è la prima motivazione per la quale tale approccio non viene proposto, raccogliendo il 31% delle risposte totali al quesito Q21A, una volta sommate le due alternative *Non ho a disposizione risorse, materiali e strumenti* e *Le mie classi sono troppo numerose/ gli spazi troppo ristretti*. Al contrario, il tempo a disposizione, che era stato individuato come la maggiore limitazione nella Q17, è una motivazione molto meno condivisa (14% delle risposte totali) tra i rispondenti della Q21A, perciò tale limitazione viene riscontrata principalmente tra coloro che realizzano le attività ABM in classe. Conseguentemente, sembra essere un discrimine maggiore per la proposta di tali attività a scuola la mancanza di confidenza con tali approcci didattici piuttosto che il tempo a disposizione degli insegnanti. Infine, anche la limitazione dell'adeguatezza delle attività rispetto al proprio grado scolastico risulta essere sia una limitazione piuttosto condivisa nel quesito Q17 che un'alternativa abbastanza quotata come motivazione per la mancata proposta delle attività ABM nella domanda Q21A.

Possiamo quindi concludere che, come fattore esterno, gioca un ruolo rilevante la disponibilità di spazi e risorse, ma i fattori interni all'insegnante, come la confidenza con l'approccio didattico e la convinzione dell'efficacia della proposta per il proprio ordine scolare, risultano comunque una delle principali cause della mancata realizzazione nelle classi delle attività ABM.

5.1.3.13. Le strategie didattiche alternative

Nella domanda Q22A abbiamo chiesto agli insegnanti che hanno indicato di non proporre in classe le attività ABM quale altro tipo di strategia didattica ritengono essere particolarmente efficace (Tab. 34). I rispondenti hanno selezionato, tra le alternative proposte, principalmente *collegare i contenuti con l'esperienza di vita degli studenti* e, secondariamente, *collegare nuovi contenuti alle conoscenze pregresse.* Inoltre propongono agli studenti di applicare quanto appreso in nuove situazioni problematiche e di affrontare la risoluzione di problemi conducendo l'attività con l'intera classe. Sembra quindi che tali docenti prediligano attività nelle quali l'input proviene principalmente dall'insegnante, in modo piuttosto direttivo, nelle quali viene promossa la trasferibilità e l'applicabilità della conoscenza matematica ed evidenziate le relazioni interne al sapere appreso. In modo minore vengono previste strategie che comprendono il lavoro di gruppo, la discussione tra pari, la libera risoluzione di problemi e l'espressione delle proprie idee in classe ma, d'altro canto, anche la spiegazione trasmissiva dei metodi di risoluzione.

Strategie didattiche alternative	TOTALI
Collegare i contenuti con l'esperienza di vita degli studenti	142
Far applicare quello che gli studenti hanno studiato a nuove situazioni problematiche	94
Collegare nuovi contenuti alle conoscenze pregresse	93
Chiedere agli studenti di esprimere le loro idee in classe	48
Spiegare metodi di risoluzione dei problemi	41
Incoraggiare la discussione tra pari	66
Chiedere agli studenti di seguire le proprie strategie risolutive	47
Lavorare su problemi insieme a tutta la classe, guidati dall'insegnante che conduce l'attività	95
Lavorare in gruppi misti, eterogenei per competenze e livelli	50
Lavorare in gruppi omogenei per competenze e livelli	12
Altro	2

Tabella 34. Q22Alternativa_Le strategie didattiche alternative che vengono proposte nelle classi dai rispondenti che non implementano le attività ABM (N Risposte =690, i rispondenti hanno potuto indicare al più 3 alternative)

All'interno dell'alternativa *Altro* gli insegnanti hanno indicato una ulteriore strategia didattica ed un commento sulla numerosità delle classi: "Proporre esercizi stimolanti e giochi matematici" e "Lavorare con classi poco numerose (massimo 10-12 studenti)".

Queste risposte sembrano legarsi in modo abbastanza forte a paradigmi di insegnamento-apprendimento piuttosto trasmissivi, e a una visione della matematica strumentale. Infatti, osservando ad esempio i profili dei 142 rispondenti che hanno indicato l'alternativa Q22_a, troviamo dei valori che si distanziano dalla media del totale dei rispondenti, ad esempio, nell'indicare il principale compito dell'insegnante (Q10): il 17,6 % di loro (contro una media del totale dei rispondenti del 14,7%) ha indicato che il ruolo dell'insegnante è quello di spiegare e un altro 17,6% (contro una media del totale dei rispondenti del 12%) che sia allenare, mentre il 20% di loro (contro il 12% della media del totale dei rispondenti) ha dichiarato di considerare il ruolo del pari (Q9_b) per niente o poco rilevante. Inoltre, il 74% ha indicato di essere abbastanza o molto d'accordo con l'affermazione Q11_a (contro una media del totale dei rispondenti del 63%), l'80% con l'affermazione

Q11_c (contro una media del totale dei rispondenti del 68%), il 93% con la Q11_d (contro una media del totale dei rispondenti dell’81%) descrivendo una visione della matematica tendenzialmente più strumentale o formalista della media. Infine il 78% ha indicato di essere abbastanza o molto d’accordo con l’affermazione Q11_e (contro una media del totale dei rispondenti del 58%) ed un 40% di essere da poco a per niente d’accordo con la Q11_f (contro una media del totale del 28%), indicando di abbracciare un paradigma educativo prettamente trasmissivo.

Sezione 5: *L’implementazione delle attività ABM*

5.1.3.14. La frequenza e la durata delle attività

Abbiamo chiesto ai rispondenti che hanno indicato di proporre in classe le attività ABM di quantificare la frequenza con cui tali attività vengono inserite nella propria pratica didattica. Sebbene il quesito Q21 sia un quesito a scelta multipla, abbiamo effettuato una parziale ricodifica del contenuto dell’alternativa *Altro.* Infatti, originariamente, tale alternativa prevedeva un numero di risposte pari a 45. Tali contributi sono stati ricodificati e distribuiti nelle altre alternative ove si è presentata sovrapposizione tra le indicazioni fornite e le alternative già elencate. Tra i casi residui, troviamo contributi nei quali gli insegnanti hanno principalmente espresso la dipendenza nella proposta delle attività dalla tipologia degli argomenti da affrontare, non quantificabile in termini di frequenza, o dall’attitudine e dal grado delle classi nelle quali insegnano.

Possiamo osservare (Tab. 35) che la maggioranza dei rispondenti ha espresso di proporre in classe le attività in modo piuttosto frequente, con cadenza superiore a quella mensile.

Frequenza con la quale vengono proposte le attività ABM	Frequenze	Frequenze con la redistribuzione di parte dei contributi dell’alternativa *Altro*
Una volta a settimana o più	158	173
1-3 volte al mese	198	205
5-10 volte all'anno	140	143
Meno di 4 volte l'anno	91	100
Altro (Specificare)	45	11
Totale	632	632

Tabella 35. Q21: La frequenza con la quale vengono proposte in classe le attività ABM

Vi sono tuttavia differenze significative che riguardano la distribuzione rispetto ai differenti ordini scolastici. In particolare, possiamo notare una differenza statisticamente significativa nelle distribuzioni interne ai diversi ordini (Chi_quadrato=133,975, df=6, *p<0.01), che mostra un andamento decrescente nella proposta delle pratiche con il crescere del grado scolastico (Grafico 29). Risulta in particolare abbastanza ampia la differenza tra scuola primaria e secondaria, con la scuola secondaria di primo grado che già limita abbastanza la frequenza nella proposta delle attività.

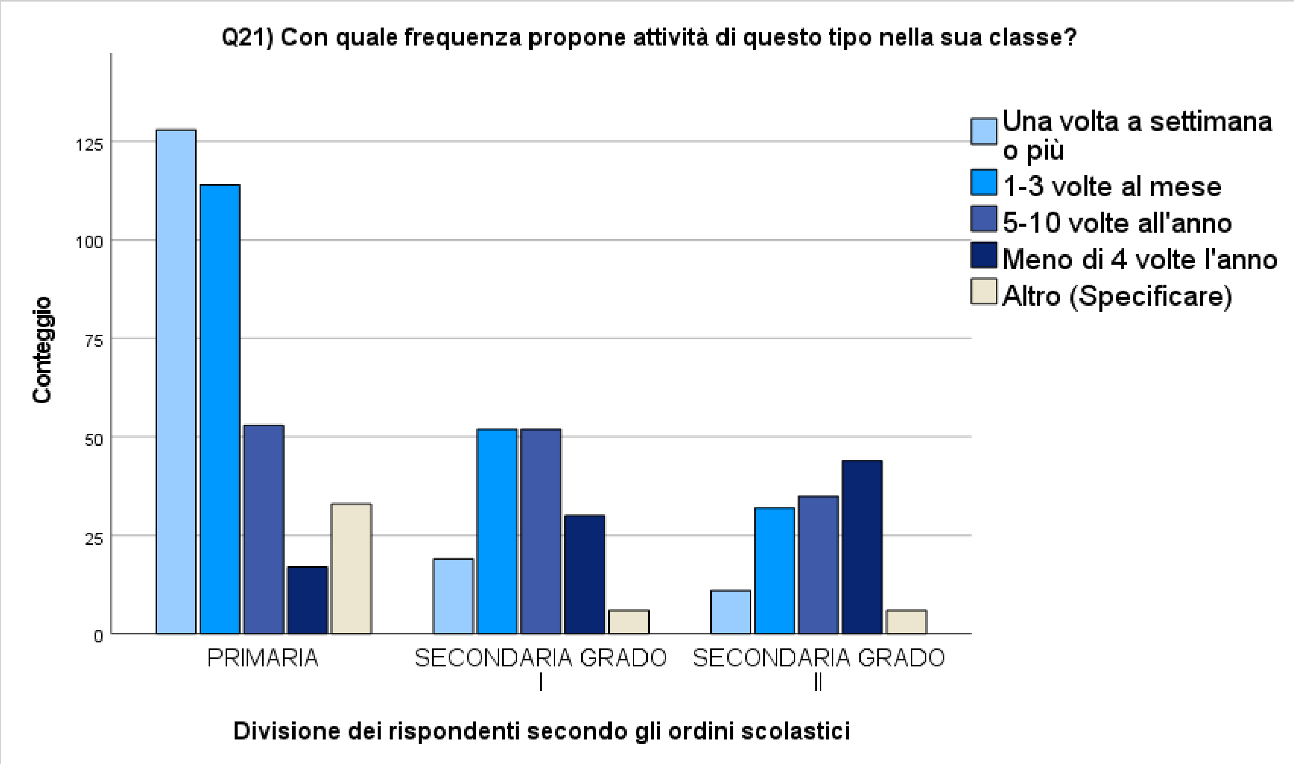


Grafico 29. Grafico a barre relativo alla tabella di contingenza (Divisione per ordini scolastici, Q21) N_primaria=337, N_secondaria di primo grado (includendo coloro che appartengono alla secondaria di primo e secondo grado) =156, N_secondaria di secondo grado=128.

Osserviamo inoltre che l'indicazione della frequenza è correlata alla convinzione dell'impatto che possono avere tali attività sulla didattica (Grafico 30), e che quasi esclusivamente coloro che hanno risposto *molto* alla domanda sull'importanza di coinvolgere gli studenti attraverso il loro corpo e movimento (Q12) propongono le attività ABM abitualmente nella propria pratica didattica (Grafico 31).

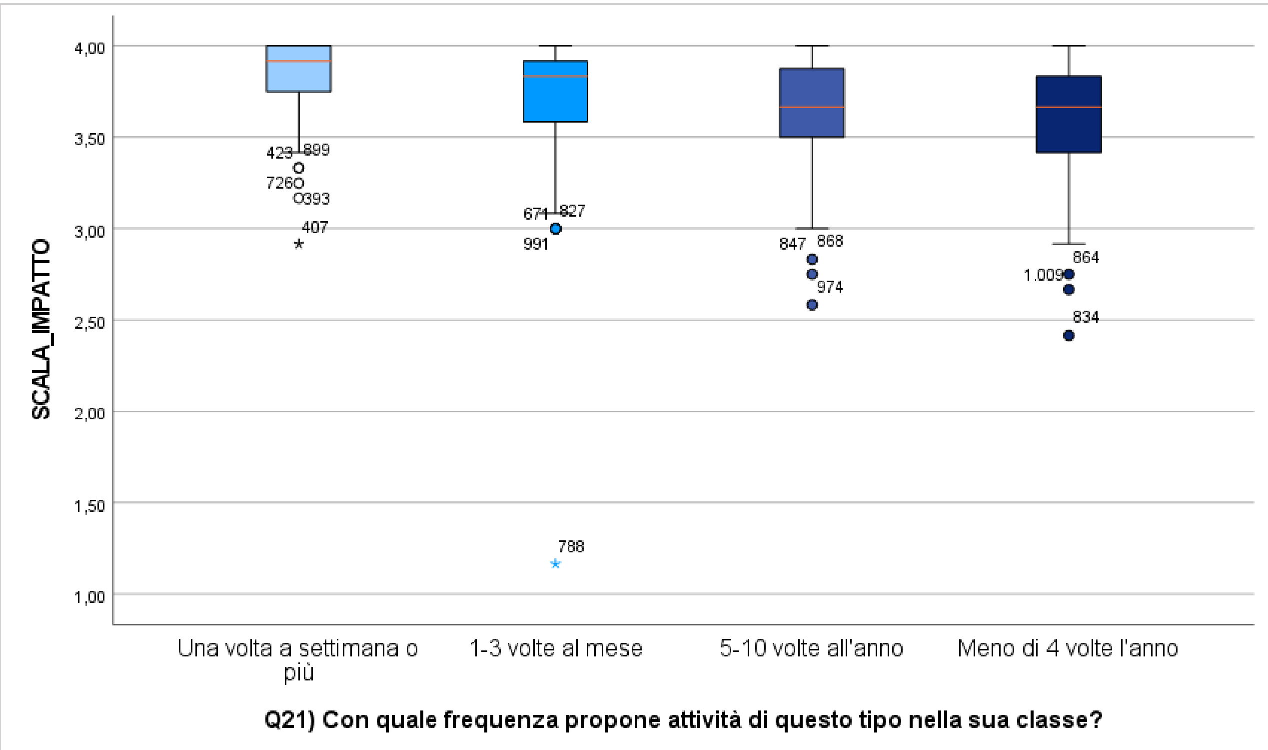


Grafico 30. Box plot relativo alle distribuzione dei punteggi medi sulla scala relativa al quesito Q15 e Q16 rispetto alle categorie del quesito Q21 (N=495)

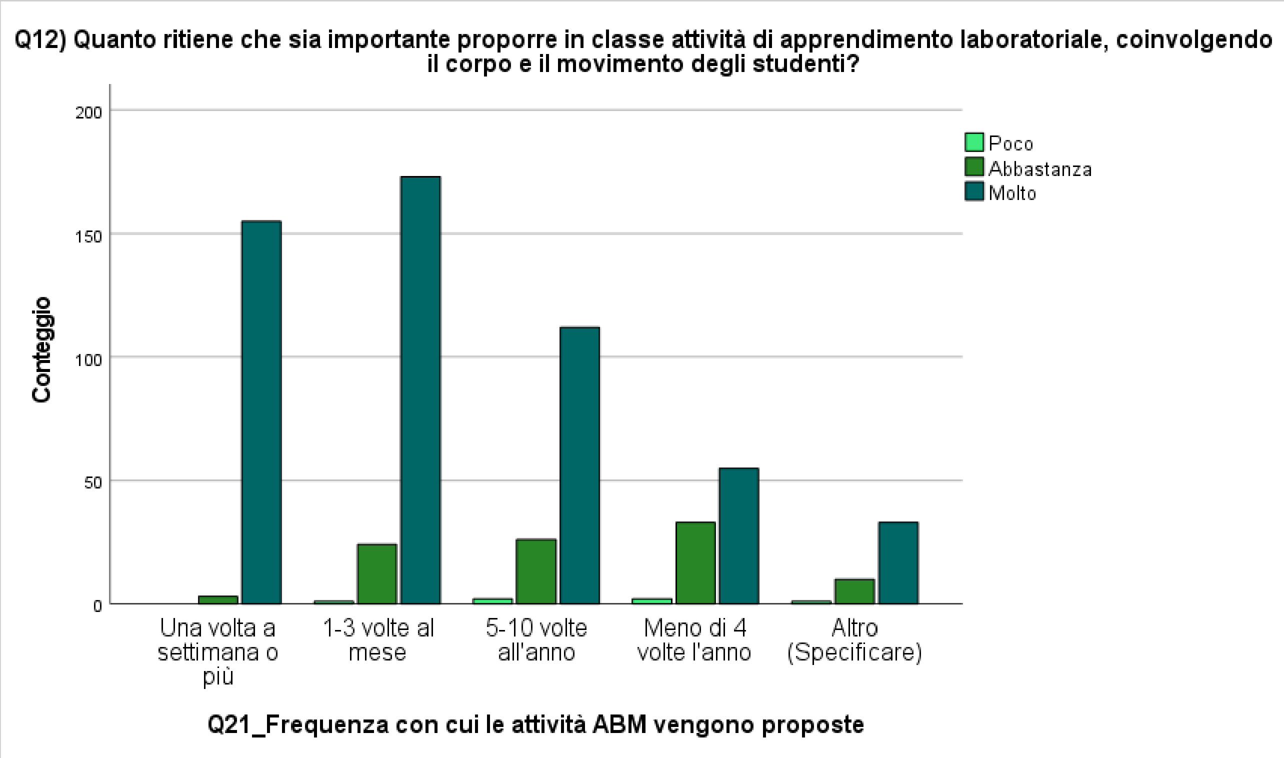


Grafico 31. Grafico a barre relativo alla distribuzione delle risposte al quesito Q12 all'interno delle categorie del quesito Q21 (N=630)

Possiamo inoltre osservare come questa informazione si distribuisca rispetto alla variabilità degli argomenti e dei contenuti che gli insegnanti hanno indicato in risposta al quesito Q14, sia alla scuola primaria (Grafico 32) che alla secondaria (Grafico 33). Infatti, coloro che hanno indicato una variabilità maggiore negli argomenti solitamente hanno anche indicato di effettuare più frequentemente tali attività.

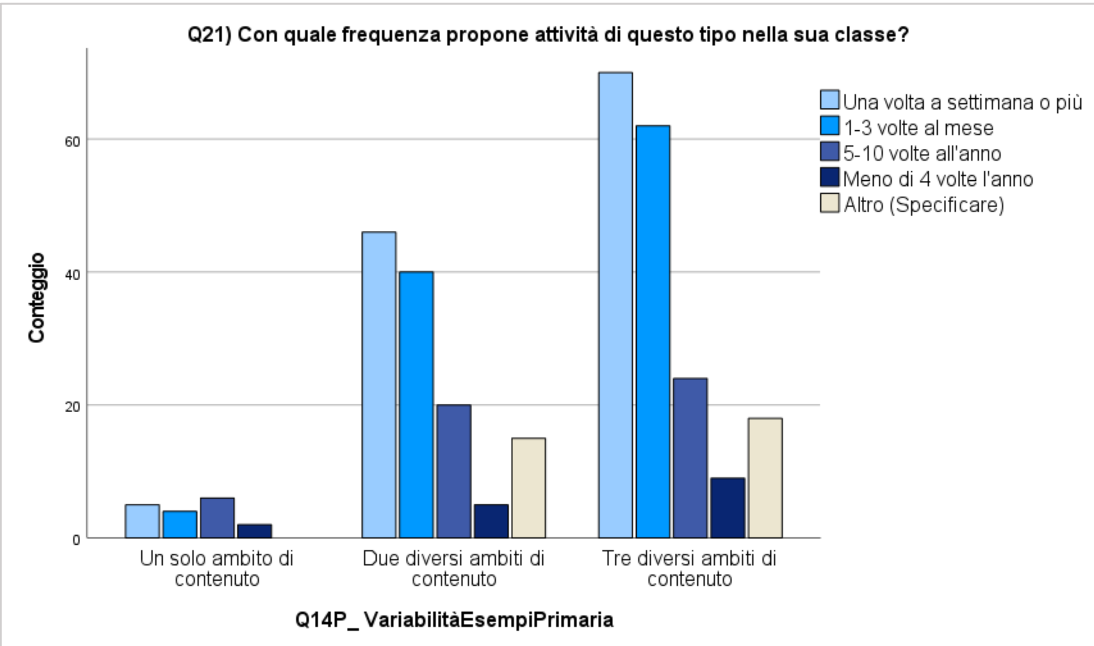


Grafico 32. Grafico a barre relativo alla distribuzione delle risposte al quesito Q21 rispetto alle categorie riguardanti la variabilità degli esempi presentati dai rispondenti di scuola primaria al quesito Q14P (N=326).

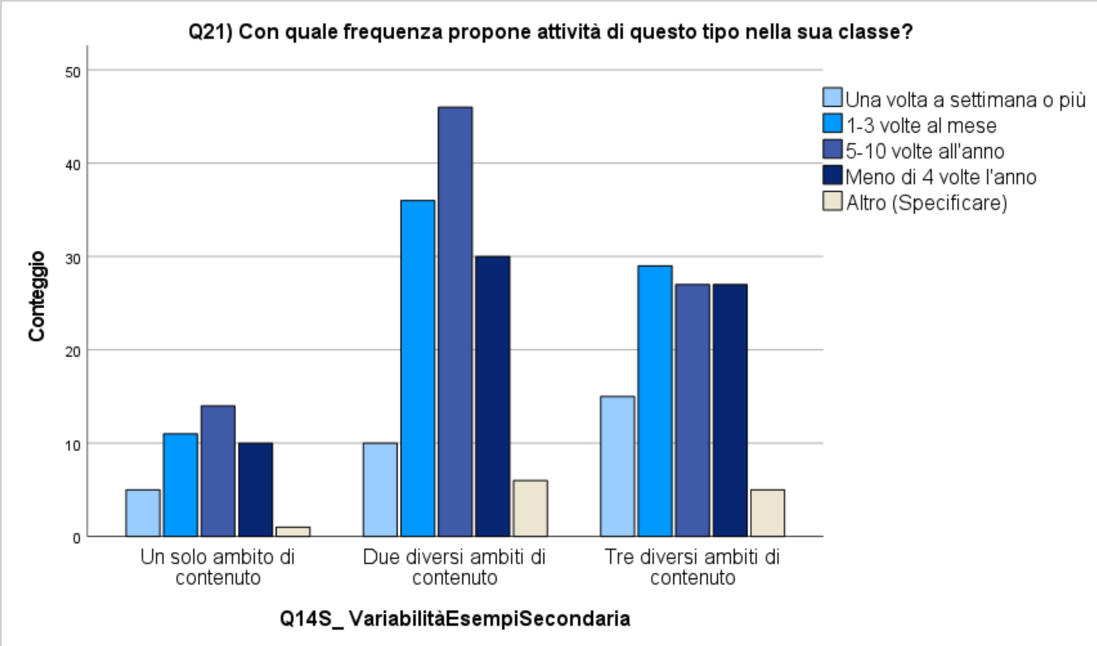


Grafico 33. Grafico a barre relativo alla distribuzione delle risposte al quesito Q21 rispetto alle categorie riguardanti la variabilità degli esempi presentati dai rispondenti di scuola secondaria al quesito Q14S (N=272)

Abbiamo inoltre chiesto ai rispondenti (Q22) di indicare la durata media delle attività proposte, in termini di quante lezioni vengono solitamente impiegate per la loro realizzazione. Complessivamente possiamo osservare che il tempo che in media viene impiegato per una attività ABM corrisponde a 1-3 lezioni. Tale informazione sembra suggerire che tali insegnanti dedichino un’attenzione medio-alta allo svolgimento delle attività proposte.

Tempo impiegato per la proposta di una attività ABM	Frequenze	Percentuale valida
Meno di una lezione	61	9,7
Da 1 a 3 lezioni	504	79,9
Più di 3 lezioni	66	10,5
Totale	631	100,0

Tabella 36. Q22: tempo medio impiegato per lo svolgimento di una attività ABM.

Nella seguente tabella (Tab. 37), sono riportate le differenze statisticamente significative tra i vari ordini scolastici nelle risposte al quesito Q22. In particolare, possiamo osservare di nuovo una tendenza a impiegare tempi minori con il crescere del grado scolastico.

		Q22) In media, quanto tempo impiega a svolgere un'attività di questo tipo?			
		Meno di una lezione	Da 1 a 3 lezioni	Più di 3 lezioni	Totale
Divisione rispondenti in blocchi scolastici	PRIMARIA	24	274	47	345
	SECONDARIA GRADO I	15	136	8	159
	SECONDARIA GRADO II	22	94	11	127
Totale		61	504	66	631

(Chi_quadrato=19,696, df=4, *p<0.01)

Tabella 37. Distribuzione delle risposte al quesito Q22, rispetto agli ordini scolastici di appartenenza degli insegnanti.

Se da una parte queste informazioni potrebbero mettere in evidenza una tendenza a proporre in modo più limitato queste attività nella pratica didattica all’interno della scuola secondaria (ad esempio coloro che hanno espresso di impiegare meno di una lezione per le attività potrebbero riferirsi a un uso che si limita ad una breve parentesi di presentazione di un nuovo contenuto), d'altro canto dobbiamo tenere in considerazione la maturazione degli studenti che, nei gradi scolastici più avanzati, concede agli insegnanti di procedere in modo più spedito.

Complessivamente, dall'analisi delle domande Q21 e Q22, possiamo concludere che la maggioranza degli insegnanti che hanno risposto di proporre attività ABM nella propria pratica didattica dedica più di una lezione allo svolgimento di tali attività, con cadenza superiore a quella mensile.

5.1.3.15. La ragione dell'introduzione

Ai rispondenti che propongono le attività nella loro pratica didattica, abbiamo chiesto di indicare (Q23) quale sia il ruolo delle attività all'interno del percorso didattico. Nel grafico a torta (Grafico 34), possiamo osservare che le attività ABM vengono principalmente proposte per l'introduzione di nuovi argomenti, per sviluppare la motivazione degli studenti o come attività di approfondimento. Molti meno insegnanti hanno indicato di utilizzarle come attività di esercitazione, per ripassare argomenti già affrontati o come attività di recupero.

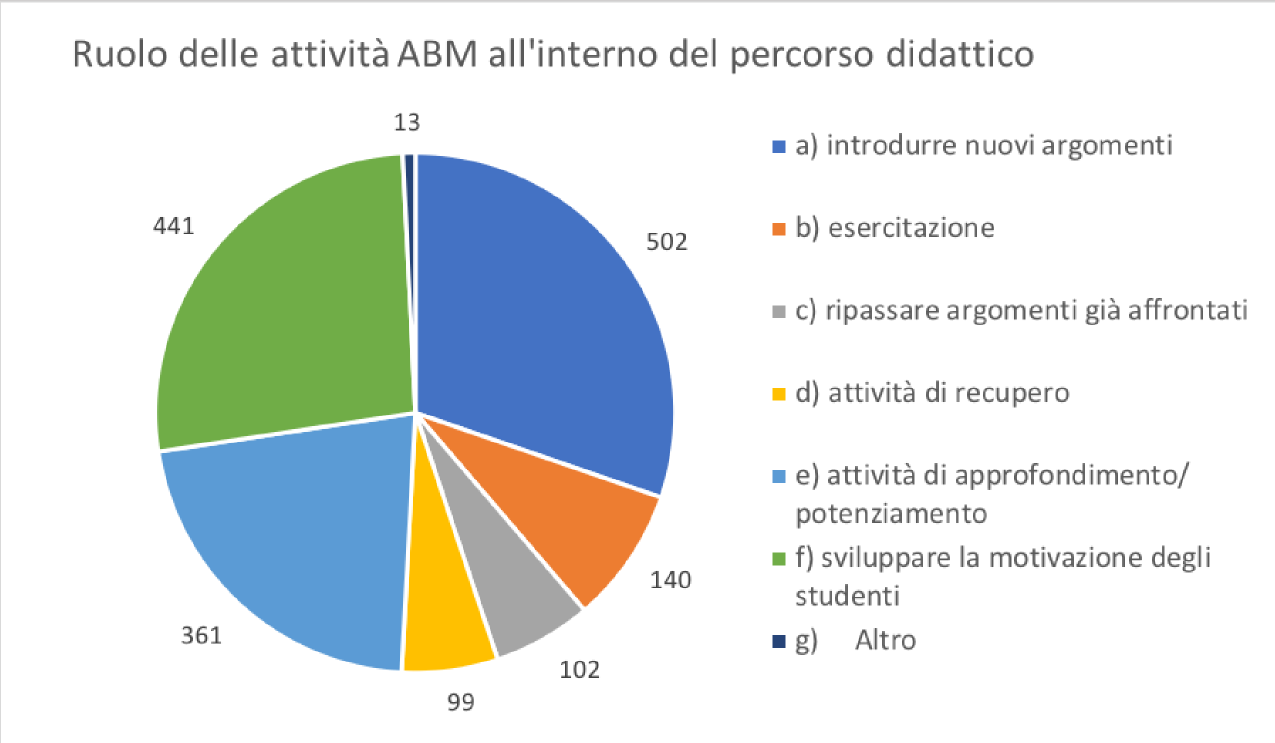


Grafico 34. Q23: Ruolo/i delle attività ABM all'interno della propria prassi didattica (N_risposte=1658, i rispondenti hanno potuto indicare tutte le alternative desiderate)

Nella categoria *Altro,* i contributi fanno in gran parte riferimento all'impiego delle attività per dare concretezza a concetti altrimenti astratti, sia nell'ottica di "favorire un apprendimento significativo", sviluppando il pensiero matematico partendo da esperienze concrete, che per proporre metodi alternativi d'insegnamento (che sviluppano, ad esempio, il *cooperative learning*), o per fornire una nuova prospettiva sugli argomenti trattati: "Per mostrare un'altra prospettiva dell'argomento o un collegamento con un altro contenuto disciplinare. A volte allacciato alla storia della matematica".

Osservando la tabella seguente (Tab. 38), possiamo accorgerci come nella scuola primaria tali attività vengano proposte per introdurre gli argomenti, molto più che alla scuola secondaria e soprattutto alla secondaria di secondo grado, dove, in proporzione la proposta per sviluppare la motivazione e come approfondimento è ben più frequente.

Nella sua classe, principalmente propone attività ABM..	PRIMARIA	SECONDARIA GRADO I	SECONDARIA GRADO II	SECONDARIA GRADO I e II	TOTALI
a) per introdurre nuovi argomenti	282	122	92	5	502
b) come esercitazione	91	22	26	1	140
c) per ripassare argomenti già affrontati	68	18	26	0	102
d) come attività di recupero	60	21	18	0	99
e) come attività di approfondimento/ potenziamento	206	78	77	0	361
f) per sviluppare la motivazione degli studenti	245	103	90	3	441
g) Altro	5	4	5	0	13

Tabella 38. Distribuzione delle risposte al quesito Q23 rispetto all’ordine scolastico di appartenenza dei rispondenti

5.1.3.16. I materiali e gli strumenti impiegati

In riferimento alla realizzazione delle attività, abbiamo chiesto agli insegnanti di indicare tutte le tipologie di strumenti o i materiali di cui si servono per la proposta di attività ABM (Q24).

Nella scuola primaria troviamo principalmente oggetti o materiali da manipolare progettati a scopo didattico (come il tangram, i materiali Montessori, gli origami, le forme geometriche in legno, i regoli in colore, il materiale multibase o blocchi di Dienes in base 10) e l’impiego di oggetti della vita quotidiana (come le cannucce o le scatole di cartone.) Di gran lunga inferiore l’utilizzo di strumenti per il calcolo (come l’abaco o la pascalina), ancora più ridotto quello di attrezzi della palestra (come le corde, gli hula-hoop, le aste e i blocchi psicomotori), di strumenti meccanici (come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica) e strumenti digitali interattivi (come applicazioni interattive come le applet di Geogebra, Fingu,TouchCounts o simili, su device multitouch - iPads). Infine, soltanto pochi insegnanti hanno espresso di utilizzare il semplice movimento del corpo.

Nella scuola secondaria sono invece principalmente utilizzati strumenti digitali interattivi (come applicazioni interattive, ad esempio le applet Geogebra, su device multitouch - iPad), materiali progettati a scopo didattico (come origami o forme geometriche) e oggetti della vita quotidiana. In modo più ridotto gli strumenti meccanici (come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica). Infine resta piuttosto limitato l’impiego di strumenti computazionali (come il rilevatore di posizione, gli strumenti per il calcolo algebrico) come anche il semplice movimento del corpo degli studenti e l’impiego di attrezzi della palestra.

Materiali o strumenti impiegati	Primaria	Secondaria
h) Strumenti meccanici	129	114
i) Strumenti per il calcolo / computazionali	181	69
j) Oggetti o materiali da manipolare (progettato per scopo didattico)	302	179
k) Oggetti della vita quotidiana	279	165
l) Attrezzi della palestra	146	17

m) Strumenti digitali interattivi	125	193
n) Nessun materiale, solo il movimento del corpo o strumentazione classica come foglio e matita	43	39
o) Altro	6	5

Tabella 39. Q24: Materiali o strumenti impiegati durante le attività ABM (N_Risposte_primaria=1211, N_Risposte_secondaria=781, i rispondenti hanno potuto indicare tutte le alternative desiderate)

L’alternativa *Altro* ricopriva una quantità di contributi maggiore (29 nella primaria, 14 nella secondaria) che sono stati ricodificati all’interno delle categorie presenti, ove possibile. Tra le indicazioni provenienti da questi contributi narrativi vi è stato forte riferimento all’impiego di oggetti che provengono dal mondo naturale (come foglie e sassi), ma anche a giochi con le carte o dadi, che non erano elencati tra gli esempi proposti. Inoltre, abbiamo trovato molti riferimenti al movimento del corpo: probabilmente la lunghezza dell’elenco ha svantaggiato la risposta all’alternativa Q24_g.

Chiedendo quale sia il contributo degli insegnanti nella creazione o modifica delle risorse impiegate, abbiamo osservato che, principalmente, gli insegnanti adattano materiali già progettati per i propri scopi didattici come anche progettano i materiali da impiegare. Tuttavia, anche se in modo minore, da molti vengono anche utilizzati strumenti già progettati (Tab. 40).

Quando propone attività di questo tipo, solitamente..	TOTALI
a) utilizza materiali e strumenti progettati per gli scopi dell'attività	266
b) adatta per i suoi scopi i materiali e gli strumenti già progettati	374
c) progetta e costruisce i materiali e gli strumenti	330

Tabella 40. Q25: Grado di creazione o adattamento delle risorse da impiegare nelle attività ABM (N_Risposte=970, i rispondenti hanno potuto indicare tutte le alternative desiderate).

Osservando le distribuzioni delle risposte all’interno dei differenti ordini scolastici, queste sembrano piuttosto omogenee, ad eccezione di una leggera diminuzione nel numero di insegnanti che progetta e costruisce i materiali e gli strumenti per gli insegnanti della scuola secondaria di secondo grado (Grafico 35).

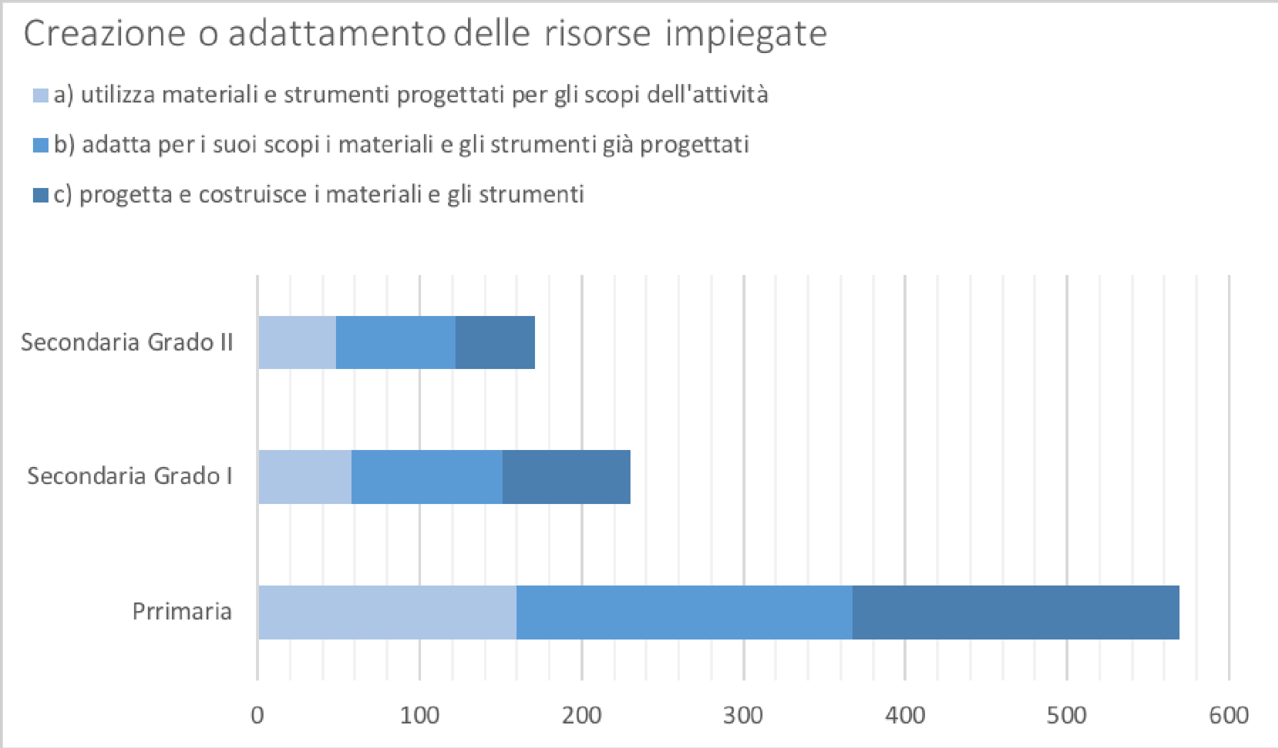


Grafico 35. Grafico a barre relativo alla distribuzione delle risposte al quesito Q25 rispetto ai diversi ordini di scuola (N_Risposte_primaria=569, N_Risposte_secondaria di grado I (inclusi risp di grado I e II contemp.)=230, N_Risposte_secondaria di grado II=171; i rispondenti hanno potuto indicare tutte le alternative desiderate).

5.1.3.17. I criteri di selezione/progettazione delle attività ABM

Tra i criteri adottati dagli insegnanti per la progettazione e la selezione delle attività ABM (Grafico 36) l'esperienza personale, acquisita come insegante o come studente, risulta il principale (353 rispondenti), seguita dalla valutazione degli esperti della quale sono venuti a conoscenza tramite corsi di formazione professionale, consultando testi professionali, dalla ricezione di newsletter o leggendo periodici di settore (206 rispondenti). Inoltre, gli insegnanti sembrano tenere particolarmente in considerazione i bisogni specifici degli studenti della propria classe (217 rispondenti) e gli specifici obiettivi che ci si auspica di raggiungere (195 rispondenti), mentre i suggerimenti dei colleghi e i racconti delle esperienze fatte (108 rispondenti) o la disponibilità e accessibilità delle risorse (106 rispondenti) risultano essere fattori tenuti in considerazione da un numero inferiore di rispondenti.

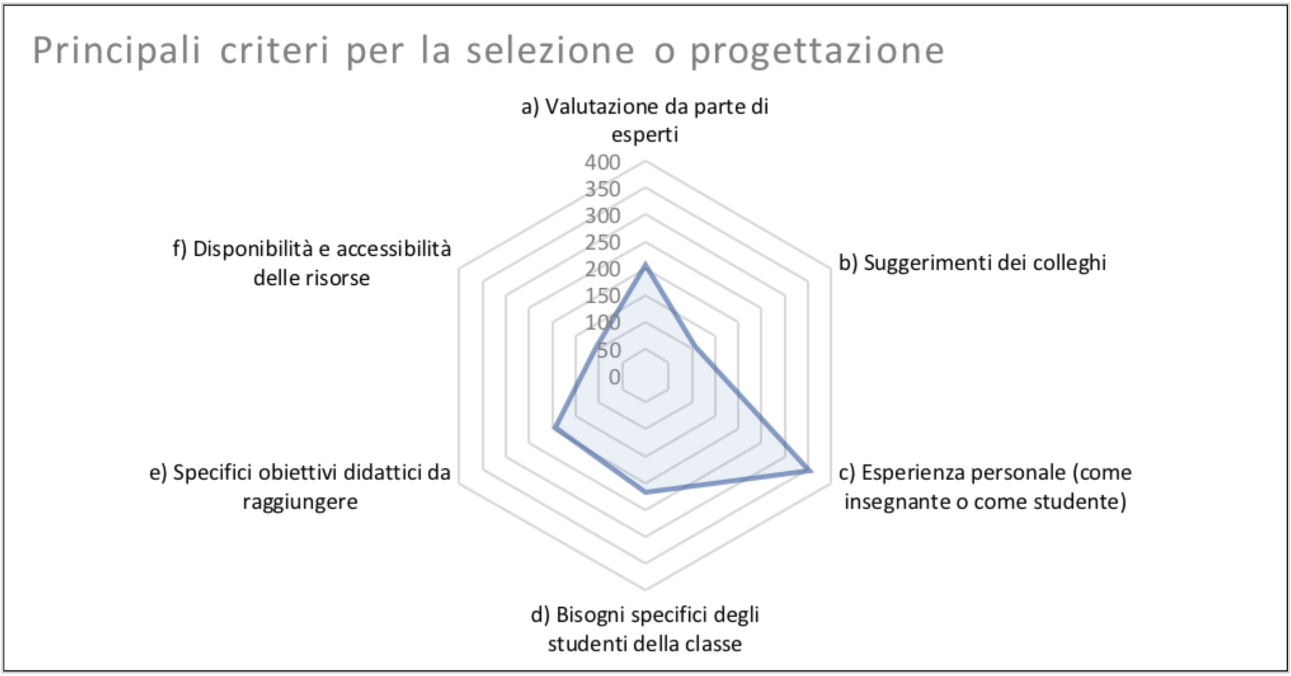


Grafico 36. Diagramma di Kiviat relativo al quesito Q26: i principali criteri adottati dagli insegnanti per la selezione / progettazione delle attività (N_Risposte=1194; i rispondenti hanno potuto indicare al più due alternative).

Nell'alternativa *Altro* (9 contributi) troviamo inoltre riferimenti a ricerche personali, su rete o testi didattici, o idee e spunti personali particolarmente convincenti.

5.1.3.18. Le difficoltà degli studenti

Nella domanda Q27, è stato chiesto agli insegnanti di indicare le maggiori difficoltà incontrate dagli studenti durante le attività (Tab. 41). Il fattore di gran lunga maggiormente indicato dagli insegnanti è stato la formalizzazione matematica e, secondariamente, il trasferimento di quanto appreso in nuovi contesti. Queste ragioni riguardano la rielaborazione degli obiettivi formativi delle attività, e sembrano suggerire che per gli insegnanti risulti particolarmente complesso integrare le attività ABM all'interno del percorso curricolare.

Per quanto riguarda invece le difficoltà rilevate nello svolgimento delle attività, sono state evidenziate la difficoltà nel *comprendere le consegne,* nell'*applicare la conoscenza formale nel contesto* e *gestire contemporaneamente differenti rappresentazioni degli oggetti matematici.* Sono state selezionate in modo minore le difficoltà che riguardano *l'engagement* nell'attività e la partecipazione al discorso matematico.

Difficoltà incontrate dagli studenti	TOTALI
a) Comprendere le consegne	151
b) Esprimere le proprie idee in classe	52
c) Mantenere l'interesse durante le attività	78
d) Manipolare manualmente oggetti e strumenti	80
e) Prendere parte a una discussione con i pari	85
f) Applicare la conoscenza formale nel contesto	113
g) Trasferire in nuovi contesti ciò che hanno appreso	190

h)	Formalizzare in linguaggio matematico quanto appreso	261
i)	Gestire contemporaneamente differenti rappresentazioni degli oggetti matematici (concreta, grafica, simbolica)	110
j)	Altro	17

Tabella 41. Q27_Difficoltà incontrate dagli studenti nel le attività ABM (N_Risposte=1137; i rispondenti hanno potuto indicare al più due alternative).

Nella categoria *Altro*, 5 insegnanti affermano di non riscontrare grosse difficoltà negli studenti, mentre altri evidenziano difficoltà riguardo la capacità di ascolto e comprensione scritta durante le attività (3), soprattutto nella fase iniziale in cui vengono indicate le consegne: “Mantenere l'attenzione durante la spiegazione delle IPU (Istruzioni per l'uso)”. Altri evidenziano una mancanza di impegno da parte degli studenti durante le attività: “Mancanza di motivazione se all'attività non segue una valutazione”, “ci vuole tempo perché i bambini capiscano che le attività laboratoriali sono MATEMATICA e più tempo hanno bisogno i genitori per capire che non è TEMPO PERSO”(maiuscolo nel testo originario). Altri ancora (3) individuano come difficoltà l’ansia della valutazione negli studenti durante le attività: “mantenere un clima sereno e silenzioso non sempre è facile, talvolta persiste l'ansia da prestazione e richiesta di valutazione”, “staccarsi dall'idea che l'esito di ciò che svolgono deve essere positivo e in alcuni casi vivere le difficoltà non come una risorsa per riflettere, confrontarsi e crescere ma come un ostacolo negativo. (Atteggiamenti trasmessi probabilmente)”. Le difficoltà elencate sono principalmente legate alla motivazione e agli aspetti affettivi degli studenti; per quanto riguarda invece le difficoltà nell’apprendimento, oltre a quelle presenti nelle alternative del quesito Q27, viene menzionata come una criticità che si manifesta durante queste attività sviluppare consapevolezza di quanto appreso: “Esprimere consapevolezza del proprio apprendimento”.

Come emerge dall’osservazione del seguente diagramma di Kiviat (Grafico 37), le difficoltà maggiori indicate dagli insegnanti sono quelle rappresentate sul lato sinistro del grafico, che riguardano problematiche legate al rapporto tra il contenuto matematico e l’apprendimento avvenuto durante l’attività. Se gli insegnanti di scuola primaria percepiscono come maggiori difficoltà il trasferimento di quanto appreso in nuovi contesti, la comprensione delle consegne e la formalizzazione matematica dell’apprendimento, gli insegnanti di scuola secondaria polarizzano le risposte verso quest’ultima.

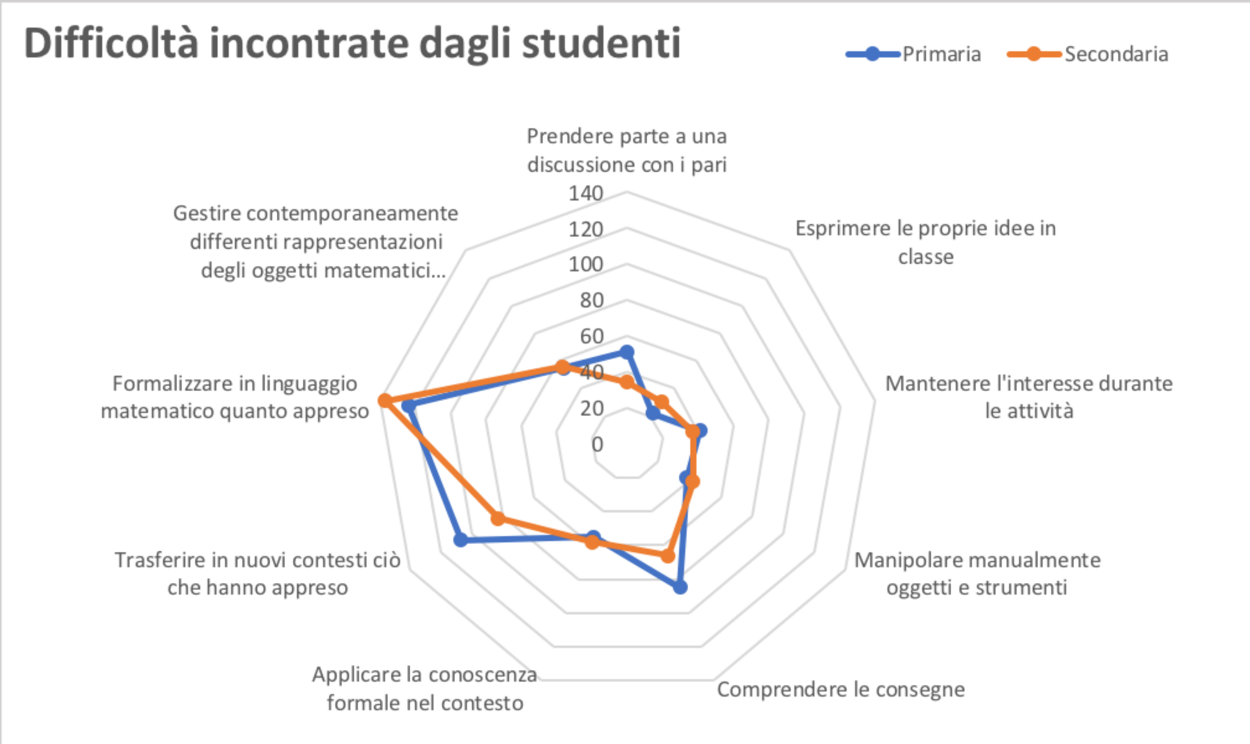


Grafico 37. Diagramma di Kiviat che illustra le principali possibili difficoltà incontrate dagli studenti durante le attività ABM, secondo quanto dichiarato dagli insegnanti di scuola primaria (in azzurro) e secondaria (in arancione).

5.1.3.19. La vignetta di Tina e Roberto: le strategie didattiche

Nella seconda vignetta del questionario, abbiamo chiesto agli insegnanti che hanno dichiarato di proporre le attività ABM nella loro pratica didattica, di identificarsi in uno dei due profili di insegnanti delineati: quello di Tina, che promuove una strategia didattica dal carattere più esplorativo e flessibile nella realizzazione di queste attività, o quello di Roberto, che invece predilige un insegnamento più guidato e contraddistinto da una forte strutturazione dell'attività in classe. Tra i 627 rispondenti, tre quarti hanno indicato di identificarsi maggiormente con il profilo di Tina.

Con quale dei due insegnanti si identifica maggiormente?	Frequenza	Percentuale valida
Roberto	153	24,4
Tina	474	75,6
Totale	627	100,0

Tabella 42.Q29: Vignetta 2, riguardo le strategie didattiche attuate durante la realizzazione delle attività ABM.

Osservando come varia questa percentuale all'interno dei cicli scolastici (Grafico 38), possiamo notare che gli insegnanti di scuola primaria propendono in modo maggiore per strategie più esplorative e meno strutturate per realizzare le attività ABM rispetto agli insegnanti delle scuole secondarie, in particolare della secondaria di primo grado.

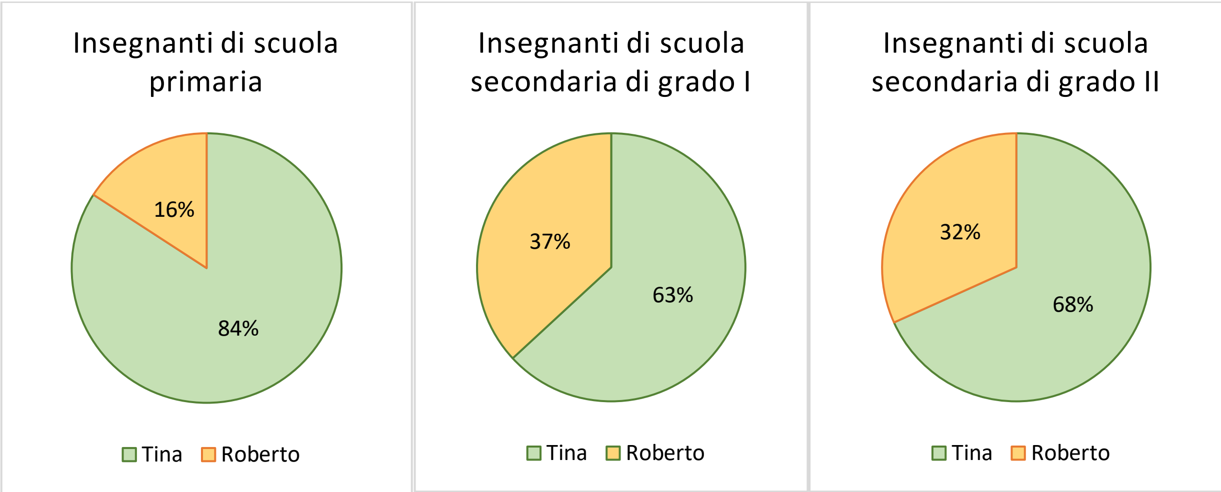


Grafico 38. Q28: distribuzione delle risposte rispetto agli ordini scolastici. N_primaria=341, N_secondaria di grado I (e contemp. di grado I e II)=160, N_secondaria di grado II=126.

Tina

Nella domanda Q29T è stato chiesto ai rispondenti che hanno selezionato il profilo di Tina di indicare l'azione che è stata ritenuta massimamente rilevante per rendere efficace l'attività da lei proposta. L'alternativa scelta dalla maggioranza degli insegnanti è la b) *Introdurre un problema e lasciare gli studenti liberi di risolvere seguendo la propria strategie risolutiva in autonomia,* che riguarda la libertà e l'autonomia lasciata agli studenti per affrontare il problema proposto. Come secondo fattore indicato troviamo la facilitazione fornita dall'insegnante nel supportare i ragazzi durante l'attività, camminando tra i banchi, mentre circa il 18% dei rispondenti ha ritenuto più rilevante il momento della condivisione delle conclusioni raggiunte da parte degli studenti (Tab. 43).

	L'azione compiuta da Tina che ha reso efficace l'attività	Risposte
a)	Mostrare i materiali e lasciare tempo agli studenti di esplorarli e prenderci confidenza	43
b)	Introdurre un problema e lasciare gli studenti liberi di risolvere seguendo la propria strategie risolutiva in autonomia	241
c)	Camminare tra i banchi per assistere gli studenti e supportarli nella propria strategia risolutiva	104
d)	Lasciare tempo agli studenti, in fondo all'attività, di condividere le proprie conclusioni con il resto della classe	84
Totale		472

Tabella 43. Q29T:L'azione compiuta da Tina che ha determinato l'efficacia dell'attività.

Alla domanda Q30T, in cui è stato chiesto agli insegnanti che si sono identificati nel profilo di Tina se ci fosse qualcosa che avrebbero fatto in modo differente per rendere l'attività didatticamente più efficace, hanno risposto in 270. Tra di loro, più della metà (152) hanno affermato di approvare l'approccio di Tina e che non avrebbero fatto nulla di differente, mentre altri 5 hanno indicato di non sapere se avrebbero effettuato delle modifiche. Tra gli altri contributi, molti hanno cercato di mediare tra i due profili, mentre altri hanno aggiunto delle variazioni senza proporre modifiche alla strategia adottata da Tina.

Riguardo la fase inziale dell'attività, un insegnante ha proposto uno step preliminare da aggiungere alla strategia di Tina per familiarizzare con il materiale coinvolto: "Prima della fase di sperimentazione libera, proporre un piccolo problema più guidato, in modo che tutti gli studenti abbiano un esempio di come si può usare il materiale dato". Altri 8 docenti hanno indicato che, dopo una prima fase esplorativa, avrebbero mostrato le possibilità di utilizzo degli strumenti, mentre tre insegnanti avrebbero posto maggiore attenzione a rendere accattivante l’attività, ad esempio proponendo l’attività come gioco matematico o invertendo l’ordine degli step iniziali: “Personalmente avrei proposto prima il problema in modo da incuriosire i bambini e indurli al ragionamento per arrivare alla risoluzione”.

Mentre un insegnante riferisce che avrebbe limitato le spiegazioni in un primo momento, “Forse non avrei dato troppe spiegazioni all'inizio dell'attività”, altri otto insegnanti avrebbero esplicitato più informazioni durante la fase iniziale: ad esempio illustrando gli obiettivi, “Illustrazione preliminare degli obiettivi da raggiungere”, anche nell’ottica di una possibile autovalutazione finale, “Presentare nella fase iniziale una scheda/rubrica di valutazione degli output”, oppure avrebbero fornito maggiori elementi per affrontare il problema: “Maggiori dati per risolvere il problema”, “Più esplicita nelle consegne”, o mostrando preliminarmente simili problematiche da utilizzare come esempio per la risoluzione, “mostrare alcuni casi di studio di approcci a problemi simili”, curandosi anche delle implicazioni a livello affettivo del mettersi in gioco in una attività esplorativa “Rassicurare gli studenti su un possibile fallimento”. Un insegnante ha infine riferito che avrebbe aggiunto una fase spiegazione frontale, senza specificarne la funzione: “Avrei anche spiegato qualcosa alla lavagna”. Cinque insegnanti hanno inoltre proposto di discutere il problema presentato prima di lasciare gli studenti ad affrontarlo secondo le proprie strategie, con l’obiettivo, ad esempio, di chiarirne il testo, “Prima di lasciare agire autonomamente avrei discusso con loro sul testo del problema affinché anche chi fosse in difficoltà potesse essere aiutato a capire il testo del problema” o per ingaggiare gli studenti nell’attività: “discutere il problema con gli studenti in plenaria, esplorando varie possibilità, per incentivare anche gli studenti che hanno più difficoltà nelle attività non strutturate”.

> Nella scuola dove siamo spesso adottiamo la tecnica di divisione in gruppo per risolvere problemi su cose appena spiegate con una gara, così i ragazzi analizzano la matematica come un gioco. A volte in classe divido in gruppi a seconda dei ragazzi lascio l'intero gruppo classe discutere tra di loro (come se fosse un *debate*) e cerco di analizzare tutte le idee che vengono fuori per far capire quale ragionamento porta a una strada possibile e quale no. Molti ragazzi se divisi in gruppo a volte pensano di non arrivare alla soluzione e si demoralizzano in partenza a vedere che alcuni compagni invece riescono, ma con una "spinta" data prima da uno studente e poi dall'altro diventa tutto più "rilassato".

Sette insegnanti hanno riferito che avrebbero strutturato maggiormente questa fase, ad esempio proponendo delle domande guida, o delle domande vero/falso, o che avrebbero lasciato minore libertà nelle strategie risolutive: “riflettendoci non avrei lasciato i ragazzi completamente liberi nella scelta delle strategie, potrebbe essere dispersivo e demotivante”.

> Penso che dare un problema aperto da risolvere sia fondamentale. Avrei dunque strutturato un po' di più questo momento, per esempio prevedendo una prima fase di lavoro individuale per permettere a tutti gli studenti di "entrare" nel problema, quindi un lavoro per piccoli gruppi, lasciando un po' meno autonomia nella loro costituzione. Il rischio nelle classi reali è che alcuni studenti non siano davvero implicati nel processo di apprendimento.

La modifica più condivisa, espressa da 31 insegnanti, è la creazione dei gruppi di lavoro da parte dell’insegnante, disincentivando o precludendo la possibilità di lavorare individualmente o di auto-organizzare i gruppi:

> Non avrei lasciato liberi gli studenti di lavorare in autonomia o in gruppo auto costituito, perché è proprio in queste situazioni che chi socializza poco si isola e chi invece è più aperto forma gruppi non efficaci per l'obiettivo prefissato.

Questo avrebbe, tra le altre cose, portato la costituzione di gruppi di lavoro in grado di favorire maggiormente l’apprendimento, sia elicitando la partecipazione attingendo alle diverse abilità degli studenti, “Avrei precostituito i gruppi per attivare le diverse intelligenze”, incentivando, ad esempio, “il cooperative learning”, “invitare gli studenti a collaborare tra loro all'interno del gruppo”, riconoscendo l’importanza del confronto tra pari:

> Avrei suddiviso gli studenti in coppie o in piccoli gruppi di 3-4 alunni perché ritengo fondamentale il dialogo ed il confronto tra pari non solo al termine del lavoro ma anche durante l'analisi del problema e l'elaborazione di strategie risolutive.

Alcuni insegnanti avrebbero inoltre assegnato compiti agli studenti all'interno dei singoli gruppi: "Assegnare ruoli all'interno dei gruppi: supervisore, addetto al tempo...", "Avrei assegnato il ruolo di "controllore del volume della voce" in ogni gruppo".

Durante le fasi centrali di evoluzione dell'attività, 16 insegnanti hanno sottolineato che avrebbero proposto un intervento maggiore da parte dell'insegnante: formulando domande in base all'osservazione dei lavori, fornendo supporto dopo una fase iniziale esplorativa, "Avrei lasciato un primo tempo di autonomia nella gestione del problema e avrei dato poi assistenza in un tempo successivo", con particolare attenzione all'emergere di eventuali difficoltà, "Stimolare anche il coinvolgimento degli studenti più in difficoltà e/o con bisogni educativi speciali", come anche "motivare i ragazzi nella risoluzione dei problemi", "dare degli spunti di riflessione" e "guidare gli studenti nel trarre conclusioni". Contrariamente, un insegnante afferma che sarebbe più opportuno limitare gli interventi su richiesta: "fornirei aiuto solo dietro richiesta esplicita da parte degli studenti".

Riguardo la fase finale dell'attività, sei insegnanti hanno dichiarato che avrebbero fatto argomentare strategie e conclusioni raggiunte agli studenti, "proporre a ciascun gruppo di preparare una presentazione per spiegare al resto della classe la strategia adottata e la soluzione trovata", magari anche in forma scritta: "Avrei stabilito che un compagno facesse da portavoce e, supportato dagli altri, scrivesse un resoconto scritto delle conclusioni raggiunte." Inoltre, alcuni rispondenti hanno proposto eventuali fasi conclusive da aggiungere alla strategia di Tina. In 8 avrebbero aggiunto una fase di sistematizzazione finale dopo aver raccolto le strategie e le soluzioni degli studenti:

> Dopo la condivisione delle idee, ricostruire il percorso fatto ai singoli gruppi attraverso una tabella e/o istogramma ricavando poi quindi la regola generale e formalizzandola attraverso un linguaggio matematico opportuno.

Altri sei insegnanti hanno invece proposto di concludere riflettendo sulle strategie di lavoro adottate dagli studenti, "riportare tutte le strategie esposte dagli studenti in una scheda di sintesi da consegnare ad ogni alunno", aggiungendo forse un momento di autovalutazione (come suggerito da tre di loro), e riflettendo su possibili generalizzazioni, "Spingere gli studenti a generalizzare l'approccio per problemi simili", o, ad esempio "Far proporre un'attività simile da condividere, per rinforzare". Infine, un insegnante avrebbe concluso l'intera attività concedendo del gioco libero agli studenti: "Al termine di tutta l'attività avrei portato i miei alunni all'aperto e li avrei lasciati liberi di giocare per almeno 5 minuti".

Per quanto concerne la struttura generale della strategia didattica, due insegnanti avrebbero introdotto delle tempistiche stabilite, ad esempio un insegnante afferma: "Avrei dato dei tempi di "consegna" dell'attività". Altri avrebbero preparato del materiale di supporto da fornire in caso di necessità: "Preparare una scheda strutturata da sottoporre in caso di 'emergenza' a chi ne manifestasse la necessità". Altri ancora avrebbero proposto delle modifiche per aumentare il grado di libertà degli studenti: "Avrei proposto più attività e lasciati liberi gli studenti di scegliere", magari rispettando maggiormente i tempi di apprendimento e differenziando la proposta: "Avrei forse un po' differenziato la proposta, modificandola a seconda dei bisogni dei vari alunni (dare tempi diversi e "aiuti" diversi)". Un insegnante, ad esempio, afferma: "A volte suggerisco di utilizzare anche altri materiali se i bambini li trovano più adatti allo scopo", altri invece di fare costruire il materiale direttamente agli studenti.

Per concludere, alcuni insegnanti hanno evidenziato che la strutturazione dell'attività e delle scelte effettuate dipende strettamente sia dalla classe, "A seconda dell'esperienza proposta e della classe valuto quanto strutturare l'attività", che dalla tipologia di attività proposta: "penso che dipenda dall'attività proposta, in alcune attività è bene lasciare "libertà" di indagine, in altre è più opportuno seguire la strategia di Roberto! altre volte è bene proporre una via di mezzo".

Roberto

Possiamo osservare nelle risposte alla Q29R (Tab. 44) che, tra le strategie proposte da Roberto, quella ritenuta più importante dal maggiore numero di insegnanti è proprio la forte strutturazione dell'attività: per prima cosa *progettare una attività passo-passo con tempistiche programmate* e secondariamente *dividere la classe in gruppi misti.* Inoltre anche *esplicitare l'argomento trattato all'inizio della lezione* è stato scelto da un buon numero di insegnanti, mentre in minor numero hanno selezionato l'alternativa Q29_d.

L'azione compiuta da Roberto che ha reso efficace l'attività	Rispondenti
a) Esplicitare l'argomento trattato all'inizio della lezione	34
b) Progettare una attività passo-passo con tempistiche programmate	50
c) Dividere la classe in gruppi misti (non omogenei per abilità)	42
d) Guidare l'intera classe verso le conclusioni dell'attività	24
Totale	150

Tabella 44. Q29R: L'azione compiuta da Roberto che ha determinato l'efficacia dell'attività.

Alla domanda Q30R in cui si è chiesto agli insegnanti che si sono identificati nel profilo di Roberto se ci fosse qualcosa che avrebbero fatto in modo differente, per rendere l'attività didatticamente più efficace, hanno risposto in 94. Tra questi, 27 hanno indicato che non farebbero niente di diverso ed un rispondente di non sapere se avrebbero fatto qualcosa di differente. Gli altri rispondenti hanno in massima parte indicato modifiche che avvicinano il profilo di Roberto a quello di Tina.

Rispetto alle prime fasi dell'attività, in 8 hanno sottolineato che avrebbero lasciato maggiore libertà in fase iniziale per l'esplorazione, senza instaurare una guida e fornire indicazioni, almeno in un primo momento, che li indirizzino nella risoluzione: "Prevedere comunque una fase della lezione, nella parte iniziale, in cui gli studenti siano liberi di procedere. Per poi eventualmente reindirizzarli o dare dei suggerimenti". Altri 9 avrebbero invece evitato di esplicitare l'argomento e lo scopo dell'attività, in modo che gli studenti potessero dedurlo autonomamente a fine lezione: "Non avrei esplicitato l'argomento all'invio della lezione, lasciando più spazio all'intuizione e alla scoperta".

Tra le modifiche che aggiungono delle variazioni alla strategia di Roberto troviamo: "Riprendere le conoscenze già acquisite e che servono come prerequisiti, ora", "prima di presentare i materiali avrei chiesto agli alunni come sarebbe stato possibile dimostrare l'argomento praticamente e con quali mezzi", "usare ironia, tecniche di comunicazione accattivanti, aggiungere qualche minuto di pausa tra un'attività e l'altra". In 2 insegnanti avrebbero inoltre assegnato dei ruoli all'interno dei gruppi, come ad esempio "assegnazione del leader è del segretario per cronometrare il tempo", o avrebbero modificato la formazione dei gruppi (2) proponendo gruppi omogenei per abilità o mischiando gruppo di classi differenti.

Per quanto riguarda le fasi centrali di evoluzione dell'attività, 9 rispondenti hanno sottolineato che avrebbero lasciato maggiore libertà e autonomia nella sperimentazione ai gruppi di studenti, pur mantenendo una chiara individuazione degli obiettivi: "una volta esplicitati argomento, attività e tempistiche avrei lasciato maggiore autonomia ai gruppi". Tre di loro avrebbero inoltre assunto un atteggiamento più simile a Tina muovendosi tra i banchi, "… Avrei facilitato l'apprendimento muovendomi tra i gruppi, osservandoli o intervenendo se necessario", ed evitando di condurre la lezione dalla lavagna, "non avrei condotto la lezione dalla lavagna ma l'avrei riportata su di un foglio consegnato ad ogni gruppo. La lavagna l'avrei usata solo per chiarimenti collettivi." Tuttavia, qualche insegnante avrebbe utilizzato quest’ultima strategia per assumere una guida ancora maggiore nella fase di risoluzione: “avrei seguito i gruppi singoli guidandoli nei ragionamenti”.

Nella fase finale, in 10 hanno indicato che avrebbero limitato la guida alle conclusioni: “non guidare alle conclusioni ma limitarsi a fare un brainstorming delle conclusioni a cui i ragazzi sono giunti”, lasciando “maggiore dialogo con i ragazzi al termine dell'esperienza”. Due insegnanti hanno proposto come strategia conclusiva alternativa la presentazione del lavoro svolto da parte dei gruppi, “avrei concluso l'attività invitando un rappresentante di ogni gruppo ad illustrare il lavoro svolto”, mentre un terzo avrebbe concluso assegnando un problema per casa: “avrei fatto un riassunto finale di quanto emerso durante la lezione e assegnato un problema finale da risolvere a casa”.

Rispetto alla strategia generale, in 5 hanno dichiarato che avrebbero lasciato maggiore flessibilità nelle tempistiche, “gestione più flessibile dei tempi e delle consegne, volta anche alla riflessione degli alunni e alla proposta di loro possibili percorsi risolutivi/operativi”, e in 8 una minore strutturazione dell’attività: “non progettare passo-passo”, “non avrei strutturato in modo rigido l'attività e avrei lasciato liberi gli studenti di trarre le loro considerazioni”.

Osservazioni sul design della Vignetta-item

I risultati raccolti sembrano suggerire che la vignetta sia stata ben strutturata. In particolare, le risposte fornite al quesito 30, soprattutto rispetto al profilo di Tina ma in buona parte anche rispetto al profilo di Roberto, sembrano suggerire che la vignetta, pur polarizzando profili di insegnamento in modo netto, sia riuscita a distinguere i rispondenti senza obbligarli eccessivamente in una scelta nella quale non si rispecchiano. Infatti, complessivamente, circa la metà dei rispondenti hanno indicato che non avrebbero effettuato scelte didattiche differenti rispetto al profilo selezionato e, in altri casi, le modifiche proposte hanno aggiunto ulteriori possibilità rispetto alle strategie didattiche indicate nei due profili, senza suggerirne una sostanziale modifica. Tuttavia, buona parte dei rispondenti ha proposto delle modifiche nelle strategie che cercavano di mediare tra i due profili e questo suggerisce, tra le altre cose, un buon grado di attenzione che essi hanno rivolto nella selezione del profilo rispondendo al quesito Q28. In modo particolare, le proposte di “mediazione” tra i due profili hanno spesso previsto, tra i rispondenti che hanno indicato il profilo di Tina, modifiche relative alle fasi iniziali che si avvicinano alla strategie di Roberto, come, ad esempio, “nella prima parte (proposta materiali) avrei agito come Roberto, spiegandone l'utilizzo; inoltre, come Roberto, avrei diviso la classe in piccoli gruppi eterogenei”, mentre i rispondenti identificati nel profilo di Roberto avrebbero scelto una evoluzione dell’attività più simile a quella effettuata da Tina, “Avrei unito le due strategie di Roberto e Tina. Per esempio avrei utilizzato tutta la parte finale della strategia di Tina (girare tra i banchi in veste di tutor, li avrei lasciato liberi di operare e creare confrontandosi tra pari e con l'insegnante, ecc..)”, oltre all’inserimento di una fase preliminare esplorativa:

> Avrei fatto un po' come Tina: al punto 0 dell'attività, avrei lasciato maneggiare gli oggetti alla l'classe, lasciando loro un poco di tempo per esplorare - dopodiché, al punto 1 avrei io stesso presentato gli oggetti e il loro scopo alla classe.

Abbiamo per altro osservato, all’interno delle risposte al quesito Q30, sia tra gli insegnanti che si sono identificati con Tina che tra coloro che si sono identificati con Roberto, un atteggiamento riflessivo e autocritico nell’analisi delle proprie pratiche didattiche. Ne è un esempio la seguente risposta fornita da un insegnante che si è identificato maggiormente con il profilo di Roberto: “vorrei assomigliare più a Tina ma non riesco a lasciare gli studenti liberi”.

Infine, proponiamo una considerazione che riguarda anche la prima vignetta proposta nel questionario (quesito Q19): come abbiamo potuto constatare nelle interviste di follow-up, i due item vignetta sono risultati particolarmente memorabili per i rispondenti. Molteplici insegnanti hanno infatti affermato di aver riflettuto in modo profondo sulla propria pratica didattica proprio nel tentativo di interpretare ed immedesimarsi nelle narrazioni delle vignette, per di più gli esempi proposti in questi quesiti sono stati menzionati frequentemente nelle interviste di follow-up.

5.2. I focus group di follow-up

Al termine del questionario è stato chiesto agli insegnanti di indicare la disponibilità ad essere eventualmente ricontattati dai ricercatori per partecipare a un focus group online di follow-up. Coloro che hanno indicato la loro disponibilità sono stati reindirizzati ad un nuovo modulo di Qualtrics per rilasciare nome, cognome, email e indicare l’ordine scolastico nel quale stavano correntemente insegnando al momento della compilazione. Hanno completato tale modulo 292 rispondenti, che sono stati ricontattati via email per organizzare le date e gli orari di 6 focus group, due per ogni ordine scolastico. Oltre all’appartenenza al grado scolastico, non è stato utilizzato altro criterio per la selezione dei rispondenti e la loro organizzazione nei diversi focus group: abbiamo infatti fissato le date e gli orari degli incontri e reclutato insegnanti tramite l’invio di una email fino a che non abbiamo ricevuto conferma da parte di un numero di insegnanti compreso tra 8 e 12. Raggiunta la numerosità desiderata, abbiamo rinunciato alla partecipazione di tutti gli altri docenti che avevano offerto la loro disponibilità ad essere ricontattati in questa seconda fase.

5.2.1. I partecipanti

I sei focus group hanno coinvolto un totale di 58 insegnanti: 18 di scuola primaria, 21 di scuola secondaria di primo grado e 19 di secondaria di secondo grado. Seppure con una prevalenza per le regioni del Nord Italia, hanno partecipato alle interviste insegnanti provenienti da gran parte delle regioni italiane (Piemonte, Lombardia, Fiuli-Venezia Giulia, Liguria, Toscana, Umbria, Emilia Romagna Marche, Abruzzo, Lazio, Campania, Basilicata, Puglia, Calabria, Sicilia) testimoniando la vasta diffusione del questionario all’interno del territorio italiano. Anche i contesti scolastici descritti dagli insegnanti sono risultati piuttosto variegati: da piccole scuole di paese a grandi plessi cittadini, da scuole d’élite a scuole delle periferie o situate in aree socio-culturalmente più svantaggiate, definite dagli insegnanti stessi “scuole di frontiera”.

Gli insegnanti che hanno partecipato sono stati per la maggior parte insegnanti con lunga esperienza d’insegnamento, ma hanno preso parte alle interviste anche un buon numero di neo-insegnanti; tra questi, oltre a docenti anagraficamente giovani che hanno da poco concluso i percorsi universitari, non di rado hanno preso parte ai focus group della scuola secondaria partecipanti nuovi nella professione dell’insegnamento ma con molti anni di esperienza alle spalle in altri settori lavorativi. Inoltre, sebbene il sesso predominante dei partecipanti sia stato quello femminile, hanno partecipato alle interviste anche 14 uomini. La distribuzione rispetto agli ordini scolastici è stata la seguente: nella scuola primaria 16 donne e 2 uomini, nella scuola secondaria di primo grado 16 donne e 5 uomini, nella scuola secondaria di secondo grado 12 donne e 7 uomini.

5.2.2. I risultati

Presenteremo di seguito, divisi per ordini scolastici, i principali risultati emersi dalle analisi dei focus group di follow-up, cercando di andare in profondità sulle principali questioni emerse dall’analisi dei dati del questionario. Per ogni ordine scolastico forniremo dapprima una breve discussione dei risultati, seguita dai protocolli dei due focus group effettuati con i docenti appartenenti a tale ordine scolastico.

5.2.2.1. Scuola primaria

Tra gli insegnanti di scuola primaria che abbiamo intervistato, una buona parte ha partecipato o partecipa a progetti permettendo loro di avvicinarsi a una didattica laboratoriale che fa uso del corpo o di oggetti da manipolare.

Gli intervistati hanno una visione della matematica molto legata alla creatività, alla bellezza, alla scoperta, l'esplorazione e la considerano uno strumento per l'interpretazione del mondo e della realtà che ci circonda, oltre che per lo sviluppo del pensiero critico. Collegano spesso al divertimento e al gioco la loro descrizione di matematica.

Generalmente tutti affermano di avere familiarità con una didattica in cui è coinvolto il corpo e il movimento degli studenti, ritrovando nel questionario conferme rispetto alla propria prassi didattica. Si dichiarano inoltre confortati e stupiti per la vicinanza degli argomenti trattati con le proprie strategie in classe. Gli intervistati ipotizzano che l'argomento sia meno familiare negli ordini superiori, sottolineando però che lo riterrebbero altresì necessario. Enfatizzano inoltre l'aspetto riflessivo elicitato dalla compilazione, definendolo un "questionario metacognitivo". Segnalano tuttavia che si sarebbero aspettati un focus maggiore sui contenuti e trovano che incida molto sullo svolgimento delle attività ABM una difficoltà poco presente nel questionario che riguarda la mancanza di senso pratico nei bambini. Viene infatti più volte evidenziato come gli studenti oggigiorno manchino di esperienza del concreto, enfatizzando invece l'importanza dell'esperienza che passa attraverso il coinvolgimento della persona e, in questo, trovano che acquisti particolarmente valore proporre queste attività in classe.

Tuttavia, soprattutto all'interno del secondo gruppo di intervistati, è emerso nei richiami al questionario come essi abbiano focalizzato principalmente l'attenzione sugli aspetti legati alla concretezza e all'esperienza pratica, come radice sulla quale costruire l'astrazione aiutati dell'insegnante che si presenta un facilitatore, senza soffermarsi in particolare sul ruolo del corpo e del movimento degli studenti.

Alcuni insegnanti propongono attività di movimento degli studenti in palestra ed esperienze fisiche, o comunque concrete, prima dell'introduzione di ogni concetto, che poi riportano in classe in modo formale. Tali esperienze possono prevedere anche l'utilizzo di materiale naturale e l'osservazione della realtà circostante. Vengono menzionate esperienze sia di geometria, che di aritmetica, che di fisica, spesso legate alla misura. Inoltre viene fatto riferimento anche alla drammatizzazione dei problemi, proprio per avvicinare i bambini alla comprensione del testo e alla risoluzione attraverso un'attività che li riporti nella dimensione dell'esperienza personale. Tra le esperienze che coinvolgono i manipolativi virtuali troviamo principalmente l'utilizzo di software o di robot per affrontare il Coding, accompagnate da esperienze unplugged effettuate fisicamente, o per proporre esercizi alternativi da fare a casa. Gli insegnanti ammettono però di essere meno preparati in merito, e di legare sempre esperienze virtuali a esperienze fisiche/ concrete.

In generale, gli intervistati sono tutti concordi nell'affermare che l'esperienza che passa per il corpo sia fondamentale per un apprendimento più profondo, che promuove l'attivazione cognitiva ed emotiva. In particolare, ritengono il coinvolgimento motorio degli studenti in attività laboratoriali importante per aiutare la comprensione dei concetti fondamentali, introducendo il pensiero astratto sulla base dell'esperienza del concreto, rispettando cioè il naturale sviluppo cognitivo. Oltre a questo, lo ritengono utile per avvicinare gli studenti alla disciplina ed eliminare il blocco emotivo che si genera talvolta nei confronti della matematica e delle sfide che propone, promuovendo invece emozioni positive e un contesto di realtà che motiva gli studenti a partecipare nelle attività e ad affrontare le situazioni problema generando apprendimento. Per di più, le ritengono utili anche per sviluppare un linguaggio tecnico specialistico della disciplina, attribuendo senso alle terminologie offrendo occasioni per ancorarle in contesti di concretezza. Infine, gli insegnanti menzionano anche l’aspetto di una maggiore inclusione, nella partecipazione al discorso matematico, per gli studenti che si trovano maggiormente in difficoltà.

Rispetto agli effetti che queste attività hanno rispetto alle prove standardizzate o ad una valutazione tradizionale (ad esempio, test scritti) abbiamo riscontrato due atteggiamenti da parte degli insegnanti. Da un lato, infatti, gli intervistati ritengono che gli effetti positivi dell’introduzione di queste attività possano essere riscontrati anche nelle prove standardizzate, sia per quanto riguarda la capacità di richiamare e rielaborare contenuti, sia per l’allenamento al ragionamento e all’attivazione cognitiva, che per un atteggiamento positivo nei confronti della prova. Essi hanno supportato queste argomentazioni con esempi di evidenze riscontrate nella loro pratica. Dall’altro, essi ammettono di sentirsi sollevati per l’introduzione del nuovo sistema di valutazione che permette, con giudizi descrittivi, di valutare queste attività senza i vincoli che interpone una valutazione tradizionale. Infatti, una delle principali difficoltà menzionate, è proprio legata alla valutazione delle attività. Nonostante ritengano che vi sia maggiore allineamento con il nuovo sistema di valutazione, percepiscono come un grosso ostacolo, nella realizzazione di tali attività, l’osservazione durante il loro svolgimento. Questo si lega alla più generale difficoltà individuata nella gestione delle attività, dagli aspetti logistici, soprattutto nell’organizzazione di classi molto numerose, e di risorse messe a disposizione dalla scuola, dovendo invece occuparsi in una sola persona di tutti gli aspetti dell’attività. In particolare, risulta anche complicato gestire le differenze interne alla classe se vi è scarsa uniformità negli alunni, infatti si creano tempi di attesa difficili da gestire. Un’insegnante a tal proposito propone di promuovere il lavoro in gruppi, che devono essere ben pensati in fase di progettazione dall’insegnante, un altro di creare un’alternativa per coloro che hanno terminato prima l’attività. Per fare fronte a queste problematiche, avvertono in modo forte la necessità di ore di compresenza con altri colleghi o di personale specializzato che possa coadiuvare lo svolgimento delle attività. Infine, gli insegnanti menzionano come principale limitazione anche il tempo che tali attività richiedono, particolarmente connesso all’ingerenza dei genitori, che hanno un’idea precostituita di quello che dovrebbe essere una lezione di matematica. Alcuni insegnanti hanno cercato di superare questa difficoltà, ottenendo buoni risultati, coinvolgendo maggiormente i genitori, promuovendo una maggiore condivisione della programmazione e delle attività svolte, ad esempio mostrando loro le modalità di lavoro con le quali vengono realizzate le attività in classe o facendo fare esperienza diretta dei laboratori stessi ai genitori, oltre a condividere i materiali sulla Classroom in modo che possano avere traccia del programma che viene svolto, indipendentemente dal quaderno dello studente.

È stato inoltre evidenziato che il Covid ha limitato fortemente la proposta di queste attività. Infine, mentre alcuni intervistati individuano come anche l’età più matura degli studenti possa disincentivare l’uso del corpo, già negli ultimi anni della scuola primaria, altri affermano invece che lo svolgimento di queste attività è appropriato per ogni classe e per ogni grado.

5.2.2.1.1. Report 1°Focus group insegnanti di matematica di scuola primaria

1°Focus group insegnanti di matematica di scuola primaria

Organizzazione progetto di ricerca	LUMSA - ACU
Data e ora del Focus group	24 Gennaio 2022_ [17:00 – 18:00]
Luogo virtuale	Stanza personale Zoom di Alessandra Boscolo

Numero di partecipanti	10 partecipanti
Conduttore / moderatore	Alessandra Boscolo
Osservatore / Co-conduttore	Elisa Muccillo

Breve descrizione dei partecipanti
Tutti i partecipanti sono insegnanti italiani di matematica in servizio nella scuola primaria, provenienti da diverse regioni italiane.

1. **Partecipante 1: I,** provincia di Lecco, insegna in una piccola scuola primaria con il 50% di bambini non italofoni in classe, molti di loro che non parlano italiano per nulla. *"Anche se la matematica è considerata la materia meno condizionata, perché i numeri sono uguali in tutto il mondo, i sistemi di conteggio sono molto diversi -cambia il movimento delle dita, in alcune culture prevede il coinvolgimento anche delle nocche- e queste caratteristiche vanno tenute comunque in considerazione altrimenti, per i bambini che hanno già avuto una scolarizzazione, rendi più complesso lo sviluppo del pensiero matematico invece di semplificarlo*". La scuola ha investito molto sul digitale, da tanto tempo. Ha una lunga esperienza di insegnamento ed ha sempre insegnato matematica. Ha una formazione parziale in Fisica all'Università, dopo aver effettuato le magistrali. Ha sempre voluto insegnare la matematica come costruzione di ragionamento non come regole da applicare, ponendo situazioni problematiche da risolvere insieme. Ha modificato il suo insegnamento da quando è cambiata la composizione delle classi in cui insegna per le difficoltà nell'espressione verbale degli studenti.

2. **Partecipante 2: C,** Sassuolo Nord, insegna in un IC, a volte anche alla materna. Nella scuola è presente un'alta percentuale di bambini extracomunitari, che sono quelli che si impegnano maggiormente a scuola: è un contesto di grandi difficoltà sia culturali che socio-economiche, ma anche una risorsa. Hanno partecipato a un progetto Erasmus (con Partner Greci, Rumeni, Bulgari, Lettoni e Spagnoli) per insegnare con percorsi in natura, sia utilizzando materiale naturale che stando all'aria aperta, e quindi coinvolgendo il movimento, e questo ha trasformato il modo di insegnare nella scuola. Ha una formazione fortemente umanistica, ha insegnato inglese per più di 20 anni e poi si ha intrapreso l'insegnamento di matematica e scienze da 7 anni a seguito di un aggiornamento per insegnanti all'ESA in cui si è appassionata di scienze: "*Ho capito perché non avevo studiato scienze: perché non avevo idea di cosa fossero le scienze".*

3. **Partecipante 3: MM,** Cremona, insegna in una scuola primaria

4. **Partecipante 4: S,** Brescia, scuola primaria con utenza molto limitata, in un quartiere quasi da paese. Insegna da 29 anni: ha insegnato prevalentemente matematica con un periodo come insegnante prevalente. Non ha effettuato alcun progetto speciale. "*Auspico di riuscire a far divertire i bambini"*

5. **Partecipante 5: MB,** periferia Milanese, attualmente in un IC in una scuola di periferia: è un contesto complesso, con "*la classe formata da 3 bambini italiani con situazioni alle spalle problematiche, altri studenti stranieri (alla prima o alla seconda alfabetizzazione), 5 disabili"*. È una classe difficile ma permette di creare gruppi e di lavorare per la scoperta: "*il lavoro cooperativo porta ad un interscambio, ad aiutarsi, anche solo nella lettura del problema, nella comprensione del testo"*. Insegna dall'86: per 8 anni ha insegnato all'infanzia, poi è passata alla primaria insegnando italiano e con questo nuovo ciclo è divenuta insegnante prevalente. Questo le ha destato inizialmente preoccupazione.

6. **Partecipante 6: MP,** Pavia, insegna in una piccola scuola: metà studenti stranieri, metà italiani ("*di varie provenienze, sia problematici che non"*). Insegna matematica quasi da sempre, perché appassionato di scienze e gli veniva attribuito anche l'insegnamento della matematica. Ha fatto corsi di aggiornamenti in didattica della matematica con l'università di Pavia, volti ad appassionare gli studenti proponendo attività concrete.

7. **Partecipante 7: P**, Castel Leone, in provincia di Cremona. Insegna in una scuola paritaria, contesto

non complesso: individua però il problema dei "*genitori che fanno maestri al posto della scuola*", e la presenza di *un "sottobosco di DSA e BESS non dichiarato*", che offrono l'occasione di mettersi in gioco. È maestro da pochi anni: da 7 anni insegna matematica.

8. **Partecipante 8: G,** Rimini, insegna in una scuola a tempo pieno. È una maestra di materie scientifiche, ma non veterana dell'insegnamento della matematica perché ha fatto molti anni di sostegno in precedenza.
9. **Partecipante 9: A,** Barberino del Mugello, insegna in un IC. Non è un contesto problematico: *"una situazione di paese normale con presenza di bambini da famiglie non italofone ma di seconda generazione*". La scuola è parte di un progetto della regione Toscana che si chiama Laboratorio del Sapere Scientifico, che condivide sia principi teorici che una piattaforma in cui sono presenti delle esperienze condivise da 20 anni. Trova la condivisione delle pratiche estremamente arricchente, e fa parte con altri colleghi della scuola di un gruppo di ricerca stabile. Ha lunga esperienza di insegnamento: dal 95 insegna alla primaria, prima infanzia, e ha sempre insegnato matematica nella stessa scuola.
10. **Partecipante 10: E,** Castelvetro nella provincia di Modena, insegna in una scuola molto piccola, formata da 5 classi con meno di 20 alunni: "*una piccola isola felice*". Gli studenti sono tutti italiani e molto molto seguiti, ci sono un paio di bambini in difficoltà che, tuttavia, in una classe nella media non sarebbero considerati tali. Ha insegnato da sempre matematica e è divenuta insegnante prevalente in questo ciclo. Questa è la prima esperienza continuativa che effettua. *Ho puntato molto su calcolo a mente.*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 1: **Idee sulla matematica**

Che cos'è per te la matematica? Quale è la tua descrizione in una parola, in una frase?

Tra le parole degli insegnanti raccolte come descrizione della matematica troviamo una visione legata alla creatività, al divertimento e al gioco, spesso legata all'idea di scoperta, esplorazione, conquista e al pensiero costruttivo – risolutivo. Oltre a questo torna frequentemente il tema della matematico come linguaggio che permette di interpretare, investigare e spiegare il mondo che ci circonda.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 1 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

I: *La matematica è pensiero in costruzione.*

C: *Quello che ci fa volare.*

MM: *A livello personale un gran divertimento, una passione, mi piace proprio. È una sfida personale e di gruppo. E poi, secondo me, è proprio una chiave di lettura per la quotidianità e la realtà. La troviamo ovunque.*

S: *La matematica è scoperta*

MB: *La matematica è allarga mente. È la quotidianità, è il divertirsi, è il dire "Oddio, come gliela spiego questa cosa. Aspetta un attimo ci provo". Cercare il nostro pensiero creativo, "Abbiamo un problema, troviamo una soluzione", a volte è logica a volte è anche illogica, però è una soluzione: è comunque un pensiero e un risolvere il problema.*

MP: *La matematica è concreta. E l'altra cosa è che è un linguaggio e come tutti I linguaggi ci permette di dare delle spiegazioni.*

P: *La matematica è esplorazione. É un linguaggio. [...] Mi piace e cerco di farla piacere.*

G: *Scoperta, conquista, gioco, esplorazione, quindi: una grande ricchezza.*

A: *Un modo di guardare il mondo, quindi un linguaggio e un modo per interpretare il mondo.*

E: *scoperta, divertimento e la risoluzione. [...] ogni bambino ha una diversa soluzione per una situazione problematica*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 2: **Feedback sul questionario**

2. **Vi chiedo di tornare con la memoria a quando avete compilato il questionario: l'argomento del questionario vi è sembrato familiare o qualcosa di molto distante dalla vostra pratica scolastica?**

Gli insegnanti hanno sentito affinità con il tema della ricerca e vicinanza rispetto alla propria pratica didattica quotidiana.

- MM : ha ritrovato nel questionario un approccio vicino alla sua didattica*: "è risultato in sintonia con quello che pensavo e domande le ho trovate facili".*
- E: ha avuto l'impressione di ritrovarsi nelle domande del questionario e questo l'ha confortata: "*ho pensato: sto navigando giusto"*
- C: reazioni simili.
- MP: non ricorda che vi fosse nulla che disorientasse: *"ho trovato argomenti che facevano capo alla praxis di fare delle cose con il corpo nell'insegnamento, che è una cosa in cui credo fermamente"*.

3. **Osservazioni sugli argomenti trattati: Avete trovato qualcosa di inaspettato dentro il questionario, oppure non avete trovato qualcosa che vi aspettavate di trovare?**

Mentre qualcuno si è particolarmente riconosciuto anche nelle specifiche domande (es. nelle vignette), un insegnante ha trovato alcune domande ripetitive e che mancasse un focus sui contenuti e, in ultimo, un insegnante non ha trovato nel questionario abbastanza rappresentata la difficoltà motoria che hanno i bambini di oggi per una mancanza di esperienze concrete del mondo.

- MM: Piacevolmente stupita di trovare domande in linea con il suo modo di lavorare. Fa riferimento alla vignetta di Tina e Robert, esprimendo di essersi ritrovata molto nella strategia di Tina e non essere riuscita a indicare nulla che avrebbe cambiato rispetto al modo descritto entro il suo profilo: *"non avrei davvero fatto nulla di diverso perché faccio io così".*
- E: *"Mi aspettavo qualcosa di più sui contenuti, su qualche argomento nello specifico, che secondo me sono molto difficili da affrontare con i bambini, ma questo può rispondere alla mia esigenza di formazione*". Alcune domande le sono sembrate ripetitive.
- C: Mette in luce una difficoltà ulteriore che non era inclusa nel questionario, ma che ho notato fortemente nella scuola: la mancanza di senso pratico nei bambini. *"C'è poco anche riguardo i giochi da tavola, o di abilità fisiche/motorie (tipo di saltare con la corda), che si legano allo sviluppo dei concetti matematici. In quinta non hanno idea delle misure, non le hanno a casa*".

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 2 **(estratti dagli interventi dei partecipanti) : Feedback sul questionario**

MM: "Mi faceva piacere partecipare al focus-group perché mi sono sentita a mio agio"

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 3 **: Esperienze proposte in classe**

a) **L'oggetto principale del questionario sono le <u>attività di apprendimento laboratoriale, nelle quali gli studenti sono coinvolti con la loro percezione e movimento</u>, potete farmi degli esempi in riferimento a un'esperienza che avete sperimentato in classe o visto sperimentare che ritenete, per esempio, particolarmente significativa?**

Alcuni insegnanti propongono attività di movimento degli studenti in palestra ed esperienze fisiche, o comunque concrete, prima dell'introduzione di ogni concetto, che poi riportano in classe in modo formale. Tali esperienze possono prevedere anche l'utilizzo di materiale naturale e l'osservazione della realtà circostante. Vengono menzionate esperienze sia di geometria, che di aritmetica, che di fisica. Tra le esperienze virtuali troviamo principalmente l'utilizzo di software o di Robot per affrontare il Coding, accompagnate da esperienze unplugged effettuate fisicamente, o per proporre esercizi alternativi da fare a casa. Gli insegnanti ammettono però di essere meno preparati in merito e di legare sempre esperienze virtuali a esperienze fisiche/ concrete. Viene evidenziato come gli studenti oggi manchino di esperienza del concreto e dell'importanza dell'esperienza che passa pe il corpo, che aiuta anche i bambini più in difficoltà. È stato inoltre evidenziato che il Covid ha limitato l'utilizzo e, infine, mentre G individua come anche l'età più matura degli studenti possa disincentivare l'uso del corpo, A afferma invece che le attività sono opportune in ogni classe e fa esempi riferiti alla classe quinta.

- G: in prima e in seconda fanno molta attività in palestra: ogni argomento viene affrontato come gioco, ad esempio come una staffetta in palestra, e dopo riportato in classe. Inoltre giocano in gruppi o a squadre anche nella classe. Ogni attività proposta viene effettuata sul corpo e poi in classe. Rispetto al suo insegnamento attuale afferma: "*Un po' perché i ragazzi sono cresciuti, e un* *po' per il Covid, adesso faccio un lavoro in classe proponendo attività laboratoriali, ma meno con il corpo"*

- I: Si ricollega al fatto che il Covid ha creato problemi per lo svolgere di queste attività. Tuttavia, afferma che in particolare le ritiene fondamentali perché nelle classi in cui sono presenti bambini con difficoltà ha notato l'esigenza di introdurre attività di esperienza corporea per sopperire a una inefficacia dell'utilizzo di strumenti compensativi: *"Usare il corpo ha aiutato i bambini a praticare la matematica, perché mancano di esperienza concreta e corporea: fare la spesa, pesare, misurare, salire e scendere le scale contando i gradini"*. Un esempio di attività: la linea dei numeri disegnata per terra.
- C: Propone la manipolazione di materiale naturale: foglie, sassi, le castagne matte, creare forme con materiale naturale e individuare forme nei fiori, o ad esempio nella conchiglia. Ad esempio ha anche fatto la serie di Fibonacci. Nel suo insegnamento combina il movimento con l'osservazione della natura intorno a sè. Ad esempio, individuare nella realtà circostante linee orizzontali, verticali, diagonali, il cerchio.

b) In questi esempi non è venuto fuori di esperienze digitali. Fate anche uso di tecnologie o manipolativi virtuali? Che differenza c'è? / Perché si/ perché no?

- MM: *"prediligo manipolazione con materiali convenzionali, mi sto formando ma non padroneggio al 100% il digitale e mi sento meno sicura. Ho usato un po' di robotica, coding unplugged e anche su pc. Però non mi sento tanto ferrata".*
- MP: la sua scuola è ben fornita, come rete ecc. Fa uso di tutti e due i tipi di esperienze. Fa anche lei la linea dei numeri fisica, disegnata a terra. Fa coding, sia con Scratch con la LIM, sia fatto 15mX15m in un tabellone nel cortile interno alla scuola utilizzando gli zaini. Alternanza di questa attività anche con quella virtuale sulla LIM.
- A: *"è imprescindibile il lavoro con il corpo: tutto passa tramite l'esperienza corporea quindi si fa tutto così"*. Sul digitale non si sente molto ferrata ma fa uso del BeeBot sul piano, progettando percorsi da realizzare praticamente in un momento successivo. Però generalmente fa un uso limitato del virtuale, *"ma in tutte le classi c'è qualcosa di significativo da fare con il corpo"*. Anche in quinta, propone una attività sulla velocità e proporzionalità tra tempo e lunghezza percorsa in un lasso di tempo, trattandola attraverso una esperienza concreta.
- C: *"Io utilizzo il digitale per dare alternative a esercizi ripetitivi da fare a casa. Ad esempio su WordWall possono esserci esercitazioni. O sul sito www.code.org c sono giochi su coding che possono dare loro una prospettiva diversa rispetto ai vari giochini che fanno al telefono".*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 3 **(estratti dagli interventi dei partecipanti) : Esperienze proposte in classe**

I: "ho notato che gli strumenti compensativi complicavano il loro apprendimento e per questa ragione sono passata all'uso del corpo"

I: "Usare il corpo ha aiutato i bambini a praticare la matematica, perché mancano di esperienza concreta e corporea: fare la spesa, pesare, misurare, salire e scendere le scale contando i gradini"

A: "in tutte le classi c'è qualcosa di significativo da fare con il corpo"

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 4 - **è importante coinvolgere il corpo e il movimento degli studenti in classe? Perchè?**

a) Pensate che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti sia importante per sviluppare l'apprendimento della matematica? Perché? (Livello formativo, motivazionale, di inclusione ecc.)

b) In particolare, pensate che abbiano un ruolo anche formativo? Di che tipo? Per esempio, pensate che abbiano impatto anche su test standardizzati?

In generale, gli intervistati sono tutti concordi nell'affermare che l'esperienza che passa per il corpo sia fondamentale per un apprendimento più profondo, che promuove l'attivazione cognitiva ed emotiva, portando gli alunni a affrontare meglio anche le prove standardizzate.

- MB: Sostiene che i bambini se si trovano nella situazione concreta si mettono a ragionare: "*Sicuramente le risposte sono positive e bisogna lavorare in questo modo anche per trovarsi difronte a test standardizzati.*"
- MP: Sostiene che il nostro apprendimento avviene attraverso un'attivazione a livello emotivo positiva, che passa attraverso l'utilizzo del corpo e dell'esperienza del mondo. Partire quindi da queste esperienze e poi costruendoci sopra il pensiero astratto con l'aiuto dell'insegnante (discussioni in classe, rielaborazione) porta ad imparare meglio.
- S: Sostiene che l'astrazione non può essere raggiunta se non si passa attraverso la manipolazione. Dato che le prove standardizzate non sono mai applicazione di formule ma prevedono l'attivazione del ragionamento, il lavoro fatto con il corpo serve anche ad avere performance migliori in tali prove: "S*icuramente se non c'è la parte fisica i risultati nei test INVALSI sono bassi*".
- G: Sostiene che l'apprendimento che passa dal corpo abbia radici più profonde e che tale risorsa permette di affrontare meglio ogni prova.
- MM: Riporta un esempio dalla sua esperienza: nelle prove standardizzate ho avuto sempre buoni risultati. Ha una classe terza, e hanno effettuato la prova lo scorso anno. *"Questi bambini hanno fatto didattica a distanza dalla prima, e il calo è stato drastico rispetto a quello che era la mia autovalutazione del lavoro svolto. Non ho potuto proporre tutte le esperienze che avevo sempre proposto e quindi secondo me questo ha influito".*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 4 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

MB: "Non c'è niente nell'intelletto che non sia passato dai sensi, come diceva Piaget. I bambini mancano di esperienza ma se li mettiamo lì nelle situazioni concrete loro arrivano a ragionare, a comprendere quello che noi avevamo preventivato attraverso la concretezza e attraverso il loro corpo [..] *Sicuramente le risposte sono positive e bisogna lavorare in questo modo anche per trovarsi difronte a test standardizzati."*

MP: "Noi viviamo il mondo attraverso il corpo e le emozioni, e attraverso il corpo proviamo le emozioni, e si apprende nel momento in cui c'è attivazione per emozioni positive. Poi ci può essere il momento puramente intellettuale, con il foglio e la biro e test, ma prima ci deve essere stato il corpo, l'esperienza nel mondo. [...] *Credo che gli effetti siano anche su test standard perché se uno ha avuto modo di esperire e poi anche di ragionarci sopra, e di intellettualizzare sopra tramite anche una discussione con l'insegnante credo che impari meglio, secondo me. Mi sembra che funzioni, non ho risultati da indagini fatte così. Poi un po' di letteratura lo sostiene, insomma*".

S: "*Sicuramente senza la manipolazione i bambini non riescono a raggiungere i concetti astratti. L' astrazione sennò resta solo aleatoria* [...] *Le prove standardizzate non sono mai l'attuazione di una formula imparata a memoria, quindi devono attivare il ragionamento e quello si attiva solamente se hai già fatto esperienze similari e ti sei messo in gioco. Quindi sicuramente se non c'è la parte fisica i risultati nei test INVALSI sono bassi*".

G: "[...] *si va in una spetto più profondo con il passaggio dal corpo e quindi proprio ad un livello metacognitivo del bambino, che poi riesce a sfruttarlo in tutte le prove, in qualsiasi prova".*

MM: "Questi bambini hanno fatto didattica a distanza dalla prima, e il calo è stato drastico rispetto a quello che era la mia autovalutazione del lavoro svolto. Non ho potuto proporre tutte le esperienze che avevo sempre proposto e quindi secondo me questo ha influito".

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 5 **– Difficoltà, limiti e strategie**

a) Se le proponete in classe, quali sono le principali difficoltà che incontrate?

Le principali difficoltà incontrate sono i tempi lunghi e la gestione della classe, legate anche alle pressioni esterne dei genitori che hanno una idea differente di quello che dovrebbe essere una lezione di matematica. Per superare questa difficoltà hanno provato a coinvolgere i genitori mostrando il modo di lavorare in classe, per superare la difficoltà della gestione della classe è utile avere un insegnante in compresenza e con la confusione si può imparare a convivere.

- S: Individua due difficoltà, la difficoltà con la gestione della classe *"perché non c'è mai silenzio"*. Difficoltà con i genitori perché: *"Difficoltà con i* genitori perché: *'Cavolo, non scrivete mai nulla sul quaderno' "*
- E: Individua come principale difficoltà i tempi richiesti da una didattica di questo tipo e secondariamente la gestione della classe: *"Lavorando in questo modo c'è baccano, confusione e anche I tempi a volte non sono proprio così.. Le colleghe classiche- lezione frontale e spiegazioni- loro fanno. Invece io vado molto lenta, faccio anche molto meno perché ho tempi più lunghi. Pazienza."*
- I: Condivide la preoccupazione dei tempi ma afferma che con una gestione delle ore più flessibile è meno complesso affrontare una simile didattica: *"Anche io denoto che lavorare in questo modo richiede più tempo, però sono stata fortunata perché essendo insegnante prevalente posso giostrarmi meglio, invece prima magari nel mezzo di una scoperta, con le due ore a disposizione, dovevamo interrompere".*
- P: Ritiene che l'assillo del tempo sia principalmente un assillo per i genitori che fanno confronti con le altre classi,

b) **Che strategie avete messo in campo per superare le difficoltà incontrate?**

- S: *"Con la confusione abbiamo imparato a convivere. Per la questione dei genitori, ho proposto un laboratorio con i genitori e lavorato con loro come con i bambini e poi sono stata accettata"*.
- I: *"A volte il rumore da fastidio ai colleghi e allora ci blindiamo con le porte sennò facciamo l'escape room, quando c'è l'insegnante di sostegno, e chi ha finito prima come premio va a giocare con lei che sorveglia".*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 5 **: Difficoltà, limiti e necessità**

P: *"La questione dei tempi è una di quella che mi assilla di più o che assilla di più i genitori dei bambini. Io son o il maestro dei tempi lunghi, lunghissimi però 'non si riesce mai a finire il programma'- che è una di quelle cose che mi fa venire la pelle d'oca. Il programma non esiste semplicemente perché rispondo a esigenze e all'esperienza dei bambini. Quindi i tempi lunghi sono un problema con le famiglie perché c'è il confronto con le altre scuole".*

Aneddoto: *"Una volta ripassavamo in quinta il perimetro del quadrato e una mamma da fuori ha urlato 'ma loro sono già al cerchio e noi siamo sempre al quadrato', e la mia risposta è stata 'voi siete quadrati, noi siamo cerchi'. In realtà, stavamo facendo cose sulle figure inscritte e circoscritte senza parlare espressamente di cerchio."*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 6 **– Osservazioni dopo a restituzione**

MB: *"Mi sembra che non siamo insegnanti di primo pelo a parte P, volevo sapere se avete trovato differenze perché io noto differenza con i giovani insegnanti di scuola primaria ".*

I: *"Sarebbe utile coinvolgere anche la scuola dell'infanzia, che solitamente sono un po' trascurate"*.

5.2.2.1.2. Report 2°Focus group insegnanti di matematica di scuola primaria

2°Focus group insegnanti di matematica di scuola primaria

Organizzazione progetto di ricerca	LUMSA - ACU
Data e ora del Focus group	26 Gennaio 2022_ [17:30 – 18:30]
Luogo virtuale	Stanza personale Zoom di Alessandra Boscolo
Numero di partecipanti	8 partecipanti

Conduttore / moderatore	Alessandra Boscolo
Osservatore / Co-conduttore	Francesca Fioretti

Breve descrizione dei partecipanti

Tutti i partecipanti sono insegnanti italiani di matematica in servizio nella scuola primaria di diverse parti di Italia.

1. **Partecipante 1: CC.** Bisceglie, provincia di Bari, insegna in una scuola senza zaino, in una IV primaria.
2. **Partecipante 2: DM.** Imola, insegna in una IV primaria, insegna matematica da 7 anni.
3. **Partecipante 3: GI.** Piacenza, insegnante specialista di matematica dalla I alla V in parallelo, da 10 anni.
4. **Partecipante 4: GM.** Matera, insegna in una classe II in un IC, esperienza di 5 anni all'infanzia prima di passare alla primaria 2 anni fa.
5. **Partecipante 5: EU.** Provincia tra Lodi e Piacenza, insegna in una scuola molto piccola.
6. **Partecipante 6: GB.** Sesto fiorentino, insegna ad una classe III, da 35 anni insegnante di matematica.
7. **Partecipante 7: AR.** Perugia, insegnante di matematica da 25 anni, insegnante prevalente in IV in una scuola che ha la sperimentazione dell'insegnante prevalente.
8. **Partecipante 8: K.** Bari, insegna in una III primaria, è stata itinerante nelle scuole e tra discipline, ed è specializzata nel sostegno.

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 1: **Idee sulla matematica**

4. Che cos'è per te la matematica? Quale è la tua descrizione in una parola, in una frase?
Le principali parole alle quali hanno fatto riferimento gli intervistati per descrivere la matematica sono state creatività, bellezza e relazione, come anche curiosità e scoperta, per la conoscenza e interpretazione del mondo. Infine, hanno identificato anche la matematica con il pensiero critico e capacità di affrontare sfide e problemi.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 1 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

CC: "Creatività e bellezza".

DM: "Pensiero critico e bellezza, soprattutto la geometria è bellezza pura".

GI: "Creatività , connessione alla realtà ed anche etica: collegare la matematica al mondo".

GM: "Curiosità e scoperta. Insegnando all'infanzia ho avuto conferma che per insegnare la matematica bisogna creare curiosità nei bambini perché la matematica è ovunque nel mondo: nella natura, nella musica, nelle lingue"[…] "i miei bambini hanno sviluppato capacità di problem solving perché tutto viene posto con domande stimolo prima di affrontare un qualunque argomento."

EU: "Relazione, inteso in senso ampio anche tra gli individui, ovvero nell'accezione più di relazione umana".

GB: "Un modo per conoscere il mondo e interpretarlo".

AR: "Un alfabeto che ci permette di interpretare il mondo che ci circonda".

K: "Sapersela cavare, saper stare al mondo, saper affrontare tutto".

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 2: Feedback sul questionario

a) Vi chiedo di tornare con la memoria a quando avete compilato il questionario: l'argomento del questionario vi è sembrato familiare o qualcosa di molto distante dalla vostra pratica scolastica?

Il questionario è apparso familiare, piacevole e in linea con la pratica didattica. Ha permesso di riflettere sul proprio insegnamento. Gli intervistati ipotizzano che lo sia meno negli ordini superiori dove lo riterrebbero comunque importante. Hanno focalizzato l'attenzione sugli aspetti di un approccio che prevede l'esperienza del concreto prima dell'astrazione e sul ruolo dell'insegnante come facilitatore, non sul ruolo del corpo e del movimento.

- EU: Il questionario le è apparso concreto, simile all'esperienza universitaria dei laboratori. Lo ha compilato con facilità, le è risultato piacevole ed è stato un modo per ripensare al suo agire. Non ricorda però per i contenuti perché compilato molto tempo prima, *"ma ho ben chiaro questo aspetto pratico e concreto che è stato caratterizzante"*.
- CC: Condivide quanto ha detto EU: è stato piacevole farlo e le ha permesso di riflettere sulla propria pratica didattica: segue un corso sul problem solving matematico ed ha ritrovato una connessione tra il questionario e i pensieri/riflessioni che ha maturato durante la sua carriera; non ricorda gli argomenti del questionario –*"ricordo che si parlava anche di problem solving"*- *"la sensazione è che fosse un questionario metacognitivo"*.
- DM: lo trova in continuità con il lavoro di formazione che fa da qualche anno: le colleghe più giovani si riferiscono ai laboratori e agli anni di prova, lei a corsi di formazione specifici che affrontano gli stessi argomenti, in particolare all'idea di affrontare l'apprendimento della matematica facendo conseguire il momento dell'astrazione a quello dell'esperienza concreta. *"L'ho trovato semplice e aderente a quello che penso io sul fare matematica".*
- GI: conferma il fatto che la compilazione è stata piacevole. Si identifica in molti aspetti del questionario, si ricorda poco ma ricorda l'aspetto dell'insegnante dinamico e facilitatore, il discorso della concretezza, quindi tanti aspetti che si legano al suo modo di vedere la matematica e che sta coltivando. In più dice che la scuola primaria è entrata in quest'ottica di lezione laboratoriale, dinamica, abbandonando la lezione frontale e usando metodologie ponderate sulla base della classe ha dei dubbi sugli ordini successivi: nel dialogo con insegnanti o bambini che ora sono alle medie ritrova il fatto che incontrano una matematica procedurale e ipotizza che lì nasca l'odio per la matematica. Non è semplice ma *"la modalità dinamica aiuta la motivazione, che ha una piacevolezza che si perde se la lezione rimane frontale, solo concetto."*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 2 (estratti dagli interventi dei partecipanti) : Feedback sul questionario

CC: "la sensazione è che fosse un questionario metacognitivo"

DM: "far si che la matematica non sia pensata come un insieme di regole, da ricordare, procedure da seguire pedissequamente ma come un insieme di passaggi, di step, di ragionamenti ma soprattutto manipolazione e creatività – non artistica, bensì di attività di conoscenza – e mi sembra che nel questionario ci fossero passaggi legati al fatto di affrontare le cose prima nel concreto e poi trasferire su carta, ed è un aspetto fondamentale alla primaria, ma credo che anche alla secondaria sarebbe essenziale affiancare la parte teorica astratta con un passaggio di immersione nella realtà"

GI: la modalità dinamica aiuta la motivazione, che si perde se la lezione rimane frontale.

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 3 : Esperienze proposte in classe

1. **L'oggetto principale del questionario sono le <u>attività di apprendimento laboratoriale, nelle quali gli studenti sono coinvolti con la loro percezione e movimento</u>, potete farmi degli esempi in riferimento a un'esperienza che avete sperimentato in classe o visto sperimentare che ritenete, per esempio, particolarmente significativa?**

Parlando di attività principalmente per la misura e per l'aritmetica effettuate con l'uso dell'intero corpo. Vengono anche menzionate esperienze di drammatizzazione dei problemi (sezione successiva). Qualcuno dichiara di affrontare ogni argomento con percorsi che iniziano con attività concrete ed esperienziali, sfruttando molto gli spazi delle palestre. Sembrano essere guidati o da formazioni specifiche o dalle esigenze che seguono anche l'interesse e le inclinazioni degli studenti.

Come attività con la tecnologia viene menzionato il coding, unplagged e attraverso la programmazione di robot.

- **EU:** le viene in mente una cosa fatta in III per le tabelline, ogni venerdì tiene un laboratorio sulle tabelline e sul ragionamento sotteso al raggiungimento del risultato facendo uso degli schieramenti e del pop-it, del domino delle tabelline, dei tappi, o giocando con un forza 4 delle tabelline. Ripensando al suo percorso da studentessa quanto propone è molto lontano dalla sua esperienza, lo ha approfondito con studi di specializzazione e poi sperimentato da insegnante.

Perché hai deciso di sperimentare questa cosa?

- **EU:** Lo strumento del Pop-it che era portato in classe dagli studenti li distraeva, parlando con la collega hanno capito che poteva avere un potenziale e quindi hanno elaborato una progettazione*: "un bambino lo ha portato 10x10 e da lì si è accesa la lampadina per l'attività da proporre"*.
- **AR:** Prima della pandemia, ha fatto un progetto di matematica con il corpo in I e II:
  - lavoro in palestra per le addizioni sulla linea dei numeri (salti per capire cosa vuol dire contare in avanti); oppure il gioco del passo del gambero per il conto all'indietro (più complesso per gli studenti), "per *aiutarli nell'acquisizione di quelli che sono i prerequisiti della matematica".*
  - Così anche l'approccio alla divisione: dividere in squadre da 4 il gruppo di 20 compagni fa capire concretamente.
- **K:** Attività sul misurare: Per capire il concetto di misurare hanno misurato le stanze con la spanna, il braccio, il piede, la gamba e in classe abbiamo fatto i travasi con l'acqua per arrivare alle unità di misura convenzionali e uguali per tutti
- **GB:** *"Tutta la nostra matematica è con il corpo",* fa parte del CIDI di Firenze e tutti i percorsi che portano avanti iniziano da un'esperienza concreta:
  - In I primaria gioco dell'oca costruito di stoffa molto lungo (nell'ordine dei metri): i bambini con un dado fanno i salti in avanti.
  - Un piano cartesiano, tipo tappeto, su cui i bambini si muovono con i piedi.
  - Nella pratica didattica tutti i giochi in palestra. Ad esempio, rappresentano la frazione come operatore, "*non per presentarlo ma per fare esercitazione",* utilizzando i cerchi per fare un percorso: su 8 cerchi 3 passi rappresentano 3/8.

2. **Fate anche uso di tecnologie o manipolativi virtuali? Che differenza c'è? / Perché si/ perché no?**

- **CC:** è insegnante anche di tecnologia, ha partecipato a ottobre a un *codi-trip* del prof Bogliolo (viaggio virtuale al salone del libro di Torino) : percorso di coding unplagged facendo per terra le caselle con lo scotch.
  - In I primaria ha fatto percorsi reticolati con robot che i bambini programmavano.

  Condivide ciò che hanno detto le colleghe: "*ciò che i bambini apprendono con il corpo lo ricordano infinitamente meglio e con più cognizione di causa, rispetto alle attività che fanno in classe pontificando dalla cattedra"*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 3 **(estratti dagli interventi dei partecipanti) :**

Esperienze proposte in classe
AR: "quella esperienza vissuta con il corpo arrivati in classe la riportavamo, la verbalizzavano e dalla verbalizzazione che scrivevamo, così passavamo poi effettivamente all'operazione matematica". *CC: ciò che i bambini apprendono con il corpo lo ricordano infinitamente meglio e con più cognizione di causa, rispetto alle attività che fanno in classe pontificando dalla cattedra"*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 4 - **è importante coinvolgere il corpo e il movimento degli studenti in classe? Perchè?**

1. **Pensate che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti sia importante per sviluppare l'apprendimento della matematica? Perché? (Livello formativo, motivazionale, di inclusione ecc.)**

Ritengono il coinvolgimento motorio degli studenti in attività laboratoriali importante per aiutare la comprensione dei concetti fondamentali, introducendo il pensiero astratto sulla base dell'esperienza del concreto, rispettando cioè il naturale sviluppo cognitivo. Oltre a questo, lo ritengono utile per avvicinare alla risoluzione dei problemi ed eliminare il blocco emotivo che genera talvolta l'approccio alla comprensione dei problemi, promuovendo invece emozioni positive e un contesto di realtà che motiva gli studenti ad affrontare la disciplina. Infine, sono utili per sviluppare un linguaggio tecnico specialistico della disciplina, riempiendo di senso terminologie tramite un ancoraggio alla concretezza.

Mentre un insegnante dichiara di essere sollevata dall'introduzione del nuovo sistema di valutazione che permette, con giudizi descrittivi, di valutare queste attività senza le difficoltà di una valutazione tradizionale, altri ritengono che gli effetti positivi dell'introduzione di queste attività possano essere riscontrati anche nelle prove standardizzate, sia per l'acquisizione di contenuti e l'attivazione cognitiva, che per un atteggiamento positivo nei confronti della prova. Questi ultimi supportano le argomentazioni con esempi di evidenze riscontrate nella pratica.

- DM: risponde alla domanda precedente e a questa nello stesso modo. Ultimamente non ha svolto attività in palestra per il Covid, però usa molto il manipolativo: tappi, oggetti, Tangram ecc.
  - Il corpo è importante in particolare nella comprensione del valore posizionale, soprattutto il passaggio decine-centinaia, e per sviscerare il tema cifre-numeri.
  - Effettua anche la drammatizzazione delle situazioni problematiche, poiché "*anche costruendo dei problemi molto aderenti alla loro realtà, non come si facevano ai miei tempi 'il contadino..', ma pensate per loro, non riescono assolutamente a far combaciare il problema con la situazione reale per cui la simulano".* Fanno un piccolo gioco di ruolo dove si simula la situazione. *"Con queste piccole scenette evitiamo lo scollamento della soluzione che gli viene proposta e la loro esperienza reale. Abbiamo quindi anche iniziato a formulare piccoli problemi di realtà e questa attività ha funzionato".*

Ha funzionato in che termini?

DM: *"Cominciano a non avere più paura di non comprendere ciò che viene chiesto dal problema perché c'è la comprensione del testo* [...] *ma chiudiamo gli occhi e immaginiamo la situazione* [...] *immaginiamoci di essere noi i protagonisti del problema e immaginiamo di svolgere realmente quell'azione: a quel punto il processo risolutivo anche se non è corretto diventa possibile e non si spaventano più nell'affrontarlo."*

- GM: sostiene che imparare con il corpo è fondamentale perché dobbiamo rispettare il processo di sviluppo cognitivo del bambino, che ha un pensiero concreto e non ha senso spiegargli in modo astratto.
  - Per il valore posizionale delle cifre hanno fatto delle casette per le unità le decine e le centinaia per fargli comprendere che più di 9 dentro non ci stavano.

E stessa cosa per la drammatizzazione, fanno fatica se l’argomento lo sentono distante. Organizzare i concetti collegandosi alla loro esperienza gli permette di comprenderli meglio, in fase di comprensione, e di ricordarli meglio e quindi di richiamarli quando servono in modo più facile, proprio perché sono strettamente connessi alla loro esperienza oltre che al corpo: questo è “*l’unico modo, soprattutto per i bambini fino ai 7 o 8 anni, per insegnare la matematica perché altrimenti diventa una cosa troppo lontana da loro e non ha senso”.*

2. **Secondo voi vi sono anche risultati verificabili in test standardizzati per l’efficacia nell’uso di questi approcci?**
   - **GI:** *“L’apprendimento in questo modo viene interiorizzato in modo diverso. Anche io faccio tutte le cose che fanno i colleghi. Ma c’è anche il lessico nella matematica che è fondamentale. Io faccio una attività dove il crescente/decrescente diventa sacco pieno sacco vuoto e i bambini si mettono a farlo da soli a ricreazione, e intanto diventa naturale parlare in questo modo. Quindi, sicuramente: vivere la matematica per quella che è la sua concretezza ma anche entrare nel lessico specifico della disciplina. E questo lo fai col corpo. Anche precedente e successivo, in prima, con un’attività dove l’insegnante conduce come regista e diventa dissonante, ovvero agisce in modo diverso dai comandi che fa, e i bambini devono essere attenti e registrarlo, e quindi si allena l’attenzione, il concetto di precedente e successivo e il discorso di andare indietro. Con il gioco quindi si può usare anche il linguaggio teorico in età abbastanza precoce perché non è più un linguaggio tecnico astratto ma qualcosa che conoscono”. “Per i più grandi, integriamo la musica, uso del rap ad esempio per le equivalenze: se salgo moltiplico, se scendo divido per ricreare con il corpo l’esperienza”. O anche affrontare il concetto di divisione decimale per 10, 100, 1000: cosa finisce quando finisce il numero e la virgola va nel vuoto? Dobbiamo ricordarci di mettere lo 0: hanno fatto un rap per ricordarselo. In questo modo, collegando anche suoni, ti ricordi di più, ci sono stili cognitivi differenti e legando insieme la musica, il ballo è possibile rendere tutto più facile”*.
   - **EU:** è sollevata dall’abolizione del voto alla scuola primaria, si è sentita più tranquilla e tutte queste attività che stiamo dicendo possono essere valutate attraverso un giudizio descrittivo (mentre non potevano essere valutate con un voto oggettivo). Inoltre possono essere valutati una serie di aspetti attraverso un giudizio descrittivo che una prova e una scheda non permette di rilevare. Concorda su tutte le proposte di movimento del corpo, e in particolare le attività legate alla realtà che fanno stare bene i bambini, provocano nel bambino pensieri positivi che li motiva a approcciare nuovamente i problemi matematici in quest’ottica, e crede che questa sia una chiave vincente.
   - **GM:** crede nei risultati come performance nelle prove. Porta un esempio: per addizioni e sottrazioni ha effettuato un progetto proponendo una attività con un gioco di carte e con il gioco del mercato. Con altri classi che hanno tempo ridotto, è venuto fuori che la performance dei bambini che avevano giocato con queste operazioni erano migliori rispetto al gruppo di controllo. Ritiene che un modo per valutare sperimentalmente può essere quello di fare un confronto tra GS e GC.
   - **CC:** Anche nella sua scuola sperimentano con corpo, gioco e manipolazione concreta, e nel momento in cui hanno affrontato le prove ACMT i ragazzi sono riusciti a fare bene e anche abbastanza facilmente, senza il terrore della verifica.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 4 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

DM: *“anche costruendo problemi aderenti alla loro realtà, pensate per loro, non riescono assolutamente a far combaciare il problema con la situazione reale quindi la simulano [...] immaginiamoci di essere noi i protagonisti del problema e immaginiamo di svolgere quell’azione: così il processo risolutivo anche se non è corretto diventa possibile e non si spaventano più nell’affrontarlo”.*

GM: *“*[in riferimento all’apprendimento della matematica con il corpo] *l’unico modo per insegnare la matematica perché altrimenti diventa una cosa troppo lontana da loro e non ha senso”*

GI: *“Ma c’è anche il lessico nella matematica che è fondamentale [..] Quindi, sicuramente: vivere la matematica per quella che è la sua concretezza ma anche entrare nel lessico specifico della disciplina. E questo lo fai col corpo.[..]. Con* *il gioco quindi si può usare anche il linguaggio teorico in età abbastanza precoce perché non è più un linguaggio tecnico astratto ma qualcosa che conoscono".*

GI: "In questo modo, collegando anche suoni, ti ricordi di più, ci sono stili cognitivi differenti e legando insieme la musica, il ballo è possibile rendere tutto più facile".

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 5 – **Difficoltà, limiti e strategie**

1. Se le proponete in classe, quali sono le principali difficoltà che incontrate?
   Stando alla discussione, sono emerse queste due difficoltà:
   - EU: dare una votazione per come era concepita la votazione fino ad ora
   - GI: tempo richiesto

   Quali altre difficoltà si incontrano? E quali strategie per superarle?

Le difficoltà menzionate dagli insegnanti riguardano: la difficoltà nell'osservazione e più in generale nella valutazione delle attività (risultano molto sollevati dall'introduzione del nuovo sistema di valutazione). A tale proposito richiamano il bisogno di ore di compresenza, di personale che aiuti durante lo svolgimento delle attività. Questo, in generale sarebbe necessario anche per attutire un'altra delle principali limitazioni individuate, che risulta essere la logistica nella gestione di classi numerose, dovendo occuparsi dell'intera gestione di tutti gli aspetti dell'attività, e la presenza di risorse adeguate. In particolare risulta complicato gestire le differenze interne alla classe se vi è scarsa uniformità negli alunni, infatti si creano tempi di attesa difficili da gestire. Un'insegnante a tal proposito propone di promuovere il lavoro in gruppi ben pensati in fase di progettazione dall'insegnante. Infine gli insegnanti menzionano anche la limitazione del tempo che tali attività richiedono e dell'ingerenza dei genitori, suggerendo per quest'ultima possibili soluzioni: la condivisione della programmazione e delle attività svolte, facendo provare i laboratori stessi ai genitori e la condivisione dei materiali sulla classroom.

- CC: i genitori: il problema è ciò che i genitori pensano che debba essere insegnato in matematica. *"L'ingerenza dei genitori è una difficoltà",* si è sentita dire: "Eh ma tu non hai fatto questo". *[..] Io ho proposto il calcolo mentale ragionato che fa capire meglio la semantica delle operazioni e serve maggiormente alla scuola media invece del calcolo in colonna e spesso ai ragazzi a casa viene proposto quello in colonna"* (soprattutto dopo la DAD molti ragazzi non ricordavano il calcolo mentale perché in casa facevano calcolo in colonna). Alla fine ha proposto entrambi i metodi e ho detto di scegliere: "*più attrezzi avete nella cassettina più riuscite a risolvere le cose"*
- EU: Ha pochi alunni in classe, quindi ritiene di essere in una situazione favorevole ma, rispetto alla questione dei genitori, hanno usato questo stratagemma che ha funzionato: coinvolgimento (ad inizio anno, comunicazione e tentativo di essere aperte e disponibili a ogni domanda) e pubblicazione su classroom del materiale. Un'altra difficoltà evidenziata è quella di essere da soli in classe e riuscire a fare tutto *"perché allo stesso tempo devi organizzare lo spazio, preparare i materiali, gestire l'attività, osservare i ragazzi e a questo non ho trovato la soluzione*".

E di cosa avreste bisogno?

- EU: *"di un supporto competente e non persone o affiancamenti con persone che non sanno cosa fare"*. Spesso si affiancano tra colleghe oltre l'orario di lavoro.
- DM: Sulla questione delle ingerenze esterne, che possono essere i genitori e i confronti che i bambini stessi fanno con alcuni loro amici, per superare la difficoltà, nelle classi prime, coinvolgono le famiglie. Preferiscono che i bambini non facciano i compiti a casa piuttosto che fare la lezione con i genitori e utilizzare il metodo dei genitori, che è differente da quello che fanno a scuola *"e non possiamo pretendere che i genitori lo reimparino"* (Ad esempio, da poco ha effettuato un percorso della matematica nella storia, un percorso che hanno dovuto reimparare anche le insegnanti perché è un metodo nuovo). Questa soluzione per ora sta funzionando abbastanza. Un problema serio è la logistica: con 25 bambini nelle aule non ci si muove, ci vorrebbero stanze-laboratorio e sarebbe

utilissimo poter dividere le classi facendo attività diverse (ad esempio metà in classe a fare un'attività più esecutiva e l'altra metà fuori a fare una attività più fisica, manipolativa, e poi invertire). "*Però ci vuole una persona che condivida la metodologia, che sia disponibile e che possa supportarti al di là di quello che è lo specifico ruolo*". Ultima difficoltà, non superata è l'osservazione: è complesso far fare l'attività, osservarla e registrarla in un tempo congruo, *"se registrassi non avrei tempo per rivederle e se non mi appunto qualcosa dopo non mi ricordo, quindi faccio dei brutti diari di bordo. Se qualcuno avesse idee le ascolterei volentieri."*

- **GI:** Il tempo, probabilmente per la specificità della scuola dove lei fa solo matematica e ha solo 6 ore a settimana. Altro punto critico è l'osservazione: "*volendo fare un certo tipo di didattica la compresenza è fondamentale*", poi magari riescono lo stesso perché - citando un convegno svolto a Piacenza - si sta *"a scuola con i superpoteri"* ovvero con fatiche disumane "*ma lo facciamo perché è un credo, va al di là di quello che è il ruolo e delle risorse messe a disposizione dalla scuola*". Non ci sono risorse nella scuola e quindi non ci sono i materiali. Ad esempio, quando fa un'attività che prevede la simulazione di una compravendita, porta lei cianfrusaglie e richiede la collaborazione delle famiglie. Quindi individua 3 aspetti critici: poco tempo, poche risorse, e anche se la scuola si dipinge come innovativa "*devi fare l'artigiano-artista in una solitudine di risorse e di presenza*".
- **GB:** Conferma tutte le difficoltà. Quella dell'osservazione è davvero forte, per cui risulta molto sollevata della nuova valutazione con giudizi descrittivi seppure il problema dell'osservazione resta importante, e non ha trovato soluzione. Una ulteriore difficoltà vissuta: nelle classi numerose per fare queste attività c'è bisogno di un tempo di attesa per le attività (un piccolo gruppo fa una cosa e gli altri devono guardare) e questo crea difficoltà di gestione. Un altro problema che si presenza sono le differenza nel gruppo classe: ci sono bambini che hanno acquisito i concetti e altri che invece dovrebbero tornare sugli argomenti rifacendo le attività, quindi c'è la difficoltà di bilanciare e modellare le attività su tutti i livelli della classe.
- **K:** (rispondendo a GB) Una strategia che questa insegnante utilizza è lavorare in gruppi, dove ogni gruppo fa attività diverse. I gruppi sono pensati prima le combinazioni sono fatte in base al livello, alle personalità e al compito che i ragazzi dovranno svolgere. Per il resto condivide le altre difficoltà.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 5 : **Difficoltà, limiti e necessità**

GI: *"devi fare l'artigiano-artista in una solitudine di risorse e di presenza"*

GI: *"Grazie a voi per questa opportunità per riflettere sulla nostra professione e comunque i nostri migliori assistenti sono gli studenti stessi, se non ci fossero loro a supportarti in questo nostro progetto non andremmo avanti."*

5.2.2.2. Scuola secondaria di grado I

Tra gli intervistati appartenenti alla scuola secondaria di primo grado, incontriamo un buon numero di insegnanti non matematici, principalmente laureati in materie scientifiche come Biologia e Scienze Naturali.

Le visioni della matematica degli insegnanti risultano essere, per alcuni, legate all'ordine, alla logica, alla razionalità e al pensiero critico mentre, per altri, alla scoperta, l'esplorazione e la connessione con la realtà e con le altre scienze. Altri ancora evidenziano gli aspetti legati alla fantasia e alla creatività della disciplina.

Il questionario è apparso mediamente familiare agli insegnanti del primo gruppo, che sottolineano di averlo trovato non retorico e di avere trovato spazio per l'interpretazione personale. Tra gli insegnanti del secondo gruppo sono presenti invece un buon numero di insegnanti con poca familiarità rispetto a questi approcci didattici, per quanto incuriositi e interessati all'argomento. Peraltro, un insegnante ha affermato di avere percepito il questionario, in alcune parti, più affine a un insegnamento rivolto alla scuola primaria ed altri insegnanti hanno invece espresso di aver trovato spunti e riflettuto su strategie che possono mettere in campo nella propria didattica, che non avevano mai preso in considerazione prima della compilazione.

Frequentemente, gli insegnanti di questo secondo gruppo indicano di proporre attività laboratoriali con oggetti da manipolare, più raramente con un focus sul coinvolgimento del corpo e del movimento. Inoltre, più di un insegnante indica di effettuare attività simili in altre discipline, come nelle scienze o nella fisica, piuttosto che in matematica. Qualcuno fa riferimento al coinvolgimento corporeo, soprattutto in attività sulla misura o relative alla fisica, o alle proporzioni nel corpo (uomo vitruviano), mentre i riferimenti all’algebra e alla geometria che prevedono il movimento dell’intero corpo provengono dall’unico insegnante del Liceo presente nell’intervista. Molti più sono i riferimenti agli oggetti manipolativi, sia strutturati sia creati dagli insegnanti o dagli studenti a partire da materiali di uso quotidiano, soprattutto per l’insegnamento della geometria, in particolare per studiare le proprietà degli enti geometrici e destabilizzare le fissità funzionali degli studenti.

Gli esempi di attività proposte dal primo gruppo spaziano invece dalla realizzazione di grandi opere (ad esempio un giardino pensile), o altre attività che prevedono il coinvolgimento dell’intero corpo, fino ad attività che prevedono la manipolazione di oggetti (materiale della vita quotidiana o strutturato), anche in questo caso soprattutto per la geometria.

Rispetto all’utilizzo delle tecnologie, in entrambi i gruppi viene fatto riferimento all’uso di device per effettuare misurazioni e rilevazioni, robottini da programmare o applicazioni di Geogebra, viene comunque sottolineate la priorità che hanno gli aspetti dell’esperienza di manipolazione fisica rispetto a quella virtuale. Gli argomenti coinvolti sembrano essere principalmente geometrici o legati alla misura, ma anche aritmetici o algebrici e in modo minore legati al pensiero computazionale. Gli insegnanti trovano complessivamente molto attrattivi per gli studenti la proposta di attività che riguardano i cosiddetti *compiti di realtà*.

Viene evidenziato inoltre come spesso le attività proposte sono pensate in risposta a specifiche difficoltà degli studenti. In particolare, emergono nella discussione alcune differenze nel ruolo che viene attribuito alla proposta delle attività: come introduzione iniziale agli argomenti, per alcuni, o come applicazione della teoria, per altri, seguendo una visione dell’insegnamento più trasmissiva o più costruttiva. Un insegnante afferma di avere modificato la sua prospettiva andando verso strategie didattiche del secondo tipo grazie, ad esempio, alla formazione nei corsi professionalizzanti (TFA).

Riguardo all’importanza delle attività, le opinioni degli insegnanti si presentano di varia natura, sia nelle motivazioni che giustificano l’importanza della loro introduzione, sia nel grado di convinzione rispetto all’efficacia didattica per tutti gli studenti.

Da parte di alcuni insegnanti viene attribuita importanza all’introduzione delle attività ABM in voce del maggiore apprendimento che può generarsi durante lo svolgimento di attività ludiche, sfidanti e divertenti, che va ad incidere, tra le altre cose, sulla disposizione emotiva e sull’interesse degli studenti verso la materia. Un altro insegnante mette l’accento sul piacere che hanno i ragazzi in questa fascia d’età nel muoversi e l’importanza che ha il movimento anche, ad esempio, per l’orientamento spaziale. Inoltre, viene evidenziato l’effetto positivo di proporre una varietà di strategie didattiche in classe; l’introduzione delle attività ABM, da questa prospettiva, risulta quindi avere ripercussioni positive anche sui momenti di didattica frontale. Per altro, tale variabilità nella proposta didattica sembra necessaria ad alcuni intervistati, in quanto risponde alla necessità di coinvolgere studenti con stili cognitivi differenti: ad esempio, l’introduzione di attività ABM si pensa che porti a favorire l’apprendimento degli studenti che hanno uno stile cognitivo che predilige esperienze di movimento. In generale, da buona parte dei rispondenti, tali attività sono ritenute inclusive nei confronti degli studenti considerati più fragili. In particolare, viene riconosciuto a queste proposte il ruolo di facilitare l’accesso al pensiero astratto, conseguente al coinvolgimento corporeo e all’esperienza concreta, e per favorire l’argomentazione. Infine, gli intervistati hanno fatto riferimento a un maggiore radicamento di quanto appreso e una facilità di memorizzazione quando sono coinvolti più sensi durante l’apprendimento. Tuttavia, rispetto alla scuola primaria, viene enfatizzato in modo minore il ruolo di esperienze sensori-motorie come radici cognitive alle quali ancorare i significati matematici.

Anche rispetto a questo ordine scolastico, uno dei principali problemi individuati dagli insegnanti relativamente alla proposta delle attività ABM è il tempo necessario per la preparazione e per la realizzazione dell’attività. Diversi insegnanti del secondo focus group hanno dichiarato di cercare di ovviare alla restrizione del poco tempo disponibile realizzando attività strutturate o semi-strutturate, preparando il materiale in anticipo. Il tempo prolungato viene inoltre considerato facilitante per la proposta di tali attività.

Un’altra difficoltà individuata è la gestione della classe. In particolare, l’efficacia della proposta è ritenuta variabile in dipendenza della composizione delle classi. In alcune classi, infatti, si ritiene che la proposta non venga accolta da parte degli studenti come un’opportunità di apprendimento, incontrando difficoltà nella gestione degli studenti da un punto di vista disciplinare. Si ritiene che ciò accada, in modo un po’ paradossale, soprattutto all’interno delle classi che potrebbero giovare maggiormente di un approccio simile alla didattica (dove, ad esempio, sono presenti in numero maggiore gli studenti più fragili). Più in generale, si ritiene particolarmente complesso gestire come singolo insegnante tutte le componenti che riguardano la proposta dell’attività. In risposta a questa difficoltà, viene evidenziata l’esigenza di avere un affiancamento durante le attività. Oltre a una collaborazione nelle ore di didattica frontale viene evidenziata anche l’esigenza di collaborare con uno scambio di idee con i colleghi all’interno della scuola, magari con ore specifiche dedicate alla programmazione, poiché per molti non risulta sempre facile trovare idee per proporre attività opportune per trattare gli argomenti del programma.

Le principali difficoltà evidenziate da un punto di vista delle potenzialità di apprendimento riguardano il trasferimento di quanto appreso durante l’esperienza in conoscenza teorica da riapplicare in nuovi contesti e in una valutazione standard. Questa si lega fortemente a una problematicità riscontrata dagli insegnanti nel mancato consolidamento di quanto appreso da parte degli studenti, e nell’interiorizzazione da parte soprattutto di quelli considerati più fragili. Per superare queste difficoltà, alcuni insegnanti hanno introdotto, al termine delle attività, alcune lezioni di discussione di gruppo per la risoluzione di problemi che trattano l’argomento affrontato. Attribuiscono per altro un forte valore all’interazione tra pari nel supportarsi nell’apprendimento, propongono quindi di favorire il lavoro in gruppi eterogenei, ed hanno altresì menzionato il particolare focus sull’attenzione che è necessario tenere verso l’utilizzo di un linguaggio adeguato per comunicare con gli studenti.

Gli insegnanti nutrono inoltre perplessità sulla fruizione delle attività da parte degli studenti più bravi, che gioverebbero maggiormente di attività nelle quali si lavora ad un livello più astratto e nelle quali è possibile procedere in modo più spedito. Da un insegnante viene sollevata anche la potenziale difficoltà che possono avere gli studenti nel mettersi in gioco con il proprio corpo, e viene inoltre evidenziata una scarsa manualità degli studenti e una percezione spaziale poco educata nelle nuove generazioni che è di ostacolo all’apprendimento. Se questo, da un lato, dimostra la necessità di proporre attività ABM, dall’altro definisce ulteriori ostacoli che possono essere incontrati durante l’attività da parte degli studenti. In ultimo, secondo alcuni insegnanti, il confronto con i libri di testo, che si presentano in massima parte lontani da questi approcci didattici e dagli obiettivi d’apprendimento ai quali mirano, è di ostacolo all’attribuire il giusto rilievo a queste proposte. Da parte di alcuni intervistati, anche le prove comuni sono state individuate come un limite, forzando la valutazione verso certe tipologie di prove che presentano esercizi per i quali il lavoro proposto con queste attività non viene ritenuto essere particolarmente utile. Altri invece ritengono che tale proposta possa promuovere un apprendimento volto al ragionamento, possibilmente migliorativo anche nelle performance nei test standardizzati, ma su questo tema le posizioni non sono risultate concordi.

Per concludere, proponiamo alcune riflessioni complessive confrontando i risultati dei due focus group della scuola secondaria di primo grado rispetto all’ordine scolastico inferiore. Se nella scuola primaria questi approcci didattici sono ritenuti comuni e familiari ai più e l’accordo sulla loro importanza per l’apprendimento per tutti gli studenti è condiviso, gli insegnanti di scuola secondaria di primo grado nutrono maggiori perplessità in merito. Inoltre, le attività laboratoriali che prevedono un coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti sembrano essere meno familiari a questi ultimi: molti di loro hanno ammesso di non avere mai pensato profondamente a questi aspetti nella propria didattica, di necessitare maggiormente di una formazione e di un supporto per introdurre questa proposta nel proprio insegnamento, ed hanno partecipato alla ricerca con l’obiettivo di approfondire un tema del quale riconoscono le potenzialità ricercando spunti di riflessione. Infine, anche tra coloro che hanno dichiarato di proporre attività ABM in classe, osserviamo la tendenza in questo ordine scolastico a considerare queste attività principalmente come canale di accesso per la partecipazione al discorso matematico per i più fragili e per alcuni tipi di studenti che non hanno facilità con un approccio astratto, o un modo per motivare gli studenti all’apprendimento, attribuendo però uno scarso valore formativo riscontrabile attraverso dei test tradizionali. Questo si evidenzia in particolare nella discussione riguardo i test standardizzati nel primo focus group, mentre nella scuola primaria non avevamo riscontrato un tale scollamento. Potremmo quindi riassumere dicendo che, se nella scuola secondaria riscontriamo ancora una piuttosto ampia proposta di attività in cui viene coinvolto il movimento degli studenti, il ruolo che viene attribuito alle attività è sovente educativo più che didattico. Non per altro, sembra emergere maggiormente tra gli intervistati appartenenti alla scuola secondaria di primo grado, una visione della matematica come disciplina astratta e di un processo di insegnamento-apprendimento tendenzialmente più trasmissivo.

5.2.2.2.1. Report 1°Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di grado I

1°Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di grado I

Organizzazione progetto di ricerca	LUMSA - ACU
Data e ora del Focus group	25 Gennaio 2022_ [16:30 – 17:30]
Luogo virtuale	Stanza personale Zoom di Alessandra Boscolo
Numero di partecipanti	9 partecipanti
Conduttore / moderatore	Alessandra Boscolo
Osservatore / Co-conduttore	Federica Caccioppola

Breve descrizione dei partecipanti
Tutti i partecipanti sono insegnanti italiani di matematica in servizio nella scuola secondaria di primo grado, provenienti da diverse regioni italiane. 1. **Partecipante 1: EP**. IC di Torino, insegna matematica e scienze. Scuola di frontiera abbastanza impegnativa, *“utenza difficile più che per il comportamento per i percorsi di apprendimento”*: famiglie fragili culturalmente, economicamente e socialmente, molti immigrati che hanno difficoltà con la lingua. 2. **Partecipante 2: M.** IC in provincia di Pescia. Biologo di formazione, è un insegnante con lunga esperienza

d'insegnamento.
3. **Partecipante 3: F.** IC in provincia di Pordenone, insegna in una scuola piccola ma con un'utenza proveniente da famiglie immigrate o di estrazione operaia: *"si lavora cercando di alzare i livelli"*.
4. **Partecipante 4: EG.** Rivoli. Di formazione "naturalista" (non matematica).
5. **Partecipante 5:** IC in provincia di Macerata: insegna in un piccolo paese, nella scuola vi è molta sinergia tra gli insegnanti, abbastanza stabili nella scuola, e con genitori, che tengono molto alla scuola. Il contesto è molto avvantaggiato, "*anche se ci sono molti immigrati sono molto integrati*".
6. **Partecipante 6: AR.** San Donato Milanese, insegna in una buona scuola con buona utenza, di livello alto.
7. **Partecipante 7: G.** provincia di Modena: insegna in una scuola con classi numerose e molto eterogenee, con tanti ragazzi disagiati, tanti che parlano anche poco l'italiano. Biologa di formazione: *"la matematica è arrivata in un secondo momento, pensava di poter insegnare solo scienze",* invece con sorpresa le piace molto insegnarla, la diverte, "*Si riesce a lavorare anche giocando e a me piace tantissimo*". Ha lavorato anche al CPA per stranieri.
8. **Partecipante 8: D.** provincia di Teramo: insegna in una scuola piccola collocata in una zona multietnica, *"con i colleghi ci si confronta molto bene anche se ognuno ha una sua ideologia*". Biologa, ha scoperto la matematica in modo inaspettato con passione e *"i laboratori, quindi costruire, manipolare con i ragazzi, quindi viaggiare insieme a loro"*. È una neo-insegnante nell'anno di prova.
9. **Partecipante 9: R.** piccolo paese in provincia di Pisa: insegna in una piccola scuola, buona dal punto di vista del comportamento degli studenti mentre come estrazione sociale abbastanza bassa (pochi laureati tra i genitori). È entrata di ruolo nel 2017.

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 1: **Idee sulla matematica**

1. Che cos'è per te la matematica? Quale è la tua descrizione in una parola, in una frase?

Un insegnante l'ha definita ordine e logica, un altro sfida e sviluppo del pensiero critico. Tre insegnanti hanno fatto riferimento ai termini scoperta o esplorazione, altri tre a fantasia, un altro alla connessione con il mondo.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 1 (estratti dagli interventi dei partecipanti)

EP: *"Ordine e logica, ordine nel senso che tutto torna alla fine".*

M: *"Contrariamente alla collega, la matematica è astrazione, fantasia, gioco".*

F: *"Scoperta". "Attraverso le scoperte che si fanno giocando con la matematica poi si scopre anche tutto il mondo".*

EG: *"Fantasia, e per me è relax"*

AN: *"Fantasia e raccontare, esprimere quelle che sono le loro emozioni e parlarne tra di loro".*

AR: *"Esplorazione"*

G: *"è tutto ciò che ci circonda, perché noi prendiamo esempi dappertutto e quindi poi dalla matematica ci si collega anche alle altre discipline".*

D: *"Scoperta"*

R: *"Sviluppo del pensiero critico, quindi una sfida continua con sé stesi e con il mondo e sapersi mettere in gioco continuamente"*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 2: **Feedback sul questionario**

5. Vi chiedo di tornare con la memoria a quando avete compilato il questionario: l'argomento del questionario vi è sembrato familiare o qualcosa di molto distante dalla vostra pratica scolastica?

- Osservazioni sugli argomenti trattati: Avete trovato qualcosa di inaspettato dentro il questionario, oppure non avete trovato qualcosa che vi aspettavate di trovare?

Alcuni insegnanti non ricordano, lo hanno compilato mesi prima. Agli altri è risultato familiare, di facile compilazione, non retorico, che dava spazio all'interpretazione.

- **R:** Le ha ricordato un questionario abbastanza simile compilato nell'anno di prova, ma nell'altro le domande le erano apparse formulate in maniera un po' retorica mentre questo le è sembrato essere abbastanza oggettivo, che "lascia possibilità di esprimersi".

- **AN:** Familiarità con i contenuti. Le è sembrato calibrato, non retorico, che dava spazio all'interpretazione.
- **AR:** Facilità nel compilarlo, i contenuti le sono sembrati familiari e aderenti alla propria pratica didattica.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 2 (estratti dagli interventi dei partecipanti) **: Feedback sul questionario**

AN: *"Quello che ci ho trovato sono le normali pratiche che da un po' di tempo si fanno a scuola. Diciamo che fino a una quindicina di anni fa la scuola era abbastanza statica e poi si è avuta una accelerazione e questi ultimi due anni un'accelerazione turbo e tutti noi insegnanti ci siamo catapultati semmai in nuove modalità di fare insegnamento e abbiamo appreso tanto."*

AN: *"Le vedevo abbastanza calibrate, non retoriche, che davano spazio all'interpretazione"*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione **3: Esperienze proposte in classe**

1. **L'oggetto principale del questionario sono le <u>attività di apprendimento laboratoriale, nelle quali gli studenti sono coinvolti con la loro percezione e movimento</u>, potete farmi degli esempi in riferimento a un'esperienza che avete sperimentato in classe o visto sperimentare che ritenete, per esempio, particolarmente significativa?**
   - G:
     - Realizzazione di un giardino pensile con bottiglie di plastica a partire dalla progettazione di un disegno (tipo Pixel). Attività collegata agli argomenti della misura e quelli naturalistici legati alla crescita delle piante. Durata: circa 1 mese.
     - Passaggio 2d-3d. Cubetti magnetici per ricreare oggetti come disegnati sul libro e fare osservazioni da differenti prospettive
     - Analisi dei lati delle figure. Utilizzo di un materiale strutturato che consiste in "stecchine di plastica che si possono incastrare per formare delle figure geometriche, che si possono schiacciare, allungare, allargare, se ne aggiunge e se ne toglie".
     - Realizzazione di figure con la carta e cartoncino.
   - F:
     - Utilizzo di origami in geometria per trovare punti notevoli di un triangolo o per capire come è fatta una piramide. (ha seguito anche corsi specifici)

       Ne fa uso nella pratica quotidiana
     - Attività in risposta a difficoltà specifiche. Es. Difficoltà con le operazione con i numeri relativi. In tutte le classi proposta attività con il termometro che questo anno non aveva funzionato. Proposta attività in palestra: linea dei numeri (dal -20 al +20) segnata in terra su cui i ragazzi dovevano posizionarsi e poi muoversi secondo i comandi indicati dall'insegnante ("poi ad ogni alunno dicevo: " aggiungi 3" o "togli 5" e questo spostamento fisico del proprio corpo a destra o a sinistra li ha aiutati tantissimo").
   - AR:
     - Origami o la carta, ad esempio, per fare l'introduzione al passaggio da una a due a tre dimensioni, "oppure abbiamo costruito il centimetro cubo, il decimetro cubo con la carta per il passaggio dal volume, anche litri e capire anche le equivalenze."
     - Attività sulle funzioni direttamente e inversamente proporzionali. Classe terza media. Prima hanno risolto a coppie una parte del problema proposto, poi hanno costruito dei piani cartesiani sul pavimento "e con birilli e corda hanno tracciato loro, hanno ricostruito la funzione direttamente sul pavimento e hanno ricavato dall'immagine che vedevano, da quello che avevano costruito, le regole, in realtà, le caratteristiche di queste due funzioni".
   - AN:

- Caramelle o cioccolatini per le rappresentazioni grafiche del problema: da un cesto i ragazzi devono prendere i pezzi che ritengono necessari per rappresentare il problema e poi risolvono utilizzando la rappresentazione con caramelle/cioccolatini.
- Geomag : studio delle figure geometriche facendo variare i lati.

- EG:
  - Ricavare formule di volumi tramite attività concrete: *"Ad esempio i solidi cavi li riempiamo con la farina, li divido a gruppi e devono calcolare ad esempio che è un terzo, misurando e vedendo le quantità di farina che stanno nel cubo piuttosto che nella piramide etc*."

2. **Fate anche uso di tecnologie o manipolativi virtuali? Che differenza c'è? / Perché si/ perché no?**
   - M:
     - Devices per effettuare misurazioni, riprove sulle misurazioni effettuate.

     Es. Teorema di Pitagora: prima effettuate misure in modo empirico di strutture nella scuola e poi effettuata la riprova per vedere se l'errore nella misurazione è stato macroscopico o microscopico.

     Es. Area delle figure piane: misura delle aree di triangoli, quadrati, ecc, nel giardino, e successivo confronto con la misura rilevata dallo strumento (es. uno smartphone).

   - Lego, il robottino: costruzione di un percorso con figure geometriche di vario tipo e programmazione del percorso da far compiere al robot e tramite il suo percorso misurare la distanza (come somma dei dati etc).
   - EG:
     - Geogebra per argomenti di geometria: ad esempio, per geometria solida, per punti notevoli dei triangoli. Anche le verifiche effettuate usando Geogebra come applicativo.
     - Kahoot per l'interazione a distanza.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione **3 (estratti dagli interventi dei partecipanti) : Esperienze proposte in classe**

R: *"io li faccio muovere e girare tra i banchi, cambiano le posizioni e loro si divertono tantissimo. Si alzano tutti dal banco e diventa difficile tenerli fermi"*

F: *"A volte mi ispiro anche dalle difficoltà che hanno i ragazzi, per superarle [...] Da lì hanno smesso di fare errori e hanno iniziato a fare le operazioni a mente in modo molto più veloce e proprio mi han detto " prof. l'andare su e giù ci è servito tanto per capire il togliere"."*

AR: *"è risultato molto più utile che non farlo direttamente partendo solo da un problema senza vederlo in pratica"*

M*: "Uso abbastanza questi strumenti dove possibile"*

EG: *"Soprattutto li utilizzo molto [i devices digitali] per avere interazione a distanza."*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione **4 – è importante coinvolgere il corpo e il movimento degli studenti in classe? Perché?**

1. **Pensate che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti sia importante per sviluppare l'apprendimento della matematica? Perché? (Livello formativo, motivazionale, di inclusione ecc.)**
   - **M:** C'è un apprendimento maggiore quando gli studenti sono coinvolti in attività ludiche, superando il rifiuto della materia.
   - **F:** Il coinvolgimento di più sensi permette un consolidamento migliore di quanto appreso. Inoltre, "il *manipolare e il giocarci stimola dei pensieri positivi, emozioni positive che fanno sedimentare molto di più i concetti rispetto ad ascoltare o vedere qualcun altro che fa*" .
   - **AR:** Le attività sono anche utili per rendere più varia la tipologia di attività proposta, per creare un momento più rilassato di interruzione alla didattica tradizionale. Effetti positivi sia in termini di *engagement* che sull'apprendimento a lungo termine.

- G: Con il coinvolgimento degli aspetti ludici i ragazzi cambiano predisposizione verso l’apprendimento, resta comunque lo scoglio per affrontare la parte teorica ma è stata creata una base per quell’apprendimento.
- EG: Durante queste attività si accende l’interesse nei ragazzi e viene favorita anche l’argomentazione matematica.
- AN: Concorda coi colleghi. La manipolazione è la parte principale. “*La scuola ultimamente investe solo in tecnologie digitali ma l’aspetto ludico manipolativo è essenziale e sottovalutato*”.

2. **Pensate che le attività laboratoriali in cui gli studenti sono coinvolti con la loro percezione e movimento abbiano un ruolo anche formativo? Di che tipo? (Per esempio, pensate che abbiano impatto anche su test standardizzati?)**
   - EP: Difficoltà riscontrata nel passaggio tra l’esperienza nell’attività e il consolidamento teorico del sapere (mancanza di un lavoro individuale di consolidamento da parte degli studenti) e questo si ripercuote nei risultati carenti nei test standardizzati.
   - D: Condivide l’osservazione che manca la fase di “fare decantare” l’informazione. Tuttavia, riscontra che tali attività permettono, soprattutto ai ragazzi in difficoltà, di accendere una lampadina, i cui effetti possono essere magari non immediati ma osservati sul lungo termine.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione **4 (estratti dagli interventi dei partecipanti): Importanza del coinvolgimento del corpo e del movimento**

M: *“Mi sono accorto per la mia veneranda età che i ragazzi più praticano giochi, e quindi più la mettono sul ludico più imparano questa famelica materia che spesso e volentieri rifiutano a priori perché la vedono già così inquadrata negativamente. Il fatto di farli lavorare e di usare il corpo così da un lato diventa per loro un gioco ma dall’altro lo interiorizzano e noto un risultato positivo.”*

F: *“Io penso che le esperienze vadano fatte con più sensi perché così il cervello da i passaggi e i concetti attraverso più fonti e li consolida meglio. [..] Quindi è proprio giocare anche sulle emozioni perché se si divertono imparano meglio, è inutile. Come dice la grande Lucangeli, lei parla proprio dell’emozione nell’apprendere, e in effetti i ragazzi quando si divertono, e quindi fanno loro, decisamente imparano più in fretta e meglio.”*

AR: *“Io utilizzo questa attività anche per momenti di pausa, per farli svagare, interrompere e variare le tipologie di attività e quindi loro non si rendono conto che magari è un momento di valutazione, lo prendono come un gioco ma in realtà stanno apprendendo. Lo ritengo davvero molto utile. Si rilassano anche un po’ facendo ma imparano anche molto meglio, verificato anche in questi ultimi due anni gli effetti molto positivi sul gruppo: restano di più al passo, seguono meglio hanno anche molta più voglia di fare, li vedo anche più attenti anche dopo, il fatto di interrompere, cambiare il tipo di attività, muoversi un po’ e manipolare, rendono molto meglio anche alla lunga. Vedo anche nel lungo termine, alla fine di un argomento, nel passaggio ad un altro, nei collegamenti sono molto più pronti anche in questo.”*

G: *“Quando vedono il gioco per i ragazzi non è più matematica, è facciamo qualcosa insieme e impariamo insieme. Poi la parte teorica è quella più angusta da imparare però intanto le basi le imparano. Le imparano prima vedendo, manipolando e poi si può fare un passo successivo.”*

EG: *“Confermo che quando i ragazzi fanno attività più pratica di manipolazione accendono l’interesse e si innescano anche delle discussioni […] discutono perché magari hanno risultati differenti nella prova sperimentale ed è utile anche per acquisire la capacità di ascoltarsi a vicenda e di argomentare.”*

EP: *“Io e in generali anche i colleghi di dipartimento, nella nostra scuola riscontriamo una difficoltà enorme tra l’attività pratica che interessa, coinvolge i ragazzi, partecipano, sono entusiasti, discutono etc e lo studio teorico. Perché poi dopo.. se manca la parte.. va bene il gioco, va bene l’aspetto così di divertimento ma se poi non si consolida l’informazione che tu hai acquisito la perdono, il giorno dopo come hanno ricavato quella formula li se la perdono e poi dicono “Io non capisco la geometria”. [..] E manca molto spesso l’aspetto teorico e senza quello non riesci, difficilmente riesci a completare e acquisire la conoscenza che ti permetto di acquisire l’abilità e poi dall’abilità la competenza. […] Manca l’aspetto di consolidamento della teoria e quindi poi i risultati INVALSI della nostra scuola sono penosi, un pochettino deprimenti. Perché quando fai lezione vedi i ragazzi partecipi, qui là, e poi dopo resta poco.”*

D: *“si accende una lampadina, soprattutto tra quelli che hanno difficoltà, si accende qualcosa che li attiva. Si lavora forse più in qualcosa che non si vede ma forse si vedrà più in là tra qualche anno e questo accendere questa lampada in loro li stimola, li suscita. E quindi, soprattutto con le difficoltà di questo periodo, si cerca di alleviare in questo modo* *e in un modo che lascerà in loro qualcosa di positivo a prescindere da tutto. C’è qualcosa in qualcuno che si accende, magari passa e poi ritorna, c’è questa incertezza ma magari da un po’ di speranza. Questo è quanto posso dire.”*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 5 – **Difficoltà, limiti e strategie**

1. Se le proponete in classe, quali sono le principali difficoltà che incontrate?

Alcune difficoltà sono emerse anche nelle risposte alla domanda precedente, in particolare una difficoltà nel trasferimento di quanto appreso durante l’esperienza a una conoscenza teorica da riapplicare in nuovi contesti e anche in una valutazione standard. Inoltre vengono evidenziate: l’interiorizzazione da parte degli studenti considerati più fragili, il coinvolgimento dei ragazzi più bravi, il confronto con libri di testo in disaccordo con tale prassi.

- F: Condivide la difficoltà di passare dalla parte pratica a quella teorica. Ha trovato come strategia per superare questa difficoltà l’integrazione di una/ due lezioni successive all’attività pratica in cui risolve alcuni problemi sull’argomento con l’intera classe coinvolta in una discussione di gruppo.
- G: Condivide la difficoltà e la strategia di F., afferma di lavorare costantemente insieme agli studenti in esercitazioni “con tutta la classe che lavora insieme”. Sottolinea di avere un’attenzione all’introduzione graduale di un linguaggio formale matematico, cercando come primo obiettivo di comunicare con loro attraverso le loro parole per poi sostituirle con termini più specifici.

2. Che strategie avete messo in campo per superarle?

Oltre alle strategie già evidenziate nei commenti precedenti, come la risoluzione di problemi sull’argomento effettuata come discussione di gruppo terminata l’attività, l’utilizzo di un linguaggio adeguato per comunicare con gli studenti, viene inoltre menzionato il lavoro in gruppi eterogenei e lo scambio tra pari, come anche la proposta di compiti di realtà.

- M: Far lavorare gli studenti in gruppi eterogenei, che risulta una strategia che valorizza tutti gli studenti che partecipano mettendo in campo le diverse abilità.
- EP: Effettua come prassi quotidiana il brainstorming su tutti i problemi affrontati in classe. Risulta però uno scarso assorbimento dei contenuti da parte di alcuni studenti più fragili che, nonostante vengano coinvolti, non interiorizzano le informazioni.
- AN: Concorda e solleva il problema del confronto coi libri di testo che non sono adatti per la fruizione che hanno oggi i ragazzi delle informazioni. Un ambito in cui ha riscontrato un interesse da parte di tutti gli studenti sono i Compiti di realtà.
- R: Scarso tempo dedicato alle attività per la difficoltà di conciliare i differenti livelli degli alunni presenti nella classe. Occorre infatti bilanciare tra le attività pratiche che permettono di imparare agli studenti più in difficoltà ma anche alle attività di astrazione che non mortificano i ragazzi più in gamba.
- EG: Una strategia adottata che sembra riscontrare buoni risultati è quella di farli interagire a coppie per darsi spiegazioni vicendevolmente. Utilizzando un linguaggio meno corretto sono però in grado comunicare tra loro in modo più efficace.
- AN: Risultati nelle prove INVALSI risultano a volte deludenti, perché risultano distanti dalla prassi scolastica. Manca anche un accordo tra scuola elementare e media.
- EP: Discorda da quanto sollevato da AN riguardo le prove INVALSI: “perché vedono le competenze davvero, perché è proprio quello che valutano, come un ragazzo risolve un problema mai visto che misura le competenze. Anche se i miei studenti sono in difficoltà ma io ho visto come le fanno, non ci ragionano neanche, tirano quasi ad indovinare, però chi riesce a farle bene è perché ha competenza matematica.” Concorda con R. la preoccupazione di dover curare le eccellenze.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 5 : **Difficoltà, limiti e strategie**

F: “Sono molto bravi a scoprire la formula ma poi non la applicano leggendo i normali.. facendo gli esercizi che si trovano *normalmente nel libro. Io ho trovato una soluzione ma va bene per me, non so.. Trovata la regola noi facciamo alcune lezioni di " Facciamo insieme", dove facciamo problemi di difficoltà " Facciamo insieme, dove facciamo problemi di difficoltà crescente e li risolviamo insieme, proprio con una discussione aperta: " Allora ragazzi adesso cosa devo fare? Da dove parto?" allora già hanno imparato che si parte dalla domanda: " Cosa chiede?". E allora ognuno dà il suo contributo e troviamo così insieme la risoluzione. Faccio così dopo che l'hanno scoperto loro e facciamo queste soluzioni di "Risolviamo insieme", lo chiamano loro e ha funzionato infatti sono migliorati sia i risultati delle verifiche interne che ei risultati INVALSI perché loro discutono insieme e trovano la soluzione insieme e quelli bravi sono stimolati perché trovano pane per i loro denti ma anche quelli che hanno difficoltà vedono come gli altri risolvono il problema e come va risolto l'esercizio e così capiscono le strategie che non sono in grado di trovare da soli però le vedono formulate da dei compagni e per loro è più facile apprenderle e le fanno anche loro e migliorano anche loro. È vero che così si va un po' più lenti, perché devi dedicare una o due lezioni a seconda di quanto difficile sia l'argomento, però il facciamo insieme funziona parecchio."*

G: "*Condivido. Un conto è l'attività manipolativa, un conto è quando si va dal pratico al teorico perché comunque le basi ci sono. Quello è lo scoglio. Io cerco di mettermi alla pari dei ragazzi, cerco di vedere come i ragazzi le vedono e come chiamano le parti di una Grafico e pian pianino li guido: dicono il più e il meno e io faccio capire pian pianino che si chiamano addizioni e sottrazioni. Ma quando li vedo parecchio in difficoltà, allora parlo come parlano loro. Pian pianino da quelli usciti dalle elementari fino alla terza cerchiamo di sviluppare anche un linguaggio più accurato. Il discorso invece della memoria per le formule, è un discorso a parte. Anche io faccio vedere le dimostrazioni, le costruiamo insieme le dimostrazioni, però alla fine ci vuole sempre anche una buona volontà e memoria per tenere a mente tante proprietà, tante definizioni, tante formule, tante caratteristiche delle figure. Quindi non è semplice la matematica, ci dobbiamo però adeguare anche agli studenti che abbiamo."*

***M:** "Io cerco di fare gruppi eterogenei, coi bravi e studenti con minori capacità, ma mi sto accorgendo da parecchi anni che è vero che quelli bravi aiutano quelli non bravi, ma è anche vero, soprattutto nell'intuito, che quelli soprattutto che hanno meno voglia di studiare e sono meno settoriali nello studio aiutano quelli bravi che magari fanno da imbutino, che studiano tutto così, ma se la domanda è leggermente cambiata non trovano il bandolo nella matassa. Quello meno bravo, fra virgolette, meno impegnato ma che vive più la realtà, magari è lui che da l'input in generale. E quindi trovo veramente una sinergia costruttiva in questa composizione"*

EP: "*I ragazzi fanno esercitazioni individuali alle verifiche perché devono comunque verificare prima delle verifiche di aver compreso e di saper risolvere un problema che hanno di fronte, però la prassi generale è quella della discussione che però vede sempre, nella mia esperienza, vede coinvolti in modo spontaneo quelli che ci tengono di più, che sono un po' più bravini e raramente quelli che sono più pigri e non si mettono in gioco. Poi utilizzano le informazioni per correggere il compito e per cercare di risolvere quel problema, ma comunque non interiorizzano, resta sempre un lavoro che per una parte della classe rimane superficiale, rimane in superficie. E lì è il problema di cercare di coinvolgerli e a smuoverli in maniera profonda, non che non seguono ma che non interiorizzano*

***AN:** "Concordo, ma il problema è anche un altro. Noi ci mettiamo in gioco ma poi ci scontriamo con libri di testo che per certi versi sono noiosi: esercizi quasi tutti identici. I libri andrebbero svecchiati, i ragazzini leggono in modo superficiale e i libri dovrebbero esser organizzati in modo diverso non con il solito problema: " Calcola l'area del quadrato sapendo che.." perché i ragazzi, che oramai sono abbastanza sbrigativi, si scocciano di leggere tutto e non riescono neanche a cogliere veramente quello che devono fare. La manipolazione va bene da una parte, ma poi quando ci scontriamo coi libri di testo è così. Una cosa dove interiorizzano anche sono i compiti di realtà, quello di dividere in gruppi e poi risolvere i problemi di realtà generava belle discussioni e lì come diceva M. quelli meno bravi si sentivano gratificati perché riuscivano a essere utili"*

***R:** "Io non dedico così tanto tempo alle attività manipolative come i colleghi, forse meno, perché ho il problema di conciliare le attività per quelli che sono limitati cognitivamente o si impegnano poco con quelli che invece potrebbero emergere o che si impegnano. Durante questa attività, è vero che se da una parte si recuperano quelli che si impegnano meno e sono meno portati per la disciplina, è vero che imparano qualcosa che altrimenti non imparerebbero niente, perdo però quelli bravi che si sentono sottovalutati perché vedono nell'attività qualcosa che non è al loro livello ma che è 'da elementari o da asilo'. E poi quando invece si dedica spazio all'astrazione allora entrano in gioco loro e viceversa i perdono gli altri. Il problema è questo. Cerco quindi di giostrare le attività perché se è giusto da una parte non lasciare indietro nessuno è giusto anche che però chi si impegna abbia la possibilità di imparare e non impiegare tanto tempo per chi invece non dedica troppo alla scuola"*

***EG:** "Quello che io faccio spesso è prendere i ragazzi a coppie e mandarli fuori a fare attività. Se faccio lezione frontale, non mi ascoltano e alla fine capiscono 4 o 5 e allora li metto a fare delle attività e se non riescono a farla allora li mando fuori a coppie e si spiegano tra loro gli esercizi. Io ho sempre delle coppie fuori. Io ho capito che loro utilizzando un linguaggio che capiscono solo loro, e probabilmente è anche scorretto da un punto di vista matematico, ci azzeccano molto di più. "*

AN: *"le prove sono veramente scollegate da tutto quello che facciamo in classe. Tranne quando facciamo laboratorio, laboratorio di geometria o altre attività, la struttura del quesito è completamente diverso da quello che i ragazzini sono abituati a fare dalla prima elementare. E quindi diciamo che per certi versi ci danno uno specchio di quella che è la nostra classe e spesso sono molto separate e questo soprattutto nelle classi complicate".* ***R:*** *"Se mi dedico a un lavoro più sull'astrazione, migliorano gli INVALSI ma levo tempo al manipolativo e mi perdo i più fragili"* ***EG: "****Mi sono piaciuti molto gli stimoli dei colleghi."*

5.2.2.2. Report 2°Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di grado I

2° Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di primo grado

Organizzazione progetto di ricerca	LUMSA - ACU
Data e ora del Focus group	28 Gennaio 2022_ [17:30 – 18:30]
Luogo virtuale	Stanza personale Zoom di Alessandra Boscolo
Numero di partecipanti	11 partecipanti
Conduttore / Moderatore	Alessandra Boscolo
Osservatore / Co-conduttore	Francesca Fioretti

Breve descrizione dei partecipanti
Tutti i partecipanti sono insegnanti italiani di matematica in servizio nella scuola secondaria di primo grado, ad eccezione di una insegnante (Partecipante 1) della scuola secondaria di secondo grado. 1. **Partecipante 1: MA.** Roma, Liceo scientifico, per conto dell'associazione Centro di solidarietà "M. Picchi" insegna in situazione di difficoltà. 2. **Partecipante 2**: **EP.** Udine, insegna in una secondaria di primo grado. È insegnante da pochi anni, biologa di formazione. 3. **Partecipante 3: AG.** Ha insegnato a Ferrara per 4 anni, ma da quest'anno lavora a Trieste, scuola secondaria di primo grado. 4. **Partecipante 4: FR.** Un paese in provincia di Matera, lavora in un IC nella secondaria di grado I, 38 anni di insegnamento (ha iniziato nella scuola dell'infanzia, è una biologa innamorata dell'insegnamento della matematica). 5. **Partecipante 5: DI.** Reggio Emilia, scuola secondaria di primo grado, neo-immesso in ruolo, da 7 anni nel mondo della scuola 4 dei quali nel corrente istituto d'insegnamento. È biologo di formazione da sempre appassionato di matematica. 6. **Partecipante 6: RT.** primo anno di insegnamento, scuola secondaria di primo grado, ha vinto il concorso quindi è docente di ruolo. Prima, per 12 anni, si è occupato di formazione dell'adulto. 7. **Partecipante 7**: **CB.** Bolzano, scuola secondaria di primo grado. 8. **Partecipante 8: MC.** Brescia, scuola secondaria di primo grado, ma ha lavorato 20 anni in quella secondaria di secondo grado. Ha fatto il passaggio perché lavorare nel primo grado permette di vivere la matematica come scoperta e in un modo più concreto: "*proprio per l'aspetto più manuale che si può avere in questo grado*". 9. **Partecipante 11: DB.** Roma, scuola secondaria di grado I, 9 anni di insegnamento, prima alle scuole

superiori. È fisica di formazione e per questo crede molto nel collegamento tra matematica e altre scienze.

10. **Partecipante 10: VD.** Milano, scuola secondaria di primo grado.
11. **Partecipante 2: AC.** Provincia di Reggio Emilia, scuola secondaria di primo grado.

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 1: **Idee sulla matematica**

6. Che cos'è per te la matematica? Quale è la tua descrizione in una parola, in una frase?

Per due insegnanti la matematica è un imprevisto, una sfida accolta benevolmente. Le parole che sono state associate alla matematica dagli insegnanti sono state da un lato razionalità, interpretazione della realtà, soprattutto menzionando la stretta connessione con tutte le altre scienze, ma anche scoperta, in grado di tenere insieme aspetti di rigore logico e dall'altro lato creatività, fantasia, poesia.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 1 (estratte dagli interventi dei partecipanti: **Idee sulla matematica**

MA: "poesia, creatività"

EP: "un imprevisto nella mia vita, una sfida"

AG: "è un imprevisto, non programmato, ma più penso alla matematica e più penso che sia ovunque intorno a noi"

FR: "la matematica è razionalità [..] ed è alla base di tutte le competenze", (sono una biologa che ama più la matematica che le scienze)

DI: "è un modo di vedere la realtà e soprattutto un modo di vedere la natura"

RT: "è un'espressione di fantasia"

CB: "scoperta, anche nel rapporto con gli studenti che ogni giorno scoprono qualcosa di nuovo, potenzialità insita nella matematica"

MC: "un modo di vedere il mondo e di scoprirlo"

DB: "ragionamento e uno strumento per scoprire la realtà (soprattutto alla scuola media che offre tante possibilità di collegamento con il mondo reale)"

VD: "strumento di scoperta, che unisce il rigore con una forma di alta creatività"

AC: "è serva e regina di tutte le altre scienze (riportando la frase di Galileo)", "Mi piace l'aspetto astratto più di quello pratico"

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 2: **Feedback sul questionario**

a) Vi chiedo di tornare con la memoria a quando avete compilato il questionario: l'argomento del questionario vi è sembrato familiare o qualcosa di molto distante dalla vostra pratica scolastica?

- Osservazioni sugli argomenti trattati: Avete trovato qualcosa di inaspettato dentro il questionario, oppure non avete trovato qualcosa che vi aspettavate di trovare?

Gli insegnanti dichiarano di essere stati incuriositi e interessati agli argomenti del questionario, tuttavia solo alcuni di loro dichiarano di avere un po' di esperienza con queste attività didattiche, diversi altri dichiarano di avere poca familiarità. Soprattutto, frequentemente indicano di proporre attività laboratoriali con oggetti ma più raramente con un focus sul coinvolgimento del corpo e del movimento. Inoltre, più di un insegnante indica di effettuare attività simili in altre discipline (come scienze o fisica) piuttosto che in matematica. Un insegnante ha trovato che il questionario in alcune parti fosse più affine a un insegnamento rivolto alla scuola primaria, altri insegnanti hanno invece espresso di aver trovato spunti e riflettuto su strategie che non avevano mai preso in considerazione.

- **FR:** Si è ritrovata nel questionario, lo ha trovato bello, ha risposto volentieri e facilmente, lo vede anche completo. La ricerca è apprezzata e si augura che serva a scambiare buone pratiche tra insegnanti.
- **CB:** In relazione al questionario, lo ha colpito una domanda: *"quando si pone un problema aperto,*

sceglieste di strutturarlo, dividete per gruppi o lasciate il problema aperto e lasciate fare i ragazzi (chi vuole lavorare a gruppi, chi vuole lavorare in autonomia..)? Questo è un punto di vista che non avevo mai visto, mai applicato”. Lui di solito non fa gruppi strutturati ma casuali, non aveva mai pensato al fatto di far scegliere ai ragazzi come lavorare.

- MC: Le è piaciuto molto il questionario, le è sembrata completo, si è rispecchiata nelle domande che le sono state poste e nei suggerimento in relazione non solo all’uso del corpo ma anche degli oggetti manipolati in classe: dalla carta ritagliata a figure o solidi geometrici costruiti coi ragazzi per studiarne le proprietà. Più che usare il corpo fisicamente, lei lavora di più con gli oggetti costruiti, più o meno semplici, o già acquistati.
- DI: Gli è piaciuto molto il questionario, perché ha fornito spunti di riflessione. Ha avuto però l’impressione che alcune cose fossero più adatte alla primaria perché secondo lui nella secondaria si lavora più sulla matematizzazione, farli ragionare proprio sui concetti anche non pratici. Fa molte attività con il corpo dei ragazzi, soprattutto nelle scienze e nella fisica, qualcosa in geometria e in aritmetica ci sta lavorando ma preferisce presentare prima la teoria.
- EP: Non si ricorda bene le domande, lo ha fatto da molto. Insegna da pochi anni ma è stata sempre in contatto (seminari e corsi) con una associazione in cui si parla dell’imparare scoprendo, dedicate alla matematica e alle scienze e *“mi sto appassionando moltissimo al lato manuale della didattica*”. Lei, al contrario di DI parte dal manuale per arrivare al teorico.
- AG: non si ricorda bene il questionario, lo ha compilato da molto. Comunque è stata incuriosita dall’argomento, interessata.
- MA: ha sempre insegnato al liceo scientifico, solo un paio di esperienze nel linguistico e professionale; la sperimentazione in un liceo diventa complicata ed è praticamente abbandonata dal terzo anno in poi. Nel biennio ha lavorato molto con il corpo ma soprattutto con gli oggetti. Ha comunque proposto spesso attività di questo tipo.
- DB: Faceva uso del corpo quando insegnava fisica all’alberghiero, ora propone meno attività, partendo dal pratico per concludere con la parte teorica (dopo l’esperienza del TFA)
- AC: non ha mai fatto molte esperienze di didattica con il corpo, ha privilegiato gli oggetti semplici, non acquistati, come la carta, le cannucce, le lego. Li usa per introdurre l’attività.
- VD: è rimasta incuriosita e interessata dal questionario, per le diverse scelte che proponeva, per la strutturazione e le proposte di lavoro: *“a volte propongo una attività pratica un po’ così, magari non penso che ci sono tanti modi diversi per proporre una stessa attività. Ad esempio una delle opzioni in un ques*ito [vignetta di Tina e Roberto] *era quello semplicemente di far familiarizzare i ragazzi con gli oggetti e poi solo successivamente proporre: questa non mi è mai venuta in mente come possibile opzione di lavoro”.* Prova spesso attività con gli oggetti, cercando di introdurre sempre un argomento con qualcosa di pratico, però dichiara di avere meno il focus sul corpo perché *“non mi è mai venuto in mente come poterlo fare se non qualcosa sul concetto di misura: che cosa vuol dire misurare (uso il pugno, uso il dito), ma dopo quello non molto”.*
- RT: È stato interessato dal titolo della ricerca ad *“approfondire come le attività fisiche, il nostro corpo ma non solo il nostro corpo, sono fondamentali nella memorizzazione, come lavorano nel nostro cervello per riuscire chiaramente a aiutare il cervello a ricordare, soprattutto la parte delle emozioni che sono fondamentali per il ricordo e la rielaborazione, la fantasia: questo è quello che succede praticamente quando utilizziamo il nostro corpo nei concetti astratti.”*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 3 : **Esperienze proposte in classe**

a) In risposta alla domanda precedente gli insegnanti hanno fornito i seguenti esempi di attività didattiche laboratoriali in cui coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti.

In particolare, emergono delle differenze nell’utilizzo che viene proposto delle attività: come introduzione iniziale agli argomenti o come applicazione della teoria. Qualcuno fa riferimento all’utilizzo del corpo, soprattutto in riferimento ad attività sulla misura o relativamente alla fisica, alle proporzioni nel corpo (uomo vitruviano), poi abbiamo un riferimento all'algebra e alla geometria (dall'insegnante del Liceo). Molti più sono i riferimenti agli oggetti manipolativi, strutturati o creati, soprattutto per la geometria per studiare le proprietà e destabilizzare le fissità funzionali degli studenti (magari facendo costruire proprio a loro i materiali)

- FR: ha risposto al questionario nel periodo in cui stava svolgendo un'attività con i ragazzi di classe seconda, che trattava le proprietà delle proporzioni e, per farle memorizzare meglio, ha realizzato un gioco con i ragazzi dove loro erano i medi e gli estremi. C'era chi guidava il gioco dicendo la proprietà, es. *"La proprietà dell'invertire!"*, per lo scambio dell'antecedente con il conseguente, e i ragazzi dovevano fare ciò che gli veniva detto. *"Si sono divertiti e così sono stati capaci di capire e applicarle negli esercizi anche i ragazzi BES"*.
- CB: Le attività con l'uso del corpo fatte nell'ultimo periodo sono state:

  - attività ripresa dal MUSE di Trento ispirata da attività al Museo di San Francisco: uso delle spanne per misurare l'altezza di un albero (proprietà dei triangoli simili): *"Conoscere che la misura della spanna è tre volte la misura il proprio braccio, quindi moltiplicando per tre misurando la distanza dalla posizione dei miei piedi all'albero posso misurare l'altezza dell'albero. Si può fare anche con il pugno e il pollice (misura del pugno 9 volte il braccio, il pollice 20 volte)".*

  - Un altro uso del corpo, però non più come strumento ma finalizzato all'attività didattica, è quello di trovare la parte aurea nel proprio corpo, ad esempio misurare i rapporti nel corpo: la lunghezza del naso con la bocca, il girovita.. Supportati con un'assistente in classe.
- MC: Più che usare il corpo fisicamente, lei lavora di più con gli oggetti costruiti, più o meno semplici, o già acquistati magari con i PON (materiale strutturato). *"Ma anche facendo costruire agli studenti per capire meglio le cose".*
- DI: Fa molte attività con il corpo dei ragazzi, soprattutto nelle scienze e nella fisica, propone molte attività legate al moto dei corpi: come gare in cui misurare la velocità, o la dinamica, o le forze ad esempio con il tiro alla fune. Per la matematica utilizza in classe molti oggetti per la geometria, "*mentre in aritmetica ci sto lavorando un po' ma preferisco prima proporre l'approccio teorico e poi pratico".*
- EP: Lei, al contrario di DI parte dal manuale per arrivare al teorico: *"mi piace discutere con i ragazzi, magari partendo da una prova pratica, o facendo riflettere su qualcosa di pratico se non è possibile manipolare, e insieme arriviamo all'astrazione, perché è vero che è bello il lavoro manuale ma stiamo alle medie e molti ragazzi hanno difficoltà ad astrarre e ad arrivare alla generalizzazione"*. Ad esempio, il triangolo rettangolo per loro è solo quello costruito sempre con la base più lunga dell'altezza, *"se è disegnato un po' obliquo non è più rettangolo*", e lei cerca di destabilizzarli in questo modo. In geometria ha costruito le figure con le cannucce legate con il filo e gli studenti dicevano di non riuscire a fare un rettangolo ma solamente un parallelogramma e cercando di capire perché hanno studiato le proprietà dei poligoni.
- AG: "*Ho utilizzato il metodo del corpo nella misura, quindi più nella parte geometrica o legato alla scienza*": esempio di studio delle proporzioni del corpo tramite un progetto sull'uomo vitruviano e gli studi di Da Vinci. Ultimamente fa fatica a far lavorare a gruppi per la situazione Covid. Ma in generale lo ha usato molto per la misura. Le è piaciuta l'idea di FR dell'attività sulla proprietà antecedente e conseguente e crede che l'applicherà.
- MA: Nel biennio ha lavorato molto con il corpo ma soprattutto con gli oggetti.
  - Ha fatto con il corpo il rapporto tra diametro e circonferenza
  - Lavoro sulle proporzioni con le fotografie: andare a vedere che non tutti i rettangoli sono simili come invece lo sono per esempio tutti i triangoli equilateri e cose del genere.
  - In primo liceo lavoro di introduzione sulla tangente di un angolo, sulle proporzioni e similitudini, (lavoro simile a quello della misura dell'albero proposto da CB), effettuato dapprima con il corpo: i ragazzi hanno misurato la distanza con le radici di un albero per ricavare l'altezza e stando stesi a terra con un palo difronte per vedere quando il loro occhio

cadeva esattamente sul palo, misurando le ombre. Una volta fatto il lavoro con il corpo è stato schematizzato come rapporto tra triangoli simili e poi a partire da questo sono state introdotte le regole (lavoro fatto con la collega di scienze in concomitanza: per avere più ore, una intera mattinata e introdurre concetti che le servivano a scienze).

- Un'altra volta lavoro sull'ellisse in una terza, disegnata concretamente in cortile: due ragazzi usati come pioli, un filo e un terzo ragazzo con un gesso ha disegnato l'ellissi (con arrabbiatura del preside).

"*Nonostante sia complicato lavorare con il corpo, è necessario e più i ragazzi sono grandi più è bello farli lavorare con il corpo e vedere i risultati che raggiungono":* i ragazzi che hanno fatto l'ellisse con il corpo non l'hanno più dimenticata; invece "*quando ho spiegato l'ellisse senza l'uso del corpo, l'ellisse è passata, perché si spiega 3 giorni e poi fine, al massimo serve per la fisica. Invece costruirla concretamente, capire la diversità con la circonferenza, per loro è stato fondamentale: l'hanno capita tutti, se la sono ricordata tutti anche i più fragili" (*anche se a Liceo difficile avere BES e DSA quelli più fragili sono per loro quelli che non hanno una formazione forte in matematica e fisica e fanno fatica già dal primo anno). *"Recuperare anche i ragazzi più fragili su concetti complessi della matematica è fattibile se si lavora un po' con il corpo. Certo non è facile"*

- DB: "*usavo molto tutto il corpo, il movimento quando insegnava fisica in un alberghiero perché la fisica si presta molto (velocità, forze, lavoro: visualizzare con il corpo e fare esperienza con il corpo calcolando tempi, lunghezze etc.), ora alla scuola media ho proposto attività sull'uomo vitruviano e piccole cose".* Se parliamo di corpo come manipolazione ne fa uso,
  - Ad esempio "*il Tangram per l'equivalenza delle figure piane: gli esercizi, i ragionamenti, le cose da dedurre, i problemi*".
  - In prima media ha fatto equivalenza con i segmenti usando gli stuzzicadenti.

  Anche lei quando ha iniziato a insegnare aveva un approccio che parte dalla teoria per arrivare alla pratica; al TFA le hanno spiegato come deve avvenire l'approccio alla materia per questa fascia di età e ci sta provando (non su tutto) perché *"ci vuole più tempo ed è vero che non esistono proprio i programmi ma poi hai magari le prove comuni e altre cose che un pochino ti danno dei paletti. Si fa ogni volta che è possibile, non su tutto".*

- AC: non ha mai fatto molte esperienze di didattica con il corpo, ha privilegiato gli oggetti semplici, non acquistati, come la carta, le cannucce, le lego. Li usa per introdurre l'attività: *"si fa l'attività pratica inizialmente e poi passa alla regola e alle cose astratte".* Fa attività di gruppo estremamente strutturate, fa lei i gruppi, cerca di farli eterogenei, alcune volte fa una scaletta scrivendo anche i passaggi da affrontare per non perdere tempo *"penso che se i ragazzi si trovano già tutto ben programmato vadano più spediti".*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 3 (estratti dagli interventi dei partecipanti) : **Esperienze proposte in classe**

MA: "*Nonostante sia complicato lavorare con il corpo, è necessario e più i ragazzi sono grandi più è bello farli lavorare con il corpo e vedere i risultati che raggiungono […] Recuperare anche i ragazzi più fragili su concetti complessi della matematica è fattibile se si lavora un po' con il corpo. Certo non è facile"*

DB: "ci vuole più tempo ed è vero che non esistono proprio i programmi ma poi hai magari le prove comuni e altre cose che un pochino ti danno dei paletti. Si fa ogni volta che è possibile, non su tutto".

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 4 - **è importante coinvolgere il corpo e il movimento degli studenti in classe? Perché?**

a) Pensate che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti sia importante per sviluppare l'apprendimento della matematica? Perché?

Da un insegnante viene sollevata la potenziale difficoltà che possono avere gli studenti con il proprio corpo in quella età, da un secondo viene enfatizzata l'importanza di coinvolgere il corpo per favorire l'apprendimento degli studenti che hanno uno stile cognitivo che predilige questo apprendimento. Una terza insegnante riporta invece l'attenzione al piacere che hanno i ragazzi nel muoversi in questa fascia d'età e l'importanza del movimento anche per l'orientamento spaziale, che è stato richiamato anche da un secondo insegnante, un altro alla facilità di memorizzazione per le esperienze che coinvolgono in prima persona gli studenti mentre un'altra alla facilità di accesso al pensiero astratto una volta coinvolto il corpo, e un ultimo al carattere inclusivo delle attività anche per i più fragili (riprendendo un punto già sollevato nelle sezioni precedenti).

- EP: premette che non ha mai usato il corpo perché non saprebbe come fare, al di là delle misurazioni. Pensa che <u>dipenda molto dalla classe</u>, come anche la manipolazione: *"non tutte le classi amano attività di manipolazione quindi dipende dagli studenti*". Dipende anche da come loro vivono il proprio corpo, anche dalla percezione che hanno di sé e potrebbe generare difficoltà (es. alcune ragazze non vogliono pesarsi con la bilancia quando si spiegano le misure): attività dove aveva portato strumenti di misura tra cui anche le bilance (non è scontato leggere bilancia e termometro per i suoi alunni). *"E poi dipende da cosa si vuole fare, se è esercitazione che rimane astratta e serve solo per la matematica va bene, ma se si rivela qualcosa di sé potrebbe essere difficoltoso per qualche alunno".*
- VD: dipende da cosa vuol dire "uso del corpo" : *"alcuni ragazzi hanno bisogno di usare il corpo, di muoversi o meglio sono facilitati nell'apprendimento muovendosi, in questo proporre una attività che propone del movimento al di là che il corpo sia proprio il protagonista della matematica in quel momento penso possa esser utile per facilitare quei ragazzi che hanno quel metodo di apprendimento indipendentemente dalla matematica".*
- FR: *"Vorrei proporre una riflessione: l'ora che preferiscono i ragazzi di scuola media è l'educazione fisica, […] per questo l'uso del corpo per apprendere la matematica risulta fondamentale"*. Può essere promosso anche facendo attività o progetti insieme al docente di educazione fisica, tipo per l'orientamento con l'utilizzo della bussola: "*Muoversi, spostarsi è fondamentale perché loro amano muoversi; il problema dei ragazzi di questa età è quella di stare ingabbiati nel banco e mantenere le distanze, quindi dobbiamo sfruttare la tendenza che hanno del movimento*".
- AC: è molto utile perché aiuta la memorizzazione: *"fare qualcosa in modo pratico, vederla su te stesso aiuta molto a ricordare nel futuro piuttosto che una formula scritta su un libro e detta dall'insegnante. Rimane più a lungo memorizzato nel tempo".*
- MA: ringrazia FR perché le ha ricordato un esperimento che ha fatto quando era in supplenza in una terza liceo linguistico 30 anni fa, con un ragazzo che non riusciva a mettere i punti sul piano cartesiano (ragazzo che non si muoveva mai perché viveva già proiettato nel mondo dei videogiochi e vedeva molta TV e non si muoveva quasi mai): con il docente di educazione fisica hanno fatto un reticolo in palestra per terra che rappresentava il pano cartesiano e, attraverso le indicazioni che venivano date, i ragazzi si muovevano nel reticolo nelle varie posizioni. Come prima indicazione davano loro i comandi "*vai avanti di tre passi"* etc., davano loro il percorso da fare. Dopo, mettevano i ragazzi in due posizioni diverse e chiedevano loro il percorso che volevano fare per raggiungersi al centro della palestra. In questo modo i ragazzi si sono riabituati a considerare destra, sinistra, avanti e indietro quindi, quando doveva posizionare i punti nel piano cartesiano, non ha avuto problemi (non sapeva fosse coding, era negli anni '90). Prima discusso con il collegio di classe per capire dove stava la difficoltà e venuto fuori dal confronto con altri colleghi.
- DB: le attività manipolative o che usano il corpo sono estremamente inclusive perché coinvolgono sia coloro che con la matematica non hanno difficoltà perché magari sono portati sia i ragazzi più fragili, e riescono anche ad appassionarli. È vero che da queste si deve poi sempre far seguire un momento nel quale trarre le conclusioni insieme, formalizzare insieme quello che si è capito.
- MC: Anche lei ha fatto coding anche virtuale, anche se ha visto che "*i ragazzi, nonostante siano nativi digitali, hanno difficoltà nella strutturazione del linguaggio in modo corretto e nell'utilizzarlo correttamente e ho visto che viene facilitato se passano prima dal corpo, quindi facciamo coding unplagged sulla scacchiera disegnata per terra, muoviamoci con un compagno che comanda l'altro,*

uno fa il robot e uno il programmatore solo che dopo aver provato cosa vuole dire sul corpo allora poi la programmazione su computer è diventata più chiara, più semplice e più fattibile, quindi proprio il passaggio dall’esperienza fisica è fondamentale in tanti aspetti”.

- RT: In questo anno:

  - ha usato le strisce di carta per i segmenti per fare capire il concetti di somma, sottrazione, multipli e sottomultipli e affrontare il problema come concetto.

  - usa il coding perché stanno programmando le macchine, piccoli robot per fare capire come ci si muove, soprattutto il concetto della pressione: “*schiaccio un tasto, più forte lo schiaccio più l’oggetto acquista un’accelerazione*”.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 4 (estratti dagli interventi dei partecipanti) : importanza di coinvolgere corpo e movimento degli studente

FR: “l’ora che preferiscono i ragazzi di scuola media è l’educazione fisica, […] per questo l’uso del corpo per apprendere la matematica risulta fondamentale […] muoversi, spostarsi è fondamentale perché loro amano muoversi; il problema dei ragazzi di questa età è quella di stare ingabbiati nel banco e mantenere le distanze, quindi dobbiamo sfruttare la tendenza che hanno del movimento”

AC: “fare qualcosa in modo pratico, vederla su te stesso aiuta molto a ricordare nel futuro piuttosto che una formula scritta su un libro e detta dall’insegnante. Rimane più a lungo memorizzato nel tempo”

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 5 – Difficoltà, limiti e strategie

**a) Se le proponete in classe, quali sono le principali difficoltà che incontrate?
E che strategie avete messo in campo per superarle?**

Il primo problema individuato è il tempo necessario per la preparazione e per la realizzazione dell’attività. Gli insegnanti hanno a più riprese dichiarato nell’intervista di cercare di ovviare al poco tempo disponibile cercando di fare attività strutturate o semi-strutturate, preparando il materiale in anticipo. Riconoscono che promuovere il tempo prolungato può essere una risorsa avendo ore a disposizione specificatamente per il laboratorio. Viene anche evidenziata una scarsa manualità degli studenti, nella sezione precedente anche difficoltà con il proprio corpo e magari anche con l’esperienza dello spazio. Anche le prove comuni sono state individuate come un limite, forzando la valutazione verso certi tipi di esercizi per i quali il lavoro proposto con queste attività non viene ritenuto utile. Un’altra difficoltà sollevata è la gestione della classe. In particolare, durante tali lezioni gli studenti non sfruttano la lezione come opportunità di apprendimento, paradossalmente soprattutto per quelle classi dove forse potrebbero giovare maggiormente di un approccio simile alla didattica (inclusione dei più fragili). È anche emerso come risulti complesso gestire da soli tutti gli aspetti dell’attività, in risposta a questo viene evidenziata l’esigenza di avere un affiancamento durante le attività. Oltre a una collaborazione nelle ore di didattica frontale viene evidenziata anche l’esigenza di collaborare con uno scambio di idee all’interno della scuola, magari con ore specifiche dedicate alla programmazione, perché non è sempre facile avere da soli le idee per proporre attività opportune per gli argomenti da trattare.

- MC: rispetto all’attività in genere, il problema principale è il <u>tempo</u> nell’organizzazione e nello svolgimento: infatti richiedono più tempo per organizzare i ragazzi e nella realizzazione. Si ritrova nell’idea di fare attività strutturate e semi strutturate nel senso che magari c’è un momento iniziale in cui lascia più libertà di manipolare gli oggetti, ad esempio nell’attività di classificazione in cui hanno ritagliato delle figure anche strane, poligoni più o meno regolari, prima ha lasciato che lavorassero in modo creativo ma dopo ha fornito una scheda con dei passi per guidarli a ragionare in un certo modo e poi affrontare una discussione, “*perché cerco sempre di concludere con un momento di discussione in cui ogni gruppo verbalizza i ragionamenti che ha fatto, quello che ha capito, e ci si confronta per poi tirare un po’ le somme di cosa abbiamo scoperto, dove siamo arrivati. È un’attività che <u>richiede tempo</u> sia nel momento del lavoro concreto sia nel momento della condivisione della discussione.”*

- **DB:** La prima è una difficoltà pratica: i ragazzi non sanno usare gli strumenti (non tutti sanno ritagliare, incollare etc) quindi ci vuole tanto tempo. La seconda difficoltà è il tempo necessario per queste cose, sia nella preparazione (degli strumenti) sia nella realizzazione, quindi cerca di agevolare dandogli pronto tutto quello che può dargli pronto, perché altrimenti se devono costruire tutto loro da zero non resta tempo per l’attività matematica finale, di astrazione (la teoria), perché la parte manuale ha preso troppo spazio. Hanno solo 4 ore di matematica quindi è dura fare una didattica laboratoriale, sarebbe bello avere due ore in più la settimana per fare queste cose. Un altro problema sono le prove comuni che ti obbligano a fare certi tipi di esercizi.

  Che non sono aiutati dal fare attività di questo tipo?

  DB: “*Beh non tutti, il classico problema di geometria: formule inverse etc. Le attività pratiche.. Boh non lo so. Magari per invertire le formule si può trovare una attività pratica, però non lo so. Poi quale devi scegliere e applicare non lo so. Poi ci vuole anche fantasia per fare le attività pratiche, magari c’è la collega FR che ha molta fantasia, magari io ce l’ho meno e non mi viene sempre in mente l’attività da proporre per trasformare in attività concrete il concetto matematico*”.

- **DI:** è d’accordo con le colleghe quando parlano che la principale problematica del tempo “*perché è vero che non è più, e non deve essere, la matematica del programma ma ci sono paletti dal punto di vista dei contenuti e si rischia di rimanere indietro se si dà tanto tempo a queste cose che sono utili*”. Altra difficoltà, in alcune classi, è la gestione della classe a seconda della su composizione, “*ed è un po’ paradosso perché le classi dove magari ci sono più ragazzi fragili e quindi più difficoltà, e sarebbero maggiormente aiutati da un approccio laboratoriale e proprio pratico, sono quelli che messi davanti ad una attività di questo tipo se ne approfittano di più e quindi magari diventa difficile gestire una classe da un punto di vista disciplinare e magari una classe di ragazzi più tranquilli, dove i ragazzi sono più malleabili -perdonatemi il termine- in attività di questo tipo sono classi molto più gestibili e che rispondono in maniera diversa anche in queste attività*”.

b) **Che cosa ne ha facilitato l’introduzione? In alternativa, di che cosa avreste bisogno per implementare in classe queste attività? Che tipo di supporto, di condizioni, di contesto etc necessitereste?**

- **FR:** pensa che il problema del tempo è risolto abbastanza nelle classi a tempo prolungato (sono rare), perché in queste classi ci sono ore in più, tipo lei ha 2 ore di laboratorio dedicate a questo tipo di attività.

- **AG:** tra le necessità, c’è quello di avere un docente in affiancamento (il docente di sostegno non c’è in tutte le ore e non c’è in tutte le classi) : è complesso gestire 25 ragazzi, e poi dipende dalle classi. Di base, dovrebbero esserci due persone per stare dietro alla attività e ai ragazzi da soli.

- **VD:** concorda con AG, avere affiancamento è utile; vorrebbe poi uno scambio concreto, pratico di idee tra colleghi, anche della stessa scuola, della disciplina (collaborazione nelle classi e collaborazione di idee): “*ad esempio, un ora la impieghiamo a condividere queste idee, oppure oggi vengo nella tua classe e vengo a vedere quella attività che tu fai benissimo, io non sono mai riuscita a scuola devo dire*”.

- **MA:** il problema del tempo rispetto alle attività: “*fondamentale la programmazione settimanale da realizzarsi nel dipartimento, 2 ore comuni di programmazione dipartimentale insieme perché si è tanti e in tanti si hanno tante idee*”. Un’idea è quella di far lavorare insieme ragazzi di classi distinte, facendo gruppi eterogenei, ma per fare questo serve il tempo per fare programmazione comune. Nel passato c’erano, non tutte le ore di didattica frontale ma anche di programmazione con i colleghi. Viene ritenuta l’unica soluzione.

- **RT:** Lavora in una classe a tempo prolungato (7 ore a settimana) e per questo lavora a questo progetto di proporre una didattica laboratoriale della matematica di cui è a capo. Non è intervenuto molto durante il focus group perché dice di non avere esperienza quindi questo incontro lo ha vissuto in maniera formativa, per capire come questo concetto è stato applicato nella scuola.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 5 : **Difficoltà, limiti e strategie**

DI: "perché è vero che non è più, e non deve essere, la matematica del programma ma ci sono paletti dal punto di vista dei contenuti e si rischia di rimanere indietro se si da tanto tempo a queste cose che sono utili"

MA: *"fondamentale la programmazione settimanale da realizzarsi nel dipartimento, 2 ore comuni di programmazione dipartimentale insieme perché si è tanti e in tanti si hanno tante idee"*

5.2.2.3. Scuola secondaria di grado II

Gli insegnanti di scuola secondaria che hanno partecipato ai focus group provenivano da differenti scuole secondarie: Licei di vario tipo, Istituti Tecnici e Istituti Professionali.

Gli intervistati hanno fornito una descrizione della matematica che fa capo all'idea di ordine, di un insieme di leggi che governano il mondo, oppure al ragionamento come forma di pensiero, o ancora ad un linguaggio o strumento per interpretare il mondo e fare esperienza della realtà. Infine, altre descrizioni sono invece legate ad una dimensione che possiamo definire più estetica/artistica attraverso termini quali creatività, bellezza, libertà, scoperta e soddisfazione.

L'argomento del questionario è apparso agli insegnanti di questo grado molto meno familiare rispetto ai gradi precedenti, descrivendolo come un approccio inusuale o alternativo. Alcuni insegnanti descrivono chiaramente di avere avuto l'impressione che il questionario fosse rivolto agli insegnanti degli ordini di grado inferiore, perché il coinvolgimento motorio non è ritenuto così rilevante all'interno della scuola secondaria di secondo grado. Un insegnate, ad esempio, dichiara esplicitamente di non avere mai pensato alla possibilità di utilizzare il corpo per spiegare la matematica nelle proprie lezioni e ha colto, nell'esperienza della vignetta di Monica, uno spunto per le sue lezioni, mente altri hanno affermato di avere riflettuto, durante la compilazione del questionario, sul fatto che il coinvolgimento corporeo fa parte del linguaggio multimodale con il quale comunichiamo nel processo di insegnamento-apprendimento, facendo riferimento alla gestualità e all'enfasi nel tono della voce. Tuttavia, una minoranza degli insegnanti sono risultati abbastanza inclini a proporre attività ABM, soprattutto per accattivare gli studenti, anche se il focus è risultato spostato sull'esperienza concreta più che sul ruolo del corpo e del movimento. Sono molti, infatti, a ricordare il questionario principalmente in riferimento all'attività laboratoriale, senza un focus specifico sugli aspetti sensori-motori. Eppure, anche focalizzandoci esclusivamente sull'apprendimento laboratoriale, diversi intervistati hanno comunque affermato di avere poche esperienze in merito, soprattutto in matematica (molto più per la fisica o per l'informatica).

Una testimonianza particolarmente significativa è rappresentata da una insegnante da poco laureata per la quale l'argomento è risultato "allo stesso tempo familiare e lontano", a testimonianza dello scollamento tra il mondo della ricerca e la prassi didattica. Infatti, ella ha studiato in un corso di laurea specifico in Didattica della Matematica varie tipologie di approcci didattici, tra cui quello dell'*embodied cognition* e del laboratorio di Emma Castelnuovo, ma trova complicato poterli mettere in pratica nel contesto di insegnamento di una scuola superiore, soprattutto per la disposizione a mettersi in gioco degli studenti che hanno preconcetti su quello che dovrebbe essere una lezione di matematica.

Tra le esperienze proposte alla scuola secondaria di secondo grado troviamo alcuni riferimenti sia alla manipolazione che al movimento del corpo intero per l'applicazione o l'esplorazione di principi di fisica, ed in geometria o legate alla misura (solo un esempio rispetto all'aritmetica). Tra gli insegnanti di scuola secondaria di secondo grado, troviamo invece più comunemente il riferimento all'utilizzo di manipolativi virtuali rispetto a tutti gli altri gradi scolastici, in particolare con Geogebra.

Come già emerso anche in riferimento alla scuola secondaria di primo grado, tra i rispondenti di questo ordine scolastico l'importanza viene vista sovente in riferimento ad aspetti educativi più che formativi, ad esempio volta a promuovere la motivazione negli studenti, o come occasione per promuovere le competenze trasversali, come quella del lavoro cooperativo. Vi sono però alcune eccezioni: alcuni insegnanti individuano una comprensione più profonda dei concetti matematici conseguente alla proposta di queste attività, proprio perché si pongono le radici nell’esperienza pratica, altri invece hanno fatto riferimento all’importanza legata alla visualizzazione, o al potenziale didattico che può emergere dando corporeità ai concetti matematici, come ad esempio alla statistica. Tuttavia sono più rari i casi di insegnanti che si concentrano sulla partecipazione del corpo piuttosto che sull’importanza del lavoro laboratoriale, enfatizzando l’importanza di ancorare il pensiero astratto all’esperienza corporea. Ad esempio, tra gli insegnanti che evidenziano che queste attività permettono una maggiore memorizzazione, vi è un’insegnante che considera determinante l’eccezionalità della proposta piuttosto che le caratteristiche motorie di tali attività. Ella esprime infatti la perplessità che se tutti gli argomenti fossero proposti con attività didattiche ABM non sarebbero altresì memorabili. Infine, alcuni insegnanti nel secondo focus group hanno riconosciuto in modo particolare un grande coinvolgimento e ottimi risultati sulle studentesse quando vengono svolte attività di laboratorio in cui sono coinvolte con la percezione o il movimento.

Una delle principali difficoltà che vengono riscontrate nella scuola secondaria è nuovamente la carenza di tempo a disposizione, soprattutto avendo l’obiettivo di coprire una programmazione ritenuto eccessivamente densa. Questa limitazione viene avanzata da qualche docente che non propone attività ABM ma, soprattutto, da coloro che dichiarano di integrare tali attività nella loro pratica. Per questi docenti, la limitazione data dalla scarsità di tempo disponibile appare strettamente collegata ad un’altra difficoltà, quella nella valutazione delle attività, che non può essere effettuata con la stessa oggettività dei compiti tradizionali, e, soprattutto, alla convinzione che le attività ABM non siano strettamente utili per l’obiettivo finale, che è rappresentato dal completamento degli argomenti in vista dell’esame di maturità. Conseguentemente, un sottointeso che è emerso da molte dichiarazioni nei focus group è che tali attività vengano concepite come un surplus per consolidare i concetti appresi, e che la loro proposta sia possibile soltanto durante ore extra, come attività da effettuare una volta che si è sicuri di concludere la programmazione curricolare preventivata e soltanto con gli studenti che non rendono particolarmente complicato lo svolgimento delle attività.

Infatti, una seconda limitazione comunemente evidenziata è legata ai problemi nella gestione della classe: si ritiene particolarmente complesso introdurre queste attività all’interno di classi in cui i ragazzi sono meno disciplinati e interessati all’apprendimento della matematica (ad esempio fuori da Istituti Tecnici o Licei Scientifici).

Un’altra criticità che viene riscontrata nella scuola secondaria, soprattutto da un insegnante che ha preso servizio anche nel primo grado, riguarda la disponibilità degli studenti a mettersi in gioco in attività di questo tipo. Essi, infatti, hanno maturato un preconcetto su come dovrebbe svolgersi una lezione di matematica che risulta abbastanza complesso da scardinare. Tale difficoltà è rafforzata dal fatto che si ritiene che gli studenti abbiano poca manualità e poca abitudine a lavorare in modo pratico, perciò il tempo da impiegare per lo svolgimento dell’attività aumenta notevolmente rispetto a quanto si potrebbe preventivare.

Gli insegnanti che non promuovono le attività in classe hanno invece evidenziato come la formazione proposta e richiesta per l’insegnamento non preveda niente di specifico riguardo questi aspetti della didattica. Dalle dichiarazioni, emerge anche che la poca esperienza porta gli insegnanti ad avere un atteggiamento meno intraprendente verso la proposta di approcci considerati alternativi. Viene inoltre sottolineato come anche i colleghi spesso possano ostracizzare una didattica di questo tipo all’interno della scuola. Ad esempio, come alcuni docenti che insegnano matematica e fisica in un Liceo provano a collegare i principi appresi dagli studenti alle applicazioni pratiche nel laboratorio di fisica, così alcuni insegnanti in altre tipologie di scuole superiori vorrebbero provare a lavorare in modo multidisciplinare applicando la matematica alle altre discipline che hanno aspetti di maggiore praticità, come ad esempio le materie di indirizzo negli istituti tecnici o professionali. A tale proposito, un’insegnante ha lamentato una scarsa disponibilità da parte dei colleghi e una chiusura degli studenti stessi verso queste proposte.

In conclusione, il coinvolgimento percettivo motorio degli studenti sembra essere tendenzialmente tenuto in considerazione nel primo ciclo d’istruzione, risultando come un argomento piuttosto inusuale per gli insegnanti di scuola secondaria, quasi fuori target. Questo sembra attribuibile a una mancanza nella formazione e alla difficoltà di realizzazione per una impostazione caratterizzante l’ordine scolastico che indirizza verso l’acquisizione di contenuti in vista di un esame finale e contraddistinta da una cultura che vede l’insegnamento della disciplina rigidamente ancorato ad una didattica tradizionale e trasmissiva. Tuttavia gli insegnanti sono apparsi interessati e incuriositi all’argomento, in cerca di spunti di riflessione e di formazione.

Non deve sorprendere che, ancora più che nella scuola secondaria di grado I, troviamo fra gli intervistati di questi focus group persone che affermano di non avere mai riflettuto sul ruolo del corpo e del movimento nella didattica e che, peraltro, non ne hanno mai avuto esperienza. Infatti, i professori di matematica della scuola secondaria hanno avuto sovente carriere scolastiche brillanti nella disciplina, dato che hanno poi scelto di effettuare corsi di studio universitari che prevedono un alto contenuto matematico, e probabilmente non hanno incontrato difficoltà con una didattica tradizionale che è stata loro proposta, perciò non hanno avuto spesso occasione per riflettere sui limiti che presenta.

Abbiamo inoltre potuto osservare che, se nella scuola secondaria di primo grado viene principalmente fatto riferimento alla composizione delle classi come potenziale discrimine per l’implementazione delle attività ABM, tra gli insegnanti della scuola secondaria di secondo grado vengono marcate delle differenze che riguardano principalmente le tipologie delle scuole di insegnamento. Da un lato, viene riconosciuto che negli Istituti Professionali vi sia una minore pressione data dal dovere coprire molti contenuti, pe la minore formalizzazione richiesta e per la maggiore inclinazione per un approccio più pratico e manuale. Dall’altro si ritiene che l’interesse e la disciplina presente nei Licei Scientifici e negli Istituti Tecnici sia indispensabile per proporle senza impiegare una quantità eccessiva di tempo rispetto a un Istituto Tecnico o un Liceo delle Scienze umane.

5.2.2.3.2. Report 1°Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di grado II

1°Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di grado II

Organizzazione progetto di ricerca	LUMSA - ACU
Data e ora del Focus group	25 Gennaio 2022_ [17:45 – 18:45]
Luogo virtuale	Stanza personale Zoom di Alessandra Boscolo
Numero di partecipanti	12 partecipanti
Conduttore / moderatore	Alessandra Boscolo
Osservatore / Co-conduttore	Federica Cacioppola

Breve descrizione dei partecipanti

Tutti i partecipanti sono insegnanti italiani di matematica in servizio nella scuola secondaria di secondo grado (un partecipante di secondaria di grado I ha soltanto assistito, non ha mai parlato).

1. **Partecipante 1: LC,** Reggio Emilia, insegna in un Istituto Tecnico e Professionale. È al primo anno di insegnamento alla scuola secondaria di secondo grado, prima ha insegnato due anni alla scuola secondaria di grado I.
2. **Partecipante 2: PMR,** Provincia di Treviso, insegna in un Istituto Alberghiero da 10 anni, dopo esperienze dal Liceo Scientifico, Classico e avere insegnato anche in quasi tutti i tipi di Istituti Tecnici e 5 anni sul serale. *“All’Alberghiero la Matematica è considerata materia secondaria dagli studenti”.*
3. **Partecipante 3: CS,** Vicata, Liceo Scientifico. Quasi esclusivamente insegnato nei Licei Scientifici ma è passato anche per la scuola militare. Si occupava di ricerca in matematica fino al 2001.
4. **Partecipante 4: BM,** Provincia di Brescia, insegna da 30 anni in un Istituto misto che ha tanti dirizzi. Insegna nel triennio sia dell’Istituto Professionale, nell’indirizzo meccanico, che del Liceo delle Scienze Umane (insegnando Matematica Economica)
5. **Partecipante 5: TB,** Macerata, da quest’anno al Liceo delle Scienze Umane. Nella sua carriera ha insegnato 2 anni al Liceo Scientifico, passando poi di ruolo all’Istituto Professionale e per più di 20 anni ha insegnato lì.
6. **Partecipante 6: AB,** Milano, insegna da 4 o 5 anni perché prima faceva un altro lavoro. Ha insegnato sempre in un Liceo Scientifico parificato , di piccole dimensioni, non ha perciò il problema di dover giustificare agli studenti perché si studia matematica, proprio perché è in un Liceo.
7. **Partecipante 7: FM.** Piombino, insegna in un Istituto Tecnico Industriale. Insegna da 6 anni, iniziando non appena si è laureata: era la sua passione sin dalle scuole medie, ha fatto matematica perché voleva insegnarla: *“Per me la matematica è semplice e volevo farla capire a tutti gli altri”*.
8. **Partecipante 8: CV,** Bernalda, provincia di Matera, Liceo delle Scienze Applicate. Insegnante a fine carriera, ingegnere. Prima insegnava ai geometri disegno tecnico ma avrebbe voluto insegnare matematica, ormai è da 22 anni che insegna matematica. Fa molto riferimento alla realtà nel suo insegnamento: *“collego molto spesso al disegno, la geometria e le cose pratiche che loro fanno. Siccome posso dimostrare che tutto ciò che noi facciamo è dimostrabile, lo possiamo constatare, faccio vedere che forse è una delle poche materie dove esiste la verità, la prova. Trovo che la matematica debba essere sempre collegata alla realtà. Solo così riesce a entrare nella loro mente altrimenti si perdono”.*
9. **Partecipante 9: EC,** provincia di Torino, insegna in un Liceo Scientifico. Ha insegnato 20 anni fa, poi ha fatto un percorso di ricerca e ha ripreso da un paio di anni a insegnare.
10. **Partecipante 10: DS.** La Spezia, insegna in un Liceo Scientifico, nel corso tradizionale, matematica e fisica
11. **Partecipante 11: LS.** Genova, insegna al Liceo delle Scienze Umane, matematica e fisica. *“Gli studenti hanno difficoltà e talvolta astio verso la disciplina, quindi interessarli alla disciplina e convincerli che non è la mostruosità che reputano è il lavoro più difficile”.* Formazione da fisico, dopo aver frequentato il liceo classico. È la prima volta che insegna, è nell’anno di prova.
12. **Partecipante 12: JG.** Brescia, insegna in una scuola media in provinciale. È di formazione biologo e insegna matematica e scienze. Non ha problema di giustificare perché è importante la matematica, perché si tratta ancora dell’istruzione di base, quindi la matematica insieme all’italiano è la materia principale. ***(Ha solo osservato l’intervista, era nel gruppo precedente ma si è collegato successivamente)***

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 1: **Idee sulla matematica**

1) Che cos’è per te la matematica? Quale è la tua descrizione in una parola, in una frase?

Tra le caratterizzazioni che hanno dato gli intervistati della matematica ritroviamo quella di metodo di <u>ragionamento</u>, <u>forma di pensiero</u> come anche quella di l<u>inguaggio</u> con cui <u>interpretate</u> il mondo e l’universo, <u>strumento</u> per studiare, analizzare ed avere <u>esperienza</u> della realtà. Troviamo descrizioni che fanno riferimento invece alla creatività, alla fantasia, alla libertà fino alla scoperta e alla soddisfazione.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 1 (estratti dagli interventi dei partecipanti)

LC: *“Ragionamento, seguire un ragionamento motivato da concetti e valide ragioni, e non da intuizioni e basta, o movimenti di pancia”*

PMR: *“Creatività e fantasia, e mi piacerebbe che fosse tanto laboratorio anche per via dell’istituto dove insegno dove non c’è molto studio, soprattutto della matematica. La creatività, lo stimolo di collegamento tra la matematica con la realtà, con la loro realtà è quello che deve essere ricercato e lo sforzo che va fatto.”*

CS: *“Una filosofia di vita”*

BM: *“Esperienza, perché tutti i giorni noi facciamo esperienza dell’utilizzo della matematica. L’importante è trovare il collegamento. Se noi impariamo che ogni gesto che facciamo è legato a qualcosa di matematico, secondo me diventa tutto più facile anche nell’apprendimento. Più facile, secondo me, nell’istituto Professionale perché non sei legato a tempi prestabiliti perché le dinamiche sono diverse, più difficile nelle Scienze Umane perché ci sono meno ore. [..] Argomenti più utilizzabili in quarta e quinta. [..] L’esperienza è fondamentale.”*

TB: *“Non ho definizione della matematica, faccio riferimento a due frasi che in questi tanti anni di esperienza di insegnamento mi hanno folgorato. Una è la definizione che da Galileo Galilei della matematica quando dice che ‘è la scienza con cui Dio ha scritto l’Universo’ [..] l’altra è di un maestro di yoga che parlava della sua esperienza ‘entro stretti limiti si aprono poi dei grandissimi spazi di libertà’ ”*

AB: *“un metodo di ragionamento oltre che essere una gratificazione”*

JG: *“Allenamento, ma non un allenamento finalizzato- che si impara a fare gli esercizi a scimmia, che si impara il metodo. Ma allenamento perché l’allenamento ci permette di riconoscere determinate cose e magari trovare metodi diversi, ai quali non avevamo mai pensato prima per risolvere un esercizio. Magari prima lo risolvevamo in maniera più meccanica, adesso poi che siamo allenati magari riusciamo anche ad interpretare una situazione in maniera diversa.”*

FM: “Semplicità, scoperta e soddisfazione. E sta alla base di tutto. Quando io inizio la prima lezione gli chiedo la domanda che di solito fanno loro a me: A cosa serve la matematica?’ ”

CV: **“***forse è una delle poche materie dove esiste la verità, la prova. Trovo che la matematica debba essere sempre collegata alla realtà.”*

EC: *“Disciplina che unisce due cose, la conoscenza e il ragionamento. Di fatto quindi è conoscere le cose, conoscere anche i concetti matematici ma non solo, conoscere la realtà mediante un ragionamento. Nulla si impara in modo astratto e per autorità ma le cose che si imparano, che si apprendono, si costruiscono. Quindi è, secondo me, una disciplina fortemente costruttiva. Il concreto può aiutare ma di fatto quella che è la realtà vera è che la matematica è una forma di pensiero come ha detto LC, che può partire dal concreto per arrivare all’astrazione, cosa che poi in effetti è.”*

DS: *“Libertà, perché la mia mente è libera di costruire una teoria nuova. Alla teoria appresa di essere libera di andare dove ovviamente la matematica stessa mi consente ma allo stesso tempo ho anche la libertà di andare e costruire nuove teorie matematiche”.*

LS: *“è un linguaggio, è il linguaggio con cui noi possiamo interpretare l’universo. Ho una visione della matematica più come strumento per studiare e analizzare la realtà più che come scienza a sé, per la mia personale formazione. Cerco sempre di prendere la matematica e farne vedere ai ragazzi le applicazioni alla vita di tutti i giorni e dalla terza in poi [..] anche lavorare tanto nel rapporto tra matematica e fisica, vedere l’argomento in matematica e trovare il prima possibile l’applicazione in fisica per poterlo poi visualizzare e forse anche assimilare meglio”.*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 2: Feedback sul questionario

a) Vi chiedo di tornare con la memoria a quando avete compilato il questionario: l’argomento del questionario vi è sembrato familiare o qualcosa di molto distante dalla vostra pratica scolastica?

Ad alcuni intervistati il questionario è sembrato rivolto alla scuola di grado inferiore, perché alla scuola secondaria parlare di attività in cui coinvolgere il corpo e il movimento sembra essere un aspetto poco presente. Un insegnante dichiara di non avere mai pensato alla possibilità di utilizzare il corpo per spiegare la matematica nelle proprie lezioni e ha colto nell’esperienza della vignetta di Monica uno spunto per le sue lezioni, un altro ha riflettuto sul proprio utilizzo del corpo, nel gesticolare, ad esempio, durante le lezioni senza avere mai proposto nessuna attività specifica. Altri invece sono abbastanza inclini a proporre attività di questo tipo, soprattutto per accattivare gli studenti, anche se il loro focus è spostato sull’esperienza concreta più che sul ruolo del corpo e del movimento. Infine, per una insegnante da poco laureata l’argomento è risultato allo stesso tempo vicino e lontano, a testimonianza dello scollamento tra ricerca e prassi didattica, perché lo ha studiato nella formazione pre-servizio ma lo trova complicato da applicare nel contesto di insegnamento, soprattutto per la disposizione a mettersi in gioco degli studenti che hanno preconcetti su quello che dovrebbe essere una lezione di matematica. Viene posta una differenza nella possibilità di realizzazione delle attività al variare delle tipologie di scuola superiore: gli insegnanti concordano che ad un istituto professionale sia più facile proporle, per le inclinazioni degli studenti, per il numero minori di contenuti da affrontare e per il grado di formalizzazione minore, rispetto a un tecnico o un liceo delle scienze umane. Tuttavia anche professori del Liceo Scientifico e dell’Alberghiero affermano di proporle.

- MB: "*All’inizio, soprattutto, le domande erano moto generali e quindi non sembravano riferirsi ad una tipologia di scuola. Proseguendo però mi sono resa conto che le esperienze che venivano indagate sembravano più fattibili nei gradi inferiori. Ho partecipato comunque fino infondo, e accettato lo zoom, perché ho detto: ‘sicuramente l’han fatto anche per la secondaria’. Riguardo al movimento nella scuola secondaria, nel biennio ho insegnato poco a dire il vero, ma nel triennio l’esperienza la del movimento la fai nel professionale quando si arriva, per dire, alla goniometria e allora lavoro con gli ingegneri e andiamo direttamente a sperimentare sui torni, invece che spiegare in modo standard, per vedere ad esempio come si misurano gli angoli. Diventa una cosa più pratica. Il movimento c’è perché a turno fanno esperienza, e poi il calcolo viene giustificato dalla teoria. Però l’ho percepito solo verso la fine, e mi è sembrato più spostato come quesiti sulla scuola di grado inferiore.”*
- FM: *“per me è stato una sorpresa, non avevo mai pensato di utilizzare il corpo durante la presentazione degli argomenti di matematica, ancora adesso lo trovo difficile e stavo appunto cercando spunti per le mie lezioni. Ho pensato al fatto del cubo del binomio e del trinomio. Ad esempio fare una costruzione del cubo fatto da loro, in gruppo, perché c’è sempre la domanda ‘dove va a finire il doppio prodotto quando si fa la scomposizione? Oppure, dove va a finire quando si fa il prodotto?’. Quindi ho capito che è necessario fargli capire che il corpo è importante, perché altrimenti per gli studenti la matematica è come un’astrazione e quindi questo questionario mi ha aiutato ad avere uno spunto in più”.*
- LC: “*per me questo argomento è allo stesso tempo familiare e lontano, perché ho una laurea magistrale fresca e l’ho svolta a Torino dove c’è proprio il corso in didattica della matematica e avevo fatto esami dove l’embodied cognition è una delle possibilità di fare matematica che abbiamo studiato così come il laboratorio di Emma Castelnuovo. Nei primi anni che ho insegnato alla scuola media ho trovato più facile applicare il laboratorio. E il problema principale non è l’età dei ragazzi, fino a un certo punto, è la disponibilità dei ragazzi. Proporre laboratori di matematica alla scuola superiore, i ragazzi mi guardano come se fossi una pazza, come se non stessi insegnando davvero e come se fosse tutto una perdita di tempo. Quindi, se già l’attenzione generale ha uno spam piuttosto piccolo mentre spiego, li chiamo alla lavagna, dico loro di dire a voce altra i propri ragionamenti, di confrontarsi a vicenda se trovano errori nei ragionamenti da correggere, quando si tratta di fare attività più laboratoriali- ma la confusione. E non è tanto il fatto di dover tenere la classe ma che hanno già così tanti preconcetti sulla matematica arrivati alla scuola superiore che è difficile scardinarli, ci vuole tanto lavoro. E quindi si arriva di nuovo a quel problema di mancanza di tempo che spesso si ha nei tecnici soprattutto. Perché invece confermo che nelle classi del professionale, avendo meno argomenti di matematica da affrontare, pur avendo meno ore, è più facile riuscire a coinvolgere i ragazzi più in prima persona con attività che coinvolgono proprio di più loro stessi, le loro mani, le loro persone*”.
- AB: Il questionario lo ha incuriosito. Laureato nell’86 con indirizzo generale facendo equazioni differenziali, non aveva mai pensato alla didattica. “*In realtà mi rendo conto, durante le lezioni di gesticolare, facendo proprio l’intersezione delle rette* [incrociando le dita] *oppure perché l’intersezione di un piano con un cono fa venire un’ellisse piuttosto che un iperbole. Ma immagino che questo sia quasi nulla, che questo sia troppo terra terra. Ed ero invece molto incuriosito, perché*

invece poi credo sia molto molto interessante, perché le lezioni di matematica credo che siano moto pesanti e difficili per molti di loro. Quindi se si trovasse un modo sensato per renderle più lievi e più semplici, non facili, ma accattivanti, probabilmente si otterrebbero risultati migliori, imparerebbero di più loro che è il nostro obiettivo ultimo, no?”

- MRP: **“***Anche io compilando avevo l’impressione che fosse più rivolto a scuole non superiori. Io volevo proseguire la ricerca per avere spunti su attività di tipo laboratoriale perché io tendo a fare attività di tipo laboratoriale e conoscere altre esperienze mi interesserebbe moltissimo. Al professionale si, abbiamo il vantaggio di avere meno argomenti ma soprattutto meno formalismo e questo ci permette di volare più basso e quindi di andare sull’aspetto pratico che, ho notato in questi anni, ai ragazzi interessa tanto, fa più presa. [..] Ha fatto breccia. Anche a distanza di anni incontrandomi si ricordano di queste esperienze”.*
- CS: *“il questionario mi ha incuriosito molto. Io faccio molta didattica laboratoriale, non sempre con movimento come inteso nel questionario, ma insegnando da molto tempo in Licei Scientifici dove molti dei miei studenti vanno a finire in ingegneria o medicina spesso il problema è come la matematica o la fisica si applica al corpo umano, le leve, gli stimoli elettrici e cose del genere. Ma anche in termini di movimento, spesso, proponendo compiti di realtà, andiamo a analizzare nell’industria del divertimento come funzionano, ad esempio l’ottovolante e l’applicazione di principi strettamente di matematica e fisica a determinati ambienti. A volte escono anche aspetti di creatività”.*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione **2 (estratti dagli interventi dei partecipanti) : Feedback sul questionario**

***MB:** “mi è sembrato più spostato come quesiti sulla scuola di grado inferiore.”*

***FM:” :** “per me è stato una sorpresa, non avevo mai pensato di utilizzare il corpo durante la presentazione degli argomenti di matematica, ancora adesso lo trovo difficile e stavo appunto cercando spunti per le mie lezioni. […] Quindi ho capito che è necessario fargli capire che il corpo è importante, perché altrimenti per gli studenti la matematica è come un’astrazione e quindi questo questionario mi ha aiutato ad avere uno spunto in più”.*

***LC:** “per me questo argomento è allo stesso tempo familiare e lontano, perché ho una laurea magistrale fresca e l’ho svolta a Torino dove c’è proprio il corso in didattica della matematica e avevo fatto esami dove l’embodied cognition è una delle possibilità di fare matematica che abbiamo studiato così come il laboratorio di Emma Castelnuovo. Nei primi anni che ho insegnato alla scuola media ho trovato più facile applicare il laboratorio. E il problema principale non è l’età dei ragazzi, fino a un certo punto, è la disponibilità dei ragazzi. [..] E non è tanto il fatto di dover tenere la classe ma che hanno già così tanti preconcetti sulla matematica arrivati alla scuola superiore che è difficile scardinarli, ci vuole tanto lavoro.”*

AB: “In realtà mi rendo conto, durante le lezioni di gesticolare […] Ma immagino che questo sia quasi nulla, che questo sia troppo terra terra. Ed ero invece molto incuriosito, perché invece poi credo sia molto molto interessante, perché le lezioni di matematica credo che siano moto pesanti e difficili per molti di loro. Quindi se si trovasse un modo sensato per renderle più lievi e più semplici, non facili, ma accattivanti, probabilmente si otterrebbero risultati migliori, imparerebbero di più loro che è il nostro obiettivo ultimo, no?”

***MRP: “**Anche io compilando avevo l’impressione che fosse più rivolto a scuole non superiori. Io volevo proseguire la ricerca per avere spunti su attività di tipo laboratoriale perché io tendo a fare attività di tipo laboratoriale e conoscere altre esperienze mi interesserebbe moltissimo.”*

***MRP:** “Al professionale si, abbiamo il vantaggio di avere meno argomenti ma soprattutto meno formalismo e questo ci permette di volare più basso e quindi di andare sull’aspetto pratico che, ho notato in questi anni, ai ragazzi interessa tanto, fa più presa. [..] Ha fatto breccia. Anche a distanza di anni incontrandomi si ricordano di queste esperienze”.*

***CS**: “il questionario mi ha incuriosito molto. Io faccio molta didattica laboratoriale, non sempre con movimento come inteso nel questionario, ma insegnando da molto tempo in Licei Scientifici dove molti dei miei studenti vanno a finire in ingegneria o medicina spesso il problema è come la matematica o la fisica si applica al corpo umano, le leve, gli stimoli elettrici e cose del genere”.*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 3 **: Esperienze proposte in classe**

1) L’oggetto principale del questionario sono le <u>attività di apprendimento laboratoriale, nelle quali gli studenti sono coinvolti con la loro percezione e movimento</u>, potete farmi degli esempi in riferimento a

un’esperienza che avete sperimentato in classe o visto sperimentare che ritenete, per esempio, particolarmente significativa?

Sono state presentate attività di applicazione di principi matematici e fisici, attività di geometria e legate alla misura. Gli esempi riportati riportano attività che prevedono principalmente il collegamento con la realtà e l’applicazione dei concetti matematici. Tali attività coinvolgono l’intero corpo o la manipolazione. Altre attività vengono riportate nella sezione successiva: la costruzione di un’ellissi o di un paraboloide in giardino, esperienze anche sull’aritmetica (tavola delle tabelline),

- MRP:
  - Cucina solare costruita con materiale povero, e provata fuori dalla scuola
  - Piegatura della carta per diversi argomenti come, ad esempio, per l’esponenziale.

    Per la funzione esponenziale hanno studiato anche la pasta sfoglia, che rappresenta una crescita esponenziale (3^x)
  - Misura: quanto pesano 40 chicchi di riso? E quanti chicchi sono 10 g?
- CS: *“Ad esempio, avevamo affrontato argomenti che riguardano sia le funzioni circolari che il momento angolare e la quantità di moto e, applicando i principi nella quotidianità, sono venuti fuori due lavori molto particolari: uno legato al movimento del pizzaiolo che fa ruotare la pizza, descritto sia da un punto di vista matematico, con uno studio analitico, che fisico, rispetto al moto.”*

Ma lo avete anche sperimentato?

CS: **“***Si, abbiamo fatto anche delle sperimentazioni grossolane. E poi una ragazza invece ha trovato su internet una macchina che glassa le torte: che ruota e mette la farcitura. E ha analizzato tutto da questo punto di vista, e abbiamo cercato di fare una simulazione programmando Arduino. Questi sono i lavori che spesso facciamo in termini laboratoriali, ma mi interessava capire in che termini anche si intende il movimento.”*

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 4 - **è importante coinvolgere il corpo e il movimento degli student in classe? Perchè?**

1. **Pensate che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti sia importante per sviluppare l'apprendimento della matematica? Perché? (Livello formativo, motivazionale, di inclusione ecc.)**
   - TB: *“è importante perché, perlomeno ripensando alla mia esperienza, compilando il questionario io questa idea del movimento non l’associo tanto al laboratorio ma alla partecipazione del corpo. A me ha sempre colpito in tutti questi anni di lavoro al professionale, dove trovi i ragazzi con scarsa motivazione allo studio, dove la matematica era lontana (es. in un grafico pubblicitario)- Primo problema che incontri con questi ragazzi sono le tabelline, perché è la base, cioè: se uno non sa conta’? Ogni volta che mandavo dei ragazzi alla lavagna a fare esercizio veniva sempre fuori il problema del calcolo e ho scoperto a un certo punto che era di grande aiuto lo stimolarli ad usare le dita. Che sembrerebbe la cosa più semplice e banale del mondo, invece negli anni ho coperto che non sono abituati a usare le dita. I ragazzi, nella mia esperienza, si vergognavano o non sapevano usare le dita. Ecco, l’importanza del movimento nel questionario io l’ho sempre collegata a questo fatto, che poi ho ritrovato anche in tanti altri ambiti. Ad esempio la geometria analitica nel piano cartesiano: far vedere loro che la parabola o l’iperbole viene fuori dall’intersezione di un piano con il cono, ma farlo fare a loro, farlo toccare con le mani. Quindi proprio la partecipazione del proprio corpo, perché la conoscenza è a partire da me, io non sono solo materia sono qualcosa di più, ma parte dalla materia.”*
2. **Qualcuno ha provato a applicare attività dove le attività laboratoriali in cui gli studenti sono coinvolti con la loro percezione e movimento sono introdotte, oltre che per gli aspetti motivazionali, anche per ottenere degli obiettivi formativi? Dove il ruolo del corpo fosse maggiore o più profondo? Avete fatto esperienze di questo tipo nelle classi?**

- DS*: “credo di si. Per quanto riguarda la motivazione sicuramente il corpo è stato usato, anche con le quinte, ad esempio facendo Clil si imparano moltissime cose soprattutto dallo stato estero inglese in cui la motivazione passa anche dal coinvolgimento corporeo, e quindi si trovano dei sistemi dove i ragazzi vengono fatti movimentare proprio per staccare tra momento formativo e momento di apprendimento successivo. Alla classe prima: giochi con i numeri, ad esempio, costruzione della tavola pitagorica e riconoscere gli elementi, o riproporre il racconto di Tahan con il riso. Sono stati momenti di movimento, malgrado la pandemia, in cui erano costretti a usare il loro corpo e con distanziamento sociale. E il laboratorio fatto con le mani, il vero laboratorio matematico ha una valenza diversa che non il lavorare ad esempio con Geogebra o altro all’interno di un laboratorio informatico. L’utilizzo di materiali concreti, costruendo, o anche solo disegnare o dando materiali precostruiti per scoprire delle proprietà che hanno magari conosciuto nella scuola precedente e vengono formalizzati, o visti e scoperti per la prima volta”.*

Pensa abbia degli effetti a livello formativo per l’apprendimento?

DS: ***“****Diciamo che lavorare in questo modo aiuta i ragazzi a ricordare meglio quello che si sta facendo e quindi, a lungo termine, hanno assorbito meglio il concetto. Certo non si può pensare tutte le attività della matematica fatte esclusivamente in questo modo perché, da una parte, il tempo è tiranno e non consente e, dall’altro, scadrebbe nella quotidianità che, secondo me, se facessimo tutte le attività in questo modo qui i ragazzi non le ricorderebbero come qualcosa di particolare. A me è sembrato di sì, ho visto che i ragazzi ricordano meglio lo sviluppo del quadrato del binomio perché hanno toccato con mano che significa. A me sembra che funzioni ecco.”*

- MB: “*Noi abbiamo provato in terza liceo, due anni fa prima della pandemia, nel giardino interno della scuola, a costruire le ellissi con il metodo del giardiniere. Non tutti gli argomenti li facciamo così: scegliamo un argomento in terza, uno in quarta e uno in quinta. In terza abbiamo scelto l’ellisse perché facendo la geometria euclidea al termine dell’anno si arriva un po’ strangolati. Cosa è rimasto? Hanno acquisito prima di tutto una competenza trasversale che è innanzitutto quella della socializzazione, perché hanno dovuto collaborare tra loro, perché ognuno ha dovuto fare una parte. E questo in un liceo è molto difficile perché son talmente presi dal voto finale, dalla costruzione di un percorso, da un recupero, dai contenuti e quindi è difficile sviluppare questa competenza trasversale. Ci sono tanti modi ma lì è stato fondamentale. Il secondo momento formativo è stato capire cosa sono i fuochi, certo glieli potevi disegnare alla lavagna ‘questo qui è il fuoco’, ma non è la stessa cosa perché loro con mano hanno capito effettivamente quale ero l’obiettivo e le caratteristiche di questa Grafico. Una competenza che non avremmo potuto sviluppare in un altro modo perché non diventa pratica. Ovviamente abbiamo fatto un argomento. Più di uno non riesco, per fare questo abbiamo perso 6 ore. Io dico perso perché l’obiettivo erano 3 ore, ne abbiamo 2 a settimana quindi è durato una vita e ho dovuto anche valutarli perché il problema della valutazione l’ho avuto e ho dovuti valutarli in quella esperienza. Quindi non è stata una valutazione oggettiva, con un compito vero e proprio sull’elisse ma, in quell’anno lì, abbiamo sperimentato un tipo di valutazione che è stata costruita su altri aspetti. Non è facile. Perché io dovevo dare un voto. Lo do sui contenuti di solito, sui contenuti valuto: la profondità, la correttezza, ci son tanto aspetti, quelli che valutiamo tutti. Lì ho dovuto valutare tante cose, che forse in una matematica liceale - se fossimo stati in una quinta, non sarebbero servite per superare un esame. Quindi servono per altre cose ma non per l’obiettivo finale che è l’esame di maturità, ed è per quello che lo sviluppo in terza. In quarta, come dicevo, faccio sempre con la goniometria e lì mi aiutano gli ingegneri nel professionale, e invece nel liceo facciamo un mix di classi, il prodotto lo realizzano i ragazzi del professionale e quelli del liceo fanno le misurazioni. Però 3 ore e basta, vuol dire che ho già fatto tutta la parte teorica prima, li ho già valutati ed è un surplus per consolidare anche altri aspetti.”*
- MRP: Le ritiene esperienze importanti per la motivazione ma anche utili per memorizzare alcuni concetti.

- Fa l’esempio della funzione esponenziale, costruita a partire dalla piegatura della carta (ad esempio, vedendo che più di 7 volte non si può piegare ecc),

- dell'esperienza dei chicchi di riso e bilancia: "*quanti chicchi di riso sono sufficienti e necessari? Quanto pesano 40 chicchi di riso? Quanti chicchi sono 10 g di riso? E lì sono venute fuori esperienze interessanti che modificano anche il loro punto di vista per quanto riguarda anche le misure. Visto che si tratta di un Istituto Alberghiero, la quantità di riso interessava. E questo ha fatto emergere la differenza tra una crescita esponenziale e una crescita lineare, e a distanza di qualche mese i ragazzi ancora ricordano perfettamente le esperienze fatte e quale è la differenza. In un Istituto Alberghiero devo cercare di far ancorare alcuni concetti che devono rimanere.*"
- la cucina solare, dove hanno preso loro materiali di riciclo da supermercati etc e poi l'hanno costruita e provata all'esterno della scuola.
- la costruzione di un paraboloide a filo: *"per loro è stato difficilissimo, nonostante siano degli studenti portati alle attività manuali si sono persi molto durante la costruzione. E quando siamo andati fuori, il concetto di fuoco- e quindi vedere che se sposto la mano cambia- hanno compreso effettivamente il fuoco, vertice e anche, con la costruzione, tutto il discorso del luogo geometrico"*.

  "Quindi ritengo che oltre alla motivazione, oltre alla competenza del lavorare insieme, anche per quanto riguarda la disciplina alcuni lavori, anche non su tutti, possono servire, anzi, sono utili."

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 4 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

TB: "I ragazzi, nella mia esperienza, si vergognavano o non sapevano usare le dita. Ecco, l'importanza del movimento nel questionario io l'ho sempre collegata a questo fatto, che poi ho ritrovato anche in tanti altri ambiti [..] farlo fare a loro, farlo toccare con le mani. Quindi proprio la partecipazione del proprio corpo, perché la conoscenza è a partire da me, io non sono solo materia sono qualcosa di più, ma parte dalla materia."

DS: " la motivazione passa anche dal coinvolgimento corporeo, e quindi si trovano dei sistemi dove i ragazzi vengono fatti movimentare proprio per staccare tra momento formativo e momento di apprendimento successivo"

DS: "Diciamo che lavorare in questo modo aiuta i ragazzi a ricordare meglio quello che si sta facendo e quindi, a lungo termine, hanno assorbito meglio il concetto. Certo non si può pensare tutte le attività della matematica fatte esclusivamente in questo modo perché, da una parte, il tempo è tiranno e non consente e, dall'altro, scadrebbe nella quotidianità che, secondo me, se facessimo tutte le attività in questo modo qui i ragazzi non le ricorderebbero come qualcosa di particolare."

MB: "Cosa è rimasto? Hanno acquisito prima di tutto una competenza trasversale che è innanzitutto quella della socializzazione, perché hanno dovuto collaborare tra loro, perché ognuno ha dovuto fare una parte. E questo in un liceo è molto difficile perché son talmente presi dal voto finale, dalla costruzione di un percorso, da un recupero, dai contenuti e quindi è difficile sviluppare questa competenza trasversale. […] Il secondo momento formativo è stato capire cosa sono i fuochi, certo glieli potevi disegnare alla lavagna 'questo qui è il fuoco', ma non è la stessa cosa perché loro con mano hanno capito effettivamente quale ero l'obiettivo e le caratteristiche di questa Grafico. Una competenza che non avremmo potuto sviluppare in un altro modo perché non diventa pratica. Ovviamente abbiamo fatto un argomento. Più di uno non riesco"

MB: "ho dovuto anche valutarli perché il problema della valutazione l'ho avuto e ho dovuti valutarli in quella esperienza. Quindi non è stata una valutazione oggettiva, con un compito vero e proprio sull'elisse ma, in quell'anno lì, abbiamo sperimentato un tipo di valutazione che è stata costruita su altri aspetti. Non è facile. Perché io dovevo dare un voto. Lo do sui contenuti di solito, sui contenuti valuto: la profondità, la correttezza, ci son tanto aspetti, quelli che valutiamo tutti. Lì ho dovuto valutare tante cose, che forse in una matematica liceale - se fossimo stati in una quinta, non sarebbero servite per superare un esame. Quindi servono per altre cose ma non per l'obiettivo finale che è l'esame di maturità."

MB: "Però 3 ore e basta, vuol dire che ho già fatto tutta la parte teorica prima, li ho già valutati ed è un surplus per consolidare anche altri aspetti."

MRP: ""Quindi ritengo che oltre alla motivazione, oltre alla competenza del lavorare insieme, anche per quanto riguarda la disciplina alcuni lavori, anche non su tutti, possono servire, anzi, sono utili."

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione **5 – Difficoltà, limiti e strategie**

a) MRP ha detto di sentire di dovere ancorare a esperienze motorie? Questa esigenza è sentita dagli altri insegnati? Se sì, quali difficoltà vedono per la proposta?
   - LS: "*In una scuola tecnica, avendo a disposizione un margine di tempo in più, perché non c'è corsa mostruosa ad arrivare ad un programma, e anche l'utilizzo pratico della matematica è visto meglio*

<table>
<tr><td>

- *anche messo sul rincaro di un prezzo nel tempo, problemi legati a una visione che può essere pratica della matematica, legato all'economia o alti aspetti – [è più fattibile], in un Liceo, dove il livello da raggiungere, anche da ministero, prevede una conoscenza più formale della disciplina stessa, secondo me, è più complesso andare a svolgere un'attività del genere perché richiede parecchio <u>tempo</u> e con due ore a settimana, talvolta neanche quelle, a stare dietro a tutto ci si perde un po'. Secondo me viene in aiuto, al Liceo, l'insegnamento della fisica, specialmente al triennio, cioè fare attività laboratoriale in fisica o/e fisica applicando la matematica può essere utile. Avrei voluto provare a lavorare sulla parabola attraverso il gioco del basket, ma non ho ancora avuto la possibilità di implementarlo. Perché fargli realizzare qualcosa con due ore a settimana, <u>c'è il rischio che si perdano,</u> perché non son abituati a lavorare in questa maniera e, a volte, non hanno nemmeno le capacità di fare le cose pratiche, <u>non hanno manualità</u>, non sono abituati a lavorare manualmente oltre a problemi di base di logica, spesso."*

- FM: *"è giusto riuscire ad ancorare gli argomenti. La cosa più difficile per me è avere <u>multidisciplinarità</u>. Io, in un tecnico, vorrei allacciarmi alla fisica, all'elettronica e gli studenti fanno fatica a capire che le cose sono allacciate l'una all'altra, e quindi sarebbe bello riuscire a ancorare quello che fanno in matematica con le materie di indirizzo, ma c'è proprio il <u>compartimento stagno da parte degli alunni e a volte anche da parte dei docenti</u>".*
- MRP: (in risposta a LS) Suggerisce l'utilizzo di un programma, Tracker, con cui è possibile, a partire dalla fotografia di un tiro, osservare la traiettoria ricostruita del pallone. L'ha utilizzato in una attività sulla parabola, che ha accompagnato anche con la lettura di un libro sulla parabola, e la costruzione della cucina solare.

</td></tr>
<tr><td>Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 5 : Difficoltà, limiti e necessità</td></tr>
<tr><td>

LS: "c'è il rischio che si perdano, perché non son abituati a lavorare in questa maniera e, a volte, non hanno nemmeno le capacità di fare le cose pratiche, non hanno manualità, non sono abituati a lavorare manualmente oltre a problemi di base di logica, spesso."

FM: "La cosa più difficile per me è avere multidisciplinarità. Io, in un tecnico, vorrei allacciarmi alla fisica, all'elettronica e gli studenti fanno fatica a capire che le cose sono allacciate l'una all'altra, e quindi sarebbe bello riuscire a ancorare quello che fanno in matematica con le materie di indirizzo, ma c'è proprio il compartimento stagno da parte degli alunni e a volte anche da parte dei docenti".

</td></tr>
</table>

5.2.2.3.2. Report 2°Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di grado II

2° Focus group insegnanti di matematica di scuola secondaria di secondo grado

Organizzazione progetto di ricerca	LUMSA - ACU
Data e ora del Focus group	28 Gennaio 2022_ [16:04 – 17:00]
Luogo virtuale	Stanza personale Zoom di Alessandra Boscolo
Numero di partecipanti	8 partecipanti
Conduttore / Moderatore	Alessandra Boscolo
Osservatore / Co-conduttore	Francesca Fioretti

Breve descrizione dei partecipanti

Tutti i partecipanti sono insegnanti italiani di matematica in servizio nella scuola secondaria di secondo grado, ad eccezione di un partecipante (Partecipante 6) che insegna alla secondaria di primo grado.

1. **Partecipante 1: RA**, Osimo provincia di Ancona, insegna matematica e fisica dalla I alla V. Si è laureato in fisica.
2. **Partecipante 2: SN**, Friuli, insegna in un polo liceale entro un istituto più ampio, insegna matematica e fisica allo scientifico e scienze applicate nelle classi terminali, insegna matematica e fisica.
3. **Partecipante 3: TP,** provincia di Bari, insegna matematica e fisica al Liceo Scientifico e matematica all'Istituto Tecnico. È entrato di ruolo questo anno.
4. **Partecipante 4: DV**, Montecatini, insegna matematica in un Liceo Scientifico Sportivo (tre seconde e due prime) e matematica e fisica nell'indirizzo Economico Sociale (classe V).
5. **Partecipante 5: MF**, Torino, da quest'anno insegna al biennio del Liceo Scientifico tradizionale in un plesso dove ci sono solo nove sezioni tradizionali, quindi è una scuola molto centrata sulla tradizione e le piace. È ingegnere progettista per vent'anni (metropolitane, autostrade) da 4 anni insegna tra superiori e istituti tecnici,
6. **Partecipante 6: FA**, provincia di Pordenone, insegna alla secondaria primo grado. Laureata in scienze naturali. *"Ho fatto lo scientifico e non capivo niente di matematica, volevo insegnare scienze. Avevo grande preoccupazione all'inizio nell'insegnare matematica alle medie, l'ho insegnata in modo molto meccanico all'inizio, e ho capito che anche a me l'hanno insegnata in modo meccanico e non mi piaceva per questo. Ho iniziato a capirla e ho scoperto che mi piace e che se avessi avuto gli insegnanti giusti l'avrei capita molto prima. Sono qua per imparare a insegnarla meglio, perché ho abbandonato il pregiudizio che la matematica sembra per pochi"*
7. **Partecipante 7: SC**, provincia di Massa Carrara, insegna in un Istituto Tecnico Industriale. Laureato in ingegneria, *"riciclato nell'insegnamento su matematica da 4 anni"*
8. **Partecipante 8: TL**, Aosta, insegna matematica e fisica al Liceo Scientifico e Linguistico, "*con laboratori di fisica che sono piccolo gioielli*". Ha insegnato per anni nelle 5 classi ad un Liceo Scientifico di Torino nella stessa scuola di MF (ha chiesto il trasferimento questo anno ed è arrivata infatti MF).

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 1: **Idee sulla matematica**

a) Che cos'è per te la matematica? Quale è la tua descrizione in una parola, in una frase?

Tra le parole emerse dall'intervista per descrivere la matematica, possiamo notare che sono state menzionate parole afferenti ad un ambito quasi estetico-artistico nei riferimento alla <u>creatività</u>, <u>bellezza</u>, <u>arte formale</u> o al <u>profumo delle formule.</u> Dall'altra parte, come <u>linguaggio</u> per esprimere relazioni e leggere l'universo, come <u>insieme di leggi</u> che governano il mondo, di <u>ordine.</u>

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 1 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

RA: "un insieme di leggi che governano i fenomeni fisici e naturali, a volte anche umani"

SN: "creatività, struttura del pensiero e quindi della persona"

TP: "è la bellezza del mondo che ci circonda e dentro di noi"

DV: "una forma d'arte, l'unica formale rispetto alle altre"

MF: "il tentativo dell'uomo di innalzare la propria conoscenza per elevarsi e leggere il linguaggio con cui Dio ha scritto il mondo"

FA: "è un linguaggio per esprimere delle relazioni tra le cose e le quantità, tra le figure, tra le forme"

SC: "per l'insegnamento è fatica, per come la vedo io è ordine – quando studio le cose che mi interessano"

TL: "è il profumo delle formule, sono un teorico mi piace tantissimo studiare e innamorarmi delle formule, ma avendo la possibilità di insegnare fisica in dei laboratori che sono dei piccoli gioielli ho apprezzato e condiviso l'aspetto teorico con quello laboratoriale, prima nella fisica e nell'informatica"

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 2: **Feedback sul questionario**

1. **Vi chiedo di tornare con la memoria a quando avete compilato il questionario: l'argomento del questionario vi è sembrato familiare o qualcosa di molto distante dalla vostra pratica scolastica?**

Tutti concordano, a meno dell'ultima insegnante che ha una lunga esperienza, che il questionario li ha sorpresi e spiazzati parlando di un argomento poco usuale nella scuola secondaria. Risultano però interessati e trovano valore nell'attività sia per la visualizzazione che per l'aspetto legato alla corporeità della matematica che dovrebbe emergere, anche se avanzano subito le difficoltà legate al poco tempo a disposizione, che deve essere invece per completare la programmazione, e la gestione della classe, soprattutto al di fuori dei contesti liceali e negli istituti tecnici. L'insegnante che dissente avanza motivazioni legate a una curiosità e un interesse che si solleva nei ragazzi che è indipendente dal grado scolastico e richiamando l'attenzione verso una scuola che dovrebbe scollarsi dall'idea di programma in voce di un insegnamento per competenze, seguendo le ultime indicazioni educative.

- RA: Chiede che si possa rivedere il questionario perché non lo ricorda.
- TL: Inizialmente è stata stupita dall'argomento, non ritenendo che nella scuola secondaria si effettuino molte attività che coinvolgono l'intero corpo degli studenti. Ha pensato che comunque la gestualità ricopre un ruolo importanza nella comunicazione sia con l'insegnante che con i pari: "*La prima impressione mi ha lasciato un po' distante perché non è che noi saltiamo e corriamo quando insegniamo degli argomenti di matematica o di fisica, però penso che il corpo si usi molto: il viso, il tono della voce si usi molto quando si lavora in laboratorio e quando i ragazzi lavorano in piccolo gruppi usano delle parti del corpo per capire meglio*"
- TP: crede nell'importanza di promuovere attività laboratoriali, che introducono gli argomenti in modo pratico, magari lavorando in gruppo con un brainstorming ma ritiene che sia di difficile introduzione all'infuori di classi del Liceo per la difficoltà nella conduzione dell'attività, che si traduce in un impiego eccessivo di tempo rispetto a quello a disposizione per coprire il programma: "*Siamo comandati da programmazioni che non dobbiamo completare al 100 % ma dobbiamo portare avanti. A volte i ragazzi si entusiasmano proprio su argomenti che esulano dalla programmazione, ma bisogna dare le regole di base prima di sognare con quanto di bello c'è oltre".*
- MF: Sorpresa dalle domande: *"Mi ricordo che le domande mi avevano preso alla sprovvista, un modo di vedere la matematica molto poco usuale".* Si ricorda di una esperienza universitaria in cui avevano fatto un percorso con la storia dell'arte misurando ad esempio con le spanne e avevano usato le tabelle Excel per organizzare i rilievi. Ritiene che gli aspetti di corporeità della matematica andrebbero valorizzati, vorrebbe approfondire ma non ha mai osato essendo all'inizio della carriera d'insegnamento.
- DV: Non ricorda bene il questionario ma ricorda che coinvolgeva l'apprendimento laboratoriale, che lui ha proposto solamente in modo saltuario perché ha poca esperienza e poi perchè vede due limiti: il tempo a disposizione e la gestione della classe. Trova però che con classi disciplinate e ore a disposizione sarebbe interessante approfondirlo, soprattutto per creare un parallelo fra algebra e geometria che permetterebbe di visualizzare agli studenti le formule, che resterebbero più impresse nella memoria (fa riferimento all'esempio della vignetta di Monica).
- SN: *"Mi ricollego a DV e ai colleghi precedenti, vorrei dire di cuore da esperta collega ai giovani di osare e di scrollarsi di dosso l'incubo del tempo: 'devo fare il programma'. È superato, si insegna per competenze: puntate al futuro dei ragazzi! È vero che ho un'esperienza come insegnante di lavoro*

nei Licei, Licei Scientifici, e mi sento di lavorare in un ambiente culturalmente privilegiato, con il rispetto verso tutti gli indirizzi - la mia scuola ha indirizzi di tutti gli ambiti. Però ho esperienza di lavoro, a parte che ho tre figli, anche con i bambini e i ragazzi. Ho visto che suscitare la curiosità nel gruppo che hai davanti, indipendentemente dalle età e dalle tue aspettative di interesse (tu pensi che siano indisciplinati e svogliati), ma che basta alzare un dito per ottenere la loro attenzione e il loro interesse" [ha esperienza come scout]. *"Le regole di algebra vanno insegnate ai ragazzi facendo vedere le cose ai ragazzi, non dicendo oggi facciamo matematica, domani portiamo geometria."*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 2 **(estratti dagli interventi dei partecipanti) : Feedback sul questionario**

TL: "La prima impressione, anche se non lo ricordo molto bene, è stata relativa al capire se si faceva riferimento al contatto corporeo e se questo avesse un valore fondamentale nella didattica, e lì sono rimasta indecisa, poi però, l'ho capito in questo modo: l'aspetto del corpo vuol dire tutto quello che abbiamo, anche solo le mani che toccano oggetti (la fisica, ma anche il pc), oggetti che si costruiscono e che hanno una visione della matematica. La prima impressione mi ha lasciato un po' distante perché non è che noi saltiamo e corriamo quando insegniamo degli argomenti di matematica o di fisica, però penso che il corpo si usi molto: il viso, il tono della voce si usi molto quando si lavora in laboratorio e quando i ragazzi lavorano in piccolo gruppi usano delle parti del corpo per capire meglio".

TP: "Nel test si parlava moltissimo di esperienze laboratoriali, partendo invece che dal teorico da brainstorming su aspetti pratici o in gruppo, volte a fare esperienza di quello che sarà l'argomento teorico. Mi trovo d'accordo, penso che sia una strategia molto efficace anche se questo approccio è inficiato a volte da gruppi classe che non lo permettono, tipo se non si è in un Liceo Scientifico o delle Scienze Applicate (professionali o tecnici), perché diventano di difficile conduzione e portano via troppo tempo rispetto al poco che abbiamo a disposizione. Siamo comandati da programmazioni che non dobbiamo completare al 100 % ma dobbiamo portare avanti. A volte i ragazzi si entusiasmano proprio su argomenti che esulano dalla programmazione, ma bisogna dare le regole di base prima di sognare con quanto di bello c'è oltre".

MF: "Mi ricordo che le domande mi avevano preso alla sprovvista, un modo di vedere la matematica molto poco usuale. Durante l'università avevamo fatto un corso di storia dell'arte, in cui avevamo fatto rilievi con la spanna, la mano, il piede, il braccio per misure più lunghe, con tabelle di conversione, e avevamo fatto intere tavole poi pubblicate. E questa corporeità della matematica andrebbe proprio valorizzata, anche degli argomenti della statistica, che si applica a tutti gli ambiti- sulle misure come rilevate da Leonardo. È vero che porta via tempo, ma si potrebbe fare un laboratorio su questo. Ma sono tutte fantasie, perché essendo all'inizio non mi sono discostata dai programmi e dai curricoli, ma mi piacerebbe approfondirlo perché c'è una corporeità nella matematica che potrebbe venire fuori"

DV: "Non ricordo benissimo il questionario, ma mi ricordo la parte incentrata sull'apprendimento laboratoriale. Non l'ho mai applicato in modo continuativo ma solo saltuario. Intanto perché ho poca esperienza e poi i problemi principali sono due: il tempo tiranno, sempre a rincorrere la programmazione, cercando di dare ai ragazzi almeno i fondamenti secondo la programmazione, e la gestione della classe che potrebbe essere più complessa. Con classi propositive, disciplinate e ore cuscinetto in più da gestire in modo libero sarebbe interessante poter usare questo approccio almeno in qualche ora seguendo le domande proposte dagli studenti. Ad esempio, il parallelo continuo tra geometria e algebra, poter vedere in disegno, o in forma, o in mano le regole algebriche, lo sviluppo, ad esempio, del quadrato e del cubo del binomio, che vengono fatte come formule alla lavagna, al massimo dimostrate o verificate, vederle dal punto di vista geometrico permetterebbe di avere maggiore permanenza nella mente dei ragazzi"

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione **3 : Esperienze proposte in classe**

1. **Propone delle attività dove è coinvolta anche la fisicità?**

- SN: *"Assolutamente. Io li faccio correre, muovere: all'inizio dell'anno si fa goniometria, angoli orientati, con la fisica la regola del pugno chiuso, della mano destra e sinistra. I ragazzi si devono alzare in piedi, se non riescono a capire la differenza tra gli angoli positivi e negativi e provano a percorrere e a muovere le braccia, quando un raggio vettore spazza e provano a farlo, così come provano a piegare la carta per ottenere rigorosamente le proprietà ottiche delle coniche, guadagnando, dal loro punto di vista la scoperta. Quindi non dare ma lasciare che loro abbiano lo spazio per fare si che loro facciano le loro scoperte e poi riorganizzare in modo sistematico le* *conoscenze."*

Altre esperienze?

- RA: Ha poca esperienza: nuova nell'insegnamento e in concomitanza c'è stata la pandemia. Riscontra però un ruolo di rilievo nel vedere brillare gli occhi e accendere l'interesse negli studenti quando propone di lavorare in modo pratico. Riscontra poi che potrebbe anche essere un modo per compensare un po' a quella carenza motoria dovuta al fatto di essere nativi digitali Ricorda ad esempio come, alle elementari, aveva fatto uso dei regoli per visualizzare la geometria che rispecchiava il sistema decimale.
- FA: *"Per me è più facile, perché alle medie i concetti sono più semplici e i ragazzini sono più piccoli. In prima media, in accoglienza, giochiamo a ruba bandiera con il ripasso delle tabelline. Un altro gioco è disegnare a terra con il gesso il piano cartesiano, o con le piastrelle, per farli posizionare in un punto. In un altro, a squadra, i ragazzi con un lungo filo- un cordino legato- si mettono dentro e devono creare un poligono, disponendosi, ad esempio, in modo da fare una Grafico geometrica, o anche con gli origami o con il tangram. Perché anche orientare la squadretta in un modo giusto non gli risulta facile".*

2. Avete fatto attività di manipolazione con devices virtuali, come ad esempio Geogebra?

- MF: *"Sì, lo uso sistematicamente anche perché adesso abbiamo le LIM, è online, gli fai vedere la retta che ruota per far vedere il coefficiente angolare. Spiegando viene bene mostrare cose con Geogebra. Cerco di stimolarli ad usarlo anche loro a casa, ma non vedo questo innamoramento. Per me è stata una folgorazione Geogebra".*

Ma sono loro che interagiscono?

MF: *"Per ora sono io che gli faccio vedere delle cose molto semplici e poi gli dico 'rifatelo'. E qualcuno ci si appassiona ma non così tanto. Forse dovrei strutturarli e portarli in laboratorio, ma per adesso non l'ho ancora fatto."*

- TP: A proposito di Geogebra, nelle sue classi hanno costruito frattali (fiocchi di neve, triangolo di Sierpinski o frattale di Pitagora): devono capire loro come possono creare uno strumento che generi in automatico moduli sempre tutti uguali. *"Sicuramente l'approccio è lungo, nelle loro menti si deve formare prima l'idea di quale prodotto costruire e poi iniziano a sperimentare e a testare finché la soluzione non viene trovate e lì è una grande vittoria da parte loro, quando arrivano alla scoperta: nella loro mente si attiva qualcosa quando effettuano una scoperta reale, che poi possono utilizzare per costruire altri oggetti. Questo è più interessante che affiancare la lezione teorica normale alla geometria sul piano cartesiano."*
- TL: *"Più che Geogebre, diversi anni fa con il corso di laurea di matematica dell'Università Torino abbiamo lavorato tanto con Maple, con la costruzione di problemi contestualizzati - classico quello delle ruote quadrate- che poi sono entrati nell'esame di stato. E ho scoperto che i miei studenti erano infinitamente più bravi di me, abbiamo seguito corsi, sono venuti tutor che hanno presentato un calcolo evoluto e i ragazzi si sono appassionati e io ho lasciato loro da fare l'aspetto della programmazione. Ho affrontato così molti argomenti, non solo di fisica ma anche di matematica e mi sono resa conto che per loro era una fonte di ispirazione: molto più forte da un punto di vista virtuale che effettivamente manuale, fisico. Tra l'altro, le ragazze erano fissate su questa cosa qua: ho lasciato in mano una volta a settimana di preparare questi lavori e farli vedere in laboratorio e sono diventate bravissime, questo più dei ragazzi e mi ha proprio sorpreso. E questo anno anche a Aosta e sono eccezionali, è bellissimo."*

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 3 **(estratti dagli interventi dei partecipanti) : Esperienze proposte in classe**

RA: "Ho poca esperienza, l'anno scorso c'era la pandemia e lavoravo in una scuola senza laboratorio. Solo *quest'anno ho potuto iniziare ad utilizzarlo. Però, come diceva la collega che ha molta più esperienza di me, nel vedere questi ragazzi che gli brillano gli occhi mentre mettono in pratica le formule che leggono sul libro e io scrivo alla lavagna, e cercano tramite dati numerici di ricollegare la formula alla teoria che c'è dietro e a far tornare i conti, l'esperienza pratica ha un ruolo di rilievo. Questi ragazzi, nativi digitali, spesso hanno difficoltà a fare anche dei gesti motori di base, questo non risolve tutti i problemi. Ma avendo come hobby di allenare giovani nel calcio a cinque, negli aggiornamenti riguardo alle abilità motorie di base c'è un focus nella carenza di gesti motori di base nei ragazzini negli ultimi anni, perché stanno sempre meno fuori a correre, a saltare, ad arrampicarsi e quindi penso che l'integrazione di attività di questo tipo a pratiche frontali siano molto utili per recuperare sul terreno perso negli anni per la digitalizzazione."*

MF: "Per ora sono io che gli faccio vedere delle cose molto semplici e poi gli dico 'rifatelo'. E qualcuno ci si appassiona ma non così tanto"

TP: "Sicuramente l'approccio è lungo, nelle loro menti si deve formare prima l'idea di quale prodotto costruire e poi iniziano a sperimentare e a testare finché la soluzione non viene trovate e lì è una grande vittoria da parte loro, quando arrivano alla scoperta: nella loro mente si attiva qualcosa quando effettuano una scoperta reale, che poi possono utilizzare per costruire altri oggetti. Questo è più interessante che affiancare la lezione teorica normale alla geometria sul piano cartesiano."

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 4 **- è importante coinvolgere il corpo e il movimento degli studenti in classe? Perché?**

a) **Pensate che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti abbia anche un valore formativo? E semmai, come viene valutato? Abbiamo parlato di motivazione, interesse e coinvolgimento degli studenti ma emergono risultati anche nei test standardizzati?**
   - SN: *"formativo disciplinare sì. Volevo dire, come diceva la collega con Geogebra, che si vede proprio emergere la concettualizzazione dell'algoritmo e si vede nel tempo una maggiore disinvoltura davanti ad un problema proposto in modo completamente teorico: una gestione più semplice, più rigorosa e strutturata della risoluzione di un problema. E come dice TL quando proponi una simulazione di un compito fisico - moto dei due corpi, sistema terra luna, interazione gravitazionale, o tra cariche puntiformi, fili percorsi da corrente- i ragazzi hanno quella capacità manuale in più rispetto alle ragazze, ma le ragazze sono una potenza sulla parte di simulazione"*.

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 4 **(estratti dagli interventi dei partecipanti)**

SN: "si vede nel tempo una maggiore disinvoltura davanti ad un problema proposto in modo completamente teorico: una gestione più semplice, più rigorosa e strutturata della risoluzione di un problema"

SN: " i ragazzi hanno quella capacità manuale in più rispetto alle ragazze, ma le ragazze sono una potenza sulla parte di simulazione"

Sommario dei principali feedback ottenuti rispetto alla Sezione 5 **– Difficoltà, limiti e strategie**

1. **Rispetto alle difficoltà e limiti nel proporre a scuola questo tipo di attività, DV ha evidenziato gestione della classe e tempo, T la tipologia di studenti. Ci sono soluzioni? Quali altre difficoltà o limitazioni sono percepite da chi anche non le implementa?**
   - FM: *"la formazione che ci viene proposta e richiesta anche ai concorsi non è di questo tipo, non ci sono molti corsi che formano in questa direzione. Forse ora negli ultimi anni qualcosa arriva, ma non ho trovato tanto di questo"*
   - SC: *"Io mi sento sempre con l'acqua alla gola, gli altri colleghi sono bravissimi. Io non riesco a seguirli.*

Intanto ho scoperto- pensavo che fosse bellissimo insegnare, che non tutto è lasciato al caso, l'entusiasmo dell'apprendimento, invece ho scoperto che chi non è portato per la matematica alle medie lo mandano all'ITI e quindi in questi istituti (come anche nei professionali) gli studenti sono quelli che non ne vogliono sentire parlare di matematica, vogliono smanettare, non gliene frega niente delle cose teoriche, del quadrato del binomio, hai voglia a dire 'ti può servire' o 'aiuta il cervello'. Quando ho scoperto questo corso qui, ho detto 'ben venga', perché magari trovo qualche stimolo per poterli stuzzicare, interessare. Ho provato certo strategie- ho scoperto che qualsiasi cosa pur di non fare matematica va bene, anche 'Oggi parliamo della Shoa'. Ho trovato tanti studenti che pensano che l'importante sia avere la formula che non devi pensare, io sto provando l'approccio che ti do tante formule e poi devi vedertela tu, per avere un approccio un po' più attivo; non voglio insegnare a pensionati o scimmie per cui a tot esercizio devi rispondere con tot formula. Quindi questa è la mia esperienza. Poi associato alla fisica è bellissimo, non ho potuto usare il laboratorio, però riuscire a dire 'questo è il moto rettilineo uniforme poi prendete le misure e scoprite che è la stessa cosa nella lezione di fisica' li interessa, con fatica, ma poi alla fine ne vale la pena. È difficile far usare il cervello a queste nuove generazioni, è molto più facile surfare, restare in superficie nelle cose. Ben vengano questi suggerimenti, però la difficoltà rimane il <u>tempo</u>: quando devo fare il resoconto del programma svolto ho vergogna, rispetto a quello che devo fare. Anche se dobbiamo andare per competenze però un minimo di strumenti per affrontare l'anno successivo dobbiamo darli, ma comunque sono qui per ascoltare stimoli."

- MF: "*non mi sono mai tanto lanciata perché ho avuto <u>pochi stimoli dall'esterno</u>, sono infatti molto contenta di questo corso, io pensavo fosse una mia improvvisazione. Però venendo dalla mia esperienza professionale, facendo progettazione ho lavorato molto con programmi, l'anno che ho insegnato ai geometri mi sono un po' lanciata ed ho fatto fare applicazioni in Excel di formule applicate alla trigonometria ed è stato un successone. Forse dovrei prendere un po' più di coraggio, c'è un impegno di tempo che è necessario però poi viene ampiamente ripagato dall'entusiasmo che gli studenti ci mettono. Lì mi sentivo più sicura perché insegnando ai geometri era un campo che conoscevo, spero di acquisire <u>sicurezza</u> per poterlo fare anche in altri ambiti*"
- SN: "*perdonate, un po' provocatoria: a SC volevo dire che si deve parlare di Shoa e altro durante l'ora di matematica, perché la matematica è tolleranza, è rispetto di quello che non ti aspetti, è trovare una cosa diversa da quella che immaginavi che ti mette in discussione. E questo secondo me la matematica ce lo insegna. Una difficoltà che incontro con questa modalità spesso sono alcuni <u>colleghi</u> del consiglio di classe, soprattutto che vengono dall'area umanistica storico-filosofico-linguistica*".

Citazioni rilevanti relativamente alla Sezione 5 : **Difficoltà, limiti e necessità**

SC: "È difficile far usare il cervello a queste nuove generazioni, è molto più facile surfare, restare in superficie nelle cose. Ben vengano questi suggerimenti, però la difficoltà rimane il <u>tempo</u>: quando devo fare il resoconto del programma svolto ho vergogna, rispetto a quello che devo fare. Anche se dobbiamo andare per competenze però un minimo di strumenti per affrontare l'anno successivo dobbiamo darli, ma comunque sono qui per ascoltare stimoli."

***SN:** Una difficoltà che incontro con questa modalità spesso sono alcuni <u>colleghi</u> del consiglio di classe, soprattutto che vengono dall'area umanistica storico-filosofico-linguistica".*

6. L’indagine rivolta agli insegnanti in Australia

6.1. Il questionario

In modo speculare al capitolo precedente, illustreremo di seguito le strategie che hanno caratterizzato la distribuzione del questionario in Australia, presenteremo il campione di insegnanti di scuola primaria e secondaria che hanno partecipato alla ricerca e i risultati tratti dalle risposte, secondo l’ordine delle domande e delle sezioni nelle quali il questionario si articola.

6.1.1. La distribuzione

La progettazione e distribuzione del questionario, come per l’indagine italiana, sono avvenute utilizzando il Software Qualtrics. Le strategie di distribuzione si sono però differenziate rispetto al caso italiano; abbiamo qui adottato tre principali strategie di diffusione che illustriamo di seguito.

6.1.1.1. Le strategie per la distribuzione

Per prima cosa abbiamo recapitato un invito alla partecipazione alla ricerca (riportato nell’Appendice 2.1) nelle mailing list di insegnanti che collaborano con l’ILSTE (Institute for Learning Sciences and Teacher Education) dell’ACU o contattato organizzazioni quali la Independent Schools Queensland o il Catholic Education Offices, con preghiera di diffusione ai contatti potenzialmente interessati.

Abbiamo in seguito contattato le associazioni di matematica e le associazioni professionali di insegnanti, sia nazionali che regionali, affinché inoltrassero l’invito via email, o pubblicassero l’invito su newsletter o sulle pagine / gruppi Facebook di riferimento dell’associazione. Tra queste, l’associazione AAMT (Australian Association of Mathematics Teachers), QAMT (Queensland Association of Mathematics Teachers), MASA (Mathematics Association of South Australia), PMA (Primary Mathematics teacher association of South Australia), MTANT (Mathematics Teachers’

Association of the Northern Territory), MANSW (Mathematical Association of New South Wales), MAV (Mathematical Association of Victoria), MAT (Mathematical Association of Tasmania), CMA (Canberra Mathematical Association). Abbiamo inoltre contattato l’associazione delle scuole a metodo Montessori in Australia, MSCA (Montessori Schools and Centres Australia), affinché intoltrasse l’invito all’interno delle stesse e l’associazione Australian Teachers Association, affinché pubblicasse l’invito a contribuire alla ricerca sulla pagina Facebook ufficiale.

Infine, abbiamo pubblicato un invito contenente il link al questionario su ulteriori pagine o gruppi Facebook di insegnanti, non legati a specifiche associazioni, dopo aver ricevuto l’approvazione da parte degli amministratori delle stesse. Tra queste, le pagine (AITSL) Teachers supporting Teachers, Australian Prep Teachers, Australian Primary Teachers, Australian Secondary Mathematics Teachers 7-12, Australian Year 7 Teachers, Awesome Math Teacher Australia, Western Australia Secondary Maths Teachers, Melbourne Teachers, QLD Teachers, QLD Primary Teachers, TwinkI Beyond Australia Secondary Teachers, TwinkI Australia Primary Teachers, Math Education Matters, Teacher sharing Ideas and Resources Facebook pages.

Gli avvisi pubblicati offrivano una breve descrizione degli scopi della ricerca e del contributo richiesto ai partecipanti, indicando il link che permetteva l’accesso alla compilazione del questionario, ed erano accompagnati da un ulteriore link alla lettera informativa per i partecipanti alla ricerca. Le strategie di diffusione, i documenti e gli avvisi sono stati precedentemente approvati dal comitato etico della ACU.

Utilizzare differenti strategie di distribuzione ci ha permesso di raggiungere insegnanti in diversi territori dell’Australia e con diverse esperienze di insegnamento. Tuttavia, il tasso di risposta non è stato molto alto e vari fattori, tra i quali il sovraccarico di lavoro online conseguito all’emergenza pandemica, ma anche una limitata pervasività nel diffondere il link, potrebbero avere inficiato il raggiungimento di un campione numeroso.

6.1.1.2. Tempi e date di compilazione

Il tempo stimato da Qualtrics per la compilazione del questionario si aggira intorno ai 20 minuti. Tuttavia, il software ha rilevato che il tempo medio che i rispondenti hanno dedicato al questionario corrisponde a 12 minuti mentre il tempo impiegato per l’intera compilazione, ovvero il tempo che hanno impegnato coloro che hanno risposto all’ultima domanda superando la soglia di completamento del 94%, si aggira intorno ai 15 minuti e mezzo. Nell’effettuare questa stima abbiamo però dovuto escludere coloro che hanno ripreso la compilazione a distanza di tempo, accedendo più volte al link.

La distribuzione del questionario in Australia è avvenuta in 3 fasi di somministrazione. La prima, alla fine di Novembre, ha ottenuto scarso seguito (meno di 5 rispondenti), la seconda, nella prima metà del mese di febbraio, ha raggiunto circa 15 rispondenti e la terza, da marzo a metà maggio, ha registrato il maggiore numero di rispondenti (più di 60) (Grafico 1).

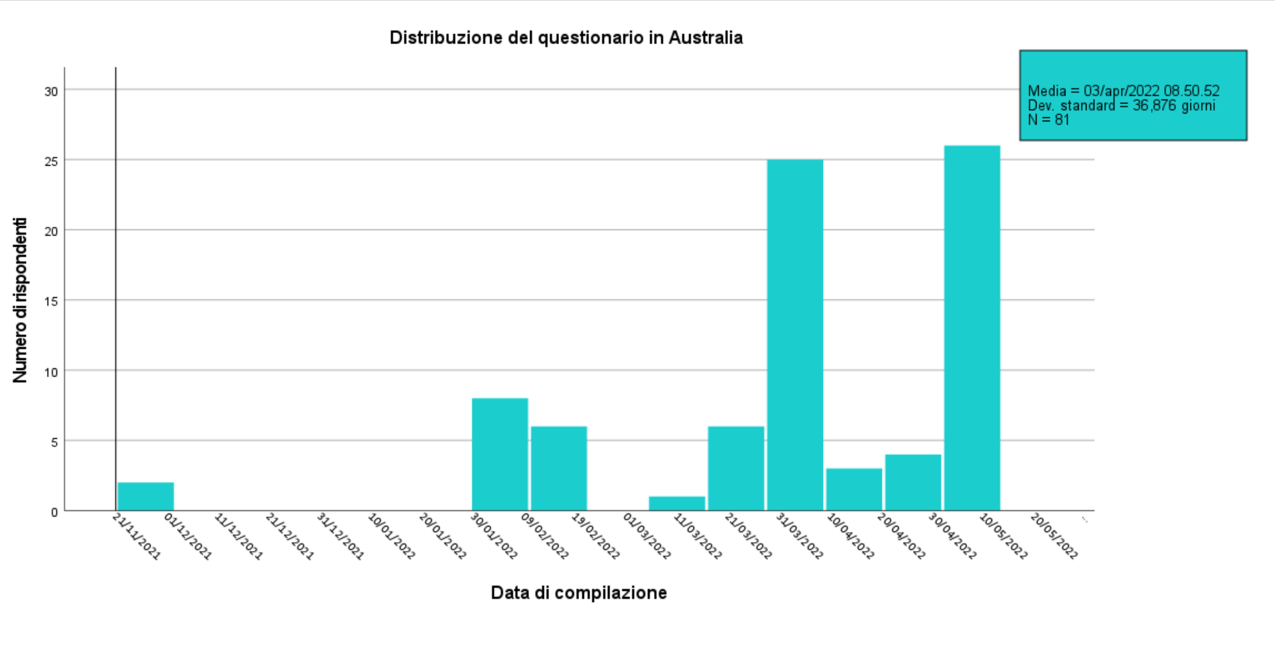


Grafico 1. Date relative alla compilazione del questionario in Australia. (N=81)

6.1.2. Il campione

Degli 81 utenti totali che sono stati registrati dal software, due hanno aperto il link senza fornire il consenso per la partecipazione alla ricerca e non hanno perciò avuto accesso alla compilazione del questionario. Dei 79 rispondenti effettivi coloro che hanno completato il questionario, ovvero hanno risposto fino all'ultima domanda con una percentuale di completamento maggiore del 94%, sono 39. La soglia del 94% di completamento è giustificata, in particolare, dal fatto che coloro che hanno dichiarato di essere disponibili per effettuare eventuali interviste di follow-up hanno aperto un secondo modulo per inserire i dati di contatto (accorgimento che ha permesso di mantenere l'anonimato delle risposte al questionario per questi rispondenti) e potrebbero non essere tornati alla pagina del questionario per terminarlo, premendo il bottone di invio finale. Osserviamo che questa percentuale risulta di poco inferiore a quella considerata nel caso italiano (che corrisponde al 96%) poiché, nel questionario Australiano, abbiamo un quesito in più che riguarda la formazione delle classi, significativo esclusivamente in questo secondo contesto.

6.1.2.1. La distribuzione degli insegnanti rispetto agli ordini di scuola

Tra i 79 rispondenti, 15 lavorano in una Primary School e 64 in una Secondary School, come hanno indicato gli insegnanti in risposta al quesito Q1. Se osserviamo la loro distribuzione rispetto ai gradi di insegnamento (Tab. 1), possiamo notare che la maggior parte dei rispondenti sta attualmente insegnando negli ultimi tre anni della scuola secondaria, in buon numero anche nella fascia 7-9, mentre i pochi insegnanti di scuola primaria risultano essere piuttosto equamente distribuiti fra i diversi anni. Infine, 2 insegnanti hanno indicato di insegnare anche nella Preschool oltre che nella scuola primaria.

Primary school		Secondary (High) school	
Pre-Year 1 (Foundation year)	6	Year 7	26
Year 1	4	Year 8	28
Year 2	4	Year 9	24
Year 3	4	Year 10	35
Year 4	4	(Senior) Upper Secondary School	
Year 5	7	Year 11	35

Year 6	8	Year 12	35

Tabella 1. Q2: Distribuzione degli insegnanti rispetto agli anni scolastici nei quali stanno correntemente insegnando. (N_Primary=15, N_Secondary=64)

6.1.2.2. Le tipologie delle scuole d'insegnamento

Nelle domande Q3, Q4 e Q5 viene chiesto agli insegnanti di fornire alcune informazioni specifiche rispetto all'attuale scuola di insegnamento.

Tra i 74 rispondenti che hanno risposto alle tre domande, 29 provengono da una scuola pubblica (*Government school*) e 45 provengono da una scuola privata (*Non-government school: Catholic* o *Independent*). Il fatto che il campione non sia prevalentemente costituito da insegnanti che provengono da una scuola pubblica, come invece accade per il campione italiano, non deve stupire, poiché in Australia le scuole private hanno una diffusione di gran lunga maggiore. Come possiamo osservare nelle statistiche dell'*Australian Bureau of Statistics* relative all'anno 2021[79], infatti, più di un terzo degli studenti ha frequentato una scuola privata. Scendendo nel dettaglio delle distribuzioni riferite all'anno 2021, il 65,1% degli studenti ha frequentato una *Government School*, il 19,5% una *Catholic School* e il 15,4% una *Independent School*. Inoltre, il trend di affiliazione a scuole private risulta essere in crescita rispetto alle scuole pubbliche (registrando, dal 2016, un incremento del 3,9% per le *Government Schools*, contro l'11,4% delle *Indipendent School* da sommare al 2,6% delle *Catholic Schools*) perciò, presumibilmente, nel 2022 (anno di somministrazione del questionario) appare ragionevole considerare attendibile il dato della distribuzione riferito all'anno 2021.

Nella seguente tabella sono riportati le distribuzioni degli insegnanti per tipologia di scuola rispetto ai differenti ordini scolastici (Grafico 2).

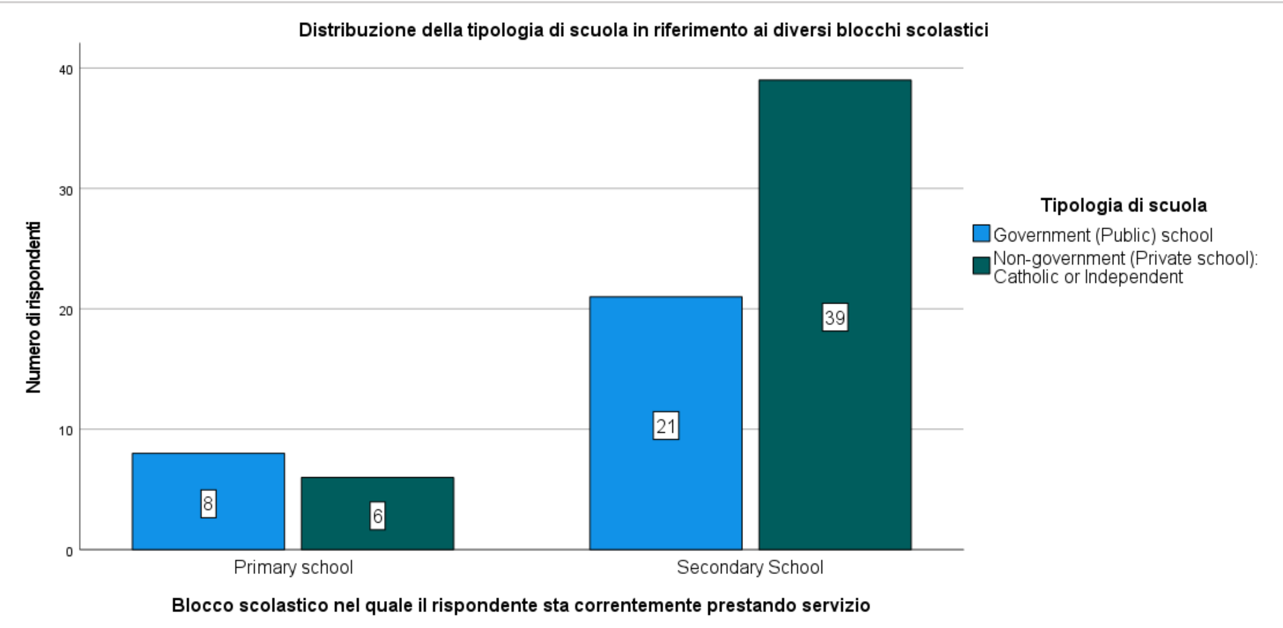


Grafico 2. Q3: Distribuzione delle risposte (Governative o Non-governative) rispetto agli ordini scolastici. (N_Primary=14, N_Secondary=60)

Riguardo all'organizzazione interna della scuola, sebbene una grande maggioranza dei rispondenti (78%) provenga da scuole che non hanno criteri di selezione o divisione interna alle classi

[79] https://www.abs.gov.au/statistics/people/education/schools/latest-release#:~:text=Students,In%202021%3A,and%20independent%20schools%20(15.4%25). (consultato il 25/10/2022)

(*Comprehensive School*), un 15% proviene da scuole nelle quali viene effettuata una divisione per livelli di rendimento (*Streamed classes into attainment groupings*) (Tab. 2).

Comprehensive (Open) School	Selective School	Special School	Specialist School	International School	Streamed classes into attainment groupings
58	1	1	2	1	11

Tabella 2. Q4: Distribuzione degli insegnanti secondo la tipologia di scuola (organizzazione delle classi) nella quale stanno correntemente insegnando. (N=74)

Inoltre, come possiamo osservare nelle risposte al quesito Q5, 71 dei 74 insegnanti proviene da scuole tradizionali mentre gli altri 3 rispondenti lavorano correntemente in scuole che seguono un metodo educativo specifico, in particolare una scuola a metodo Montessori, una scuola che segue il *PYP- Primary Years Programme - International Baccalaureate* e una scuola alternativa per *Seniors Students* professionalizzante per raggiungere il *QCE*.

6.1.2.3. La principale materia d’insegnamento

Nel quesito Q6, rivolto esclusivamente agli insegnanti di scuola secondaria, abbiamo chiesto di indicarci quale fosse la principale materia di studio insegnata nel corrente anno scolastico (o le principali, se vengono insegnate due materie per lo stesso numero di ore). Come possiamo osservare nella tabella seguente (Tab. 3), la Matematica è la principale materia di studio quasi per tutti gli insegnanti di scuola secondaria; 6 insegnanti hanno inoltre indicato Scienze o Biologia, 1 insegnante Tecnologia e 4 insegnanti altro (due *English*, uno *HPE*, uno *Scaling Test Preparation*).

Mathematics	Sciences	Physics	Technology	Economy	Biology	Other
58	5	0	1	0	1	4

Tabella 3. Q6: Principale materia di studio insegnata nel corrente anno scolastico (N Risposte=69)

6.1.2.4. Il titolo di studio

Come illustra il Grafico 3, tra i 59 insegnanti di scuola secondaria che hanno risposto alla domanda Q7, la maggioranza ha conseguito una laurea triennale, 17 di loro hanno invece effettuato una laura magistrale o una laurea professionalizzante (*MD, DDS, lawyer, minister*) e 6 hanno un titolo successivo alla laurea specifico per l’insegnamento: in 4 hanno ricevuto un *Graduate Diploma in Education* (e.g., *BSc DipED*), uno ha una formazione specifica per l’insegnamento (*PGCE UK*) ed uno ha ricevuto un *Post Graduate degree*. Nessun rispondente possiede infine un titolo dottorale.

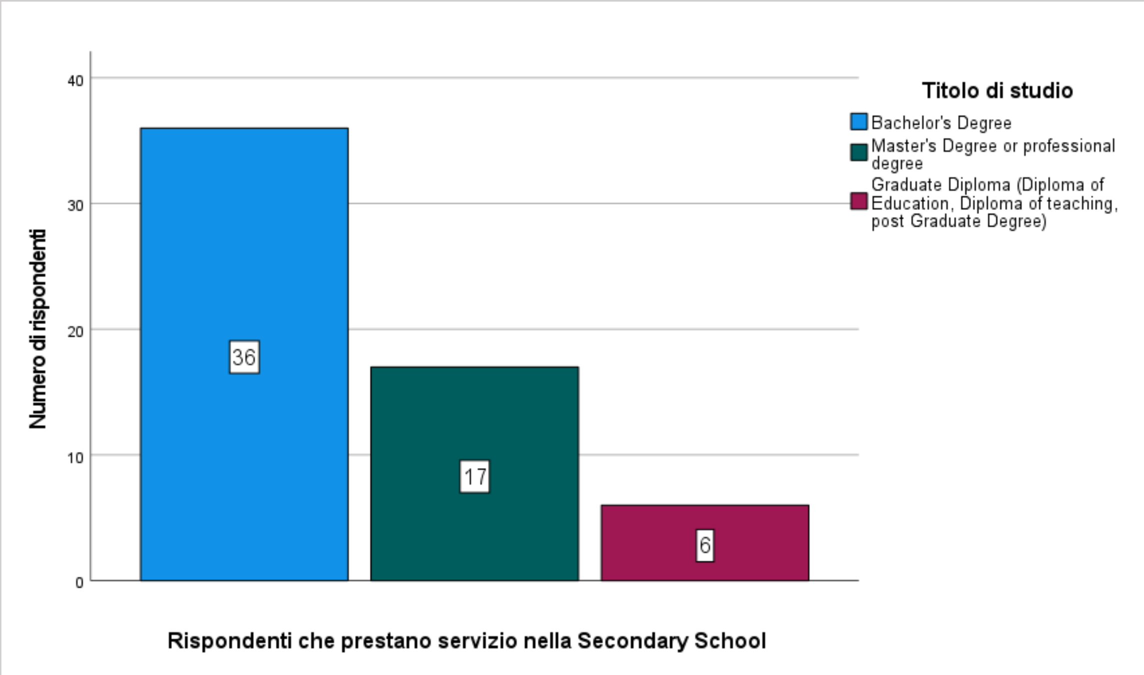


Grafico 3. Q7S: Titolo di studio dei rispondenti che prestano servizio alla Secondary School. (N_Secondary=59)

Possiamo notare invece (nel Grafico 4) come, fra i 15 insegnanti di scuola primaria che hanno risposto al questionario, la maggioranza abbia effettuato una laurea magistrale mentre 5 di loro hanno effettuato una laurea triennale.

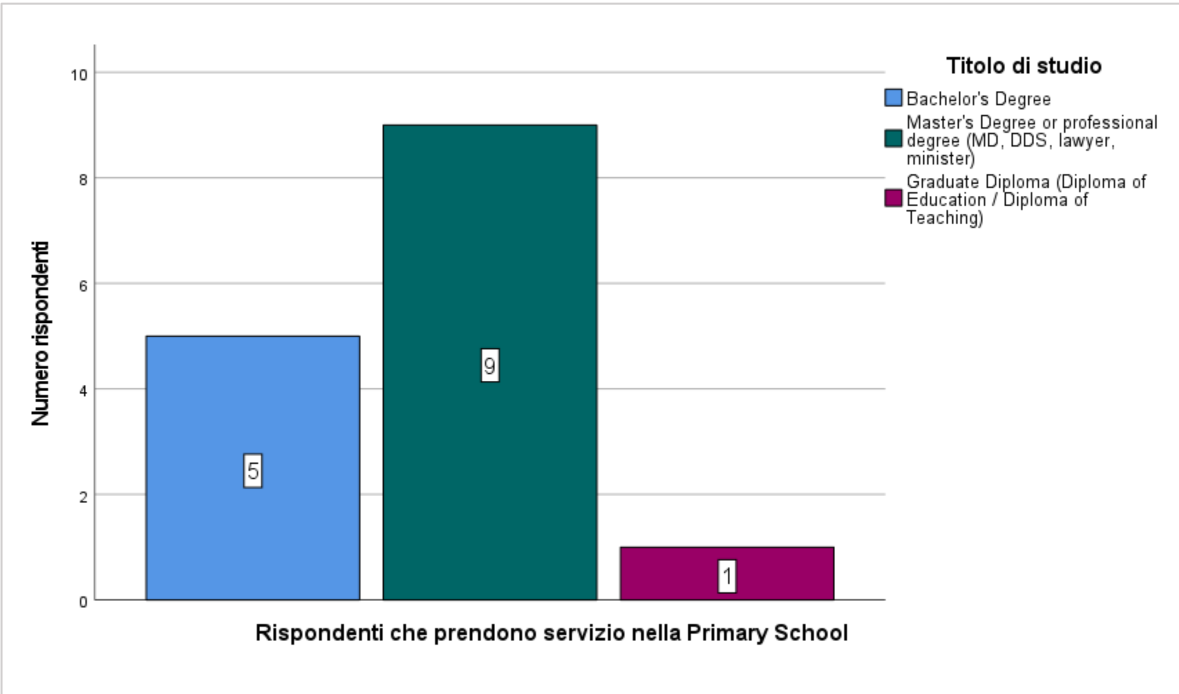


Grafico 4. Q7P: Titolo di studio dei rispondenti che prestano servizio alla Primary School. (N_Primary=15)

Andando ad osservare la materia d'indirizzo che ha caratterizzato il percorso di studio dei rispondenti (Grafico 5), notiamo situazioni piuttosto distinte nella scuola primaria e secondaria. Infatti, tra i rispondenti di scuola secondaria, 21 insegnanti hanno effettuato un percorso di studi in Matematica (ad esempio con una specializzazione in Geometria, Analisi, Analisi Numerica, Probabilità e statistica, o Algebra), 12 hanno effettuato studi specifici in Didattica della Matematica, 18 hanno effettuato altre tipologie di lauree scientifiche (ma non in matematica o in educazione) e 6 hanno effettuato altri corsi di studio (in Educazione, ma non specifici per la Matematica, oppure altri ancora). Troviamo quindi, nel campione dei rispondenti di scuola secondaria, una formazione prettamente scientifica, con una buona proporzione di formazione nella didattica disciplinare specifica.

Per quanto riguarda invece gli insegnanti di scuola primaria, prevalentemente essi non hanno una formazione scientifica, spesso neanche specifica per l'educazione.

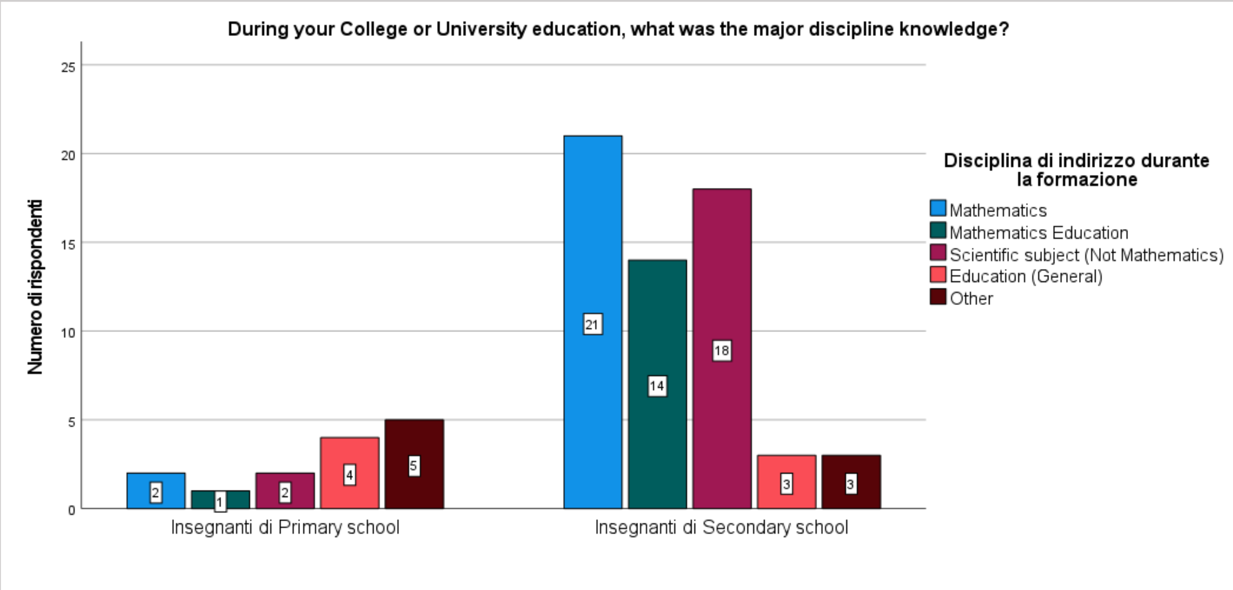


Grafico 5.Q8: Materia di indirizzo relativa al percorso di studio effettuato dai rispondenti: distribuzioni rispetto all'ordine scolastico. (N_Primary=15, N_Scondary=59)

6.1.2.5. Esperienza di insegnamento

Dei 73 rispondenti totali al quesito Q9, la maggioranza (59%) ha maturato più di 10 anni di esperienza, mentre il 41% di loro ha un'esperienza d'insegnamento inferiore ai 10 anni (il 20,5% sono neo-insegnanti e un altro 20,5% hanno un'esperienza di insegnamento compresa tra i 4 e i 10 anni). Riportiamo nella tabella seguente (Tab. 4) le distribuzioni rispetto ai diversi ordini scolastici.

Blocco scolastico	Nuovi insegnanti (1-3 anni di esperienza)	Insegnanti di media esperienza (4-10 di esperienza)	Esperti (più di 10 anni)
Primary School Teachers	2	3	9
Secondary School Teachers	13	12	34

Tabella 4. Q9: Esperienza di insegnamento dei rispondenti, rispetto ai differenti ordini scolastici di appartenenza. (N_Primary=14, N_Secondary=59)

6.1.3. I risultati

Illustreremo di seguito i risultati, domanda per domanda, guidati dall'ordine delle sezioni e dei quesiti nel questionario.

Sezione 3: ***I belief sulla Matematica e sul suo insegnamento-apprendimento***

Analizzando i risultati relativi alle domande Q10, Q11 e Q12, riguardanti le convinzioni degli insegnanti rispetto alla matematica e al suo insegnamento-apprendimento, osserveremo in particolare le differenze che emergono fra gli insegnanti di scuola primaria e secondaria.

6.1.3.1. Il ruolo dei diversi attori per lo sviluppo del pensiero matematico

Osservando le risposte alla domanda Q10 (Tab. 5), nella quale chiediamo ai rispondenti di indicare quale sia, a loro parere, il ruolo dei diversi attori presenti nella classe per lo sviluppo del pensiero matematico dello studente, notiamo come il ruolo dei pari sia ritenuto molto meno incidente rispetto a quello dell’insegnante e dello studente stesso nei confronti del suo apprendimento, soprattutto nella scuola secondaria. L’unica differenza significativa fra insegnanti di scuola secondaria e primaria, sebbene il campione della scuola primaria non sia sufficientemente ampio per poter confrontare i risultati, è da ricercare nel ruolo degli studenti, che viene ritenuto più incisivo da parte degli insegnanti di scuola secondaria.

	To a large extent		*To a moderate extent*		*To a small extent*		*Not at all*	*I don’t know*
a)**Teacher**’s role	**56**	10 Primary 46 Secondary	**14**	2 Primary 12 Secondary	**0**		0	0
b)**Peer**’s role	**15**	4 Primary 11 Secondary	**34**	2 Primary 32 Secondary	**19**	5 Primary 14 Secondary	0	**1** Secondary
c)**Student**’s role	**57**	7 Primary 50 Secondary	**11**	4 Primary 7 Secondary	**0**		0	0

Tabella 5. Q10: Ruolo dei diversi attori presenti nella classe per lo sviluppo del pensiero matematico dello studente. (N_10a=70, N_10b=69, N_10c=68)

6.1.3.2. Il compito dell’insegnante

Nella domanda Q11 abbiamo chiesto ai rispondenti di caratterizzare il ruolo dell’insegnante per lo sviluppo del pensiero matematico dello studente. È emerso (Grafico 6) che la maggioranza di loro identifica il ruolo dell’insegnante in quello di un facilitatore (*Facilitator*) che fornisce agli studenti il sostegno necessario, mettendo a disposizione le sue abilità di insegnamento, per creare le condizioni affinché possa pensare matematicamente. Tra i restanti, un buon numero di rispondenti risulta convinto che il ruolo dell’insegnante sia quello di spiegare (*Explainer*) per consentire allo studente di accedere ad una comprensione profonda dei concetti matematici. Infine, una minoranza ritiene che il compito dell’insegnante sia quello di allenare gli studenti (*Instructor),* ovvero di preparare gli studenti ad applicare formule e procedure matematiche in modo corretto ed efficiente. Un rispondente ha invece dichiarato che nessuno di quelli indicati è un profilo che descrive il ruolo che riveste l’insegnante.

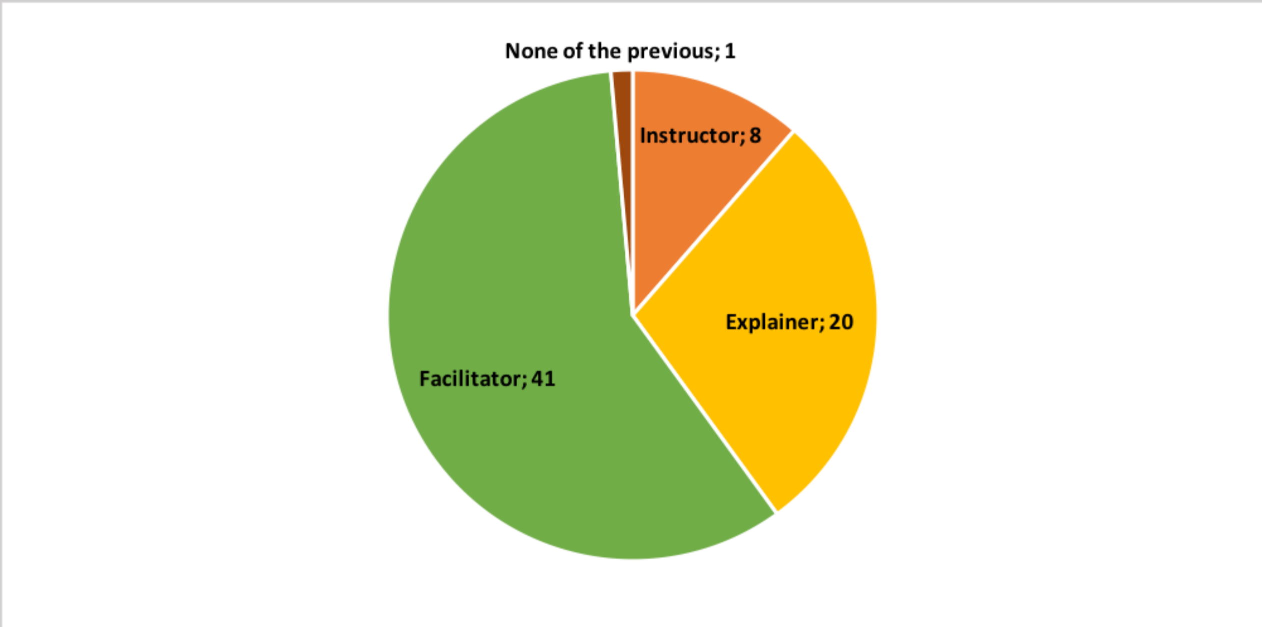


Grafico 6. Q11: Ruolo dell'insegnante per lo sviluppo dell'apprendimento matematico dello studente. (N=70)

I risultati si presentano con differenze non significative fra la scuola primaria e secondaria (Grafico 7), ad eccezione dell’assenza di preferenze per la categoria Allenatore (*Instructor*) da parte dei rispondenti di scuola primaria. Questa caratteristica, seppure con numeri molto bassi, risulta rilevante ai fini della comprensione dei differenti profili di insegnamento.

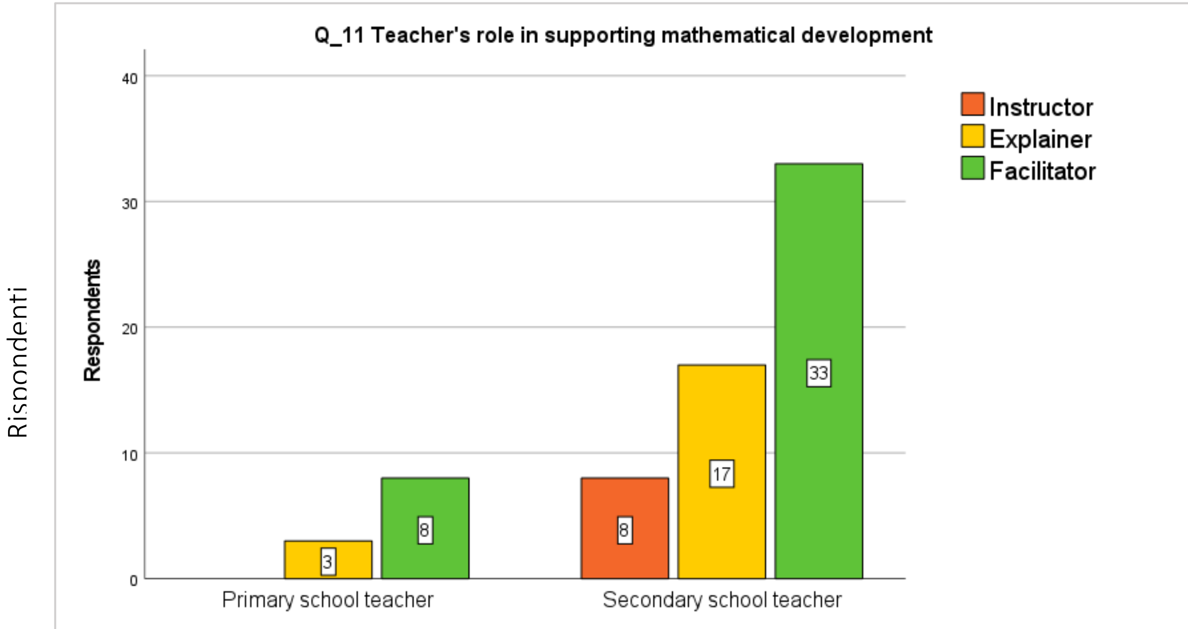


Grafico 7. Q11: Ruolo dell'insegnante per lo sviluppo dell'apprendimento matematico, divisione per ordini scolastici di appartenenza. (N_Primary=11, N_Seconday=58)

Osservando adesso le risposte organizzate rispetto alla materia di indirizzo durante il corso di studi (Grafico 8), possiamo notare come non vi siano grandi variazioni, seppure, in proporzione, gli insegnanti con una formazione scientifica non matematica sono quelli che hanno propeso maggiormente per la caratterizzazione che prevede di allenare e spiegare rispetto a facilitare, se paragonati agli insegnanti con una differente specializzazione.

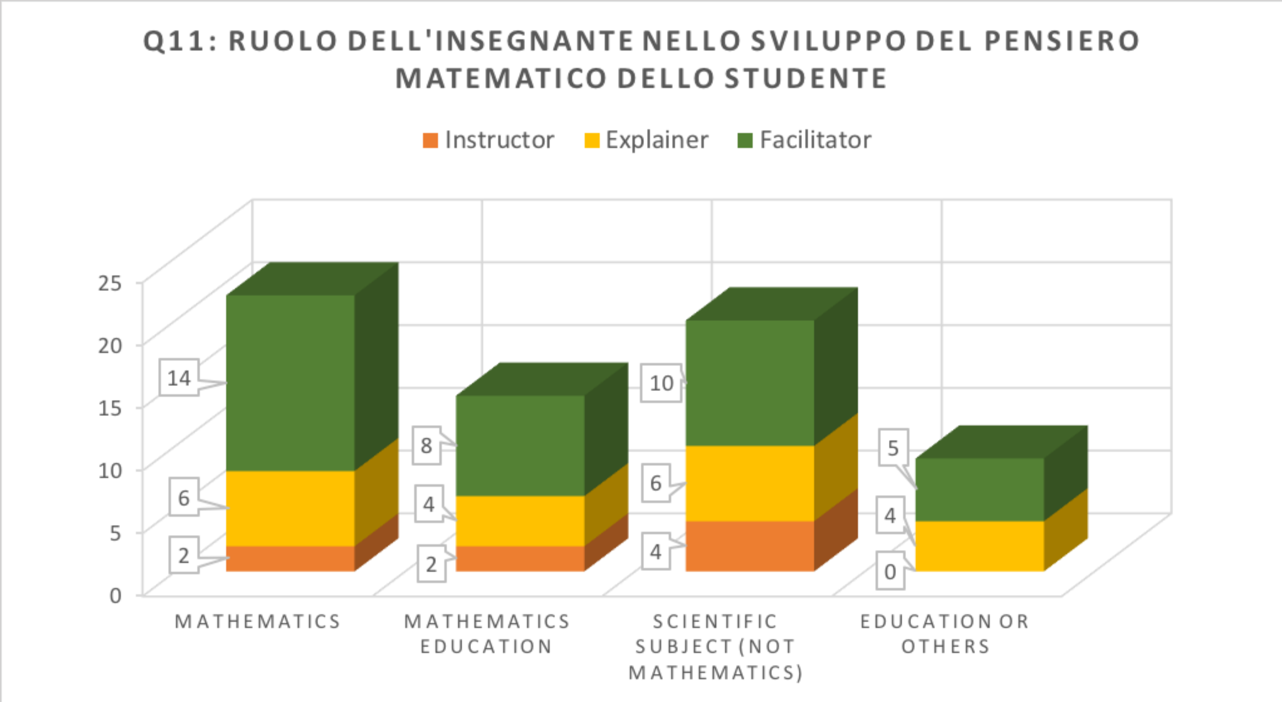


Grafico 8. Q11: Ruolo dell'insegnante per lo sviluppo dell'apprendimento matematico, divisione per settore di specializzazione. (N=65)

6.1.3.3. La visione della matematica e del suo insegnamento-apprendimento

Per quanto possiamo inferire a partire dalle risposte ai point items riguardanti la visione della matematica (Q12_a,b,c), gli insegnanti sono in media piuttosto d'accordo che la matematica sia un impegno umano bellissimo ed utile, che costruisce una via per la conoscenza e uno strumento di pensiero. Questa convinzione emerge in modo meno polarizzato tra gli insegnanti di scuola primaria che, come abbiamo visto analizzando la distribuzione del campione, spesso non hanno una formazione scientifica né tantomeno ad indirizzo matematico (Grafico Q12_b).

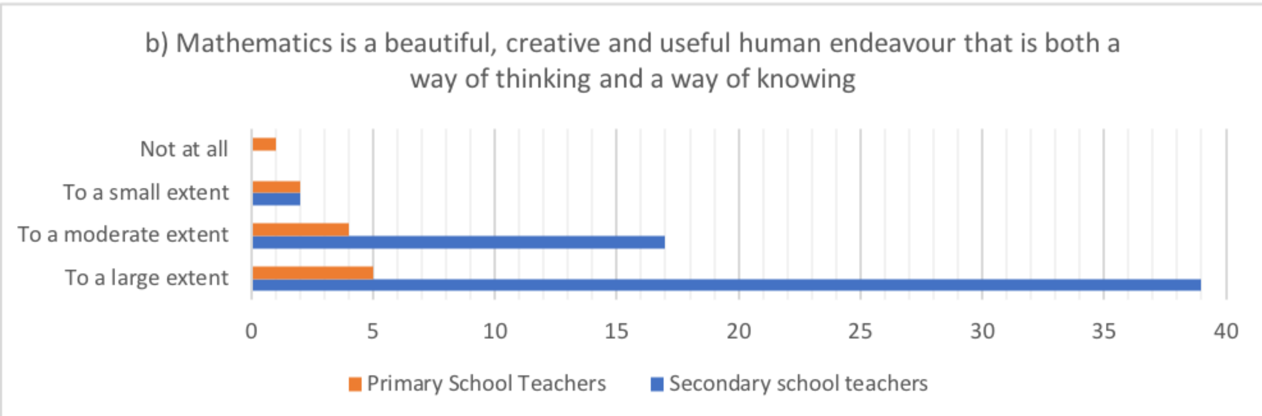


Grafico Q12_b: Convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica: distribuzione fra gli insegnanti di primary e secondary school (N_Primary=11, N_Secondary=58)

Possiamo inoltre osservare come gli insegnanti di scuola secondaria condividano abbastanza una visione della conoscenza matematica come cassetta degli attrezzi per risolvere problemi (Grafico Q12_a) e, anche se in maniera leggermente minore, della matematica come scienza del pensiero formale e della logica rigorosa (Grafico Q12_c). Quest'ultima differenza, se polarizziamo le risposte, risulta peraltro statisticamente significativa, seppure con numeri molto piccoli (Chi_quadrato=4,272, df=1, *p=0.039<0.05).

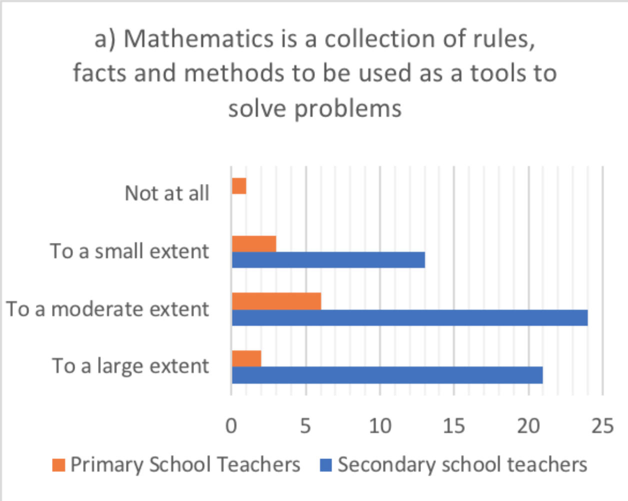


Grafico. Q12_a.. Convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica: distribuzione fra gli insegnanti di primary e secondary school (N_Primary=12, N_Secondary=58)

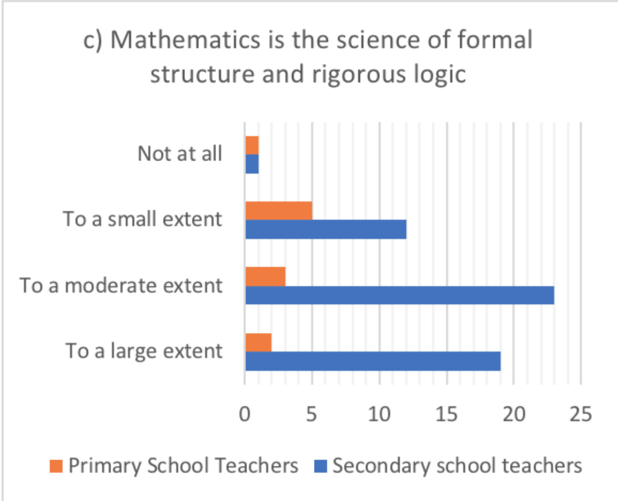


Grafico. Q12 _c. Convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica: distribuzione fra gli insegnanti di primary e secondary school (N_Primary=11, N_Secondary=55)

Per quanto riguarda l'insegnamento-apprendimento della matematica, notiamo come gli insegnanti di scuola secondaria siano abbastanza inclini a una visione di tipo trasmissivo dell'insegnamento della matematica. Infatti, mediamente, essi sono abbastanza convinti che sia compito dell'insegnante fornire istruzioni e strategie chiare per la risoluzione di problemi (Grafico Q12_d) e, in modo anche maggiormente condiviso, che lo stile espositivo sia il modo più chiaro per presentare la matematica (Grafico Q12_e). Sono invece discretamente meno convinti che la matematica non possa essere trasmessa ma debba essere costruita dallo studente (Grafico Q12_f).

Gli insegnanti di scuola primaria, invece, hanno convinzioni che si avvicinano maggiormente ad un paradigma educativo costruttivista (o socio-costruttivista) dell'apprendimento: i più considerano infatti lo studente maggiormente responsabile del proprio apprendimento e tendenzialmente danno meno importanza alla trasmissione della conoscenza matematica da parte dell'insegnante.

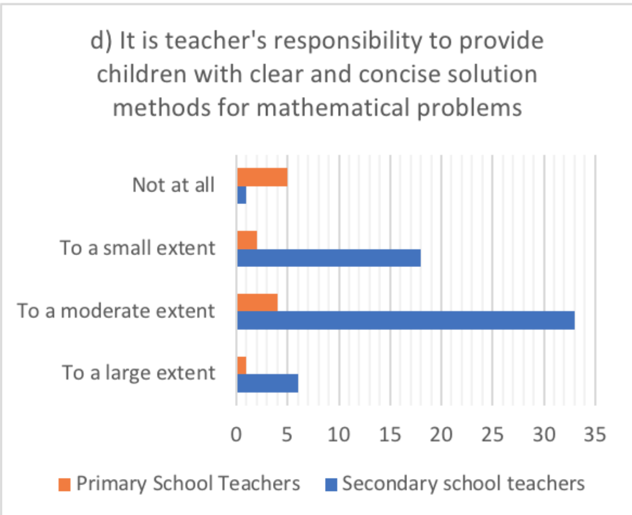


Grafico. Q12_d. Convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica: distribuzione fra gli insegnanti di primary e secondary school (N_Primary=12, N_Secondary=58)

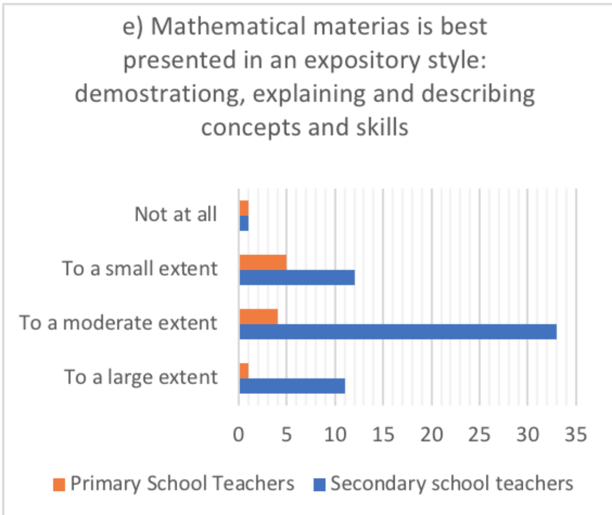


Grafico. Q12_e. Convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica: distribuzione fra gli insegnanti di primary e secondary school (N_Primary=11, N_Secondary=57)

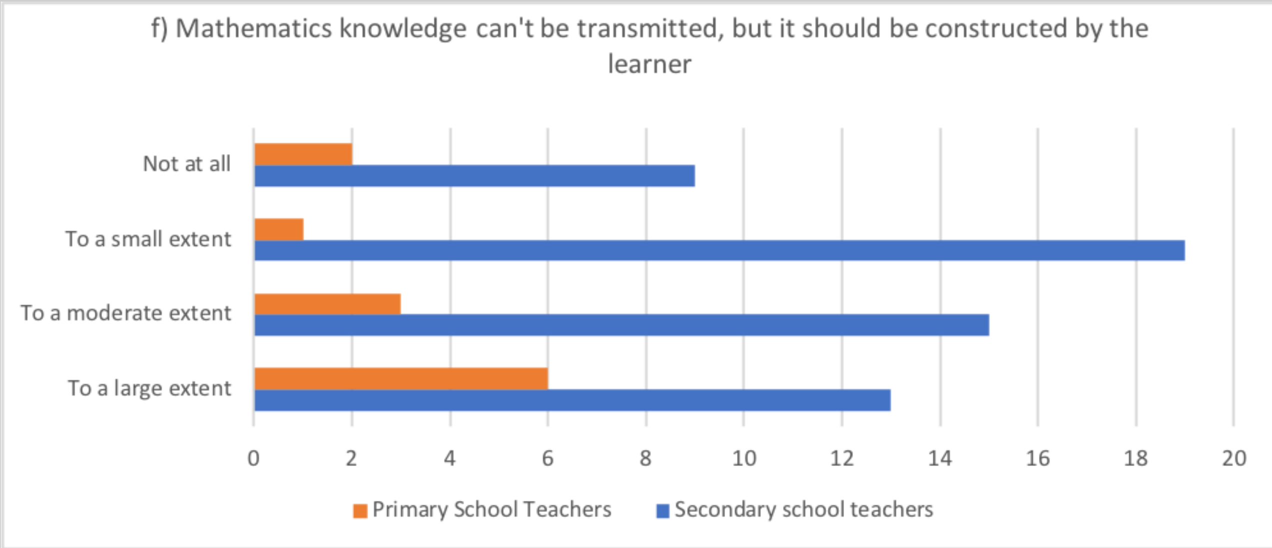


Grafico. Q12_ f: Convinzioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica: distribuzione fra gli insegnanti di primary e secondary school (N_Primary=12, N_Secondary=56)

Polarizzando le risposte alle domande in Q_12 (ovvero riducendo la scala Likert ad una dicotomia che racchiude le due possibilità: Da abbastanza a molto - Da per niente a poco), la differenza fra insegnanti di scuola primaria e secondaria, seppure con numeri molto piccoli, risulta statisticamente significativa (Chi_quadrato=4,613, df=1, *p=0.032<0.05) rispetto al point item Q12_e, in cui gli insegnanti di scuola secondaria indicano in modo netto (44 rispondenti su 57 totali indicano da abbastanza a molto) di essere convinti che lo stile espositivo rappresenti il modo migliore per presentare la matematica, a differenza dei rispondenti di primaria che si dividono circa a metà su questa domanda (5 su 11 indicano da abbastanza a molto). Inoltre, rispetto al point item Q12_f, pur non essendoci significatività statistica, mentre il campione degli insegnanti di scuola secondaria si divide esattamente a metà rispetto alle due polarità della scala (28 rispondenti da per niente a poco e 28 da abbastanza a molto), nella scuola primaria troviamo una netta prevalenza di indicazioni da abbastanza a molto (9) rispetto da per niente a poco (3) (Grafico Q12_f).

Osservando quale sia la relazione che intercorre tra le convinzioni indagate dagli ultimi tre item del quesito Q12 e gli indirizzi di specializzazione degli insegnanti durante la formazione (Q8), abbiamo notato alcune differenze che vanno tutte nella direzione di evidenziare, seppure debolmente, che una formazione disciplinare specifica per la didattica faccia propendere gli insegnanti verso un paradigma maggiormente costruttivista o socio-costruttivista dell'insegnamento-apprendimento e, più in generale, una visione meno trasmissiva della matematica. Infatti, i rispondenti che hanno ricevuto una formazione con uno specifico focus sull'educazione tendono ad essere meno concordi con l'affermazione Q12_d, nella quale viene attribuita all'insegnante la responsabilità di fornire agli studenti strategie risolutive chiare ed efficaci per la risoluzione dei problemi. Inoltre, rispetto alle affermazioni Q12_e e Q12_f abbiamo osservato che una specifica formazione nella didattica disciplinare gioca un ruolo rilevante nel determinare una visione meno trasmissiva, più vicina a un paradigma socio-costruttivista dell'apprendimento. Tale differenza risulta statisticamente significativa per l'affermazione Q12_e, seppure rispetto a un campione esiguo (Tab. 6).

Materia di indirizzo durante la formazione	Q12_e From moderate to large extent	Q12_e From nothing to a small extent	Totale
Mathematics	16	5	21
Mathematics Education	6	6	12
Scientific subject (No Math.)	17	1	18
Totale	39	12	51

(Chi_Quadrato=7.906, df=2, *p=0.019<0.05)

Tabella 6. Tabella di contingenza (Q8, Q12_e) (N=51).

Vogliamo inoltre sottolineare che all'interno dei point item del quesito Q12 possiamo osservare una correlazione positiva media (secondo l'indice Tau-b di Kendall) fra le affermazioni Q12_a, Q12_d, e Q12_e (Tab. 7).

Correlazioni

			12 a)	12 b)	12 c)	12 d)	12 e)
Tau_b di Kendall	12 b)	Coefficiente di correlazione	,052				
		Sig. (a due code)	,645				
		N	69				
	12 c)	Coefficiente di correlazione	,332**	,188			
		Sig. (a due code)	,002	,098			
		N	66	66			
	12 d)	Coefficiente di correlazione	,343**	,059	,296**		
		Sig. (a due code)	,001	,601	,007		
		N	70	69	66		
	12 e)	Coefficiente di correlazione	,380**	,013	,311**	,387**	
		Sig. (a due code)	<,001	,912	,005	<,001	
		N	68	68	66	68	
	12 f)	Coefficiente di correlazione	-,005	,098	,170	-,206	-,132
		Sig. (a due code)	,962	,378	,117	,051	,221
		N	68	67	64	68	66

**. La correlazione è significativa a livello 0,01 (a due code).

Tabella 7. Correlazioni interne ai point item del quesito Q12 secondo l'indice Tau-b di Kendall.

Nella presentazione dei risultati della prossima domanda analizzeremo la presenza di una possibile relazione fra le convinzioni espresse nel quesito Q12 e la convinzione riguardo l'importanza di coinvolgere attivamente gli studenti tramite il loro corpo e movimento.

Sezione 4: *I belief rispetto alle attività ABM*

6.1.3.4. L'importanza

Nel quesito Q13 abbiamo chiesto agli insegnanti di esplicitare quanto ritenessero importante coinvolgere il corpo e il movimento degli studenti per promuoverne l'apprendimento. Come mostrato nella Tabella 8, dei 63 rispondenti soltanto 9 hanno affermato di essere per nulla o scarsamente convinti dell'importanza di un tale coinvolgimento, mentre più della metà degli insegnanti risulta abbastanza convinto e, infine, un terzo è molto convinto.

Q_13 To what extent do you believe it is important to propose active learning activities involving student' body and movement in mathematics teaching practice?

Conteggio

		To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	Totale
	Primary school teacher	5	2	2	0	9
	Secondary school teacher	15	32	6	1	54
Totale		20	34	8	1	63

Tabella 8. Q13: Importanza di coinvolgere gli studenti attraverso il corpo e il movimento. Distribuzione delle risposte rispetto agli ordini scolastici di appartenenza dei rispondenti. (N=63)

Per quanto i numeri non siano confrontabili, i rispondenti della scuola primaria sembrano essere in proporzione maggiormente inclini a considerare rilevante il coinvolgimento percettivo motorio degli studenti rispetto agli insegnanti di scuola secondaria (Grafico 9). Non si registrano invece differenze significative, nelle risposte al quesito, rispetto ai settori disciplinari specifici di formazione degli insegnanti.

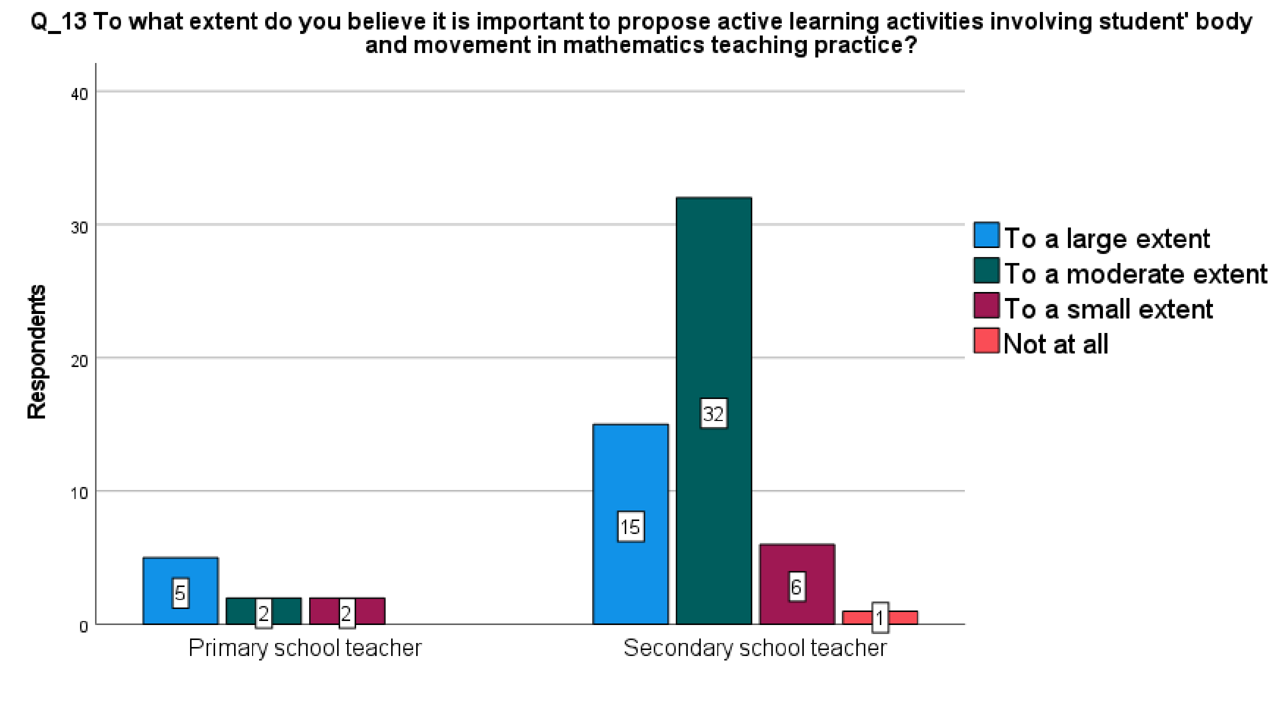


Grafico 9. Q13: Importanza di coinvolgere gli studenti attraverso il corpo e il movimento. Distribuzione delle risposte rispetto agli ordini scolastici di appartenenza dei rispondenti (N_primary=9, N_secondary=54)

Per analizzare il rapporto tra le risposte fornite nella sezione precedente, riguardo le convinzioni rispetto alla matematica e al suo insegnamento-apprendimento, e il quesito Q13 abbiamo osservato le correlazioni fra gli item e le differenze statisticamente significative nelle distribuzioni delle risposte al quesito Q13 rispetto agli altri item (polarizzando le scale Likert unendo le categorie Molto-Abbastanza e Poco-Per niente).

Le evidenze emerse dall'analisi dei risultati ci portano ad ipotizzare che la convinzione riguardo la rilevanza del coinvolgimento percettivo motorio degli studenti in attività di apprendimento laboratoriale per lo sviluppo del pensiero matematico si leghi a una visione dell'insegnamento-apprendimento della disciplina meno trasmissiva e un paradigma d'apprendimento costruttivista o socio costruttivista. Ciò risulta particolarmente evidente nelle correlazioni di media intensità del quesito Q13 rispetto agli ultimi tre point item del quesito Q12; in particolare troviamo una correlazione negativa statisticamente significativa con la convinzione espressa dall’item Q12_d (correlazione Tau-b di Kendall: -0,231, con significatività (a due code) <0.05, per un numero di rispondenti N=63) e, inoltre, è presente un’associazione statisticamente significativa della distribuzione delle risposte alla scala Likert Q13 (polarizzata) rispetto al point item Q12_f (anch’esso polarizzato) che sembra evidenziare la relazione fra queste convinzioni (Tab. 9).

	Q12_f From moderate to large extent	Q12_f From nothing to small extent	Totale
Q13 From moderate to large extent	32	20	52
Q13 From nothing to a small extent	2	7	9
Totale	34	27	61

(Chi_Quadrato=4.807, df=1, *p=0.028<0.05)

Tabella 9. Tabella di contingenza (Q13, Q12_f). (N=61)

Non sembra invece esserci una correlazione statisticamente significativa rispetto alla visione della matematica inferita a partire dalle risposte ai primi tre point item del quesito Q12.

Considerando le valutazioni sulla rilevanza del ruolo rivestito dai vari attori presenti nel sistema classe per lo sviluppo del pensiero matematico dello studente (quesito Q10), notiamo che vi sono delle tendenze, per quanto non statisticamente significative, che vedono aumentare la convinzione dell’importanza di proporre le attività ABM quando viene valutato molto rilevante il ruolo dello studente per il suo apprendimento (a conferma di quanto precedentemente affermato) e medio-alto il ruolo dei pari.

Osservando le risposte al quesito Q13 rispetto alle convinzioni sul ruolo rivestito dall’insegnante (Q11), troviamo un’associazione significativa, per quanto i numeri siano esigui, che vede legare alla convinzione dell’importanza del coinvolgimento percettivo motorio degli studenti la concezione dell’insegnante come *Facilitator* o *Explainer*, piuttosto che come *Instructor,* volto cioè ad allenare gli studenti ad avere una buona performance matematica (Tab. 10)

Il compito dell’insegnante	Q13 From moderate to large extent	Q13 From nothing to a small extent	Totale
Instructor	3	5	8
Explainer	16	1	17
Facilitator	34	3	37
Totale	53	9	62

(Chi-Quadrato=12,20, df=2, *p=0.023<0.05)

Tabella 10. Tabella di contingenza (Q13, Q11). (N=62)

6.1.3.5. I gradi scolastici per i quali le attività sono ritenute adeguate

Il quesito Q14, nel quale abbiamo chiesto agli insegnanti per quali gradi scolastici ritengano che tali attività siano adeguate, ha previsto una risposta aperta breve.

Nella fase di analisi abbiamo effettuato una codifica delle risposte e costruito delle categorie, in linea con l'analisi dei dati italiani, al fine di fornirne una descrizione anche quantitativa, che riportiamo nella Tabella 10. Analizzando le risposte abbiamo però potuto osservare dei distinguo nelle risposte date fornite rispetto al campione italiano: molto più sovente, in proporzione alla numerosità del campione, i rispondenti australiani hanno dato risposte puntuali rispetto ai gradi scolastici per i quali le attività sono considerate appropriate (ad esempio, "Y7 to 12", "Years 7 and 8", "Years 8-12", "Years 7-9 (but also most levels in junior school), P-10, "year 7-10") mentre, nel caso italiano, più spesso è stato fatto riferimento ad un intero ordine scolastico o ad un ciclo di istruzione o, altresì, è stata spesso utilizzata la dicitura *"fino al .."* per includere tutte le classi sottostanti a un determinato grado. Tuttavia, anche per la categorizzazione australiana, abbiamo deciso di non distinguere fra le risposte che indicano uno o più gradi specifici e quelle invece inclusive anche di tutti i gradi inferiori poichè, anche nel caso australiano, è risultata una prassi piuttosto ricorrente quella di fornire indicazioni che includono tutti i gradi sottostanti un determinato anno o ordine scolastico ("up to 10", "up to grade 12-depends on the learner", "kindy to year 9", "early to mid secondary"). Per di più, vogliamo sottolineare che l'indicazione di specifici gradi scolastici potrebbe anche rispecchiare la volontà dei rispondenti di non esprimersi rispetto a livelli scolastici di cui non si ha esperienza, come, ad esempio, è stato esplicitato dal rispondente che ha indicato "All levels that I'm aware of".

For which school levels do you believe active, bodily experience mathematics learning activities are appropriate?

Conteggio

			Primary, Basic Class	(To) Middle School	(To) High School (Senior excluded)	All	Totale
	Primary school teacher	7	0	0	0	8	15
	Secondary school teacher	12	4	8	4	36	64
Totale		19	4	8	4	44	79

Tabella 11. Q14: I livelli scolastici per i quali le attività ABM risultano adeguate, distribuzione rispetto agli ordini scolastici di appartenenza (N_Primary=8, N_Secondary=52)

Osservando le convinzioni degli insegnanti Australiani a questo proposito nella categorizzazione prodotta (Tab. 11), troviamo che la maggior parte di loro è convinta che le attività ABM possano essere adeguate per tutti i gradi scolastici. Tuttavia, mentre nella scuola primaria tutti i rispondenti alla domanda risultano essere convinti di questo, nella scuola secondaria gli insegnanti nutrono qualche riserbo in più: 12 rispondenti considerano l'adeguatezza delle attività ABM limitata per i gradi inferiori alla *middle-school* (ovvero fino al grado 8-9), invece altri 4 le ritengono adatte anche per la *high school*, escludendo però i gradi relativi alla *senior school*.

Anche da un'analisi qualitativa delle risposte abbiamo potuto osservare che gli insegnanti di scuola secondaria hanno moderatamente dei riserbi sull'effettuare tali attività con adolescenti e pre-adolescenti, soprattutto in riferimento al loro grado di abilità matematica, come viene esplicitato nella seguente risposta: "More depends on the level of the student I find. Lower kids usually need the hands on experience. More able children usually do well with expository stuff". Persino nelle risposte che afferiscono alla categoria All (Tabella 12) abbiamo osservato dei distinguo rilevanti, ad esempio, rispetto agli argomenti da trattare, "All but not for every topic", "All, but decreasing as mathematical knowledge increases", o nell'esprimere una adeguatezza soprttutto per le scuole di grado inferiore, ad esempio, nelle risposte "Up to grade 8 is easier to incorporate, but after then it is still beneficial", "All level but expecially in yuonger students" o " All years, but particularly in lower school”. Tuttavia la maggior parte, e comunque la totalità degli insegnanti di scuola primaria, mostra una fiducia nei confronti delle attività senza esprimere delle limitazioni, ad esempio nella risposta “All year levels and beyond (university courses)”.

Q_14 Categoria ALL

Conteggio

			(To) Secondary School and Senior	Mainly for lower classes, but also beyond	For all school levels but not in the same ways	All years (without limitations)	Totale
	Primary school teacher	7	0	0	0	8	15
	Secondary school teacher	28	2	3	4	27	64
Totale		35	2	3	4	35	79

Tabella 12. Categoria ALL della domanda Q_14: Convinzioni rispetto ai livelli scolastici rispetto ai quali tali attività risultano adeguate (N_Primary=8, N_Secondary=36)

In conclusione, sebbene abbiamo riscontrato negli insegnanti appartenenti al campione australiano una generale apertura verso la proposta delle attività ABM in riferimento a tutti i gradi scolastici, si riconferma una tendenza già osservata anche in Italia: gli insegnanti di scuola secondaria, piuttosto diffusamente, sono convinti che le attività non siano adeguate, o che siano limitatamente adeguate, specialmente per le classi più avanzate del proprio ordine scolastico, mentre non troviamo alcuna perplessità espressa dagli insegnanti di scuola primaria.

6.1.3.6. Gli esempi di contenuti

Nel quesito Q15 abbiamo chiesto ai rispondenti di indicare esempi di argomenti e contenuti che dovrebbero essere insegnati con attività ABM. Gli insegnanti hanno fornito esempi di specifici argomenti oppure hanno indicato aree di contenuto fino ad intere branche della matematica che sono stati categorizzati come mostrato nella Tabella 13. La maggiore parte degli esempi forniti, sia dagli insegnanti della scuola primaria che secondaria, appartiene all’area Algebra e Numeri, ma anche l’ambito Geometria e Misura, che nel curriculum australiano risultano legate, ricopre pressoché lo stesso numero di esempi. Un’altra area di contenuto frequentemente menzionata è quella dell’ambito Probabilità e Statistica, mentre le altre aree di contenuto contano un numero esiguo di esempi. Infine, alcuni insegnanti hanno indicato che tutti i contenuti possono essere insegnati attraverso attività di questo tipo.

Aree di contenuto o argomenti che possono essere insegnati con attività ABM		*Secondary school*	*Primary school*	*Totale*
▪ Number and Algebra		28	7	35
▪ Geometry and Measurement	Geometry	17	1	34
	Measurement	12	4	
▪ Statistics and Probability		13	3	16
▪ Percentages, ratio, scales and Financial Maths		5	0	5
▪ Functions and graphics		4	0	4
▪ Computational thinking and algorithms		2	0	2

▪ Problem solving	0	1	1
▪ All	5	2	7
TOTALE	**87**	**18**	**104**

Tabella 123. Q15: Gli esempi di argomenti e contenuti indicati dagli insegnanti categorizzati e organizzati secondo gli ordini scolastici di appartenenza degli insegnanti. (Ciascun insegnante ha potuto indicare fino a 3 esempi)

Le due tabelle seguenti mostrano alcuni degli esempi proposti dagli insegnanti australiani organizzati per ambito (Tab. 14, Tab. 15).

Esempi: *Primary school*	
Number and Algebra	*Number and Algebra*, Fractions, Division/ multiplication addition/subtraction
Geometry and Measurement	*Geometry, Measurement, Space and measurement*
Statistics and Probability	*Chance and Data*, *Statistics and Probability*
Problem solving	*Problem Solving*

Tabella 14. Q15P: Esempi di argomenti e contenuti indicati dagli insegnanti di scuola primaria, divisi per categoria.

Esempi: *Secondary school*	
Number and Algebra	*Number, Airthmetics, Pre-Algebra, Linear Algebra,* *Algebra*: Use of digital tools to link algebraic ideas graphically, numerically and algebraic representations. Patterns, nets Polynomial Numeracy e.g. lifesize number / number plane / place value, Integers Operations, multiplying by 10, 100, 1000, calculations, add, divide, multiply Pascal Triangle
Geometry and Measurement	*Geometry, Space, Measurement* Shapes: 3D shapes, bearings, shapes and angles in our environment, areas, perimeter; Exploring units of measurements: e.g. degrees; Angle of depression Volume; Conics; Pythagoras; Tha value of pi; Trigonometry (e.g. using clinometers, tape measures)
Statistics and Probability	*Statistics*, *Probability*, Chance, Data - any form of statistical collection, collation and analysis, Statistical variation, use of physical materials while collecting/ collating data

Percentages, ratio, scales and Financial Maths	*Financial Maths,* percentage, tax, fractions, decimals, rates, ratios, scales
Functions and graphics	Graphing functions (also with technology, e.g. motion detectors), linear graphing, parabolas
Computational thinking and algorithms	Technology, Pigeonhole problem

Tabella 15. Q15S: Esempi di argomenti e contenuti indicati dagli insegnanti di scuola secondaria, divisi per categoria.

6.1.3.7. Gli effetti auspicati

Osserviamo adesso quali caratteristiche gli insegnanti ritengono che possano essere influenzate positivamente dalle proposte delle attività in oggetto fra quelle indicate nel quesito Q16 (Tab. 16). Sebbene tutte le risposte siano spostate su valutazioni che variano da abbastanza a molto, i risultati mostrano che essi sono particolarmente d'accordo che le attività aumentino le capacità di visualizzazione matematica (*mathematics visualization capabilities*), l'interesse e la motivazione (*interest and motivation)*, oltre ad una comprensione profonda del sapere matematico (*deep understanding*). Qualche riserbo in più viene nutrito nei confronti dell'impatto sull'attitudine (*attitude towards mathematics*), sulle competenze trasversali (*problem solving*, pensiero critico e creatività) ma soprattutto sui risultati nei test standardizzati (*achievement in standard tests*).

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	356Not at all	I don't know
1. Deep understanding	35	25	2	0	1
2. Achievement in standard tests	13	34	11	4	2
3. Reasoning skills	33	24	5	0	1
4. Mathematics visualization capabilities	48	13	3	0	0
5. Problem solving skills, critical thinking and creativity	36	19	8	0	0
6. Interest and motivation	41	18	3	1	1
7. Attitude toward mathematics (affect/self-efficacy)	26	31	4	2	1

Tabella 16. Q16: Fattori influenzati positivamente dalla realizzazione delle attività ABM (N_minimo=63, N_massimo=64)

Rispetto ai fattori sui quali le attività possono avere un impatto (Q17), le attività ABM vengono ritenute rilevanti per aumentare la conoscenza del processo di apprendimento degli studenti da parte dell'insegnante *(Teacher's knowledge of students'learning processes)*, in maniera minore per la creazione di un ambiente sereno e aperto alla libera espressione (*Environment conducive to the expression of opinions*) e un clima di classe sereno (*supportive classroom environment*), e in modo ancora meno condiviso per l'inclusione (Q16.4 e Q16.5) come possiamo vedere nella seguente tabella (Tab. 17)

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know

1. Supportive classroom environment	26	27	7	3	1
2. Environment conducive to the expression of opinions	25	27	11	1	0
3. The inclusion of special educational needs students	27	20	12	4	0
4. The inclusion of students with a different cultural / economic backgrounds	30	17	9	5	2
5. Teacher's knowledge of students' learning processes	31	26	6	1	0

Tabella 17. Q17: Fattori sui quali le attività ABM possono avere un impatto (N_minimo=63; N_massimo=64)

6.1.3.8. Le limitazioni per la proposta delle attività ABM

Osservando le risposte relative al quesito Q18, riguardante le limitazioni per la realizzazione delle attività ABM (Tab. 18), possiamo notare che all'interno delle alternative proposte sono state individuate tre principali limitazioni:

1. la gestione della classe (*classroom management*) (42 rispondenti)
2. il fattore tempo (*time factors*) (41 rispondenti)
3. la disponibilità di risorse e spazi (*availability of spaces and resources*) (36 rispondenti).

Limiti	Rispondenti
Classroom management	42
Students'assessment	3
Suit only low achievers	3
Suit only high achievers	4
Not inclusive for students with a different cultural background	2
Not inclusive for special needs students	4
Time factors	41
Availability of spaces and resources	36
Not effective as an instructional strategy	6
Only few topics can be taught with these	8
Appropriate only for childhood primary	4
Other	10

Tabella 18. Q18: Limitazioni rispetto alla realizzazione delle attività ABM (I rispondenti hanno potuto indicare fino ad un massimo di 3 risposte) N Risposte=157

Le altre limitazioni, elencate fra le alternative ed espresse nella categoria *Other* dai rispondenti, sono state raccolte in macro-categorie come descritto nella tabella seguente (Tab. 19). Emerge chiaramente all'interno di queste limitazioni secondarie come le convinzioni degli insegnanti siano un discrimine fondamentale per la realizzazione delle attività ABM: in particolare costituiscono una limitazione per la realizzazione la convinzione che le attività siano adatte solamente per alcune tipologie di studenti o che non siano utili ed efficaci per lo svolgimento del programma curricolare. Infine anche le convinzioni degli altri attori presenti nel sistema scuola (studenti, genitori, colleghi) possono essere un fattore di limitazione incisivo come anche una mancanza di formazione specifica.

Categoria	*Alternative afferenti alla categoria*
1. Sono adatte soltanto per alcune tipologie di studenti (19 rispondenti)	- sono adatte soltanto per studenti a basso rendimento (3) - sono adatte soltanto per studenti ad alto rendimento (4) - non sono inclusivi rispetto a studenti con un differente background socio-culturale (2) - non sono inclusivi rispetto a studenti con bisogni educativi speciali (4 + una limitazione espressa all'interno dell'alternativa *Other*: "*Students with special needs are often "lost" in these tasks even with peer and teacher support. They benefit more from direct instruction and explaining")* - sono ppropriate soltanto per i gradi inferiori (4) Nell'alternativa *Other*: - sono appropriate soltanto per alcuni stili di apprendimento (1), *"Like most things they can be useful for some of the students. Some students will not engage or take them seriously. They can take up a lot of time that does not result in any sort of meaningful outcomes"*
2. Non possedere una forte convinzione rispetto all'efficacia delle attività ABM al fine di svolgere il programma curricolare (18 rispondenti)	- non sono efficaci come strategie didattiche (6) - si adattano esclusivamente a pochi argomenti (8+ una limitazione espressa nell'alternativa *Other:* sono efficienti ed efficaci soltanto per alcuni argomenti, "*Effective and efficient for some topics more than others"*) Nell'alternativa *Other* (3): - necessitano di essere chiaramente allineate al programma *"Needs clear alignment*" - il curriculum è troppo restrittivo *"the curriculum is too restrictive"* - è necessario coprire il curriculum *"the necessity to cover the curriculum"*
3. La presenza di una cultura scolastica ostativa (6 rispondenti)	- la valutazione degli studenti (*students'assessment*) (3) Nell'alternativa *Other* (3): - le convinzioni degli studenti *"Attitude of high schoolers thinking it would be babyish*" - la poca considerazione delle attività da parte dei genitori *"Parent inability to see the value"*, - la presenza di un altro metodo pedagogico da seguire *"Specific Archdiocese pedaogical program"*

4. Mancanza di formazione (2 rispondenti)	Nell'alternativa *Other*: - la mancanza di corsi di formazione per una didattica efficace *"teaching not trained in effective pedagogy"* (1) - la mancanza di formazione specifica rispetto alle attività ABM *"teacher knowledge of how to teach all topics using these models of instruction"*(1)

Tabella 19. Categorie relative alle limitazioni secondarie individuate a partire dalle risposte al quesito Q18.

Possiamo quindi riassumere i risultati indicando che i fattori legati all'organizzazione scolastica, come possono essere la presenza di spazi e la disponibilità di risorse o il tempo a disposizione del docente sono considerati un limite molto influente per la proposta delle attività in classe. A questo si sommano i problemi legati alla gestione della classe, dato che le attività sono percepite, ad esempio, come adatte solamente ad alcuni gruppi di studenti e che non sono ritenute sempre così efficaci per svolgere il programma scolastico e difficilmente valutabili. Infine una cultura scolastica che oppone resistenza e una carenza di una formazione adeguata completano la lista delle principali limitazioni individuate.

6.1.3.9. La valutazione

Riguardo alle possibili strategie e tecniche di cui gli insegnanti ritengono adeguato servirsi per valutare gli studenti in corrispondenza delle attività ABM (Q19), quella condivisa da un numero maggiore di rispondenti è l'osservazione *(observation)*, seguita dal project work e, secondariamente, l'autovalutazione (*self assessment*) e il portfolio. Una simile numero di insegnanti ha inoltre indicato di non ritenere appropriato l'utilizzo di alcun tipo di valutazione (*No Assessment*). Infine pochi insegnanti hanno indicato la valutazione tramite test scritti (*written text*) e in ultimo la valutazione fra pari (*peer assessment)* e la prova orale (*oral examination)* (Grafico 10). Due insegnanti hanno poi selezionato l'alternativa *Other,* in particolare un rispondente ha indicato la possibilità di utilizzare la *formative analysis (*come ad esempio LAF, SENA) insieme al project work, mentre l'altro insegnante ha espresso che queste attività non risultano utili per la valutazione benché lo siano per l'apprendimento, evidenziando la difficoltà di valutare, ad esempio, il contributo del singolo nel lavoro di gruppo: "Assessing students woking in groups is a problem. You will allowas get one student who does not make the same level of contribution to the task. Hence they may be useful for learning but not for assessment".

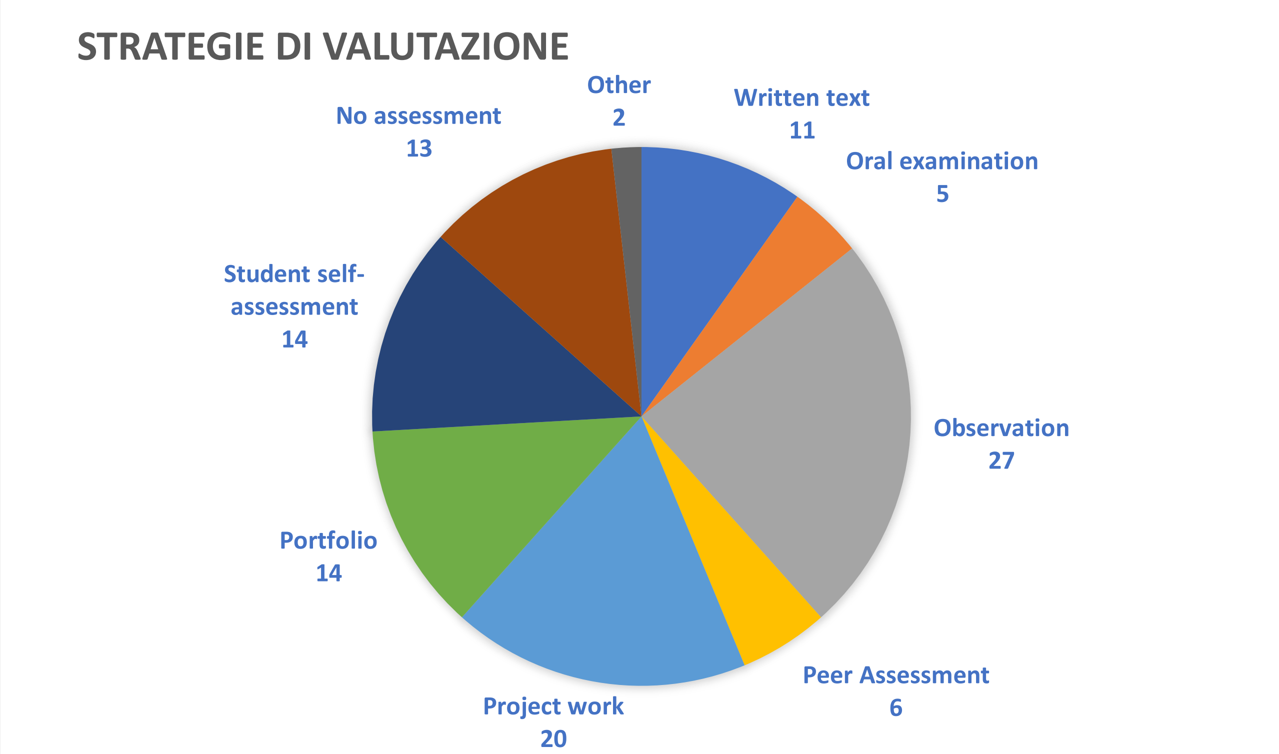


Grafico 10. Q19: Strategie e tecniche ritenute appropriate per la valutazione delle attività ABM (i rispondenti hanno potuto indicare fino a 2 alternative fra quelle elencate) N Risposte=112

Sottolineiamo, in particolare, come la percezione della non adeguatezza di test scritti per la valutazione di queste attività sia coerente con le indicazioni fornite riguardo il potenziale impatto della proposta delle attività al fine di migliorare i risultati nei test standardizzati.

6.1.3.10. La vignetta di Monica: le ragioni di un fallimento iniziale

Nella vignetta item Q20 abbiamo indagato quale fosse l'interpretazione dei rispondenti al sentimento di fallimento esperito da Monica la prima volta che ha proposto una attività ABM in classe, per inferire alcune convinzioni riguardo la proposta delle attività (Tab. 20). In particolare, molti rispondenti condividono le convinzioni che sia necessario del tempo prima che gli studenti diventino familiari con questo nuovo modo di lavorare (Q20_b), che queste attività richiedono dei task esplorativi (Q20_c) e un alto livello di interazione fra pari e con l'insegnante (Q20_d) per avere una buona riuscita. Tuttavia, la maggioranza di loro non crede che una ragione per il possibile fallimento possa essere attribuito alla mancanza di una chiara comunicazione di quali siano gli obiettivi dell'attività proposta (Q20_e).

		To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
a) The activity was in fact effective, as students got to know an alternative way of representing distributive properties/algebraic problems. It doesn't matter if they solved the tasks with the already known solving strategies.	Primary	2	3	2	0	0
	Secondary	11	21	11	2	1
b) This type of activity takes a long time before students become familiar with a new way of working and become aware of how experience with wooden shapes can help them solve arithmetic/algebraic problems.	Primary	0	2	1	3	0
	Secondary	18	15	7	1	0
	Primary	3	3	0	0	0

c) Proposing exploratory tasks and open-ended problems make this type of learning activity more effective than solving predefined tasks in scheduled timing.	Secondary	12	13	7	6	3
d) A high level of student interaction with the teacher and peers during the activity would have stimulated the use of wooden shapes to solve arithmetical/algebraic problems.	Primary	2	3	1	0	0
	Secondary	10	18	9	2	1
e) The reason for Monica's failure is that she failed to convey to the students the goal of the activity: to explore and become familiar with geometric interpretations of distributive properties/algebraic problems.	Primary	2	0	3	2	0
	Secondary	8	11	13	8	1

Tabella 20. Vignetta 1: Risultati (N_minimo=48 , N_massimo=52)

Per quanto i numeri siano esigui, possiamo notare come alla scuola secondaria la questione del tempo di adattamento alla proposta di attività ABM sia maggiormente condivisa, probabilmente per la maggiore distanza rispetto all’approccio tradizionale didattico proposto in classe quotidianamente.

Domanda filtro

6.1.3.11. L’implementazione in classe delle attività

Quasi nella totalità del campione gli insegnanti di scuola primaria realizzano in casse attività ABM, mentre sebbene la maggioranza degli insegnanti della secondaria che hanno risposto alla domanda Q21 le propongono, in buona parte non lo fanno (Tab. 21).

Q_21 *Do you include the ABM activities in your instructional practice?*	Total	Primary	Secondary
Yes	41	8	33
No	16	1	15
Total	57	9	48

Tabella 21. Q21: Domanda filtro (N=57)

Analizzando la distribuzione delle risposte rispetto all’indirizzo di studi nel periodo di formazione e rispetto agli anni di esperienza non vi sono delle tendenze che permettono di affermare che vi siano fattori di influenza che discriminano fra proporre o non proporre in classe le attività.

Possiamo invece osservare che fra gli insegnanti che hanno espresso di ritenere che vi sia una medio-alta utilità nel proporre le attività ABM, 36 di loro le realizzano in classe mentre altri 12 non lo fanno. Fra coloro che invece le ritengono poco o per nulla importanti, 3 di loro non le propongono a scuola mentre 4 dichiarano di farlo. Quindi, se da una parte sembra che la convinzione della rilevanza delle attività sembra essere un buon presupposto per l’implementazione, appare chiaro che non sia l’unico fattore di influenza. Diventa perciò interessante andare ad indagare le ragioni determinanti per la non proposta delle attività.

*Sezione 5 (Alternativa): **Perché no***

6.1.3.12. Le ragioni del no

Le principali ragioni che motivano la risposta no alla domanda precedente risultano essere la mancanza di tempo (*Lack of time*) e di risorse e materiali a disposizione (*lack of availabe resources and materials),* le difficoltà nella gestione della classe (*difficulties in classroom management*) come anche la convinzione che non siano attività appropriate per il proprio ordine scolastico (*These activites are not appropriate for my students' school level*). Quest'ultima motivazione risulta strettamente legata alla convinzione che siano adatte esclusivamente per gli studenti dei gradi scolastici inferiori.

Isolando le motivazioni selezionate dai rispondenti che credono nell'importanza di realizzare le attività ABM (Q13) ma che hanno dichiarato di non proporle nella propria pratica didattica (Q21), al fine di capire le ragioni che li ostacolano nella realizzazione, notiamo che le principali motivazioni sono proprio quelle sopra evidenziate (Tab. 22)

Le ragioni del no	Rispondenti totali	Rispondenti che hanno risposto a Q13 da abbastanza a molto
1. *Insufficient confidence with these approaches / lack of guidance*	2	2
2. *Difficulty with classroom management*	5	4
3. *These activites are not appropriate for my students' school level*	5	4
4. *Unsuccessful previous experiences*	1	1
5. *These activities are not effective*	1	0
6. *Lack of time*	6	4
7. *Lack of availability of resources, tools, materials*	5	4
8. *Lack of adequate spaces/ Too many students in classrooms*	1	1
9. *Other*	0	0
TOTALE	**26**	**20**

Tabella 22. Q22Alternativa: Le motivazioni per le quali non vengono realizzate le attività ABM (N Risposte=26, i rispondenti hanno potuto selezionare al più 2 alternative tra quelle elencate)

6.1.3.13. Le strategie didattiche alternative

Nel quesito Q23Alternativa, abbiamo chiesto quale altra strategia didattica venga principalmente adottata nella propria classe (Tab. 23). Possiamo osservare che le due strategie principalmente indicate sono collegare i contenuti della lezione all'esperienza del mondo degli studenti (*Relate the lesson to students' daily lives*) e ai contenuti precedentemente sviluppati (*Link new content to student's prior knowledge*). Seguono le alternative far esprimere agli studenti le proprie idee in classe, incoraggiarli nella discussione e lavorare a problemi con l'intera classe sotto la guida dell'insegnante o in gruppi.

Tendenzialmente possiamo quindi osservare una preferenza per quelle strategie didattiche piuttosto guidate e nelle quali gli input provengono principalmente dall’insegnante.

Strategie didattiche alternative realizzate in classe	Rispondenti
1. *Relate the lesson to students’ daily lives*	10
2. *Apply what students have learned to new problem situations on their own*	1
3. *Link new content to student’s prior knowledge*	10
4. *Ask students to explain their ideas in class*	5
5. *Listen to me explain how to solve problems*	1
6. *Encourage classroom discussions among students*	5
7. *Ask students to select their own problem solving strategies*	0
8. *Work problems together in the whole class with direct guidance from teacher*	4
9. *Work in mixed ability group*	2
10. *Work in same ability group*	2
11. *Other (Please Specify)*	0
TOTALE	**40**

Tabella 23. Q23Alternativa: Le strategie didattiche alternative che vengono proposte nelle classi dai rispondenti che non implementano le attività ABM (N Risposte =40, i rispondenti hanno potuto indicare al più 3 alternative)

Sezione 5: *L’implementazione delle attività ABM*

6.1.3.14. La frequenza e la durata delle attività

La maggioranza dei rispondenti ha dichiarato di proporre spesso (almeno una volta al mese) attività ABM nella propria pratica didattica e buona parte di loro settimanalmente.

	1 a week or more	*1-3 times a month*	*5-10 times every year*	*Less than 4 times every year*	*Other*
Frequenza	15	10	8	5	3

Tabella 24. Q22: Frequenza con la quale i docenti propongono le attività ABM nella propria pratica didattica (N=41)

Nella categoria Other gli insegnanti hanno affermato di farne uso ogni qualvolta tale proposta sembri appropriata, “When it is a suitable way to use it” o “When suitable by topic”, mentre un terzo ha indicato di tenere materiale manipolativo sempre a disposizione degli studenti “Always as students have access to manipulativen all the time”.

La maggioranza degli insegnanti ha inoltre indicato di investire un tempo abbastanza esteso (da 1 a 3 lezioni) nello svolgimento delle attività, mentre 16 insegnanti hanno dichiarato di impiegare meno di una lezione per la loro realizzazione.

	Less than a lesson	From 1 to 3 lessons	More than 3 lessons
Tempo impiegato	16	22	2

Tabella 25.Q23: Tempo medio impiegato per la realizzazione delle attività ABM (N=40)

6.1.3.15. La ragione dell’introduzione

Gli insegnanti che hanno risposto al quesito Q24 propongono le attività ABM per introdurre nuovi argomenti (*to introduce new topics*) (32), per esercitazione (*as consolidation activities*)(28) e per elicitare la motivazione negli studenti (*to enhance students’ motivations)* (28). In modo minore ne fanno uso come attività di approfondimento (*enrichment activities*) (15), di recupero (*remedial activities*) (10) o di ripasso (*to revise topics*) (10). Un insegnante ha specificatamente espresso, nell’alternativa *Other*, che la ragione dell’introduzione delle attività ABM nella sua pratica didattica è quella di offrire la possibilità di visualizzare quanto effettuato in classe: “So they can see what they are doing visually” (Grafico 11).

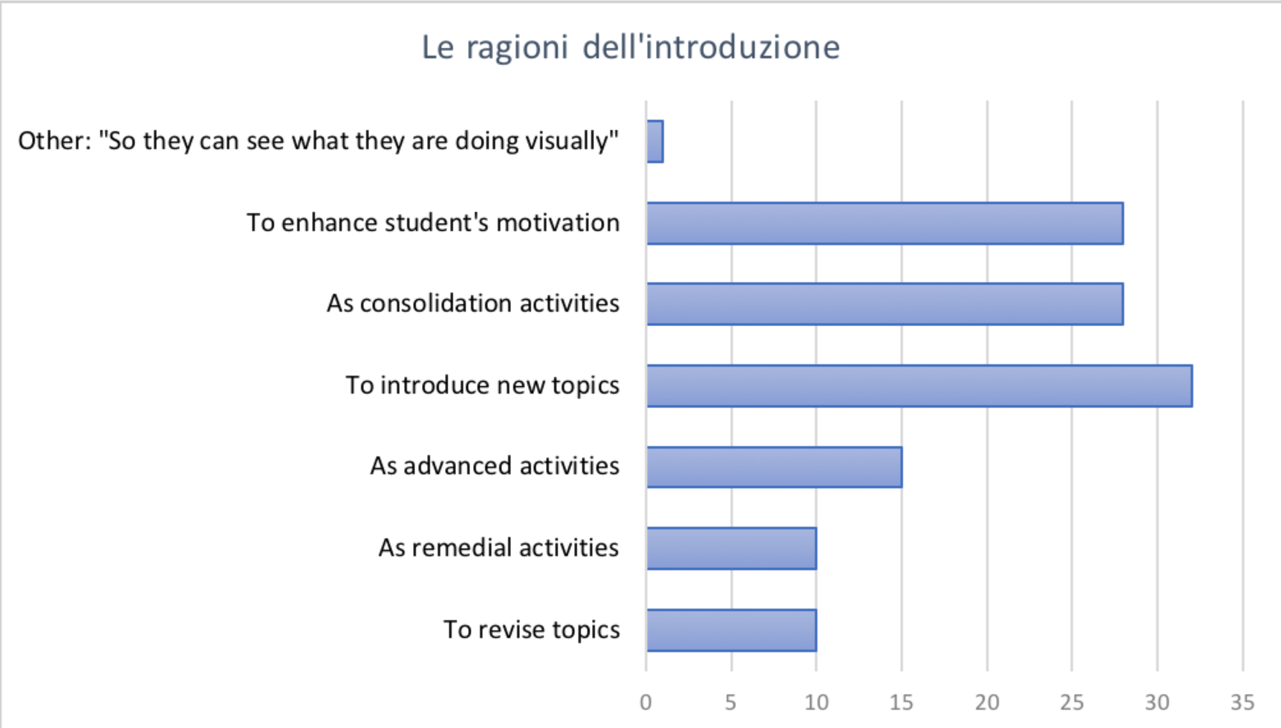


Grafico 11. Q24: Ruolo/i delle attività ABM all’interno della propria prassi didattica (N Risposte=124, i rispondenti hanno potuto indicare tutte le alternative desiderate)

6.1.3.16. I materiali e gli strumenti impiegati

La maggioranza degli insegnanti ha indicato di utilizzare strumenti di manipolazione virtuale *(interactive digital tools)* (30) o fisica *(physical manipulatives)* (31), strumenti meccanici *(mechanical tools)* (25) e oggetti della vita quotidiana *(daily life objects)* (26). In numero inferiore hanno indicato di coinvolgere il corpo degli studenti, senza ulteriore strumentazione, (20) ed ancora meno di includere strumenti di calcolo (*computational devices*) (15) o attrezzi della palestra *(and gym equipment)* (11).

6.1.3.17. I criteri di selezione/progettazione delle attività ABM

Nel quesito Q26, abbiamo chiesto agli insegnanti di indicare quale sia il loro impegno nella progettazione o modifica dei materiali dei quali si avvalgono per la realizzazione delle attività ABM proposte: l’alternativa che ha ricevuto più risposte è stata l’adattamento di materiali/strumenti in commercio *(adapt commercially developed materials/tools)* (28), secondariamente la progettazione *ex novo (design and build materials/tools from scratch)* (24) e, in ultimo, un numero inferiori di insegnanti hanno indicato di usare direttamente materiali in commercio pre-strutturati che non richiedono adattamento *(commercially developed materials/tools*) (17).

Abbiamo chiesto ai rispondenti di indicare inoltre quali siano i principali criteri utilizzati nella selezione delle attività, all’interno del quesito Q27 (Grafico 12). Principalmente essi hanno indicato di selezionare sulla base della propria esperienza (come insegnanti o come studenti) (23), in modo minore di servirsi dei suggerimenti dei colleghi *(follow colleagues’ suggestions and information about their own experience)* (10). Hanno inoltre indicato di porre particolare attenzione alla disponibilità, accessibilità e al costo delle risorse da impiegare *(affordability/ accessibility / availability of resources)* (15) e di concentrarsi sugli specifici bisogni degli studenti e obiettivi di apprendimento *(specific instructional goals you would like to achieve or specific contextual students’ needs)* (19). Infine, nella categoria *Other,* un insegnante ha enfattizzato il ruolo che riveste nel selezionare le attività la valutazione dell’impegno richiesto al docente per la realizzazione: “My own experience of the workforce”.

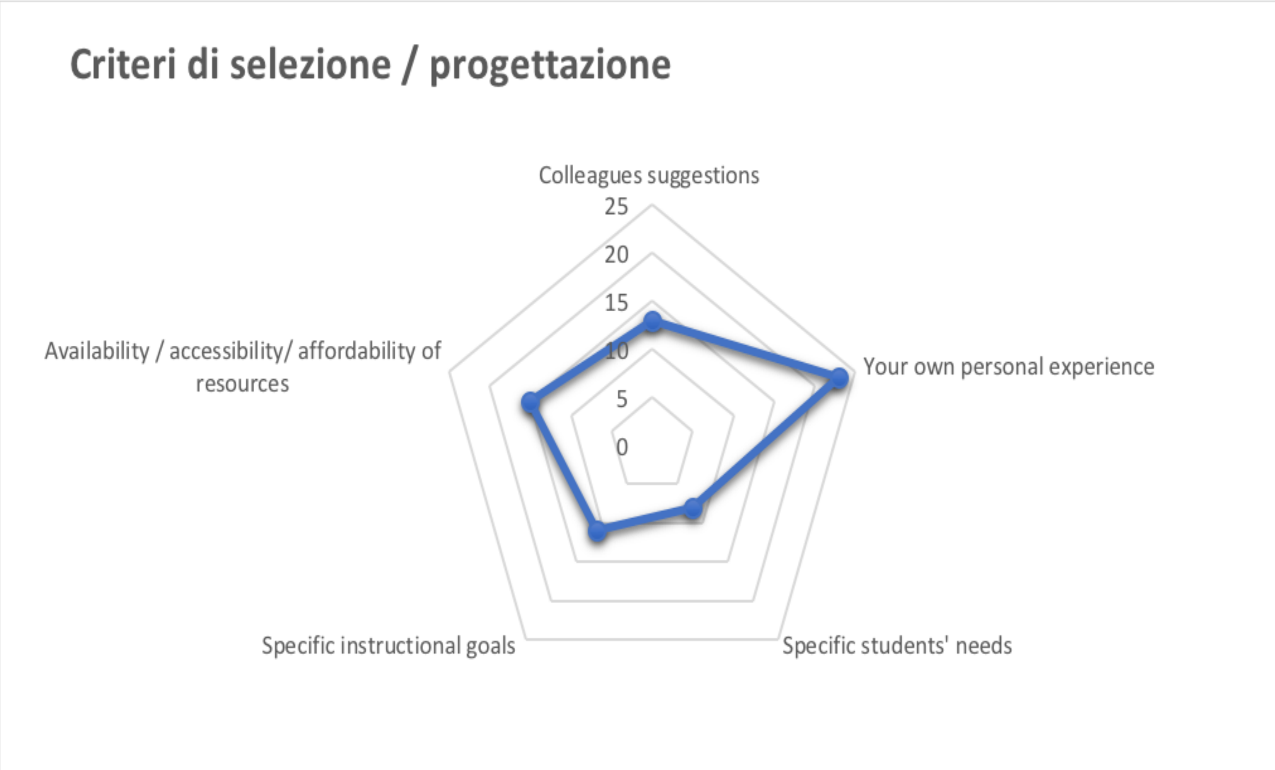


Grafico 12. Diagramma di Kiviat relativo al quesito Q27: i principali criteri adottati dagli insegnanti per la selezione / progettazione delle attività (N Risposte=71; i rispondenti hanno potuto indicare al più due alternative).

6.1.3.18. Le difficoltà degli studenti

Le principali difficoltà esperite dagli studenti, secondo il parere degli insegnanti che compongono il nostro campione di riferimento, riguardano la relazione che intercorre fra la conoscenza matematica formale e quella esperita e acquisita durante le attività (Tab. 26). In particolare, applicare la conoscenza matematica all’interno dell’attività *(to apply mathematical knowledge in the activity)*, formalizzare quanto appreso *(to formalize what they have learned)* e trasferire tale conoscenza in nuovi contesti di apprendimento *(to transfer in new context what they have learned)*. Inoltre, nella categoria *Other,* un insegnante ha messo in evidenza la difficoltà nell’elaborazione di congetture matematiche durante le attività: “Elaborating mathematical conjectures”.

In modo minore compaiono altre difficoltà, che non sono prettamente legate al contenuto matematico delle attività, come quelle che competono la comprensione del task (6), la partecipazione in discussioni fra pari e l’espressione delle proprie idee in classe (10), o il mantenimento dell’interesse durante l’attività (5).

Infine mantenere il controllo simultaneo su differenti tipi di rappresentazioni e le difficoltà legate all'utilizzo di nuovi strumenti sono anch'esse alternative che sono state selezionate, anche se da un numero inferiore di rispondenti.

Nella categoria *Other,* gli insegnanti hanno inoltre espresso le difficoltà relative alla novità dell'introduzione di tali attività, come emerge dai seguenti estratti: "Getting distracted by the novelty of the tool and so not making effective connections with the mathematical concepts" o "If they've never encounted these types of tasks they will often look for the 'correct' way of doing it and be nervous about failing" o ancora "Willingness to try a new way of doing things".

Principali difficoltà esperite dagli studenti	Rispondenti
1. Understand the task	6
2. Explain their own ideas in class	4
3. Maintain interest during the activity	5
4. Physically handling objects and tools	2
5. Take part in a discussion among peers	6
6. Apply their mathematical knowledge in the activity	14
7. Transfer in new contexts what they have learned	15
8. Formalize what they have learned using mathematical language	15
9. Simultaneously handling different representations of mathematical concepts (e.g. concrete, figurative, symbolic))	4
10. Other	4

Tabella 26. Q27:Difficoltà incontrate dagli studenti nel le attività ABM (N Risposte=75; i rispondenti hanno potuto indicare al più due alternative).

6.1.3.19. La vignetta di Tina e Roberto: le strategie didattiche

Con l'obiettivo di individuare la tipologia di guida didattica che gli insegnanti mettono in campo nella realizzazione delle attività ABM, nel quesito-vignetta Q29 abbiamo chiesto agli insegnanti di identificarsi con uno dei due profili d'insegnante illustrati: Robert o Tina (Figura 1). I profili sono esattamente gli stessi presenti nel questionario italiano, rimandiamo perciò al Capitolo 5 per eventuali ulteriori descrizioni.

Dei 40 rispondenti totali, circa tre quarti hanno risposto di identificarsi in Tina, che realizza la sua attività didattica in modo meno strutturato, maggiormente esplorativo e con un livello inferiore di guida didattica, mentre 11 rispondenti hanno indicato di identificarsi maggiormente in Robert, che si caratterizza per una strategia didattica polarizzata all'opposto rispetto a Tina.

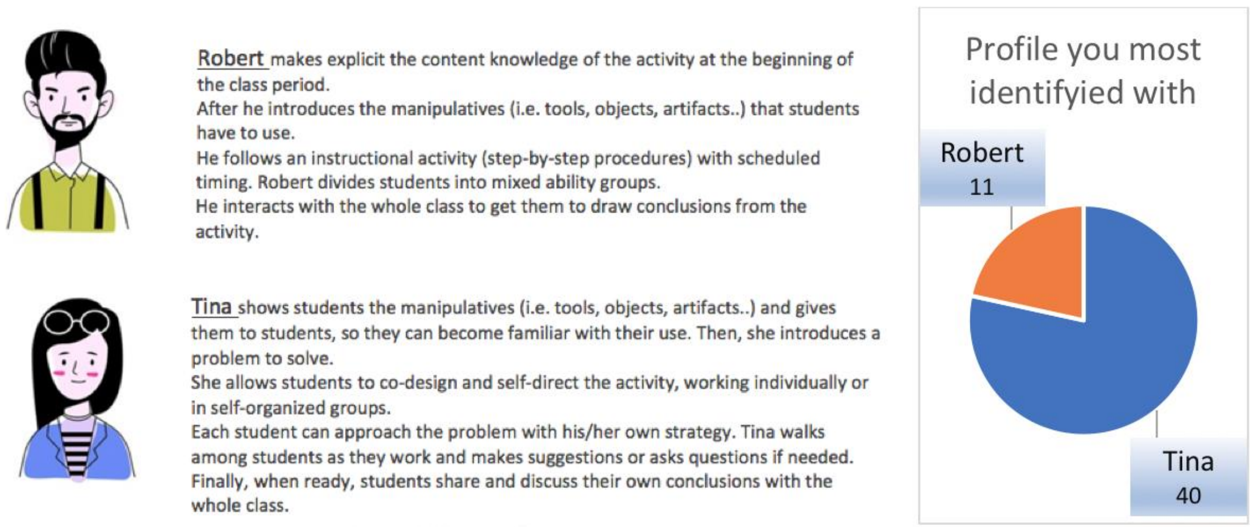


Figura 1. Vignetta 2: Risultati (N=51)

Tina

Fra le strategie che ha proposto Tina, i rispondenti che hanno selezionato questo profilo ritengono particolarmente rilevanti due componenti: introdurre il problema e lasciare che gli studenti lo affrontino seguendo la propria strategia *(to introduce the problem and llet students deal with it with their own strategy)* (11) e camminare fra i banchi per fornire sostegno agli studenti (*to walk between desks to provide support to students)* (10). In numero inferiore ritengono importante lasciare tempo agli studenti per prendere confidenza con i materiali introdotti (6) e soltanto due rispondenti hanno indicato che il tratto più importante è lasciare tempo affinché gli studenti discutano e condividano le proprie conclusioni al termine della lezione. Infine, 11 rispondenti che hanno scelto questo profilo non hanno risposto alla domanda.

Fra le cose che avrebbero invece realizzato in modo differente rispetto quanto proposto da Tina, alcuni rispondenti hanno indicato possibili ulteriori fasi da aggiungere alla strategia, altri delle variazioni alla strategia di Tina e, infine, altri ancora hanno affermato di sentirsi totalmente allineati, almeno in linea di principio, con il suo profilo.

Fra coloro che hanno indicato alcuni possibili ampliamenti rispetto alla strategia proposta da Tina, troviamo: collegare a argomenti che sono già stati trattati (“I will sometimes link the problem to a topic they've done before or refresh about things they've just learnt that might be helpful after some initial thinking time”), richiamare in una lezione successiva i risultati ottenuti (“I would probably have a lesson after that and pick the different ideas and discuss the different approaches students took”),

ripetere il task utilizzando differenti artefatti (“repeat the task with a variety of different materials”).

Tra le variazioni alle strategie proposte da Tina troviamo quella di incoraggiare gli studenti a lavorare in gruppo e differenziare le domande nel procedere dell’attività, come nei seguenti estratti “Or self selecting groups”, o ancora:

> Happened the students as a class with different questions as they moved through the activity - particularly if they are all finding the same conclusions or arriving at the same location. I’d also encourage every student to work with at least one other as this leads to them learning to work with others and discuss different perspectives

Inoltre, gli insegnanti hanno anche proposto di concludere con l’esposizione dei gruppi di studenti, conducendone l’interazione (“Select specifuc students/strategies to share/duscuss at the end. Ask students to explain/reword other strategies”), di intervenire quando si passa fra i banchi con domande per spronare gli studenti a risolvere i task (“Ask probing questions while walking among groups”), come anche fornire istruzioni sui materiali/ gli strumenti utilizzati, se necessario (“If needed give guided practice on how to use the mnaipulative before beginning the problem”), oltre ad assicurare l’interazione tra gli studenti durante la risoluzione (“Get memebers from each group to share their assumptions and strategies with other groups”).

Altri ancora confermano di trovarsi in linea con il modo di procedere di Tina: “She pretty much nailed it I reckon”, “No, it is great”. A questo proposito un insegnante ammette di non riuscire però a procedere sempre in questo modo, a causa delle pressioni del programma e poiché non sempre riesce a trovare buoni problemi da risolvere: “I really like all the things she did. In reality I don't always work like this, mostly due to time constraints in the program and also finding good problems to solve”.

Un insegnante esplicita invece un certo disagio a schierarsi fra l’uno e l’altro profilo, prediligendo una strategia intermedia fra i due:

> It needs to be a mixture of Tina and Robert. There is only a finite amount of time. Students can't be left to solve problems on their own as most won't. There needs to be structure and there needs to be time for the students to try it out.

Robert

All’interno della strategia di Robert, è risultato particolarmente convincente, secondo gli insegnanti che hanno selezionato questo profilo, il rendere esplicito all’inizio della lezione il contenuto che verrà affrontato (*making explicit at the beginning of the lesson the content that will be addressed*) (4), il proporre una attività *step-by-step* (3) e infine guidare la classe verso le conclusioni (2). Un solo rispondente ha invece indicato come massimamente importante dividere la classe in gruppi di abilità omogenei, mentre un altro rispondente non ha risposto al quesito Q30.

Tra le cose che i rispondenti avrebbero realizzato in modo differente da Robert, troviamo sia proposte di modifiche, che possibili ampliamenti: organizzare il lavoro degli studenti individualmente anziché in gruppi (“Individual work rather than groups if possible”), o aggiungere aspetti come il legare l’attività al contesto degli studenti (“Link to student’s own context”) o fornire un carattere competitivo all’attività (“Offer rewards as motivation”).

Un solo rispondente ha cercato di rendere il profilo più vicino a quello di Tina, “Remove the hogh structured with timing and apply more Tina (self-exploration of strategy) with self/ specific grouping”, mentre un altro ha paventato l’ipotesi che possa presentarsi la necessità di proporre molteplici direzioni per l’attività (ad esempio, se gli studenti hanno già affrontato i problemi simili precedentemente): “Depends on where they are in a topic. I would expect more student direction if we have seen similar problems before”.

Infine, un rispondente afferma di identificarsi totalmente con la strategia didattica di Robert.

6.2. Le interviste individuali di follow-up

Al termine della compilazione del questionario, è stato chiesta agli insegnanti la disponibilità ad essere contattati successivamente per continuare a partecipare alla ricerca con un’intervista individuale di follow-up online. Sedici insegnanti hanno fornito i loro dati di contatto e sono stati ricontattati via email nelle tre settimane successive alla compilazione. Con 9 di loro siamo riusciti a organizzare un’intervista semi-strutturata via Zoom della durata di 40 minuti, svoltasi tra Aprile e Maggio 2022, che è stata video-registrata e conseguentemente trascritta in stile Jeffersoniano semplificato. Le interviste sono state progettate e strutturate con l’obiettivo di approfondire quei punti essenziali emersi dall’analisi delle risposte al questionario, in linea inoltre con la struttura delle interviste agli esperti. Abbiamo quindi analizzato il materiale narrativo guidati dai temi cardine presentati nella scaletta delle interviste, andando ad approfondire in modo specifico gli aspetti di interesse. Le trascrizioni integrali delle nove interviste condotte sono riportate nell’Appendice 1.6.

6.2.1. Il protocollo delle interviste

Il protocollo delle interviste semi-strutturate, presentato integralmente nell'Appendice 1.2, è strutturato come illustra la tabella seguente (Tab. 27). Dopo una prima introduzione, nella quale abbiamo chiesto agli insegnanti di indicare alcune informazioni relative al proprio contesto di insegnamento, alla propria esperienza da insegnanti e alla propria visione della matematica, abbiamo proseguito con una seconda parte nella quale gli intervistati sono stati invitati a condividere le impressioni e le opinioni riguardanti l'argomento e la compilazione del questionario. In una terza, e ultima, sezione abbiamo proposto alcuni spunti di approfondimento riguardanti l'esperienza personale d'insegnamento, con degli affondi specifici sulle opinioni e i *beliefs* riguardanti i temi centrali che hanno guidato l'intera indagine.

Presentazione	Descrizione della scuola (dove si trova, tipologia di scuola e contesto).
	Esperienza di insegnamento.
	Che cosa è la matematica (in una frase o una parola).
Impressioni sul questionario	Confidenza con l'argomento, familiarità all'interno del proprio contesto di insegnamento.
	Osservazioni riguardanti i contenuti trattati nel questionario (come la rilevanza dei quesiti sollevati, inconsistenze, domande inaspettate, aspetti rilevanti che non sono stati presi in considerazione).
Esperienza personale e *beliefs*	**Esempi** di attività realizzate (fisiche/virtuali) (se proposte).
	Importanza - Ritiene che sia importante proporre in classe attività ABM per l'apprendimento della matematica? Perché? - Risultati attesi.
	Limiti e difficoltà - Difficoltà incontrate durante lo svolgimento di queste attività (da parte degli studenti/dell'insegnante) e strategie messe in atto per superarle. - Limiti e svantaggi dell'introduzione di queste attività in classe. - Eventuali ragioni per l'insuccesso nella loro realizzazione.
	Efficacia - Strategie d'insegnamento e tipo di guida didattica che determina l'efficacia nella realizzazione delle attività ABM.
	Fattori ostacolanti / facilitanti: - Cosa ti ha convinto a realizzare in classe attività ABM? - Possibili limitazioni che disincentivano la proposta. - Collaborazioni o supporto (presente o necessario).

Tabella 27. Struttura delle interviste individuali semi-strutturate di follow-up condotte online con gli insegnanti australiani.

6.2.2. I partecipanti

Tutti gli insegnanti intervistati hanno una lunga esperienza di insegnamento e al momento dell'intervista erano in servizio in scuole di secondo grado, ad eccezione di un insegnante che prestava servizio anche in una classe della scuola primaria. Due insegnanti provenivano da scuole pubbliche (*Government school*) mentre tutti gli altri da scuole private (*Non-government school*), principalmente cattoliche a sesso unico (femminili o maschili). Provenivano da molteplici regioni dell'Australia, anche se la maggior parte di loro si trovava nel territorio del Queensland, da grandi città o da territori più remoti. Alcuni lavoravano in scuole frequentate da studenti di estrazione socio-economica medio-alta, altri in contesti socio-economicamente svantaggiati, con alunni non madrelingua inglese (ad esempio, O) (Tab. 28). Quattro tra gli insegnanti intervistati sono uomini e cinque donne.

	Dove si trova la scuola in cui insegnano	Tipologia di scuola nella quale insegnano	Grado scolastico nel quale insegnano	Esperienza di insegnamento
G	Canberra	Traditional, Government, Open entry, Secondary school	11-12	38 anni
K	Gunnedah	Non-Government (Christian Catholic), Secondary school	7-10	30anni
R	Brisbane	Non-Government, Single sex (girls), Open entry, from Prep to 12 school	7-12	25 anni
St	Sydney	Independent (Roman Catholic), Single sex (girls), Boarding and day Secondary school	7,8 10 (high achievers) 11,12 (specialists)	37 anni
Su	Queensland	Non-government (Catholic school), Single sex (boys), Secondary school	7-12	40anni
T	Brisbane	Independent, Boarding and day Single sex (girls) school, from Kindergarten to Year 12	11-12	Lunga esperienza di insegnamento
X	Canberra	Traditional Government, Streamed classes, Secondary school	7-12	Più di 20 anni
O	Melbourne	Non-Government (Catholic School), Open entry, Secondary school	11-12	25 anni
J	Vicino Brisbane	Non-Government, Traditional school, from Prep to 12	5, 10, 12	21 anni

Tabella 28. Descrizioni dei partecipanti alle interviste di follow-up

6.2.3. I risultati

6.2.3.1. La visione della matematica

Principalmente gli insegnanti descrivono la matematica con parole che fanno riferimento all'ordine e alle regolarità (*order, patterns*) (5) o al ruolo che riveste nell'interpretare e descrivere il mondo (world *interpretation, description)*(4). Secondariamente, la descrivono mostrandone la relazione con le altre discipline (soprattutto le scienze), definendola come il linguaggio e il fondamento su cui esse si basano (*core, language*) (2). Infine, altri sottolineano la bellezza (*beauty)* di questa disciplina (2) e il divertimento ad essa legato (1), descrivendola inoltre come un modo di pensare (*a way of thinking)* (1) (Tab. 29).

	Mathematics is...
G	.. a way of **explaining and describing the physical world**
K	**.. order, making meaning of our world** with numbers, geometry...

R	.. the **language of science and so more disciplines** including music and [..] visual arts as well. mathematics is the, the foundation, **the core of much of what we understand** as knowledge and understanding **in the world that we live in**
St	**.. patterns**
Su	**.. patterns** and **beauty**
T	**.. fun**. I find it enjoyable. I like to work things out. I guess there’s things, like, you need to know procedures and that sort of stuff so you can apply it. But, it’s about, you know, **applying** the mathematics to different situations, **interpreting** those situations using your mathematics. I like mathematical modelling, and I like being able to use the maths that I know to try and **build models** and try and **make some sense of things**. Maybe, sometimes I’m not very good at any of it, but I like doing it
X	**.. order**. It’s **structure**, **patterns**, **efficient thinking**. It’s the **fundamental basis of our society**, of throughout the world, because without mathematics, we wouldn’t be having this communication, we wouldn’t have trade, we wouldn’t have engineering, or building, or, well, anything like that. [..] It’s the language of science, and, of technology. It’s vital
O	.. a **language** and a **way of thinking**, and I see a lot of **beauty** in mathematics. It’s a language that we can all speak, and it’s a way of thinking about things and finding **patterns** and things like that.
J	.. the **core of all the sciences** and it’s a **beautiful** subject

Tabella 29. Risposte degli insegnanti australiani itervistati alla domanda: “se dovessi descriverla con una parola o una frase, che cosa sarebbe la matematica per te?”

6.2.3.2. Le impressioni sul questionario

Sebbene alcuni insegnanti abbiano dichiarato di aver trovato l'argomento del questionario molto coinvolgente, affermando che ne sono stati interessati, incuriositi e che la compilazione ha consentito loro di riflettere sulle proprie pratiche didattiche (Teachers G, K, R), “[…] to be honest I found the questions quite intriguing. Umm, they sort of challenged my own ideas and beliefs about education and specifically maths education” (Teacher R), altri hanno indicato di avere scarsa esperienza con le attività ABM o di percepite l’argomento familiare soltanto su un piano teorico ma distante dalla propria pratica didattica (Teachers St, J, X):

> Far removed from my reality. In the ideal world, it would be wonderful to be able to offer that. There are lots of working parts, there are lots of activities going on that impact on the students. Umm, lots of little things that interrupt throughout. [..] it’s not taking into consideration the reality of my experience of schooling. (Teacher X)
>
> Obviously, we do have hands on activities in class where students might use concrete materials, particularly in areas like, ah, measurement. But, no, to be honest, it’s it’s not something that, that I would utilise often. (Teacher R)

Gli insegnanti hanno inoltre sottolineato che nella scuola secondaria le attività ABM sono generalmente più rare, “[…] being honest, two lessons out of the 50 are hands-on and the rest is traditional” (Teacher J), e meno appropriate, “I really feel […], in the high school setting, that the active body idea really makes it tokenistic. […] I think it’s more for early conceptualisation of basic ideas in the primary years. Umm, it’s more valuable” (Teacher X), o ancora

> […]as Sir Ken Robinson, you know, has famously said: we still operate very much in an industrial model. And that, it’s pumping in and pumping out. […] I think the fact of the matter is that, here in Australia, given that we have a very driven con-, or very content driven curriculum, that is extremely challenging, and particularly in secondary. And it’s almost imposs-, I would go so far as to say that in senior secondary, so, in our Year 11 and our Year 12, here in Queensland, it’s virtually impossible to have hands on activities and sort of, you know, activity-type situations. Because it’s just, it’s s- so heavily content driven. (Techer R)

Ad esempio, tali attività non vengono ritenute da alcuni insegnanti adatte all’insegnamento di un grande numero di contenuti: “In my experience there are few topics that high school allow themselves to be presented that way wthout it becoming tokenistic” (Teacher X). Comunque, molti di loro hanno affermato di non svolgere le attività ABM con la frequenza che desidererebbero:

> I think we don’t do enough movement. […] Occasionally we’ll do something with movement in the school, but Yeah, I could relate to, because we have done things in the past. […] I can remember reading it and thinking “oh, we really need to do more of this” of what you could see what you were asking in the questions and I was thinking “yeah, we don’t do enough movement” (Teacher J)

Altri hanno invece dichiarato di non dare lo spazio che riterrebbero opportuno all'esplorazione nella realizzazione delle attività: “I’m always under time pressure to get through the content. It’s, it’s really hard to cover the content and not rush kids on when they’re just getting learning and exploring, yeah.” (Teacher K).

> I’ve only been in my school for one year. So, it’s very far from the reality of what is happening in my school. I think this topic really appealed to me, because having taught primary, where you do a lot more of the physical side, in every kind of learning, and I think, sometimes they get to high school and the teachers go “here’s the text book. Turn to page 123, do the left hand column.” And it’s so boring. And so, I’m looking at exploring different approaches, and so this really appealed to me. (Teacher Su)

Come sottolineato anche nell’estratto precedente, la situazione viene descritta come molto diversa in riferimento ai gradi inferiori: “In Australia it gets used a lot, particularly in the younger age groups. it’s been part of umm edu… mathematics in Australia for a long time. Because I wasn’t the only teacher who did that sort of thing” (Teacher G), o ancora

> So I’m not sure in Italy it’s like this but in primary school, they do lots of – I would say they use lots of materials and movement in maths, but then when they get to high school, it just stops, that’s it. And it’s just books, writing, reading … (Teacher O)

Riguardo alle possibili incoerenze nel questionario, un insegnante ha dichiarato di non essere riuscito a inquadrare, da subito, quali fossero le attività alle quali si faceva riferimento: “I was picturing that it would be umm activities with the, like the whole body, but it seems like, it seems like it encompasses all sorts of activities where you are using something other than just pencil and paper” (Teacher G). L’insegnante K, invece, evidenzia che, rispondendo alle domande, ha focalizzato chiaramente che il riferimento alle attività ABM non si limita a un coinvolgimento del corpo ma al suo coinvolgimento a fine esplorativo:

> I remember it made me think again, because it’s something I try and use and I did just do a couple of quite body involved, movement involving activities with my Year 7 class before we broke up at the end of this term. But your questions also led me to that idea that we don’t just target it. It can be explorationary as well and that made me remember that I’m trying to do that as well. (Teacher K)

Un insegnante (T) ha manifestato inoltre una certa insofferenza nel rispondere ad alcune domande del questionario che lo forzavano a fornire una risposta che sottointendeva una polarizzazione, ma ha apprezzato la presenza dell’alternativa *Other* in alcune domande, che gli ha permesso di potersi esprimere in modo più coerente con quello che pensa*:*

> The questionnaire’s black and white, like, you know, whereas I find that there’s a sort of a grey area in there? Like the questions sort of related to, you know, either you use it or you don’t, or you do this or you don’t do that. Whereas, in actual fact, sometimes you do and sometimes you don’t. And sometimes you make a decision to do it. So, it’s not a case of you always do it or you don’t always do it. It’s, it’s just that you, it is, ah, you know, you’ve got to decide what’s the best way to go. […] I mean, there was a couple of questions there was “other” there, and I, I wrote some comments in the “other” because of the fact that […] what the question asked it didn’t seem to fit with where I was, where I was thinking, so, yeah, that’s what I did.

6.2.3.3. Esperienza personale e beliefs

Riportiamo, nel seguente paragrafo, dapprima una tabella (Tab. 30) in cui sono riportati gli esempi di attività ABM proposti dagli insegnanti, mentre proponiamo nelle pagine succesive una panoramica dei contributi rispetto ai temi principali toccati nelle interviste, che mirano a chiarire e approfondire i risultati chiave emersi dall’analisi del questionario, raggruppati per nodi tematici.

6.2.3.3.1. Gli esempi delle attività

Riguardo gli esempi proposti dagli intervistati in Australia, possiamo osservare che essi si presentano come abbastanza vari, sia nella tipologia di strumenti e argomenti coinvolti, che nel tipo di coinvolgimento percettivo motorio degli studenti previsto. Particolare rilievo viene dato alle attività legate alla modellizzazione e alla statistica e probabilità, oltre alle proposte legate alla misura, considerata in relazione all'analisi dati oltre che alla trigonometria (o geometria). Molte attività fanno riferimento ad attività condotte all'aperto, mentre anche l'utilizzo di software e strumenti virtuali, soprattutto per la rappresentazione di grafi, è piuttosto condivisa tra gli insegnanti.

Ritroviamo inoltre un riferimento esplicito ai volumi che raccolgono una serie di esempi di attività da proporre in classe, che era stata indicata anche dagli esperti come risorsa abbastanza nota nel mondo dell'insegnamento: molte delle attività riprese dai volumi indicati sembrano perciò essere realmente realizzate nelle classi australiane.

	Examples: lower levels	*Examples: higher levels*
G	- odds in horse racing (Melbourne Cup) with smarties used like money: Probability - measure up the right angle with a rope - look at fractions with chocolate bars	- Central Limit Theorem: "students were given a recipe to bake small cakes and then, umm, we weighed all of the cakes, and looked at [..] every student weighed their own cakes first. So we had sort of a whole lot of means. So then we could look at the, ah, central limit theorem for that, for the mean of all the cakes because they all followed the same recipe, used the same, made the same sized cakes or close to the same size. And I think that helped with understanding the idea of the central limit theorem a bit more" - Pascal triangle: disposition of hula hoops like a pascal triangle, paying if they remain out : Probability (like Bean machine) - Desmos as a graphic tool to drives functions. You can pre-programm (she don't) and use it as an animation (changing the variable and parameters)
K	- number line, number plane - activities collected in the MCTP Activity Banks - Volume I, II[80] (1988). • *"What if what we were doing was big?"* E.g., angles on the playground (e.g. basketball court / fence) E.g. (Year 6 class), *"when I do area [..] we made a big newspaper square meter and we took it outside and we tried it out. How many of these connected on the ping pong table?[…] You feel how big it is, you feel how wide it is, and long it is, and then you've got to try it out on the shape you're measuring and see, and I got them to estimate this, of course"* • introduction to Negative numbers: *" 'walk the plank' activity, where you have a boat and a shark and you have dice that tell them to go towards the boat, back two steps, or face the shark, walk forward one, and they're trying not to get eaten by the shark, and*	- Euclidean geometry in real life setting: imagine a grid on our town, starting with grid, positions and maps amd go through the xy number plane - "*You're seeing that a point is a place. A real place. Even though we often talk so abstractly about these things"* - Linear functions: *"We draw a life size xy number plane and I make a rule and I stand them all on the x axis and I say 'you are, you are the point. You are going to be the point that follows this rule. Whatever ever your x factor is, for example, you have to now double it and go to where that (0.3) just walk in a straight up or down to where the y value is.' And they go, and then they look and go '((gasp)) - we're all in a line!!'"* - draw a map of a house or after you've walked around the town - *'Dance, dance trasversal'*: *"a game in which kids have to dance to different moves, they get told moves. And this is a game we play with, umm the angles that go with parallel lines"*

[80] Lovitt, C., Clarke, D., Curriculum Development Centre (Australia), & mathematics Curriculum and Teaching Program (Australia). (1988). *MCTP Activity Bank: Volume 1*. Woden, A.C.T: Curriculum Development Centre.
Lovitt, C., Clarke, D., Curriculum Development Centre (Australia), & mathematics Curriculum and Teaching Program (Australia). (1988). *MCTP Activity Bank: Volume 2*. Woden, A.C.T: Curriculum Development Centre.

	they’re trying to get safety in the boat. And then we change those ideas of the boat and the shark to the positive and negative directions of the number line”	- Circumference with a human-compass (MCTP activity): *“It was one where they paced out the radius, then on a, holding on to a rope with someone at the middle. Then paced the circumference, and then compared them.”* - the same activity as the circumference with the Parabola (focus on the directix)- (Year 11-12)*: “Like, here’s a post, here’s a fence, everyone go to somewhere where you’re half way between the post and the fence. It will be the same distance from the post to the fence.”*
R		- the cartesian plane and also graphing linear/quadratic functions: *“we actually set up one of our larger playing fields a set of axes. So a horizontal or an x axis and a vertical axis. And we actually, have the groundsmen actually, they come out, and they set up a scale along each axis for us as well, using some spray on chalk, and, we have the students then, you know, stand along the sideline. And we get a student to plot a point, the other students, sort of engage with that. And then, from there we move on to graphing a linear function, where each student is assigned an x value – so each student will stand along the horizontal axis, along the x axis, and then we give them a function, and then they have to figure out what their y value is going to be. So whether the move, sort of, in the positive or negative direction.”* - Geogebra to play with geometric principles: looking at parallel lines, or angles in a triangle, or also trigonometry. - App with little blocks and basically all students do is they just add these little blocks together to come up with a 3 dimensional shape and then they have to draw the front, side and top views of those shapes. So they create a shape and then from that they have to drawthe various perspectives of that particular 3 dimensional shape.
St		- motion detectors for spees, distance, time (year 7) - Trigonometry and angles: measuring angles with the clinometer, - estimating distances: measure distances to the base of a tree o ask them how wide’s the classroom - estimating quantities: *“how many pizzas are sold by Domino’s, in Australia? And if, if you could lay out all of those pizzas, what area would it make*

		up? Or if you could stack them at, stack them up high, how big would it be?" - the Catenary : with the chain hanging down they have to work in groups to collect all the data and have to use Pythagoras. - spring and weight with manipulatives
Su	- counting: *I might say "all right – everybody <move> into groups, and let's make 3", or "let's make 5, or let's make groups greater than 4". Or "let's make groups that are in even numbers", so all the maths concepts are very easy to do in a physical sense.* - Ratio, like 5 as to 2. *"we would get blocks and make representations of that using maybe 5 red and 2 white. And then, I said "what happens if the ratio is not 5:2, but it's 2:5?" So, the other way round."* - The use of Toblerone to introduce the fraction - Dominos with fractions on one sides and picture of fractions on the other that students have to match up - draw and discuss on painting shapes - play games online "*to really cement their understanding of different concepts – such as measurement, length*" - using a laser, like a surveyor would use, to measure distance: *"how long is the room?"*	
T		- "*measuring things, and/ or drawing things. But, like with technology now, we had an activity where they had to measure the area of the car park. So rather than, like they still did some measuring, but they also used Google maps, and they, they got the area of the car park and the perimeter off Google maps"* - transform graph - Statistics: regressions (e.g. two variables) with real measurement
X	- the blocks, for place value - Cuisenaire rods for fractions - counters manipulables	- Desmos, graphing program (use the app version, e.g instantly the effect of changing a variable in an equation)
O	- angles as physical rotation	- trigonometry with measurement in real environment

		- latitude and longitude on earth with a real ball. Play-Doh: to look at the angles inside the Earth - Pythagorean theorem with manipulatives - find the value of p with measurement
J		- Pythagoras in three dimensions. - Descriptive Statistics (media and quartiles-upper and lower-put the students in height. - Trigonometry measuring the height using ratios with the shadows. - measuring the angle of the flag of the school with the clinometer. Analyse pictures with Logger Pro (collect data points: quadratics, e.g., some of the students might do basketball, and umm, they'll film themselves throwing the basketball, and then they can come back and, and create a, a scatterplot. - volume with shape (cylinder, cones, ..) (e.g. to see that cones is only a third of a cylinder) - plays with rubber band and weights (to explore Physics principles)

Tabella 30. Esempi di attività ABM proposti dagli insegnanti australiani intervistati.

6.2.3.3.2. L'importanza di realizzare le attività ABM in classe

L'importanza di realizzare le attività ABM risulta essere principalmente legata all'engagement degli studenti, "[…] learning should be, engage you, should be interesting, should be fun and the more senses that you can use, the more you involve the student in any learning, the better they will learn" (Teacher K), e alla possibilità di presentare loro dei collegamenti espliciti che la matematica ha con il mondo reale: " […] they can see the real world - you know, like why they're doing something. So, I think that's important for students to understand that, yeah, it's not just pen and paper" (Teacher J), "[…] it's important because it allows them to see the application of the theory, by doing it" (Teacher X), "[…] it also helps them see that maths is connected to life, to the world" (Teacher K), o ancora

> Obviously you want them to have greater understanding of the content. And some students are going to really improve a lot, and some not quite as much. But my main focus is improving their passion for the subject. Because I think if their attitude to learning mathematics is more open and they're more excited, they're more like to engage in the subject. (Teacher Su)

Come rivela l'insegnante T, proporre dei problemi in situazioni di apprendimento laboratoriale costituisce inoltre una modalità con la quale incentivare gli studenti ad applicare quanto appreso in contesti differenti, "[…] setting problems is the way that I encourage the kids to try and transfer the stuff that they've learnt, into different situations", oltre a evidenziare che in matematica non ci sono solo regole da seguire che ti conducono ad una (ed unica) risposta giusta: "I know a lot of students,umm, they think mathematics is all just about rules and getting something right and wrong. So, I, I like using a little problems, too, where they have to be within the ball park, but, so there's, there's no right answer, there's some answers are better than others" (Teacher St).

Altri insegnanti le ritengono attività significative per consentire agli studenti di avere una comprensione profonda dei contenuti presentati in classe, in modo da evitare eventuali misconcezioni:

> Give meaning. So they get a sense of either number, measurement, umm, what these abstract things are – yes […] understand the concepts better […] avoid misconceptions. So, if they, for example, drew an angle and they, they turn, you know, and they, they realise that the angle is a turn, it's the size of the turn, it's not being anything to do with the, the lines. They always think about the lines – as the lines are big and all that. So, I, I, hope that it gives them an understanding of the concept. Initial concept, yeah. (Teacher O)

In molti, fra gli insegnanti intervistati, condividono il parere che realizzare attività ABM consente inoltre un apprendimento di lunga durata: "I think the more senses and the more parts of your body you use, the greater the, the retention of the knowledge, and the skills is going to be" (Teacher Su), "They'll remember it when they leave school that they did those sorts of things" (Teacher G),

> I also just think that the more senses that are involved in your learning, umm, which, you know, moving […] involves your feelings and stepping out something. I just think you are involving more of your brain […] it's more memorable that we talked about. So […] it stays deeper in their consciousness, I think. (Teacher K)

> […] they will learn it a lot better and, basically, rather than just writing something down, and trying to learn it by rote, if they're actually involved in carrying out the activity, that will actually– it will have a lasting imprint on their minds and all that makes you remember it a lot more clearly. And, yeah, it should be more relevant, too. (Teacher St)

Come era gà stato sottolineato anche dagli esperti, questa capacità di essere esperienze fortemente radicate nella mente degli studenti viene ritenuta di cruciale importanza per poter richiamare le informazioni in momenti successivi, strtutturandosi proprio come una radice cognitiva sulla quale costruire conoscenza:

> I go back to the idea about experience, and experiential learning. We talk a lot about muscle memory, and I think muscle memory is very important. And having students, children actually writing solutions and things like that I think is vitally important. And I think that's fundamental to them learning. But I think also the experiential,

> learning experiences that kids have, where it-, it’s embedded in their memory, they re- they can recall it, and then the teacher at a later time can also then recall it, and, talk about “well, remember when we did this” or “remember when such and such did that” and so on. So, you’re drawing on their personal account of their personal experience, and I think that’s a very valuable learning experience for the kids. (Teacher R)

Sempre in questa prospettiva di radicare i concetti matematici, viene enfatizzano il ruolo che tali attività possono avere nell’aiutare nel passaggio fra il concreto e l’astratto:

> I think that moving from concrete to abstract thinking can be quite variable at different ages. So I feel like, if we’re going to do something with a pen and paper it makes so much more sense if they’ve already walked it and seen it, like the number line, the number plane. So I think it helps them with their abstract, you know, and the small, you know, it’s quite small for some of them to […] I’m trying to connect, because I think our curriculum is quite abstract, quite early, and so I’m trying to connect those learners that are still very concrete. And so touching, doing, you know. So I think it’s very important for that. (Teacher K)

Infine, in maniera molto più generale, alcuni insegnanti sono convinti che variare le strategie di insegnamento possa garantire a tutti gli studenti l’accesso ad una conoscenza più profonda della matematica, “I think too many maths teachers only have one way, and you need to have a variety of ways. You might use patterns, you might use pictures, you might use blocks […] just using as many different approaches as possible is going to help them improve their understanding” (Teacher Su), e che realizzare attività ABM, specialmente, consente di includere anche coloro che hanno uno stile di apprendimento che predilige il movimento, altrimenti mortificati in un approccio tradizionale: “I just think those kinesthenic learners that, you know, maybe it’s more children, because children are more sedentary these days, sometimes? Umm, just that more of a need to be moving and not kind of shut down, switched off” (Teacher K). Osserviamo che, nell’intervista a Su, emerge chiaramente come questa convinzione sia strettamente legata a quella che tutti gi studenti possano riuscire in matematica, “Yeah, and I think the main thing is thatanyone can be good at maths, if they take the time.”

Tuttavia, non è ritenuto, in modo condiviso, che le attività ABM siano funzionali alla valutazione dell’apprendimento degli studenti:

> We don’t usually use those sorts of activities for assessment tasks. Because we have to be sure in an assessment task that we’re assessing the goals, the unit goals that we want to assess and not, not assessing people’s practical ability, because it’s not part of the course. But, umm, what we do want is we want it to be successful ((laugh)) so the main thing we look at is umm, is whether people are engaged or not. I think it would be the same in. (Teacher G)

Un parere discordante è quello di Su, che indica la possibilità di fare una valutazione formativa costante durante l’anno che segue lo svolgimento delle attività e che comprende, quindi, anche la valutazione dell’apprendimento avvenuto nello svolgimento delle attività ABM:

> […] you can observe them in the groups, but I think it’s still good to do pen and paper and problems. Let’s have a try: how did they go before you brought all of this in - how did they go after, and to see that there is some kind of improvement. So, I like to do regular, informal quizzes. So the students will come in, at the start of the lesson, and I’ll just say, as they’re walking in the door – a little piece of paper with 4, 5 questions – “It’s quiz day!” And they all just laugh, it’s no stress, because they know it doesn’t count for the marks. And they do those quizzes, and it’s on things that they’ve learnt, in those problem-solving sessions, as well as everything we’ve been doing those two weeks. So it’s you know, revising constantly what we’re learning, so that when they get to their tests at the end of the term, then they should have a deeper understand, because if they don’t understand something I can pick it up early, and fix that problem. (Teacher Su)

6.2.3.3.3. Le principali limitazioni e le difficoltà

Uno dei temi che sono stati approfonditi durante le interviste riguarda una delle principali limitazioni alla realizzazione in classe delle attività ABM indicate nelle risposte al questionario: il fattore tempo. Nelle interviste con gli insegnanti abbiamo cercato di caratterizzare questa percezione che spesso accompagna l’introduzione di innovazioni didattiche nella scuola. È emerso che quando gli insegnanti indicano la mancanza di tempo, fanno fondamentalmente riferimento a:

- il tempo necessario per la preparazione delle attività (cioè la progettazione delle attività, la ricerca delle risorse, la strutturazione e l'integrazione dell'attività nel programma curricolare)
- il tempo impiegato in classe per realizzare l'attività. Infatti, è opinione condivisa tra gli insegnanti, ma anche tra gli esperti, che le attività ABM richiedono tempi più lunghi rispetto a un insegnamento tradizionale per affrontare un contenuto didattico: “the time it takes. We don’t have a lot of time to get through a lot of content” (Teacher J)

Le considerazioni sul tempo sono quasi sempre legate alla difficoltà di affrontare tutti i contenuti curricolari che fanno parte della programmazione da svolgere:

> The theoretical limit is you still have a certain amount of curriculum to cover in the time. And some of these activities take more time than traditional teaching, so there's a limitation on how many of these activities you could fit into a term or a semester. (Teacher G)
>
> […] the experience here in Australia is that, in mathematics, certainly, we have a very crowded curriculum. It’s very content heavy, and there are, in my experience, over the past 25 years, there’s little opportunity for teachers and/or students to have learning experiences, outside of what we might classify as the regular sort of explicit teaching model. (Teacher R)

Spesso, queste preoccupazioni sono anche legate al confronto rispetto alle prove standardizzate, rivelando così la percezione che molti insegnanti hanno di una tensione tra lo svolgimento di attività, come le attività ABM, che coinvolgono e attivano gli studenti e la necessità di un insegnamento che mira agli obiettivi curricolari e ai risultati nei test ai quali gli studenti sono sottoposti:

> But I often have this tension between time and the curriculum content and making up new activities and engaging activities that might take us even off track from that content. So I am, I think most maths teachers would say that there is some kind of tension there with teaching to the tests that we know children are going to encounter, but trying to engage them in thinking and learning, and being involved in their learning. That’s a bit more open ended. […] We seem to be very locked in to pen and paper formative testing. Umm, and of course, that always disadvantages some students, yes. (Teacher K)

Gli altri fattori ostacolanti ai quali hanno fatto riferimento gli intervistati hanno confermato le principali problematiche identificate già nelle risposte al questionario:

- la gestione della classe, che comprende difficoltà legate al sovrannumero degli studenti per ogni classe, alla disomogeneità nei livelli degli studenti, “I think a big issue is the, ah, difference in understanding within a class” (Teacher X), al rumore che si genera, “some teachers might think, because they’re noisy that they’re not on task” (Teacher St) e al comportamento degli studenti durante queste attività:

> […] a lot of students feel that they are not good at maths, from an early age, and therefore are reluctant learners. Umm, and are hesitant to engage to, to the best of their abilities, umm, to overcome that. And, and so any type of activity like the active body i-idea would be seen as an excuse or as a reason to have, play up, and not actually think about it deeply […] to gain the full benefits of it. (Teacher X)
>
> […] when you first do this with students it can get noisy, it can geta bit chaotic, and it also depends on the class size, […] there’s a big difference to the approach depending on the size of your class. So, I think, yeah, sometimes the noise factor, aah, teachers in the classrooms nearby. So how can we approach thi? Maybe having a classroom designated for this, where you can have some time al-, where you’re away from the rest of maths classrooms, where the noise is not going to be an issue – next to the drama room, or something – dance room or whatever. (Teacher Su)

- la mancanza di risorse e spazi adeguati: "having enough equipment to carry out the activities, it's umm, depending on the class size, the maturity of students" (Teacher J),

> And the other limitation is cost, because you can propose lots of activities that, that require costly materials or costly equipment to implement, and so, we're restricted by budget to some degree as to how far we can go with activities, but we can do a lot with what we've got. (Teacher G)

Per quanto riguarda i limiti della proposta della attività viene evidenziato che un problema è la trasferibilità di quanto appreso, "it doesn't guarantee the understanding, because they [students]'re not able to translate what they've done, on the screen to paper or in, in unfamiliar environments" (Teacher X), o ancora

> And the trouble is, too, what I find with the kids is that, they don't transfer it, and they don't, they don't recall it. They don't seem to see it as being important. So, every time you want to do something like that you've got to go back and teach ((laugh)) how to do it again! (Teacher T)

Inoltre alcuni insegnanti sembrano essere scarsamene convinti dell'efficacia didattica di questi approcci, sottolineano infatti che lo svolgimento di queste attività può risultare noioso per qualche studente, soprattutto per quelli che sono già riusciti ad assorbire il concetto, "for some students, that already understand the concept, it's kind of a bit boring, maybe?" (Teacher O), e che spesso il tempo richiesto dalle attività ABM, ad esempio nell'acquisire familiarità con gli strumenti, non si traduce in un effettivo miglioramento nella comprensione dei concetti da parte degli studenti:

> [...] the amount of time that you spend on it, doesn't necessarily equate to the kids actually knowing any more than, than, when they started. Sometimes they do, and, and, sometimes they don't. And sometimes it just becomes a nice little, umm, interlude, inter- interlude for them to have a bit of a play. But in terms of outcomes, and umm, meaningful outcomes, I don't know that they actually get, get those particular [...]
>
> You've got to spend [...] a lot of time to do that, before you can actually get on with the investigation, and actually do the investigation or whatever it is you're trying to do. And then, at the end of it, the kids have spent so much time trying to draw the graph, they've actually missed out on what the actual learning was supposed to be! So, i- in terms of what you want is, you want the kids to have these sorts of understandings, but they haven't got the understanding that you want because you had to spend so much time teaching them how to use the, the, the technology. [...] These activities, don't necessarily work particularly well. (Teacher T)

Una difficoltà che può trovarsi invece a dover gestire un'insegnante è quella di non trovare un buon repertorio di buoni problemi da svolgere, "[...] coming up with ideas. It's imagination, thinking of good activities" (Teacher J). Anche l'insegnante O annovera fra i limiti la mancanza di conoscenza adeguata, "PD courses and specific knowledge", soprattutto in riferimento alla ricerca di attività da realizzare:

> What I would need ismmore time to plan the activities, or to find the things to have access to the materials that I might need. So I need more time, or, or … I don't know, they pay for someone to come and show us some activities to do. (Teacher O)

6.2.3.3.4. Il supporto (presente o necessario) e le strategie didattiche per superare le difficoltà e garantire l'efficacia didattica delle attività ABM

Riferendosi alle problematiche relative alla gestione della classe, gli intervistati hanno affermato che sarebbe di grande supporto, ad esempio, la presenza di un'altra persona che li assista durante lo svolgimento dell'attività, sottolineando, ad esempio, l'utilità di prevedere alcune fasce orarie di co-presenza con altri colleghi, "[...] have a couple of teachers together, so, you've got one pers- one teacher doing one thing and one teacher doing another" (Teacher J). Altri hanno trovato soluzioni alternative, come K che ha coinvolto studenti di classi superiori per farsi assistere: "[a difficulties is] getting the kids to listen enough to know the instructions and do it. That's why I borrowed Year 9 to help with Year 7" (Teacher K). Inoltre, gli insegnanti hanno evidenziato l'importanza di progettare in modo strutturato la proposta delle attività ABM: fissare i criteri per valutare gli obiettivi ed essere chiari nelle consegne e nel fornire indicazioni,

> […] making sure the instructions are very clear when you’ve got a practical. If the instructions aren’t clear and then they’re all just left and, and asking, that many times before they don’t know what to do, they come to us here and then they’re asking their friends and it, it, it can be a little bit chaotic. (Teacher J)

Ad esempio, un buon aiuto, secondo alcuni, può essere distribuire agli studenti schede che li guidino nello svolgimento delle attività, "[…] instruction sheets that are nice and guiding" or “[…] do an explicative video before the lesson to been projected in class, they play it back any time” (Teacher J). Infatti, lasciare troppo liberi gli studenti nell’esplorazione sembra non convincere granchè alcuni degli intervistati: “I would like to leave them to explore for themselves, but some students need more guidance and more pushing to try and discover the, the idea” (Teacher O).

> I think there needs to be some sort of direction, yeah, I think self-guided learning, in this age group it’s not efficient, [..] and it’s not valid for the whole population. So, I think there needs to some sort of structure, and some sort of concrete evidence that students need to produce, or to at least follow. Umm, so then we can at least gauge their level of understanding and development in that topic, or in that activity. (Teacher X)

Per combattere la paura del fallimento, che può disincentivare la partecipazione degli studenti durante l’attività, secondo Su, è inoltre importante progettare delle attività che consentano l’accesso a tutti gli studenti della classe, perlomeno in una fase iniziale: “[…] to find activities where there’s an entry point for everybody” (Teacher Su).

Sebbene gli insegnanti abbiamo inoltre evidenziato che non esiste una strategia unica preferibile, "[…] strategies depend on classroom formation, on teacher style, on the argument and tools involved" (Teacher R), un fattore considerato rilevante per ottenere buoni risultati è il lavoro di gruppo, che garantisce una buona interazione tra pari durante l'attività. La costituzione dei gruppi è perciò ritenuta fondamentale e, da taluni, anche la competizione è considerata un metodo efficace per coinvolgere gli studenti, “[…] we have a little competition between each class” (Teacher R),

> […] what I found when doing this with my Year 7 level experiment was if you didn’t form good groups, then you had failure. If you just said “go with your friends” it often led to problems, because one group worked, one group didn’t. All the smart kids were in this group, all the strugglers were in a different group. So, it just didn’t work. So forming good groups, not having groups that were too big, and teachers really having a good plan of what the structure of the lesson is going to be, and what the outcome is. What is their success criteria so that they know when they’ve achieved that, their learning goals at the end of the lesson that they know they’ve been successful. (Teacher Su)

Per quanto riguarda il criterio di costituzione dei gruppi, alcuni insegnanti sostengono l’importanza di riunire gli alunni in gruppi omogenei per abilità, per avere una maggiore semplicità di gestione della classe:

> [..] grouping students, of similar abilities, or similar skill levels, I think that may be beneficial, because, the activities would, engage all of those students that can be targeted at that one level. Umm, you know, at the moment I have the whole range, with students who can barely read, to self-actualised learners, who want more in the same class. So, that makes it really hard to, to come up with an activity for everyone. I end up coming up with multiple activities, and it just becomes unworkable. So, if there was a mechanism, or the, the ability to be able for each class, or each term, at least, to rearrange classes, so it wouldn’t become too much of an imposition, for anyone, but that would be beneficial. (Teacher X)

Altri, invece, insistono sull’importanza di strutturare i gruppi dando compiti distinti a ciascun componente, in modo tale da ingaggiare tutti gli studenti nell’attività:

> Every student can have some success at a certain level. And I like to do these activities in groups, of 2 or 3. Usually 3 in a group. I find that’s the best group size, and I’ve done some research into it and, and read, you know, different reports and they say, around 3 is a good number. And if you form the groups appropriately, don’t just say you can work with your mates. But, you can, you put the right students together. And then you give them a task where it’s not like “Oh, here’s the problem, can the group solve it” but it’s “This student has this bit of information, student 2 has different information, student 3 has maybe the equipment. Now how are you going to all contribute to come up with a solution?” So, every person in the group has a job. And maybe the student

> that’s not so strong at maths, but maybe they’re better at English, they can read and unpack the question and then when the others start to suggest things, then their job can be to say “yeah, I think that’ll work” or “no, how about we try something else.” So they can be more a critical person within the situation. I guess I want to see engagement. I want to see that every student is involved in the process, and not sitting back going “it’s too hard, I can’t do it”, but I also want to see that they actually understand. (Teacher Su)

Infine, gli insegnanti hanno espresso la necessità che le attività siano esplicitamente, e bene, integrate nel programma curricolare: "[…] it's important to make it part of a series of lessons, not just the one lesson where it's a surprise" (Teacher G). Tale continuità deve prevedere inoltre l’integrazione di un sistema di valutazione che tenga conto anche dell’utilizzo degli strumenti coinvolti nelle attività ABM; ad esempio, per quanto riguarda le attività di manipolazione virtuale, è bene prevedere anche una valutazione attraverso l’utilizzo dei software esplorati: “[…] when we have assessment now, we’ve got two assessments, one with technology and one without technology” (Teacher T). Questo risulta abbastanza semplice in Australia dove le politiche educative indicano esplicitamente l’importanza dell’utilizzo di una doppia valutazione, ovvero di affiancare a test tradizionali prove di verifica che prevedano di includere anche strumenti tecnologici.

La coerenza dell’integrazione rispetto alla pratica didattica quotidiana, viene anche portata all’attenzione da un insegnante che ha messo in luce come la continuità con una pratica di insegnamento quotidiano non trasmissiva possa inoltre essere strettamente connessa con la riuscita delle attività:

> […] the same sorts of strategies that we normally use. The approaches is not trasmissive, students are grouped and teachers are facilitators get around every groups to assess the difficulties they have and offer help. They scaffold, they don’t have a step-by-step worksheet. (Teacher G)

A questo proposito, G fa risalire le ragioni di un eventuale fallimento nella realizzazione delle attività proprio nel rapporto tra insegnante e studente che soggiace all’intera didattica, e che si palesa soltanto in modo più evidente durante queste attività: “[…] the relationship of the teacher with the students. If you have problem in ordinary frontal lesson than you’ll encounter many difficulties in this activities in which you have a little bit less control of what’s happening” (Teacher G).

Un altro intervistato ha enfatizzato l’importanza nella comunicazione degli obiettivi dell’attività agli studenti, “They’ve got to explain why they’re doing it in the first place. And then a nice demonstration” (Teacher J), mentre l’insegnante K esplicita la sua attenzione nel limitare la spiegazione per lasciare il piacere della scoperta nelle mani degli studenti:

> But also letting them, like that discovery […] That’s lovely, when they can discover something for themselves. I know that that’s what they’re going to notice, one of the things they’re going to notice, but I don’t say that. Whereas probably before I’d say, before when I first started using: “we’re doing this activity, this is what they look like, and then we’re going …” Now I just try. (Teacher K)

Per superare le eventuali difficoltà che si possono incontrare nel realizzare le attività ABM, alcuni insegnanti hanno suggerito di indagare le ragioni dei possibili insuccessi e di provare ad apportare modifiche sperimentando delle variazioni che sembrano rispondere alle problematiche emerse, procedendo per raffinamenti successivi, “I think it’s important to not just give up after trying once or twice. But to look at it and go: what part worked and where did we think it’s failed?”(Teacher Su), “How can we improve on this? how can we make this better? What did – when you did this with your class what did you find? How can we do this better? What, what were the things that were lacking?” (Teacher R),

> I guess each time I run an activity I learn from it. But every time I do that I have to think “well, why didn’t it, and would I use that again, or is there something better? […] So, the more I get to do something, the better I get at running it smoothly and explaining in - not too much explaining, but enough so it works out. […] I think if you have a bad experience, […] like if the class goes silly and crazy

> and you feel like - well, we just wasted a lesson and no-one learned anything, it would put you off. I’ve probably tend to think “well how could I have run that better?” or I probably believed in it enough to persevere till I can make it work, yeah. (Teacher K)

Altri, invece, hanno dichiarato di non proporre attività nella loro prassi didattica senza avere già un grado di certezza sulla buona riuscita del risultato:

> They [Teachers in Australia] fill in the curriculum programming in advance in the so-called *program of learning* and we use things that we know have been successful before, and if we have a new idea, we get someone to try it out first before we write it into a program of learning. So, we try and do what would be called in business, “due diligence”, before we include something like that. (Teachers G).

Infine, gli insegnanti hanno evidenziato che risulta necessaria una certa preparazione per essere reattivi e riuscire ad adattare le attività che si intendono proporre alla classe nella quale l’attività viene svolta: “[…] A lot of preparation to adapt to the class that is in front of the teacher” (Teacher G).

6.2.3.3.5. Fattori ostativi o facilitatori

Gli insegnanti che propongono all’interno della loro prassi didattica le attività ABM hanno affermato che le loro scuole supportano la condivisione di buone pratiche con i colleghi, ad esempio, mettendo a disposizione delle apposite sale per la programmazione con i colleghi che insegnano la medesima disciplina:

> The maths teachers have a single staff room. So they’re always able to talk to each other […] when they have preparation time. And, at least, in our school we’ve got a a stable staff so they have a lot of prior experience, so they, they’re used to talking to each other and sharing ideas and proposing new ideas and seeing how they might work (Teacher G)

Come sottolineato nell’estratto precedente, indicano questo, in particolare, gli insegnanti che affermano che la scuola nella quale insegnano sia composta principalmente da docenti che sono abbastanza stabili, anche se, tuttavia, il tempo a disposizione per il lavoro collaborativo con i colleghi è considerato, anche in questi casi virtuosi, insufficiente: “I’d love to collaborate with more teachers about what they’re doing […] but, again, there doesn’t seem time to collaborate enough” (Teacher K),

> I think it’s mainly the time to talk about ideas and map them into the curriculum, into lessons. So, having time to share best practices [..] One of the biggest barriers is just communication with each other and time to be able to collaborate and come up with ideas (Teacher J).

Quello che perciò si auspicano i docenti intevistati è la possibilità di lavorare strutturalmente in modo collaborativo all’interno di una medesima scuola, per gestire in modo condiviso la difficoltà di strutturare le attività da proporre:

> I think, it’s good for teachers to work collaboratively together. Ideally, teachers would have maybe an hour once a week, where they can meet, and have some time release so that they can plan these activities in a more structured way, and say: “Alright, now we’re moving into Pythagoras and trigonometry, what’s a good activity we can do for a lesson for this two weeks? How can we approach this?” And each teacher, either that or teachers just taking turns. So one fortnight you do it, the next fortnight I do, the next fortnight someone else. So that the work is not all on one person. But ideally, some time, available to work, as a collaborative group. (Teacher Su)

Altri intervistati, inoltre, hanno dichiarato di percepire la mancanza di conoscenze specifiche per progettare e realizzare le attività ABM, auspicando l’introduzione di corsi di formazione specifici: “[…] someone to come and show us, umm, some activities to do” (Teacher O), o ancora

> […] when it comes to mathematics, my experience has been limited, in, in seeing these types of activities. Umm, a lot of professional development that talks about whole body engagement, generally are in other subject areas, and so the translation from one subject to doesn’t quite follow. Umm, so it’s not effective. (Teacher X)

Sarebbe pertanto desiderabile la redazione di indicazioni che rendano tali attività fruibili agli insegnanti, facendole diventare parte della cultura scolastica condivisa:

> To have these activities available for all with a clear instruction of when and how to use them. And so, then it becomes part, part of the, the culture of the whole school system. The whole country. So that it becomes part and parcel. At the moment, I believe the only type of activity like that becomes like a one off activity, and it loses its, its impact. It becomes more of a novelty type thing, which means that those students who are reluctant learners see it as an opportunity to disengage further. And not to see it as a better way of engaging. (Teacher X)

La maggior parte degli insegnanti intervistati ha iniziato a proporre attività ABM dopo avere ricevuto una guida durante corsi di formazione (Teacher G, K, St), in conseguenza di progetti in cui sono stati coinvolti insieme alle università (Teacher J, St), oppure avendo osservato le pratiche o ascoltato i suggerimenti dei colleghi:

> Usually, it’s […] talking with other teachers and being exposed to professional development that, that gives me ideas and inspiration and then going away and trying it out myself and going “wow that worked” or that didn’t work. How could I do that again? How could we do that better? So usually it comes off the back of something I’ve encountered from, you know, just my own, reading or um, looking or go-, attending somewhere, yeah. (Teacher K)

Affermano inoltre di avere continuato a proporli per i feedback ricevuti dagli studenti dopo la realizzazione delle attività, a conferma dei risultati della ricerca: “Well, just from, from students’ comments: ‘That’s really helped’, ‘that wasn’t boring’.. […] So, I’ve had positive feedback, but also research has said – I’ve read somewhere that it’s, it does help them” (Teache O).

Infine, come già sottolineato dali esperti, se da un lato il contesto scolastico può essere luogo di supporto per la proposta di attività ABM, dall’altro la cultura scolastica può essere un fattore ostativo che viene percepito come abbastanza rilevante:

> [About limitations] Time is obviously a big one, parents’ and kids’ views of what mathematics is, as well. Umm, they have a particular view of what mathematics is and if what you do doesn’t fit within that view, ((huh)) then (in our school anyway) they’re very vocal about, you know, this, this is not what it should be. So, there’s a fine line that you’ve got to walk with, getting kids involved, and also making sure that, umm, see the other side of it is that, whatever I do, everybody’s got to do it. So, if I’ve got, I’ve got 8 classes in, Grade, umm, 7. So everybody’s got to do the same, the same sorts of things. At the same time. Otherwise, the kids go home and say, well, some teacher’s doing something different. It oesn’t matter that they might be doing it a day different. They have to be doing it at the same time, pretty much, at the, at th- and, and doing the same sorts of thing. So, that sort of tends to limit, umm, the sorts of things that you can do – a, a, single teacher can do. I mean, how teachers do it in their classroom is up to them. So, they can, you know, they, some, like you can do it as an activity-based thing, or you can do it as, aah, just a very, umm, traditional type. (Teacher T)

7. Le attività ABM: ripensare l'insegnamento-apprendimento della matematica in accordo con i risultati di ricerca

Molteplici prospettive di ricerca, considerate nel campo della didattica della matematica, enfatizzano il ruolo che hanno corpo e movimento nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica, in particolare, quando è previsto il coinvolgimento attivo ed esperienziale degli studenti.

All'interno di un panorama variegato e disarticolato di ricerche e risultati teorici che mettono in luce la rilevanza di promuovere una didattica di tipo *enactive-embodied*, abbiamo provato a selezionare gli invarianti operazionali, che rispettano i diversi punti di vista teorici, pur non abbracciandoli *tout court*, con l'obiettivo di definire un costrutto operativo che ci permettesse di rivolgerci al mondo della scuola, in particolare agli insegnanti, entro contesti diversi. È dunque sui punti di contatto, comuni alle diverse prospettive e che riteniamo essenziali, che si costruisce l'oggetto del nostro studio: le attività ABM.

Affinché la definizione di queste attività fosse chiara e facilmente accessibile agli insegnanti, abbiamo chiesto ad alcuni ricercatori, selezionati per avere interessi di ricerca vicini all'oggetto di studio e per l'esperienza di ricerca e formazione a fianco dei docenti, di aiutarci a delineare una terminologia ed esempi paradigmatici che rispettassero questi obiettivi comunicativi. La definizione che abbiamo dato delle attività ABM all'interno del questionario è stata la seguente:

Attività di apprendimento nelle quali gli studenti sono coinvolti attivamente tramite le loro percezioni sensori-motorie, in una modalità laboratoriale, attraverso la manipolazione di artefatti virtuali o fisici, strumenti, o semplicemente tramite movimenti del corpo, per esplorare e comprendere concetti matematici.

Dall'indagine esplorativa riguardante la proposta e la realizzazione in classe delle attività ABM, così definite, abbiamo ottenuto informazioni relative ad una loro possibile caratterizzazione nel mondo della ricerca e inerenti alle concezioni possedute dai docenti, raccogliendo, inoltre, indicazioni sulla loro realizzazione tramite il racconto delle esperienze dei docenti coinvolti. Infine, abbiamo individuato fattori ostativi e facilitatori per la loro proposta in classe, come anche alcuni possibili interventi che potrebbero favorirne l'integrazione a scuola. Di seguito, illustreremo un breve sunto dei principali risultati raggiunti nella ricerca in oggetto, a cui faranno seguito due paragrafi conclusivi, relativi alle limitazioni della ricerca e le possibili future direzioni d'indagine.

7.1. Le influenze dei contesti culturali e delle concezioni dei docenti

Lo schema di ricerca che abbiamo considerato si presenta piuttosto complesso. Abbiamo, infatti, coinvolto due contesti culturali distanti, l'Italia e l'Australia, e, all'interno di ogni contesto, considerato una variabilità di prospettive: quella degli esperti e quella degli insegnanti, che si divide ulteriormente nelle macro categorie degli insegnanti della scuola primaria e secondaria.

Illustreremo, di seguito, alcuni risultati emersi dal confronto tra le varie prospettive considerate. In primis, presenteremo una delle principali caratteristiche che ha distinto ricercatori italiani e australiani in merito alla concettualizzazione delle attività ABM; in secondo luogo, richiameremo alcuni aspetti che potrebbero mettere in luce in che misura le indicazioni provenienti dalla ricerca, ovvero dalla revisione della letteratura e degli esperti intervistati, sono allineate con le concezioni possedute degli insegnanti. Evidenzieremo, infine, alcuni degli elementi che distinguono il punto di vista dei docenti della scuola primaria e secondaria, all'interno del nostro campione.

7.1.1. Una differenza culturale rilevante all'interno dei due contesti

Considerare contesti che hanno una cultura dell'insegnamento della matematica dissimile su molti fronti, come l'Italia e l'Australia, ci permette di osservare le possibili differenze nella caratterizzazione delle attività ABM inerenti alla cultura del contesto, nonché di formulare ipotesi sui fattori che possono contraddistinguere la loro realizzazione nella scuola (Huang et al., 2020).

Nel nostro caso, le influenze del contesto hanno infatti riguardato sia la struttura del sistema scolastico, in particolare, in riferimento alla variabilità di risorse, spazi, strumenti disponibili e, soprattutto, di organizzazione delle scuole, che caratterizza il divario tra le strutture scolastiche in Australia, non così ampio in Italia, come anche le differenze nei paradigmi educativi su cui esso si basa, come il fatto di considerare la suddivisione in classi eterogenee (per sesso, per rendimento, per background, integrando disabilità e differenze) capace di arricchire la proposta educativa, che contraddistingue il sistema scolastico italiano ma non quello australiano. Anche le tipologie di politiche educative che governano il sistema scolastico differiscono nei due contesti, infatti, in Australia, gli insegnanti hanno un curriculum da svolgere, mentre, in Italia, sono presenti delle indicazioni curricolari che non hanno vincoli programmatici paragonabili a quelli australiani. D'altro canto, nel territorio australiano, sono presenti anche forti autonomie regionali che supportano l'implementazione dei curricoli con ulteriori materiali a disposizione delle scuole, che, da un lato, aumentano la disparità appena evidenziata ma, dall'altro, rendono più capillare le risorse educative. Inoltre, in Australia, gli insegnanti sono profondamente condizionati dai risultati del sistema di valutazione nazionale NAPLAN e dai risultati delle indagini internazionali, che sono molto allineati tra loro, mentre, nel sistema italiano, gli obiettivi dettati dalle indicazioni nazionali non sono del tutto in linea con quelli delle indagini internazionali. Anche i focus riguardanti, ad esempio, l'impiego delle tecnologie, differiscono molto nei due contesti: nel sistema australiano, l'importanza di coinvolgere le tecnologie nella didattica ha una lunga tradizione ed è previsto, ad esempio, l'utilizzo specifico di una valutazione digitale. Molto distinta è invece la situazione italiana, dove l'impiego delle tecnologie nella didattica della matematica ha ricoperto un ruolo molto più marginale, almeno fino a questo momento.

Dall'analisi delle interviste dei ricercatori coinvolti, a parte alcuni tratti comuni, è emersa una differenza culturale significativa. Mentre gli accademici australiani tendevano a considerare le attività come un modo per avvicinare la matematica agli studenti, "I think math could be taught in a very abstract way and if - particularly for younger children- if you want them to engage and enjoy maths I think it's gonna be practical and real, and using manipulatives just helps them to see this being something real" (Esperto 1), mostrando come essi rappresentino uno strumento per indagare e interpretare il mondo, ad esempio "to visualise, [..] envision mathematics in the world" (Esperto 2), quelli italiani li hanno messi più spesso in relazione con la possibilità, per un maggior numero di studenti, di accedere a una comprensione più profonda e relazionale della matematica (Skemp, 1976), attraverso una costruzione significativa della conoscenza, che tenga conto anche della sua storia ed evoluzione. Ad esempio, la ricercatrice italiana M. Mellone ha sottolineato quanto, in queste attività, ci sia "la possibilità di un apprendimento più significativo, in cui gli studenti sono effettivamente protagonisti attivi nella costruzione della loro conoscenza", "consentendo un approccio sfaccettato a un significato matematico" e, come suggerisce la ricercatrice M.G. Bartolini Bussi, includendo anche "esempi che si riferiscono alla storia della matematica, perché la matematica che conosciamo oggi è stata sviluppata principalmente da questi esempi". Inoltre, il professore F. Arzarello ha sottolineato che, durante queste attività, emerge chiaramente "il ruolo del corpo nella soluzione [del compito matematico] e quindi la multimodalità con cui ci rapportiamo alla matematica, che è fondamentale", in particolare, come suggerito dall'esperta italiana A. Baccaglini-Frank, per "aprire la proposta [di insegnamento-apprendimento] su più canali e avere la convinzione che questo faciliti effettivamente un maggior numero di studenti a seguire l'insegnante nella costruzione della conoscenza, che è fondamentale".

La diversa caratterizzazione che emerge nel corso delle interviste, appare chiaramente analizzando gli esempi di attività ABM proposti dagli esperti, sia in termini di aree di contenuto interessate, che di tipologie di materiali e strumenti coinvolti. I ricercatori italiani hanno mostrato un maggiore interesse per le discipline matematiche più tradizionali (ad esempio, le attività della tradizione geometrica), ponendo l'accento soprattutto sulla costruzione concettuale e teorica della conoscenza. D'altro canto, gli accademici australiani hanno citato molti esempi di modellizzazione matematica e problemi del mondo reale, o attività legate all'area della probabilità e della statistica, completamente assenti nel contesto italiano. Inoltre, gli accademici australiani hanno fatto riferimento, abbastanza comunemente, a esempi in aree interdisciplinari, a differenza dei ricercatori italiani. Nel contesto italiano, le attività ABM sono, invece, molto più spesso concettualizzate come fini alla disciplina stessa. Ne sono prova i numerosi riferimenti alla storia e allo sviluppo delle idee matematiche che sono emersi ripetutamente dalle loro narrazioni, con riferimenti a esempi con strumenti classici che hanno caratterizzato l'evoluzione della matematica (come l'abaco, la riga e il compasso, o le macchine matematiche). Infine, gli accademici australiani hanno dato molto meno spazio a esempi che richiamavano l'uso di un materiale specifico progettato a scopo didattico per l'apprendimento concettuale della matematica, preferendo materiali legati alla vita e ai contesti quotidiani. Al di là degli esempi, questa caratteristica emerge trasversalmente nei contributi dei ricercatori. Ad esempio, come illustrato nella mappa concettuale sottostante (Fig. 1), che mostra le indicazioni relative alle conoscenze che un insegnante dovrebbe possedere per implementare le attività ABM, sebbene la maggior parte delle indicazioni siano comuni, i ricercatori italiani hanno sottolineato l'importanza di conoscere la storia e lo sviluppo delle idee matematiche, come, ad esempio, nel seguente contributo:

> [...] bisogna conoscere un po' anche di cose filosofiche ed epistemologiche, ma anche un po' di storia della matematica. Come gli uomini sono arrivati a certi concetti deve essere un modo abbastanza naturale per presentarli ai bambini, quindi bisogna conoscere un po' di matematica e anche di matematica antica. (B. Scoppola, p. 63)

Gli accademici australiani, nel contempo, hanno invece evidenziano la necessità di possedere conoscenze specifiche per collegare la matematica formale all'esperienza della realtà, come sottolineato dall'Esperto 2:

> It requires more experience in the teacher to be able to envision the mathematics in the world [...] They have to see the mathematical ideas that are at play. And I think for most teachers, both primary and secondary, they don't have that experience. So they don't yet know how to make the links. They might know the mathematics but they haven't linked it. (Esperto 2, p.42)

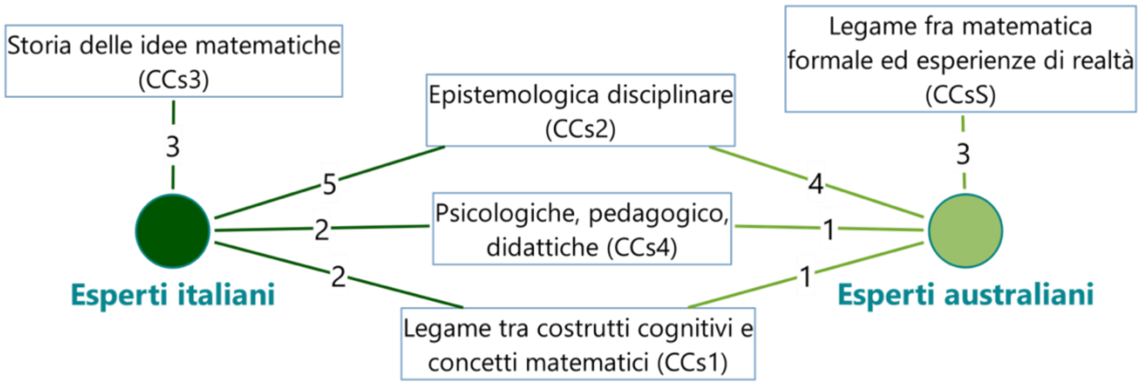


Figura 10 : Mappa dei codici (unità di significato) relativi al tema delle conoscenze (CCs) che dovrebbe possedere un insegnante per realizzare le attività nella scuola con successo (XMap modello a due casi MAXQDA Analytics Pro).

L'indagine degli insegnanti ha complessivamente confermato questa differenza nella concettualizzazione delle attività ABM, anche se in modo discretamente meno polarizzato. Infatti, mentre la distinzione negli obiettivi auspicati risulta confermata anche nelle visioni degli insegnanti, seppure con qualche distinguo tra insegnanti della primaria e della secondaria, tuttavia, altri elementi non rispettano questa distanza tra le due concezioni. Ad esempio, nei riguardi della proposta di attività ispirate alla storia della matematica, nel dichiarato degli insegnanti italiani troviamo tracce molto più deboli di quanto enfatizzato dagli esperti; sono, infatti, pochi gli esempi di questo tipo riportati dai docenti italiani, ed esclusivamente da insegnanti della scuola secondaria, mentre continuano ad essere assenti nel contesto australiano. Inoltre, gli insegnanti italiani menzionano abbastanza spesso, in riferimento alle loro esperienze riguardanti l'oggetto di studio, attività di modellizzazione matematica (soprattutto negli istituti tecnici e professionali) che non erano stati invece menzionati dai ricercatori dello stesso paese. D'altro canto, anche gli insegnanti australiani fanno riferimento ad attività che trattano contenuti geometrici in modo maggiore di quanto avevano fatto gli esperti provenienti dallo stesso contesto, anche se, tuttavia, hanno fatto principalmente riferimento all'ambito della misura più che a quello del pensiero geometrico.

Ci permettiamo di sottolineare come questo risultato si presenti in continuità con quanto emerso dallo studio, che abbiamo presentato nel Capitolo 1, sui *belief* degli insegnanti rispetto all'utilizzo di manipolativi, condotto da Golafshiani in Ontario, ovvero in uno stato con una cultura dell'insegnamento della matematica più simile a quella australiana di quanto sia quella italiana. Lo studio di Golafshiani ha infatti messo in luce che la predisposizione degli insegnanti verso la proposta di manipolativi è fortemente dipendente dalle convinzioni che essi hanno rispetto alla necessità che gli studenti comprendano il pensiero matematico attraverso il suo collegamento alle situazioni di vita reale. Questo tipo di constatazione ci permette di ipotizzare che questa prospettiva, che abbiamo riscontrato come predominante nel territorio australiano, contraddistingua dunque, in modo particolare, l'insegnamento della matematica in culture occidentali caratterizzate da tradizioni che non sono ancorate a una storia millenaria, come invece, ad esempio, i contesti europei.

7.1.2. I punti di allineamento e di distanza tra i due mondi

Ciò che sembra emergere in modo coerente tra le indicazioni provenienti dal mondo della ricerca e le rilevazioni dell'indagine rivolta agli insegnanti è la presenza di una forte relazione tra un modello educativo socio-costruttivista, in cui lo studente è attivo protagonista del suo apprendimento, e la realizzazione delle attività ABM. Anche il carattere esplorativo delle strategie didattiche e un insegnamento caratterizzato dalla costruzione del senso, ovvero dei significati matematici, sembrano essere aspetti caratterizzanti la conduzione di queste attività, in modo coerente con la loro concettualizzazione teorica.

Inoltre, riguardo i risultati attesi dalla realizzazione delle attività ABM, troviamo un forte accordo tra le posizioni degli accademici e degli insegnanti che le propongono: tali attività offrono la possibilità di accedere a un apprendimento concettuale più radicato e hanno un'impronta duratura nella mente degli studenti, migliorano la visualizzazione matematica, e promuovono l'interesse degli studenti coinvolgendoli nel processo di apprendimento. Nonostante questi aspetti di allineamento, gli insegnanti si distaccano dalla prospettiva dei ricercatori circa la convinzione che le attività ABM siano proposte didattiche che incentivano l'inclusione. Mentre gli esperti ritengono che questa attività siano inclusive in senso ampio, sia per gli studenti che manifestano delle difficoltà che per gli studenti con un buon rendimento, come anche per abbracciare diversi stili di apprendimento (ad esempio, apprendenti cinestesici e visivi), tra gli insegnanti, invece, questa convinzione è meno condivisa: molti intervistati ritengono che la proposta di questa attività non sia adatta agli studenti con un alto rendimento o, al contrario, agli studenti che presentano delle difficoltà o con bisogni educativi speciali. Riportiamo, ad esempio quanto scritto a questo proposito da un docente all'interno del questionario:

> Anche se possono essere inclusivi per alunni con bisogni speciali non sempre è così, soprattutto se è un'attività di costruzione con strumenti (riga, compasso, cartoncini). C'è sempre un certo numero di studenti che preferisce un approccio diverso, più "teorico".

Abbiamo anche riscontrato negli insegnanti una convinzione, piuttosto condivisa, rispetto al fatto che queste attività siano adatte in modo prevalente, se non esclusivo, per i gradi inferiori di insegnamento, rispecchiando le aspettative degli accademici riguardo le convinzioni che limitano la proposta di attività ABM nei gradi superiori; una convinzione che, tuttavia, i ricercatori non condividono. Infatti, sebbene diversi ricercatori intervistati siano convinti che l'implementazione delle attività ABM sia particolarmente rilevante per i primi gradi di scuola, "the younger the learner are, the more we need to encourage and help them to do that enacting physically" (Esperto 6), le considerano comunque esperienze di apprendimento preziose per tutti gli studenti: ad esempio, "I think it's for all students, all students" (Esperto 4). Alcune tracce del fatto che gli insegnanti condividano in modo minore questa prospettiva le troviamo, ad esempio, in risposta alla domanda Q_14, come anche in alcune interviste di follow-up, per esempio, nell'affermazione seguente: "In the high school setting, the active body idea really makes it tokenistic. […] I think it's more for early conceptualisation of, basic ideas, in the primary years" (Insegnante X). In effetti, questa visione dell'insegnamento della matematica che evolve abbandonando sempre più le esperienze concrete verso un apprendimento puramente astratto, sembra essere profondamente radicata nei sistemi scolastici:

> .. what we do in our standard school system is we say: "Right we start with concrete but we're going to come up the linear hierarchy of the curriculum and we're gonna.. You're not kids anymore so you don't need concrete, right? You know, you're going to be able to- Now you are grow up and you gonna do real maths, you know?". It's so frustrating. (Expert 3, p.131)

Nelle interviste di follow-up condotte con gli insegnanti, e soprattutto dal dichiarato dei docenti di scuola secondaria, è emerso che, nella realizzazione di queste proposte didattiche, è riscontrabile un coinvolgimento e risultati particolarmente positivi soprattutto nelle studentesse, come sottolinea, ad esempio, il seguente intervento dell'insegnante TL: "Tra l'altro, le ragazze erano fissate su questa cosa qua: ho lasciato in mano una volta a settimana di preparare questi lavori e farli vedere in laboratorio e sono diventate bravissime, questo più dei ragazzi e mi ha proprio sorpreso". È quindi scaturita l'ipotesi che le attività ABM possano essere uno strumento appropriato per ridurre il *gender gap,* particolarmente pesante in Italia, come indicano le indagini internazionali. Questo risultato trova inoltre riscontro nelle ricerche sul Laboratorio di Matematica, a livello nazionale, come anche negli studi sull'*active learning*, a livello internazionale, presentati nel Capitolo 1.

7.1.3. Le differenze tra scuola primaria e secondaria

Quando presentiamo differenze tra scuola primaria e secondaria facciamo riferimento principalmente ai risultati italiani poiché il campione australiano si presenta fortemente disomogeneo con una grande prevalenza di insegnanti di scuola secondaria.

La nostra ricerca ha confermato che, se nella scuola primaria sembra abbastanza naturale realizzare attività ABM, la loro proposta diviene degradante in frequenza e pervasività crescendo con il grado scolare. In particolare, nella scuola secondaria di secondo grado la proposta di tali attività viene spesso considerata un extra che gli insegnanti raramente possono permettersi di attuare. Le ragioni di tali differenze sembrano avere una forte radice nella convinzione che tali attività siano effettivamente essenziali solamente per i gradi inferiori, alla quale si unisce una cultura del contesto scolastico che appare maggiormente ostile, ancorata fortemente a un'idea di lezione matematica tradizionale trasmissiva, all'interno delle scuole secondarie. Questo fattore sembra essere rinforzato dalla responsabilità che gli insegnanti di questi ordini percepiscono nei confronti del proprio insegnamento, in modo particolare nel dover affrontare un curriculum e dei contenuti disciplinari che faticano a perseguire.

Una differenza tra i diversi ordini di scuola la troviamo anche nelle motivazioni per le quali essi ritengono rilevante proporre le attività ABM a scuola. Nella scuola primaria, l'importanza di realizzare in classe tali attività viene fatta risalire, in modo prevalente, alla centralità del coinvolgimento sensori-motorio per l'apprendimento, anche e soprattutto della matematica, per creare radici cognitive alle quali ancorare i significati matematici. I docenti della scuola secondaria, invece, sostengono maggiormente la rilevanza di integrare questa proposta con l'obiettivo di variare strategie didattiche nella propria pratica, come anche per coinvolgere gli studenti in un'attività più pratica e che mostra una maggiore aderenza alla realtà (quest'ultime motivazioni sono comunque condivise anche dagli insegnanti della primaria). Nei docenti di scuola secondaria, sembra perciò essere presente un'attenzione e una consapevolezza minore nei confronti dei processi di apprendimento degli studenti e della natura multimodale del discorso matematico. Peraltro sono proprio gli insegnanti della scuola primaria ad avere una visione dell'insegnamento-apprendimento che possiamo definire più socio-costruttivista o, perlomeno, più distante da una visione trasmissiva.

7.2. Le attività ABM a scuola: le esperienze dei docenti

7.2.1. La diffusione della proposta

I risultati mostrano chiaramente una minore diffusione della proposta di attività ABM nella pratica didattica degli insegnanti della scuola secondaria rispetto a quelli della scuola primaria, all'interno del nostro campione. Infatti, sia in Italia che in Australia, quasi tutti gli insegnanti della scuola primaria intervistati affermano di proporre attività ABM (circa il 90%), mentre il numero si riduce significativamente per gli insegnanti che prestano servizio nella scuola secondaria. In Australia, all'interno della *secondary school,* circa un insegnante intervistato su tre indica di non proporre nella sua pratica didattica tali attività. In Italia, il dato rispetto alla scuola secondaria si presenta diversificato in dipendenza del grado: nella scuola secondaria di primo grado, la situazione si presenta pressoché simile a quella australiana, con circa il 27% di insegnanti che non propone in classe le attività ABM, mentre, nella secondaria di secondo grado, la maggioranza degli insegnanti (56%) dichiara di non integrare tali attività nella propria pratica didattica.

Nella maggioranza dei casi, coloro che dichiarano di realizzare le attività lo fanno con una buona frequenza (più di una volta al mese), in modo decrescente, però, con il crescere dell'ordine scolastico, e con una tempistica che sembra essere adeguata per un'attività di tipo esplorativo-laboratoriale (prevalentemente uno svolgimento da 1 a 3 lezioni). Abbiamo riscontrato, tuttavia, che, per il maggiore numero di insegnanti che propongono attività ABM all'interno della scuola secondaria di secondo grado (e un 14% circa del campione totale), la proposta di tali attività risulta piuttosto sporadica (meno di 4 volte l'anno). In alcuni casi, gli insegnanti hanno infatti indicato di proporre attività ABM non più di una volta all'anno e soltanto all'interno di alcune specifiche classi.

In effetti, questo dato si accorda molto bene con la convinzione generale che abbiamo sottolineato nel paragrafo precedente (7.1.2.), ovvero che queste attività siano adatte soltanto per i gradi inferiori di insegnamento, come si evince dalle risposte degli insegnanti, in accordo con le aspettative degli accademici. In modo particolare, gli insegnanti di scuola secondaria di secondo grado sono risultati meno convinti che le attività ABM possano essere adeguate rispetto al grado delle classi nelle quali insegnano.

Tra gli insegnanti di scuola secondaria, e in particolare nel secondo grado, è emerso che, inoltre, la disponibilità a proporre le attività ABM e la convinzione della loro importanza è minore in coloro che, pur avendo una formazione disciplinare in matematica piuttosto forte (come coloro che hanno effettuato corsi di laurea in matematica, fisica, ingegneria, statistica ecc.), non hanno effettuato uno specifico percorso che prevedeva l'insegnamento delle componenti didattico – pedagogiche della disciplina di insegnamento, ovvero che non hanno una specifica formazione nella didattica della matematica. Possiamo quindi concludere che una formazione specifica sembra essere in grado di modificare le convinzioni degli insegnanti e quindi, presumibilmente, anche la diffusione della proposta.

Nel nostro studio, è emerso infine che l'esperienza degli insegnanti non ha giocato un ruolo particolarmente significativo né riguardo la disponibilità a realizzare le attività ABM da parte dei docenti né riguardo la loro effettiva realizzazione.

7.2.2. Alcune possibili realizzazioni: le esperienze dei docenti

Nella scuola primaria, i docenti intervistati sembrano affrontare con attività ABM una varietà di argomenti afferenti a più aree di contenuto, seppure, con maggiore frequenza, si concentrano su temi fondamentali dell'ambito aritmetico e geometrico. Nella secondaria, invece, osserviamo una minore varietà nelle aree di contenuto indicate dai docenti, con una prevalenza schiacciante dell'ambito geometrico su tutti gli altri. Emerge infatti, all'interno di questo ordine scolastico, la considerazione che tali attività siano adatte per trasmettere soltanto un ristretto numero di argomenti, che non abbiamo invece riscontrato tra gli insegnanti della primaria.

Se nella scuola primaria vengono principalmente utilizzati materiali manipolativi utilizzati a scopo didattico o oggetti della vita quotidiana, nella scuola secondaria è l'impiego di strumenti digitali interattivi che ha la massima diffusione.

In ciò che dichiarano di realizzare in classe gli insegnanti coinvolti nella ricerca, abbiamo trovato una conferma di quanto sottolineato nel paragrafo precedente, relativamente alla differenza tra insegnanti della primaria e della secondaria nella concezione delle attività ABM, che effettivamente entra in forte relazione con l'utilizzo che ne viene fatto nella pratica didattica. Infatti, abbiamo potuto osservare che gli insegnanti della primaria affermano, in una proporzione ben maggiore rispetto agli insegnanti della secondaria, di proporre tali attività per introdurre nuovi argomenti. Questi ultimi, e in particolare nel secondo grado, dichiarano, invece, in modo altrettanto diffuso, di proporle per motivare gli studenti o per approfondimento. Questo dato sembra confermare quella diversa considerazione che viene attribuita alle attività all'interno dei vari ordini scolastici: nella scuola primaria, le attività ABM sono ritenute prevalentemente fondamentali per l'esplorazione e la costruzione dei significati matematici mentre, nella scuola secondaria, in modo maggiore, per questioni legate alla sfera affettiva, della motivazione e dell'interesse.

Le strategie didattiche che si accompagnano alla proposta delle attività, nella maggioranza dei casi, presentano un carattere esplorativo e flessibile, con una bassa direttività della didattica. Viene ritenuto particolarmente efficace introdurre un problema e lasciare gli studenti liberi di risolvere seguendo in autonomia la propria strategia risolutiva. Se questo si può dire per quasi tutti gli insegnanti di scuola primaria, il dato non si presenta così omogeneo nella scuola secondaria, dove un insegnante su tre, tra quelli coinvolti nello studio, predilige invece strategie dal carattere più direttivo e prescrittivo anche nel realizzare le attività ABM, con percentuali che si presentano ancora più alte nella scuola secondaria di primo grado.

Le principali difficoltà incontrate dagli studenti, secondo il parere degli esperti, sono legate al cosiddetto *transfer of learning*, cioè all'applicazione e al riadattamento di quanto appreso in altri contesti e in relazione all'apprendimento formale. Tali affermazioni sono supportate anche da risultati sperimentali; ricordiamo, a tale proposito, come la meta-analisi di Carbonneau e Marley (2013) avesse messo in luce, rispetto all'efficacia dell'utilizzo di manipolativi, che proprio riguardo al *transfer of learning* le ricerche analizzate hanno ottenuto risultati contraddittori. Questa difficoltà è stata evidenziata anche dagli insegnanti coinvolti nella ricerca, sia della scuola primaria che secondaria. Particolarmente, viene evidenziata dagli insegnanti della scuola secondaria, in modo preponderante, la difficoltà di formalizzare quanto appreso nelle esperienze ABM in una forma di conoscenza istituzionalizzata della matematica, mentre alla scuola primaria anche la comprensione delle consegne così come il trasferimento in altri contesti di applicazione risultano particolarmente preoccupanti.

Riguardo le difficoltà che vengono invece incontrate dagli insegnanti, nella scuola primaria, è stata evidenziata primariamente la mancanza di risorse, secondariamente la gestione della classe e la gestione del tempo per la copertura del programma curricolare, soprattutto in relazione alle ingerenze dei genitori. Nella secondaria, la pressione del tempo è risultato il principale problema identificato, ma anche gli altri fattori continuano a prestare preoccupazione. Inoltre, gli insegnanti trovano piuttosto complessa anche la valutazione di tali attività. Dagli insegnanti di scuola primaria, coinvolti nella ricerca, è stato sottolineato che l'osservazione in classe risulta particolarmente complessa, a causa della necessità di gestire altri aspetti dell'attività: "perché allo stesso tempo devi organizzare lo spazio, preparare i materiali, gestire l'attività, osservare i ragazzi", come ha sottolineato all'interno di un focus group un docente di questo ordine scolastico. Nella scuola secondaria, gli insegnanti, in modo diffuso, si sentono abbastanza in difficoltà a dare una valutazione durante lo svolgimento di queste attività che, peraltro, non sono ritenute particolarmente legate a un apprendimento riscontrabile con risultati nei test valutativi che sono soliti proporre.

7.3. Le condizioni per una maggiore diffusione delle attività ABM

7.3.1. I fattori d'influenza

I risultati mostrano una coerenza tra le risposte degli insegnanti e i principali vincoli indicati dagli esperti accademici. In particolare, i ricercatori hanno sottolineato che la pressione del tempo e la necessità di svolgere i contenuti curricolari sono i principali fattori che inibiscono gli insegnanti a proporre queste attività, che sono anche considerate piuttosto dispendiose in termini di tempo ed energie dei docenti.

In effetti, uno dei principali limiti alla proposta di attività ABM, segnalato dagli insegnanti coinvolti, è proprio la mancanza di tempo disponibile, e questo risulta essere anche il motivo principale per il quale alcuni insegnanti non includono queste attività nella loro pratica. Nelle interviste di follow-up, siamo riusciti ad approfondire questa dimensione: se, da un lato, si ritiene che le attività ABM richiedano molto tempo sia in classe che per la loro progettazione, ovvero per la ricerca delle risorse e una pianificazione in classe che sia opportunamente integrata nel programma d'insegnamento, dall'altro, le ore a disposizione per l'insegnamento frontale sembrano non favorire la realizzazione di tali attività, che richiedono più tempo rispetto ai tradizionali approcci trasmissivi. Queste affermazioni portano con sé molti sotto testi, che vanno interpretati alla luce di altre convinzioni che abbiamo investigato. Ad esempio, alcuni insegnanti non sembrano infatti essere così convinti dell'efficacia didattica della proposta delle attività ABM, ma soprattutto non sono diffusamente convinti che queste attività portino risultati che poi si riflettono nei test standardizzati. Quest'ultima convinzione va a incidere pesantemente sulla proposta delle attività, infatti, secondo l'opinione dei ricercatori, il raggiungimento di buoni risultati in questi test risulta spesso essere l'obiettivo principale perseguito dalle scuole, che tendono a misurarsi con le valutazioni NAPLAN (in Australia) / INVALSI (in Italia) o le prove intermedie e finali (come l'esame di stato), come anche attraverso le classifiche internazionali (TIMSS, indagini OCSE). È quindi evidente che la proposta sia percepita, di conseguenza, da molti insegnanti, come accessoria rispetto alla programmazione e agli obiettivi che sono chiamati a raggiungere, proprio in voce di questa convinzione. Questo risultato si presenta in accordo con quanto messo in luce da Puchner et al. (2008), riportato nel paragrafo 1.3, riguardo alle ragioni per le quali gli insegnanti non adottano l'uso di manipolativi nella propria pratica didattica, in quanto, anche in questa ricerca, è stato constatato che spesso un fattore ostacolante è la convinzione che il tempo richiesto nella realizzazione delle attività sia eccessivo rispetto al vantaggio che ne traggono gli studenti.

Le altre principali difficoltà, che sono state individuate come ostacolanti per la proposta di attività ABM, sono legate alla gestione della classe e alla disponibilità delle risorse, fattori portati in evidenza anche nelle interviste degli esperti. In particolare, la mancanza di risorse è avvertita come più incisiva all'interno del contesto italiano rispetto a quello australiano, che invece percepisce la gestione della classe come il fattore più preoccupante in assoluto. Questo può dipendere, ad esempio, dal fatto che le scuole in Australia si presentano meno omogenee, soprattutto riguardo le risorse e gli spazi a disposizione, come evidenziano le indagini internazionali. Inoltre, le indagini mettono anche in luce che gli istituti che presentano più risorse sono anche quelli maggiormente aperti alla proposta di strategie innovative d’insegnamento, che potrebbero essere proprio quelle in cui insegnano i docenti che hanno partecipato volontariamente alla ricerca. In Italia, invece, gli insegnanti lamentano una carenza di risorse indipendentemente dal contesto socio-culturale della scuola in cui prestano servizio. A questo proposito la docente GI, all’interno di un focus group con insegnanti della primaria, affermava infatti che, nella scuola di oggi, “devi fare l’artigiano-artista in una solitudine di risorse e di presenza”. Un’altra ragione può essere, invece, attribuita al fatto che tale limitazione viene avvertita, in modo maggiore, dagli insegnanti dei gradi inferiori, che sono stati proporzionalmente meno rappresentati nel territorio australiano. La mancanza di personale che possa coadiuvare l’insegnamento e di risorse a disposizione sono, comunque, in entrambi i contesti, le principali difficoltà dichiarate dai docenti anche nelle indagini internazionali, nei confronti dell’insegnamento in generale.

Inoltre, una dimensione che sembra avere un forte impatto sull'implementazione delle attività ABM è la cultura dell’insegnamento presente nel contesto scuola, che riguarda sia i colleghi insegnanti, e l'intero personale scolastico, sia gli studenti stessi, come anche i loro genitori. Entrambi, ricercatori e docenti, hanno sottolineato come questo fattore inibisca pesantemente la proposta di tali attività. Concludiamo quindi che è stata messa in luce una certa resistenza culturale che riguarda sia la cultura dell’insegnamento nel contesto, come anche la cultura d’insegnamento personale del docente.

Infine, sebbene le limitazioni e le ragioni per una mancata realizzazione delle attività ABM, indicati dagli insegnanti della scuola primaria e secondaria, siano più o meno gli stessi (la pressione del tempo e il programma da svolgere, la gestione della classe e la disponibilità di risorse, la cultura didattica del contesto scolastico), la mancanza di familiarità e di un’opportuna formazione è una caratteristica invece menzionata quasi esclusivamente dagli insegnanti della scuola secondaria.

Per concludere, se, da un lato, il contesto può quindi limitare la proposta di attività ABM, sia per le difficoltà dettate dall’organizzazione scolastica, dagli spazi e le risorse disponibili che dagli aspetti culturali, dall'altro, non va sottovalutata la convinzione degli insegnanti nel dare priorità a metodi di insegnamento più tradizionali, orientati alla trasmissione di contenuti per coprire il curriculum, che potrebbe essere forse messa in discussione grazie ad una specifica formazione. In assenza di questa, in effetti, gli insegnanti, pur essendo convinti della bontà didattica di una proposta sono meno inclini ad affrontare dei cambiamenti nella propria didattica che possano portare ad abbracciare una innovazione, come quella delle attività ABM, come possiamo leggere nel commento di un insegnante (nell’alternativa *Altro* del quesito Q_16) riguardo ai limiti individuati per la realizzazione di tale proposta:

> La mia scarsa formazione in merito. Purtroppo, con tutta la mia buona volontà, non penso di essere ad oggi in grado con le risorse e le competenze a mia disposizione, di trasmettere la matematica in modo "alternativo" anche se ne sento la necessità, soprattutto su una certa fascia di alunni meno motivati e coinvolti.

7.3.2. Le conclusioni e i possibili interventi

Nella ricerca che abbiamo condotto emerge che, seppure la rilevanza del coinvolgimento del corpo e del movimento per l’apprendimento della matematica si presenti come una questione antica quanto la storia della matematica e che, in epoca più recente, sia riconosciuta in modo condiviso la necessità di rivoluzionare l’insegnamento-apprendimento della disciplina in linea con le prospettive *enactive-embodied*, la scuola non è sufficientemente preparata per ricevere queste istanze e anche lo sforzo che deriva dalla ricerca e dalle istituzioni non risulta sufficiente per la diffusione di proposte didattiche che siano coerenti con i risultati della ricerca.

Infatti, il mondo della ricerca non sembra avere prodotto una gamma adeguata di risorse ma, soprattutto, sviluppato percorsi che siano resi usufruibili per gli insegnanti e diffuso la prospettiva in modo capillare e sostanziale all'interno del mondo scolastico, soprattutto in riferimento alla scuola secondaria. Prettamente tra i docenti di questo ordine scolare, troviamo infatti un esplicito riferimento a una mancanza di conoscenza e formazione verso questi approcci didattici.

Una caratteristica che deve contraddistinguere tale formazione è che sia calata all'interno dei contesti. Questo risulta evidente, in conseguenza di quanto, ad esempio, esplicitato nel caso emblematico dell'insegnante LC, intervistata nei focus group rivolti alla scuola secondaria di secondo grado, che descrive le attività ABM come un "argomento [che] è allo stesso tempo familiare e lontano", in quanto ha ricevuto una formazione specifica nella didattica disciplinare all'università che lo ha reso familiare a livello teorico, risultando però difficile, se non impossibile, da integrare nei contesti in cui si è trovata ad insegnare. Gli esperti hanno indicato, per queste ragioni, sia la necessità di una formazione per cicli lunghi, continua, che sia in grado di fornire esempi operativi agli insegnanti, che anche un incentivo per l'instaurarsi di comunità di pratica all'interno delle scuole che siano in grado di co-progettare, supportare e monitorare lo svolgimento di attività ABM anche in seguito alla formazione.

Infatti gli insegnanti, da un lato, lamentano il carico di lavoro richiesto dalla progettazione e realizzazione di queste attività:

> L'attività laboratoriale prevede un'organizzazione e progettazione ben dettagliata. La mancanza di momenti "ufficiali" dedicati alla progettazione didattica nella scuola secondaria di primo grado demotiva molti docenti che concepiscono la progettazione di queste attività come un lavoro in più.

Abbiamo, inoltre, potuto constatare che la cooperazione tra gli insegnanti e la stabilità nelle sedi lavorative si presenta come una caratteristica particolarmente rilevante, capace di coadiuvare la proposta così come una progettazione scolastica per cicli lunghi. Questo è stato riscontrato nelle parole sia degli esperti come anche in quelle insegnanti coinvolti, come, ad esempio, viene enfatizzato nel seguente commento di un docente, inerente alle limitazioni individuate per la proposta delle attività ABM, espresso nel questionario: "[rappresenta un limite] la mancanza di una continuità didattica tra i diversi gradi scolastici e gli insegnanti. Questa attività dovrebbe essere reiterata durante tutta la carriera scolastica, non applicata in modo saltuario".

D'altro canto, gli insegnanti indicano la mancanza di una quantità opportuna di percorsi ed esempi, come dichiarato nel seguente intervento: "Non esistono esempi di attività per quasi tutti gli argomenti. La bibliografia è piuttosto scarsa". Risulta quindi necessario, a livello di ricerca, sviluppare proposte che abbiano una validazione sperimentale, ma anche preoccuparsi della fruibilità delle risorse prodotte, promuovendo opportune formazioni e rendendo disponibili le informazioni in modo diffuso e capillare, come per altro molti gruppi di ricerca che abbiano menzionato nel nostro studio stanno già provando a fare anche se, prevalentemente, limitatamente alla scuola primaria.

Peraltro, come abbiamo evidenziato anche nel paragrafo precedente, nella ricerca è emerso in modo preponderante che il contesto scolastico può risultare impreparato alla proposta di innovazioni didattiche, quali le attività ABM, sia per una mancanza di organizzazione, spazi e risorse ma anche per una resistenza di tipo culturale, che riguarda sia il contesto d'insegnamento che la sfera dei *belief* personali dei docenti, principalmente nella convinzione di cosa sia l'insegnamento della matematica, come debba essere svolto e quali siano i suoi obiettivi. Diventa perciò evidente la necessità di pensare la proposta come integrata nel contesto culturale, il quale può presentare differenze anche notevoli, come ci ha permesso di osservare l'avere condotto lo studio in due paesi che hanno caratteristiche molto differenti e l'avere considerato molteplici ordini scolastici.

Tali differenze si ripercuotono nelle modalità differenti di concettualizzare anche le attività ABM, di individuarne i limiti e le difficoltà. Anche gli interventi, però, in questo senso, devono tenere in considerazione la tipica caratteristica della cultura di essere contestuale (*embedded*), e riferirsi, perciò, agli specifici contesti promuovendo formazioni e rendendo disponibili le risorse, il personale e un supporto al lavoro dei docenti che sia adeguato e rispondente alle esigenze specifiche, partendo proprio da ciò che essi dichiarano, i loro *belief* e le loro pratiche.

7.4. I limiti della ricerca

Nell'indagine sono presenti dei limiti strutturali del disegno di ricerca e altri che sono stati una conseguenza da fattori contestuali incontrati nel percorso dottorale.

Fra i primi, il limite principale è rappresentato dal *bias* nel campione dei docenti coinvolti nell'indagine che ha per oggetto la prospettiva degli insegnanti. Nonostante nella ricerca si sia cercato di utilizzare strategie di somministrazione in grado di rintracciare anche insegnanti esterni ai circuiti vicini al mondo della ricerca e dell'università, per evitare di avere un campione selezionato di partecipanti, dato che la partecipazione alla ricerca è stata volontaria, i docenti che vi hanno preso parte, tendenzialmente, avevano un interesse per l'argomento trattato. Ci aspettiamo quindi che essi abbiano fornito risposte che sovrastimino l'interesse e l'apertura verso la proposta delle attività ABM rispetto alla reale situazione presente nel mondo scolastico. Di conseguenza, i risultati ottenuti devono essere considerati a partire da questo presupposto.

In secondo luogo, la numerosità campionaria dei docenti coinvolti in Australia e in Italia non è paragonabile, pertanto è esclusa la possibilità di effettuare un confronto tra i risultati ottenuti nei due contesti di ricerca. Dalle informazioni ottenute possiamo quindi trarre esclusivamente delle ipotesi a partire dalle tendenze osservate. Questa disparità è stata principalmente conseguenza del fatto che il progetto di ricerca, in Australia, è stato condotto nella sua totalità a distanza, a causa dell'emergenza pandemica scoppiata pochi mesi dopo l'inizio del progetto di dottorato, che mi ha impedito di raggiungere il territorio australiano. Questa contingenza ha precluso, inoltre, la possibilità di condurre una ricerca sul campo con studi di caso volti all'osservazione delle pratiche didattiche, sia nelle classi italiane che in quelle australiane. Pertanto, l'indagine ha potuto limitarsi ad investigare le dichiarazioni degli insegnanti, spesso lontane dalla pratica didattica.

Merita inoltre sottolineare che, nello studio effettuato, mentre il disegno di ricerca, le scelte metodologiche e le domande di ricerca non sono viziate dal contesto, invece i risultati dipendono ampiamente dai contesti di indagine e dai partecipanti che sono stati coinvolti. Se, da una parte, le scelte effettuate, ad esempio, nella selezione degli esperti, hanno seguito criteri di pertinenza rispetto all'oggetto di studio, d'altro canto, cambiando nucleo di esperti, così come cambiando i contesti d'indagine (ad esempio, coinvolgendo due altri paesi), anche la concettualizzazione dell'oggetto di ricerca sarebbe potuta essere differente. Similmente, come abbiamo messo in luce nel paragrafo precedente, raggiungendo un diverso campione di docenti avremmo potuto ottenere dei risultati potenzialmente dissimili. Perciò, quella che abbiamo prodotto è una prima descrizione di un fenomeno, che fornisce una possibile ipotesi di caratterizzazione a livello di ricerca e di realizzazione a livello di scuola, determinata dalle condizioni contestuali e delineata sulla base di queste e, per questa ragione, la ricerca si presenta come un'indagine dal carattere prettamente esplorativo.

7.5. Le possibili linee di sviluppo del seguente studio

Il coinvolgimento degli insegnanti nella ricerca ha rivelato la presenza di un'ampia varietà di proposte che vengono attualmente realizzate nelle scuole, anche molto diverse tra loro in termini di strumenti/materiali coinvolti, contenuti trattati e orientamento didattico delle strategie di insegnamento adottate. Riteniamo che sarebbe necessario condurre alcuni studi di caso, osservando in classe l'effettiva proposta di queste attività e, in particolare, analizzare anche le prospettive degli studenti riguardo le attività ABM. Infatti, all’interno del nostro disegno di ricerca, gli studenti sono gli unici attori fondamentali che non sono stati presi in considerazione per descrivere le prospettive sulle attività, invece, la loro opinione risulta essere estremamente rilevante in quanto essi rappresentano gli "utenti ultimi" che usufruiscono della proposta delle innovazioni didattiche che discendono dai risultati di ricerca.

D’altro canto, molti insegnanti hanno sottolineato che la partecipazione è stata una preziosa opportunità per riflettere sulle proprie pratiche didattiche e sull'apertura verso altre modalità di insegnamento. Hanno espresso, inoltre, un forte interesse a ricevere supporto, collaborazione e risorse per realizzare le attività ABM nella loro pratica quotidiana. Quindi, sarebbe rilevante offrire uno spazio di dialogo tra gli insegnanti interessati (sia quelli che stanno già realizzando attività ABM in classe, sia quelli che intendono farlo), oltre ad offrire corsi formativi per mettere in pratica i suggerimenti forniti dai ricercatori, cercando di trovare risposte ad alcuni dei bisogni espressi dagli insegnanti.

Inoltre, alcune direzioni di ricerca possibilmente rilevanti, che non erano state prese in considerazione, sono emerse dall'indagine, sia a partire dalle interviste di follow-up agli insegnanti, sia dall'analisi delle indicazioni fornite nell'alternativa *Altro* presente in alcuni item del questionario. Tra questi, ad esempio, la differenza nelle risposte degli insegnanti di secondaria rispetto alla tipologia di scuola nella quale insegnano (Istituti Tecnici, Licei, Corsi di Formazione Professionale, Istituti Professionali), o le convinzioni rispetto al fatto che una tale proposta promuova una riduzione del *gender gap*. Potrebbe, quindi, essere interessante esplorare alcune di queste dimensioni con indagini successive, magari avendo la possibilità di effettuare lo studio con un campione rappresentativo di docenti, a partire dalle ipotesi saggiate in questo studio esplorativo.

Infine, nella ricerca è stata proposta una struttura metodologica d’indagine che apre la strada a nuove possibili esplorazioni. Per quanto commentato al termine del paragrafo precedente, tale quadro di ricerca può infatti portare a risultati differenti cambiando i contesti e i partecipanti alla ricerca, che potrebbe essere interessante confrontare con quanto emerso nel nostro studio. Per di più, una tale struttura di ricerca potrebbe essere utilizzata per raccogliere informazioni rispetto ad altri ambiti e oggetti di ricerca, ad esempio selezionando caratteristiche differenti da quelle su cui ci siamo focalizzati per definire il nostro costrutto operativo. In alternativa, mantenendo invece fisso l’oggetto, potrebbero variare i paesi coinvolti e la ricerca potrebbe prendere la forma di uno studio dei diversi contesti intorno a questo stesso tema.

Riferimenti bibliografici

Abrahamson, D. (2019). A new world: Educational research on the sensorimotor roots of mathematical reasoning. In *Proceedings of the annual meeting of the Russian chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) & Yandex* (pp. 48-68). Yandex.

Abrahamson, D., & Bakker, A. (2016). Making sense of movement in embodied design for mathematics learning. *Cognitive research: principles and implications*, *1*(1), 1-13.

Abrahamson, D., Dutton, E., & Bakker, A (2022). Towards an enactivist mathematics pedagogy. In S. A. Stolz (Ed.), *The body, embodiment, and education: An interdisciplinary approach* (pp. 156–182). Routledge.

Abrahamson, D., Gutiérrez, J. F., & Baddorf, A. K. (2012). Try to see it my way: The discursive function of idiosyncratic mathematical metaphor. *Mathematical Thinking and Learning*, *14*(1), 55-80.

ACARA. Australian Curriculum, Assessment, and Reporting Authority. (2020). Australian Curriculum. https://www.australiancurriculum.edu.au/

Aguilar, M. S., & Castaneda, A. (2022). Political challenges for the implementation of research knowledge as part of educational reforms and mathematics textbooks. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.

Ahl, L. M., Aguilar, M. S., Jankvist, U. T., Misfeldt, M., & Prytz, J. (2022). Implementation research on instructional sequences focusing on mathematical concepts and competencies: Results from a review. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.

Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103, 1–18.

Alibali, M. W., Nathan, M. J., Wolfgram, M. S., Church, R. B., Jacobs, S. A., Johnson Martinez, C., & Knuth, E. J. (2014). How teachers link ideas in mathematics instruction using speech and gesture: A corpus analysis. *Cognition and instruction*, *32*(1), 65-100.

Alibali, M.W. & Nathan, M.J. (2012) Embodiment in Mathematics Teaching and Learning: Evidence From Learners' and Teachers' Gestures, *Journal of the Learning Sciences*, 21:2, 247286.

Alsup, J. K., & Sprigler, M. J. (2003). A comparison of traditional and reform mathematics curricula in an eighth-grade classroom. *Education*, *123*(4), 689-696.

Ambrose, R., Philipp, R., Chauvot, J., & Clement, L. (2003). A Web-Based Survey to Assess Prospective Elementary School Teachers' Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning: An Alternative to Likert Scales. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*, 33-40.

Anichini, G., Arzarello, F., Ciarrapico, L., & Robutti, O. (a cura di) (2004). Matematica 2003. *La matematica per il cittadino*. Attivita` didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di Matematica. Ciclo secondario. https://umi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2020/04/Matematica2003.pdf (al 25/10/2022)

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *Zdm*, *45*(6), 797-810.

Arzarello, F. & Robutti, O. (2009). Embodiment e multimodalità nell'apprendimento della matematica. *Insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* vol.32, A-B n.3, pp. 243-268.

Arzarello, F., & Bussi, M. G. B. (1998). Italian trends in research in mathematical education: A national case study from an international perspective. In *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 243-262). Springer.

Arzarello, F., & Robutti, O. (2010). Multimodality in multi-representational environments. *ZDM*, *42*(7), 715-731.

Arzarello, F., Bussi, M. B., & Bazzini, L. (2013). Emma Castelnuovo e la ricerca in didattica della matematica in Italia: alcune riflessioni. *La Matematica nella Società e nella Cultura*. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, 1(6), 81-95

Asquini, G. (2018). La ricerca-formazione: temi, esperienze, prospettive. La ricerca-formazione, 1-229.

Audrito, G., Battisti, U., Borsero, M., Raffero, A., Tassoni, S., & Testa, L. (2016). *Esplorazione dei solidi e oltre: fare geometria con gli Zometool.* A cura di Ornella Robutti. Ledizioni.

Baccaglini-Frank, A. (2015). Preventing low achievement in arithmetic through the didactical materials of the PerContare project. In *ICMI study 23 conference proceedings* (pp. 169-176).

Baccaglini-Frank, A. (2015). Preventing low achievement in arithmetic through the didactical materials of the PerContare project. In X. Sun, B. Kaur & J. Novotná (eds.), ICMI Study 23 Conference Proceedings (pp. 169-176.). University of Macau.

Baccaglini-Frank, A. (2017). Preventing learning difficulties in arithmetic: the approach of the PerContare project. Mathematics Teaching, 258, pp. 14-18.

Baccaglini-Frank, A. Carotenuto, G. Sinclair, N. (2020)."Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments". *ZDM Mathematics Education* 52, 779–791.

Baccaglini-Frank, A., & Bartolini Bussi, M. G. (2012). The PerContare Project: proposed teaching strategies and some developed materials. In F. Dellai, I. C. Mammarella and A. M. Re (Eds.), International Academy for Research on Learning Disabilities 36th Annual Conference (pp. 194– 196). Erickson.

Baccaglini-Frank, A., & Di Martino, P. (2020). Mathematical learning difficulties and dyscalculia. *Encyclopedia of mathematics education*, 543-548.

Baccaglini-Frank, A., & Maracci, M. (2015). Multi-touch technology and preschoolers' development of number-sense. *Digital Experiences in Mathematics Education*, *1*(1), 7-27.

Bagni, G.T. (2008). La nascita di un concetto matematico: Rafael Bombelli e gli immaginari. *Progetto Alice, 27,* 405-418.

Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is—or might be—the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform?. *Educational researcher*, *25*(9), 6-14.

Ball, D.L. (1992), Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education, *American Educator Summer*, 14–47.

Barbieri, S., Maschietto, M., Mazzamurro, M.S., Scorcioni, F., Serravall, R. (2017). Costruire e usare macchine matematiche in laboratorio. In O. Robutti, C. Sabena e M. Mosca (Eds.), Insegnare e imparare matematica e fisica: Insegnanti e studenti per una didattica inclusiva, Atti del VI Convegno Di.Fi.Ma. 2015 (pp. 201-206). Ledizioni.

Barsalou, L. W. (2008). Grounded cognition. *Annual Review of Psychology*, 59, 617–645.

Bartolini Bussi, M. G., Inprasitha, M., Arzarello, F., Bass, H., Kortenkamp, U., Ladel, S., ... & Young-Loveridge, J. (2018). Aspects that affect whole number learning: Cultural artefacts and mathematical tasks. In *Building the foundation: Whole numbers in the primary grades* (pp. 181-226). Springer.

Bartolini Bussi, M. G., Maschietto, M., & Turrini, M. (2018). Mathematical laboratory in the Italian curriculum: the case of mathematical machines. *ICMI Study 24 School Mathematica Curriculum reforms: challenges, changes ad opportunities* (pp. 109-116).

Bartolini Bussi, M. G., Taimina, D., & Isoda, M. (2010). Concrete models and dynamic instruments as early technology tools in classrooms at the dawn of ICMI: from Felix Klein to present applications in mathematics classrooms in different parts of the world. *ZDM Mathematics Education*, *42*(1), 19–31. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0220-6

Barton, B. (2007). *The Language of Mathematics: telling mathematical tales*. Springer.

Battistin, E., & Meroni, E. C. (2016). Should we increase instruction time in low achieving schools? Evidence from Southern Italy. *Economics of Education Review*, *55*, 39-56.

Belenky, D. M., & Schalk, L. (2014). When to Use Manipulatives: A Review of Research on the Effects of Manuipulatives on Learning and Motivation. In *2014 Annual Meeting of the American Educational Research Association, AERA14*. 2014 Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA14).

Berman, P. (1981). Educational change: An implementation paradigm. *Improving schools: Using what we know*, 253-286.

Berthoz, A. (1997). *Le sens du mouvement*. Odile Jacob.

Beswick, K. (2005). The beliefs/practice connection in broadly defined contexts. *Mathematics Education Research Journal*, *17*(2), 39-68.

Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), 127-147. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9333-2.

Bianconi, A. M. (2019). *Aritmetica manuale. Idee montessoriane per insegnanti di scuola comune.* Edizioni Opera Nazionale Montessori.

Biazak, J. E., Marley, S. C., & Levin, J. R. (2010). Does an activity-based learning strategy improve preschool children's memory for narrative passages? *Early Childhood Research Quarterly*, *25*(4), 515–526. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2010.03.006

Bishop, A. J. (1988). Mathematics Education in Its Cultural Context. *Educational Studies in Mathematics*, *19*(2), 179–191.

Boaler, J. (2002a). The development of disciplinary relationships: Knowledge, practice and identity in mathematics classrooms. *For the learning of mathematics,* 22 (1), 42–47.

Boaler, J. (2002b). *Experiencing School Mathematics: Traditional and Reform Approaches to Teaching and Their Impact on Student Learning*. Lawrence Erlbaum Association.

Boaler, J. (2009). *The Elephant in the Classroom: Helping Children Learn and Love Maths.* Souvenir Press.

Boaler, J. (2013). Ability and Mathematics: The Mindset Revolution that Is Reshaping Education. *The Forum, 55*, 143-152.

Boggan, M., Harper, S., & Whitemire, A. (2011). Using manipulatives to teach elementary mathematics. Journal of Instructional Pedagogies, 3(1), 1-6. Retrieved from http://www.aabri.com/manuscripts/10451.pdf

Bolondi, G. (2006). Metodologia e didattica: il laboratorio. *Rassegna, Periodico quadrimestrale dell'Istituto Pedagogico provinciale per il gruppo linguistico italiano*.

Bradbury-Jones, C., Taylor, J., & Herber, O. R. (2014). Vignette development and administration: a framework for protecting research participants. *International Journal of Social Research Methodology*, *17*(4), 427-440.

Breakspear, S. (2012), "The Policy Impact of PISA: An Exploration of the Normative Effects of International Benchmarking in School System Performance", *OECD Education Working Papers*, No. 71, OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/5k9fdfqffr28-en.

Brickman Bhutta, C. (2012). Not by the book: Facebook as a sampling frame. *Sociological methods & research*, *41*(1), 57-88.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* (Doctoral dissertation, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I).

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction* (Vol. 59). Harvard University Press.

Burns, B. A., & Hamm, E. M. (2011). A comparison of concrete and virtual manipulative use in third- and fourth-grade mathematics. School Science & Mathematics, 111(6), 256-261. doi:10.1111/j.1949-8594.2011.00086.x

Burns, M. (1996). How to Make the Most of Math Manipulatives. *Instructor*, *105*(7), 45-51.

Bussi, M. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education*, *746*.

Bussi, M. G. B., & Baccaglini-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM*, *47*(3), 391-405.

Bussi, M. G. B., & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*. Springer.

Cai, J., Mok, I. A. C., Reddy, V., & Stacey, K. (2016). International comparative studies in mathematics: Lessons for improving students learning. In ICME-13 topical surveys (pp. 1–36). Springer.

Callingham, R., Beswick, K., Carmichael, C., Goos, M., Hurrell, D., Hurst, C., & Muir, T. (2017). Nothing left to chance: characteristics of schools successful in mathematics. (Report of the building an evidence-base for best practice in mathematics education project).

Callingham, R., Watson, J., & Oates, G. (2021). Learning progressions and the Australian curriculum mathematics: The case of statistics and probability. *Australian Journal of Education*, *65*(3), 329-342.

Carbonneau, K. J., & Marley, S. C. (2015). Instructional guidance and realism of manipulatives influence preschool children's mathematics learning. *The Journal of Experimental Education*, *83*(4), 495–513. https://doi.org/10.1080/00220973.2014.989306

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, *105*(2), 380.

Carlson, R. A., Avraamides, M. N., Cary, M., & Strasberg, S. (2007). What do the hands externalize in simple arithmetic? *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 33*(4), 747–756. https://doi.org/10.1037/0278-7393.33.4.747

Carotenuto, G., Mellone, M., & Spadea, M. (2021). Moving in Early Geometry Education. *For the Learning of Mathematics*, *41*(1), 30-36.

Carotenuto, G., Mellone, M., Sabena, C., & Lattaro, P. (2020). Un progetto di educazione matematica informale per prevenire la dispersione scolastica. *Matematica, Cultura e Società*-Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 5, N. 2, pp.157-172.

Carruccio, E. (1966). La storia della scienza nel pensiero di Federigo Enriques. *Periodico di Matematiche*, *4*, 404-418.

Caruana, F., & Borghi, A. M. (2013). Embodied Cognition: una nuova psicologia. *Giornale italiano di psicologia*, *40*(1), 23-48.

Cascella, C., Giberti, C., & Bolondi, G. (2020). An analysis of Differential Item Functioning on INVALSI tests, designed to explore gender gap in mathematical tasks. *Studies in Educational Evaluation*, *64*, 100819.

Casey, A. (2016). *Going beyond the provided curriculum: Teacher's investigations of outside mathematics materials* [Doctoral dissertation, University of California, Berkeley]. eScholarship, UC Berkeley Electronic Theses and Dissertations. https://escholarship.org/uc/item/6h962882

Castelnuovo, E. (1959). *Geometria intuitiva*. " La Nuova Italia" editrice.

Castelnuovo, E. (1963). *Didattica della matematica.* La Nuova Italia.

Castelnuovo, E. (1965). L'oggetto e l'azione nell'insegnamento della geometria intuitiva. *C. Gattegno et al., Il materiale per l'insegnamento della matematica*, 41-65.

Castelnuovo, E. (2017). *Didattica della matematica.* UTET università.

Caswell, H. L. (1950). *Curriculum improvement in public school systems.* Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University.

Century, J., & Cassata, A. (2014). Conceptual foundations for measuring the implementation of educational innovations. In L. M. Hagermoser Sanetti & T. R. Kratochwill (Eds.), *Treatment integrity: A foundation for evidence-based practice in applied psychology* (pp. 81–108). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/14275-006

Century, J., & Cassata. A. (2016). Implementation research: Finding common ground on what, how, why, where, and who. Review of Research in Education, 40(1), 169–215. https://doi.org/10.3102/0091732X16665332

Chang, K. (2008). Study suggests math teachers scrap balls and slices. The New York Times. Retrieved from http://www.nytimes.com/2008/04/25/science/25math.html

Chase, K., & Abrahamson, D. (2013, June). Rethinking transparency: Constructing meaning in a physical and digital design for algebra. In *Proceedings of the 12th International Conference on Interaction Design and Children* (pp. 475-478).

Châtelet, G. (2000). *Figuring space: Philosophy, mathematics and physics.* Springer.

Chen, Z., & Klahr, D. (1999). All other things being equal: children's acquisition of the control of variables strategy. Child Development, 70(1), 1098–1120.

Chevallard, Y., & Johsua, M. A. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée sauvage.

Chiappini, G. (2007). Il laboratorio didattico di matematica: riferimenti teorici per la sua costruzione. *Innovazione Educativa*, ottobre 2007, 9-12.

Choppin, J. (2011). Learned adaptations: Teachers' understanding and use of curriculum resources. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 14(5), 331–353

Chval, K. B., Chávez, Ó., Reys, B. J., & Tarr, J. (2009). Considerations and limitations related to conceptualizing and measuring textbook integrity. In J. T. Remillard, B. A. HerbelEisenmann, & G. M. Lloyd, Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction (pp. 70–84). Routledge, Taylor and Francis.

Ciarini, A., & Giancola, O. (2016). Le politiche educative in Italia: tra spinte esogene, cambiamenti endogeni e diseguaglianze persistenti. *La Rivista Delle Politiche Sociali/Italian Journal of Social Policy*, *2*, 61-80.

Clark, A. (2008). *Supersizing the mind: embodiment, action, and cognitive extension.* Oxford University Press.

Clark, A. and Chalmers, D. (1998). The extended mind. *Analysis,* 58, 7–19.

Clark, C. & Peterson, P. (1986) Teachers'Thought Processes, in M. Wittrock (ed.) *Handbook of Research on Teaching*. Macmillan.

Clarke, D. (2017). Using cross-cultural comparison to interrogate the logic of classroom researchin mathematics education. In B. Kaur et al. (Eds.), Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology ofMathematics Education (Vol. 1, pp. 13–28). Singapore: PME.

Clarke, D.J. (2003). International comparative studies in mathematics education. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, and F.K.S. Leung (Eds.) Second international handbook of mathematics education (pp. 145-186). Kluwer Academic Publishers.

Clore, G. L., & Palmer, J. (2009). Affective guidance of intelligent agents: How emotion controls cognition. *Cognitive Systems Research*, *10*(1), 21–30. https://doi.org/10.1016/j.cogsys.2008.03.002

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, *31*(3–4), 175–190.

Coburn, C. E., & Talbert, J. E. (2006). Conceptions of evidence use in school districts: Mapping the terrain. *American Journal of Education*, *112*, 469–495. https://doi.org/10.1086/505056

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Research methods in education (8th ed.).* Routledge.

Cole, M. (1996). *Cultural psychology: A once and future discipline.* Harvard University Press.

Common Core State Standards Initiative. (2020). *Common Core Standards for Mathematics.* Retrieved from http://www.corestandards.org/Math/

Congdon, E. L., Novack, M. A., Brooks, N., Hemani-Lopez, N., O'Keefe, L., & Goldin-Meadow, S. (2017). Better together: Simultaneous presentation of speech and gesture in math instruction supports generalization and retention. *Learning and instruction*, *50*, 65-74.

Contini, D. (2013). Immigrant background peer effects in Italian schools. *Social Science Research*, *42*(4), 1122–1142. https://doi.org/10.1016/j.ssresearch.2013.02.003

Cook, S. W. (2018). Enhancing learning with hand gestures: Potential mechanisms. In *Psychology of Learning and Motivation* (Vol. 69, pp. 107-133). Academic Press.

Cook, S. W., Mitchell, Z., & Goldin-Meadow, S. (2008). Gesturing makes learning last. *Cognition*, *106*(2), 1047-1058.

Cook, S.W., Yip. T.K. & Goldin-Meadow, S. (2012) Gestures, but not meaningless movements, lighten working memory load when explaining math, Language and Cognitive Processes, 27:4, 594-610, https://doi.org/10.1080/01690965.2011.567074

Cooney, T. J., Shealy, B. E., & Arvold, B. (1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. Journal for Research in Mathematics Education, 29, 306–333.

Copple, C., & Bredekamp, S. (2009). *Developmentally appropriate practice in early childhood programs serving children from birth through age 8*. National Association for the Education of Young Children. 22205-4101.

Corbetta, P. (2014). *Metodologia e tecniche della ricerca sociale*. Il Mulino.

Corbin, J.M., & Strauss, A. (2008). *Basics of Qualitative Research (3rd ed.): Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory*. Sage.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' belief structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *12*(5), 325-346.

D'Ambrosio, U. (2010). *Ethnomathematics. Link between tradition sand modernity.* Sense Publishers.

D'Amore B., & Godino D.J. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica.* 1, 9-38.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sarrazy, B. (2020). Gli effetti del contratto didattico in aula. *Uno strumento concreto per gli insegnanti di Matematica.* Prefazione e postfazione di Guy Brousseau. Pitagora.

Daley, B. J. (2004). "Using concept maps in qualitative research". In A. J. Cañas, J. D. Novak, & F. M. Gonzales (Eds.), *Concept maps: Theory, methodology and technology* (Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping, Vol. 1, pp. 191-197). Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra.

Damasio, A. R. (1994). *Descartes' Error: Emotion, Reason, and the Human Brain*. GP Putnam.

Damiani, P. (2017). Embodied Cognition as an Inclusive Approach for Special Educational Needs. In F. G. Paloma, *Embodied Cognition* (p. 107). New York: Nova Science Pub.

Damschroder, L., Aron, D., Keith, R., Kirsh, S., Alexander, J., & Lower, J. (2009). Fostering implementation of health services research findings into practice: A consolidated framework for advancing implementation science. Implementation Science, 4, 50.

Davis, E., Janssen, F., & Van Driel, J. (2016). Teachers and science curriculum materials: where we are and where we need to go. *Studies in Science Education,* *52*(2), 127-160. http://dx.doi.org/10.1080/03057267.2016.1161701

Dedò, M., & Di Sieno, S. (2012). Laboratorio di matematica: una sintesi di contenuti e metodologie. *arXiv preprint arXiv:1211.2159*.

de Freitas, E. & Ferrara, F. (2015). Movement, memory and mathematics: Henri Bergson and the ontology of learning. Studies in Philosophy and Education, 34(6), 565–585. https://doi.org/10.1007/s11217-014-9455-y

de Freitas, E. & Ferrara, F. (2016). Matter, movement and memory. In N. Snaza, D. Sonu, S.E. Truman & Z. Zaliwska (Eds.), Pedagogical matters: New materialisms and curriculum studies, 43–57. Peter Lang. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9364-8

de Freitas, E., & Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: Theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *80*(1), 133-152.

de Freitas, E., & Sinclair, N. (2014). *Mathematics and the body*: *Material entanglement in the classroom.* Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139600378

de Freitas, E., Ferrara, F., & Ferrari, G. (2017). The coordinated movements of a learning assemblage: Secondary school students exploring Wii graphing technology. In *Innovation and technology enhancing mathematics education* (pp. 59-75). Springer.

Dehaene, S. (2010). *Il pallino della matematica*. Raffaello Cortina Editore.

DeLoache, J. S. (2000). Dual representation and young children's use of scale models. *Child development*, *71*(2), 329-338.

Denbel, D. G. (2015). Functions in the secondary school mathematics curriculum. *Journal of Education and Practice*, 6(1), 77-81.

Denzin, N. K. (2009). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods* (3rd ed.). Prentice Hall.

Dewey, J. (1903). The psychological and the logical in teaching geometry. *Educational Review*, *25*, 387-399.

Dewey, J. (1916). Democracy and education by John Dewey. *Project Gutenberg*.

Dewey, J. (1933). *How we think.* D.C. Heath.

Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. Collier Books.

Diaper, G. (1990) The Hawthorne effect: a fresh examination. *Educational Studies* , 16 (3), 261–7.

Di Fuccio, R. (2022). I sensi nel digitale. Le Tangible User Interfaces innovano la pratica pedagogica.

Di Martino, P. (2004). *Difficoltà in Matematica e sistemi di convinzioni.* Tesi di dottorato. Università di Pisa.

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *Zdm*, *43*(4), 471-482.

Di Martino, P., Mellone, M., & Ribeiro, M. (2019). Interpretative knowledge. *Encyclopedia of Mathematics Education. Cham: Springer International Publishing*, 1-5.

Di Tommaso, M. L., Contini, D., De Rosa, D., Ferrara, F., Piazzalunga, D., & Robutti, O. (2020). *Tackling the gender gap in math with active learning teaching practices*. Università degli studi di Torino, Department of Economics and Statistics “Cognetti de Martiis”.

Di Tommaso, M. L., Contini, D., De Rosa, D., Ferrara, F., Piazzalunga, D., & Robutti, O. (2021). Tackling the gender gap in mathematics with active learning methodologies. IZA DP 14572

Diekema, A. R., & Olsen, M. W. (2012). The notion of relevance in teacher information behavior. Proceedings of the American Society for Information Science and Technology, 49(1), 1–9. https://doi.org/10.1002/meet.14504901202

Dienes, Z.P. (1960). *Building Up Mathematics.* Hutchinson Educational.

Dionne, J. (1993). Modifying elementary school teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching and learning: A strategy based on conceptual analysis. *The Proceedings of the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*: Ithaca.

Domitrovich, C. E., Bradshaw, C. P., Poduska, J. M., Hoagwood, K., Buckley, J. A., Olin, S., Romanelli, L. H., Leaf, P. J., Greenberg, M. T., & Ialongo, N. S. (2008). Maximizing the implementation quality of evidence-based preventive interventions in schools: A conceptual framework. *Advances in School Mental Health Promotion*, *1*(3), 6–28. https://doi.org/10.1080/1754730x.2008.9715730

Douglas, O., Burton, K., & Reese-Durham, N. (2008). The effects of the multipleintelligence teaching strategy on the academic achievement of eighth grade math students. Journal of Instructional Psychology, 35(2), 182-187.

Drake, C. (2006). Turning Points: Using Teachers' Mathematics Life Stories to Understand the Implementation of Mathematics Education Reform. Journal of Mathematics Teacher Education, 9(6), 579–608. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9021-9

Drake, C., & Sherin, M. G. (2006). Practicing Change: Curriculum Adaptation and Teacher Narrative in the Context of Mathematics Education Reform. Curriculum Inquiry, 36(2), 153–187. https://doi.org/10.1111/j.1467-873X.2006.00351.x

Dreher, A., & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *88*(1), 89-114.

Drijvers, P. (2019). Embodied instrumentation: Combining different views on using digital technology in mathematics education. In U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 8–28). Freudenthal Group & Freudenthal Institute; Utrecht University; ERME.

Dutton, E. (2018). Mathematics learning as perceptual reconstruction: The role of semiotic breakdown in collaborative problem solving. *Unpublished Masters thesis, University of California Berkeley*.

European Commission / EACEA / Eurydice. (2022). *Increasing achievement and motivation in mathematics and science learning in schools*. Eurydice report. Publications Office of the European Union. Available at: *https://eurydice.eacea.ec.europa.eu/publications/mathematics-and-science-learning-schools-2022*

Edwards, L., Radford, L., & Arzarello, F. (Eds.). (2009). *Gestures and multimodality in the construction of mathematical meaning*. Springer.

Edwards, L., Ferrara, F. & Moore-Russo, D. (Eds.) (2014). Emerging Perspectives on Gesture and Embodiment in Mathematics. Information Age Publishing.

Engelkamp, J., Zimmer, H. D., Mohr, G., & Sellen, O. (1994). Memory of self-performed tasks: Self-performing during recognition. Memory & Cognition, 22(1), 34–39. doi:10.3758/BF03202759

Enriques, F. (1901). Sulla spiegazione psicologica dei postulati della geometria. *Rivista di Filosofia*, *4*(3).

Ernest, P. (1989a). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249–253). Falmer.

Ernest, P. (1989b). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching*, *15*(1), 13-33.

Ezzy, D. (2013). *Qualitative analysis*. Routledge.

Fan, & Yan, Z. (2010). Factors affecting response rates of the web survey: A systematic review. *Computers in Human Behavior*, *26*(2), 132–139. https://doi.org/10.1016/j.chb.2009.10.015

Fennema, E., & Leder, G. C. (Eds.). (1990). *Mathematics and Gender*. Teachers College Press.

Ferketich, S. (1991). Focus on psychometrics. Aspects of item analysis. *Research in nursing & health*, *14*(2), 165-168.

Ferrara, F. & Ferrari, G. (2017). Agency and assemblage in pattern generalisation: A materialist approach to learning. *Educational Studies in Mathematics, 94*(1), 21–36.

Ferrara, F. & Ferrari, G. (2020). "Reanimating tools in mathematical activity". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(2), 307-323.

Ferrara, F., Ferrari, G., & Savioli, K. (2019). Matematica in Movimento: radici, sviluppi e implicazioni di un approccio grafico al concetto di funzione tramite i sensori.

Feucht, F. C. (2010). Epistemic climate in elementary classrooms. *Personal epistemology in the classroom: Theory, research, and implications for practice*, (pp. 55-93). University Press.

Finch, J. (1987). The vignette technique in survey research. *Sociology*, *21*(1), 105-114.

Fiorentini, C. (2009). Il curricolo verticale. Complessità teorica e pratica. *Il curricolo verticale dai 3 ai 14 anni*.

Flor, N. and Hutchins, E. (1991). Analyzing distributed cognition in software teams: a case study of team programming during perfective software maintenance. In: J. Koenemann-Belliveau, T.G. Moher, and S. Robertson (eds.), Proceedings of the Fourth Annual Workshop on Empirical Studies of Programmers. Norwood, NJ: Ablex Publishing, pp. 36–59.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2018). Competence assessment with representations of practice in text, comic and video format. In *Mathematics teachers engaging with representations of practice* (pp. 113-130). Springer, Cham.

Funghi, S. (2019). I beliefs sull'insegnamento della matematica degli insegnanti in formazione, tra cultura e Lesson Study: uno studio sugli studenti di Scienze della Formazione Primaria della sede di Reggio Emilia. Tesi di Dottorato. Università di Reggio Emilia.

Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 39-57). Springer, Dordrecht.

Fyfe, E. R., McNeil, N. M., Son, J. Y., & Goldstone, R. L. (2014). Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review. *Educational psychology review*, *26*(1), 9-25.

Gage, N. L. (2009). *A conception of teaching*. New York: Springer-Verlag.

Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, *22*(3-4), 455-479.

Gasperoni, G., & Giovani, F. (1992). Come e perché non funzionano le scale Likert con items a polarità semantica invertita. *Costruire il dato*, *2*.

Geisler, C., & Swarts, J. (2019). *Coding streams of language: Techniques for the systematic coding of text, talk, and other verbal data*. Ft. Collins, CO: WAC Clearinghouse. https://doi.org/10.37514/PRA-B.2019.0230.

Giacardi, L. (2011). L'emergere dell'idea di laboratorio di matematica agli inizi del Novecento. O. Robutti, M. Mosca (Eds.). *Atti del Convegno DI. FI. MA*. Kim Williams Books.

Gibson, J. J., & Carmichael, L. (1966). *The senses considered as perceptual systems* (Vol. 2, No. 1, pp. 44-73). Boston: Houghton Mifflin.

Gill, M. G., & Hardin, C. (2015). A "Hot" Mess: Unpacking the Relation Between Teachers' Beliefs and Emotions. In H. Fives & M. G. Gill (Eds.), *International Handbook Research on Teachers' Beliefs* (pp. 230–246). New York: Routledge.

Golafshani, N. (2013). Teachers' beliefs and teaching mathematics with manipulatives. *Canadian Journal of Education*, *36*(3), 137–159.

Goldin-Meadow, S. (2005). *Hearing gesture: How our hands help us think*. Harvard University Press.

Goldin-Meadow, S., & Singer, M. A. (2003). From children's hands to adults' ears: gesture's role in the learning process. *Developmental psychology*, *39*(3), 509.

Goldin-Meadow, S., Levine, S. C., Zinchenko, E., Yip, T. K., Hemani, N., & Factor, L. (2012). Doing gesture promotes learning a mental transformation task better than seeing gesture. *Developmental science*, *15*(6), 876-884.

Goldsby, D. (2009). Research summary: Manipulatives in middle grades mathematics. Retrieved from http://www.nmsa.org/Research/ResearchSummaries/Mathematics/tabid/1832/Def ault.aspx

Gori, E., & Marin, R. F. (2012). Le indagini internazionali TIMSS e PISA: problemi di comparazione ed alcune riflessioni più generali sulla scuola italiana.

Green, T. F. (1971). The activities of teaching. New York: McGraw-Hill.

Greenhalgh, T., Robert, G., Macfarlane, F., Bate, P., & Kyriakidou, O. (2004). Diffusion of innovations in service organizations: systematic review and recommendations. *The milbank quarterly*, *82*(4), 581-629.

Greenlaw, C., & Brown-Welty, S. (2009). A comparison of web-based and paper-based survey methods: testing assumptions of survey mode and response cost. *Evaluation review*, *33*(5), 464-480.

Guala, E., & Boero, P. (2017). Cultural analysis of mathematical content in teacher education: the case of Elementary Arithmetic Theorems. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(2), 207–227. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9767-2.

Gueudet, G. Pepin, B., & Trouche, L. (2013). Collective work with resources: An essential dimension for teacher documentation. *ZDM Mathematics Education, 45*(7), 1003-1016. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-013-0527-1.

Guttman, L. (1967). A basis for scaling qualitative data. In M. Fishbein (Ed.), Readings in attitude theory and measurement (pp. 96-107). New York: John Wiley & Sons. (Reprinted from American sociological Review, 1944, 9, 139-150.)

Handwerk, P. G., Carson, C., & Blackwell, K. M. (2000). On-Line vs. Paper-and-Pencil Surveying of Students: A Case Study. AIR 2000 Annual Forum Paper.

Hannula, M. S., Di Martino, P., & Pantziara, M. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education : An Overview of The Field and Future Directions*. Springer Open. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32811-9

Herbst, P., Aaron, W., & Erickson, A. (2013). How preservice teachers respond to representations of practice: A comparison of animations and video.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65-97.

Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. American Educational Research Journal, 42(2), 371-406. doi:10.3102/00028312042002371

Hourigan, M., Leavy, A. M., & Carroll, C. (2016). 'Come in with an open mind': Changing attitudes towards mathematics in primary teacher education. *Educational Research*, *58*(3), 319-346.

Hox, J. J., & De Leeuw, E. D. (1994). A comparison of nonresponse in mail, telephone, and face-to-face surveys. *Quality and Quantity*, *28*(4), 329-344. https://doi.org/10.1080/10508406.2011.611446

Huang, H. E. (2012). An exploration of instructional transformation of mathematics teaching: Teaching basic concepts of area measurement. (English). Journal of Textbook Research, 5(3), 99–129. Retrieved from http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=tr bdsAQ ue&db=ehh&AN=84671054&scope=site

Huang, L., Doorman, M., & van Joolingen, W. (2020). Inquiry-Based Learning Practices in Lower-Secondary Mathematics Education Reported by Students from China and the Netherlands. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *19*(7), 1505–1521. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10122-5

Huebner, E. S. (1991). Bias in special education decisions: The contribution of analogue research. *School Psychology Quarterly*, *6*(1), 50.

Hughes, R., & Huby, M. (2004). The construction and interpretation of vignettes in social research. *Social Work and Social Sciences Review*, *11*(1), 36-51.

Hutto, D. D., & Satne, G. (2015). The natural origins of content. *Philosophia*, *43*(3), 521-536.

Hynes, M. C. (1986). Selection criteria. *The Arithmetic Teacher*, *33*(6), 11-13.

Idrofano, C., Mattei, M., Pavarino, D., Robutti, O., Rongoni, A., & Soldera, C. (2018). Attività per una matematica accessibile e inclusiva-introduzione. *L'attività dei docenti con geogebra nella formazione e nella sperimentazione*, 91.

IEA (2016a), TIMSS 2015 International results in Mathematics, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

IEA (2016b), TIMSS Advanced 2015 International Results in Advanced Mathematics and Physics, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

IEA (2019), TIMSS 2018 International results in Mathematics, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

INVALSI (2016). Indagine OCSE PISA 2015 I risultati degli studenti italiani in scienze, matematica e lettura, Rapporto nazionale, gruppo di ricerca PISA 2015 Invalsi.

INVALSI (2019). OCSE PISA 2018 I risultati degli studenti italiani in lettura, matematica e scienze, Rapporto nazionale, Area indagini internazionali Invalsi.

Isidori, E. (2019). Pestalozzi e l'educazione del corpo: attualità di una pedagogia. *Formazione, lavoro, persona*, *21*, 77-89.

Jamieson-Proctor, R., & Byrne, C. (2008). Primary teachers' beliefs about the use of mathematics textbooks. In M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.), Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA31): Navigating Currents and Charting Directions (pp. 295–302). Wahroonga, Sydney, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA). Retrieved from http://www.merga.net.au/node/38?year=2008

Jankvist, U. T., Aguilar, M. S., Ärlebäck, J. B., & Wæge, K. (2017). Introduction to the papers of TWG23: Implementation of research findings in mathematics education. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 3769–3775). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education; ERME.

Jefferson, G. (2004). Glossary of transcript symbols. *Conversation analysis: Studies from the first generation*, 24-31.

Jeffries, C., & Maeder, D. W. (2005). Using vignettes to build and assess teacher understanding of instructional strategies. *Professional Educator*, *27*, 17-28.

Kaminski, J. A., Sloutsky, V. M., & Heckler, A. F. (2008). The advantage of abstract examples in learning math. *Science*, *320*(5875), 454-455.

Killion, J. (2015). Professional learning for math teachers is a plus for students. *The Learning Professional*, *36*(3), 58.

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist*, *41*(2), 75–86. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1

Klahr, D., & Nigam, M. (2004). The Equivalence of Learning Paths in Early Science Instruction: Effects of Direct Instruction and Discovery Learning. *Psychological Science*, *15*(10), 661–667. https://doi.org/10.1111/j.0956-7976.2004.00737.x

Kloosterman, P., Raymond, A. M., & Emenaker, C. (1996). Students' beliefs about mathematics: A three-year study. *The Elementary School Journal*, *97*(1), 39-56.

Kormi-Nouri, R., Nyberg, L., & Nilsson, L. G. (1994). The effect of retrieval enactment on recall of subject-performed tasks and verbal tasks. Memory & Cognition, 22(6), 723–728. doi:10.3758/BF03209257

Krippendorff, K. (2004). Content Analysis: An Introduction to Its Methodology, 2nd ed. Sage.

Kuhs, T., & Ball, D. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*. National Center for Research on Teacher Education, Michigan State University.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Assessing pre-service teachers' competence of analysing learning support situations through a multi-format test instrument comprising of video, comic, and text vignettes. *Proceedings of ETC*, *3*, 36-45.

Lakatos, I. (1978). Cauchy and the continuum. *The Mathematical Intelligencer*, *1*(3), 151-161.

Lakoff, G. & Johnson, M. (1999). *Philosophy in the flesh: the embodied mind and its challenge to Western thought.* Basic Books.

Lakoff, G., & Johnson, M. (2008). *Metaphors we live by*. University of Chicago press.

Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from*. Basic Books.

Landri P. (2016). Introduzione. Una cartografia della valutazione del sistema scolastico italiano, in Ladri P. e Maccarini A. (a cura di), *Uno specchio per la valutazione della scuola: paradossi, controversie, vie di uscita*, Franco Angeli, pp. 9-24.

Laws, P., Rosborough P, and Poodry, F. (1999).Women's responses to an activity-based introductory physics program. *American Journal of Physics 67*, S32–S37.

Leatham, K. R. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. Journal of Mathematics Teacher Education, 9(1), 91–102.

Leder, G. C., Pehkonen, E., & Törner, G. (Eds.). (2002). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Kluwer Academic Publishers.

Lemon, N. (1973). *Attitudes and their measurement.* B. T. Batsford.

Leong, Y. H., & Chick, H. L. (2011). Time pressure and instructional choices when teaching mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, *23*(3), 347-362.

Lerman, S. (1983). Problem-solving or knowledge-centred: the influence of philosophy on mathematics teaching. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14(1), 59–66.

Lewis, H. (1990). *A question of values*. Harper & Row.

Likert, R. (1967). The method of constructing an attitude scale. In M. Fishbein (Ed.), Readings in attitude theory and measurement (pp. 90-95). New York: John Wiley & Sons. (Excerpted from the Appendix of 'A technique for the measurement of attitudes', Archives of Psychology, 1932, No.140, pp. 44-53.)

Liljedahl, P. (2008). Teachers' Insights Into the Relationship Between Beliefs and Practice. In Beliefs and attitudes in mathematics education: New research results (pp. 44–54).

Lillard, A. S. (2017). *Montessori: The Science Behind the Genius*. 3rd Ed. Oxford University Press U.S.A.

Longo, G. (2005). The Cognitive Foundations of Mathematics: human gestures in proofs and mathematical incompleteness of formalisms. *Images and reasoning*, 105-134.

Looi C.Y., Thompson J., Krause B., & Kadosh R.K. (2016). The Neuroscience of Mathematical Cognition and Learning. In *OECD Education Working Paper*, No. 136. OECD Publishing.

Lowrie, T., Logan, T., & Scriven, B. (2012). Perspectives on geometry and measurement in the Australian Curriculum: Mathematics. *Engaging the Australian National Curriculum: Mathematics—Perspectives from the field (Online Publication)*, 71-88.

MacCallum, R. C., Widaman, K. F., Zhang, S., & Hong, S. (1999). Sample size in factor analysis. *Psychological Methods, 4*(1), 84–99. https://doi.org/10.1037/1082-989X.4.1.84

Mahon, B. Z., & Caramazza, A. (2008). A critical look at the embodied cognition hypothesis and a new proposal for grounding conceptual content. *Journal of Physiology, Paris*, *102*(1-3), 59–70. https://doi.org/10.1016/j.jphysparis.2008.03.004

Manfreda, K. L., Bosnjak, M., Berzelak, J., Haas, I., & Vehovar, V. (2008). Web surveys versus other survey modes: A meta-analysis comparing response rates. *International journal of market research*, *50*(1), 79-104.

Mantovani, S. & Kanizsa, S. (1998). La ricerca sul campo in educazione. I metodi qualitativi. Bruno Mondadori.

Marchioni, L. (2015). *L'adolescente Montessori*. Opera nazionale Montessori.

Mariotti, M. A., & Baccaglini-Frank, A. (2018 b). Developing the Mathematical Eye Through Problem-Solving in a Dynamic Geometry Environment. In *Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving* (pp. 153-176). Springer, Cham.

Mariotti, M. A., & Baccaglini-Frank, A. E. (2018 a). Developing geometrical exploration skills through dynamic geometry.

Mariotti, M. A., Bartolini Bussi, M. G., Boero, P., Douek, N., Pedemonte, B., & Sun, X. H. (2019). The Italian Didactic Tradition. In *European Traditions in Didactics of Mathematics* (pp. 95-121). Springer, Cham.

Marley, S. C., & Carbonneau, K. J. (2014). Theoretical perspectives and empirical evidence relevant to classroom instruction with manipulatives. *Educational Psychology Review*, *26*(1), 1-7.

Marley, S. C., Levin, J. R., & Glenberg, A. M. (2007). Improving Native American children's listening comprehension through concrete representations. *Contemporary Educational Psychology*, *32*(3), 537–550. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2007.03.003

Marley, S. C., Levin, J. R., & Glenberg, A. M. (2010). What cognitive benefits does an activity-based reading strategy afford young Native American readers? The Journal of Experimental Education, 78(3), 395–417.

Marley, S. C., Szabo, Z., Levin, J. R., & Glenberg, A. M. (2011). Investigation of an Activity-Based Text-Processing Strategy in Mixed-Age Child Dyads. *The Journal of Experimental Education*, *79*(3), 340–360. https://doi.org/10.1080/00220973.2010.483697

Marradi, A., & Gasperoni, G. (Eds.). (2002). *Costruire il dato, 3: le scale Likert* (Vol. 390). Franco Angeli.

Marshall, L., & Swan, P. (2008). Exploring the use of mathematics manipulative materials: Is it what we think it is? In J. Cross & L. McCormack (Eds.) *Proceeding of EDU-COM 2008 International Conference* (pp. 338–348). URL: https://ro.ecu.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1032&context=ceducom.

Martin, T. (2009). A theory of physically distributed learning: How external environments and internal states interact in mathematics learning. *Child Development Perspectives*, *3*(3), 140-144.

Maschietto, M. (2010). Les Journées DIES : bilan et questions ouvertes. In C. Loisy, J. Trgalova, & R. Monod-Ansaldi (Eds.), Actes des journèes scientifiques DIES 20120 "Ressources et travail collectif dans la mise en place des dèmarches d'investigation dans l'enseignement des sciences" (pp.191-199). INRP Editions.

Maschietto, M. (2015). Teachers, Students and Resources in Mathematics Laboratory. In *S.J. Cho (Ed.), Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 527–546). Springer.

Maschietto, M., & Bussi, M. G. B. (2009). Working with artefacts: gestures, drawings and speech in the construction of the mathematical meaning of the visual pyramid. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(2), 143-157.

Maschietto, M., & Bussi, M. G. B. (2011). Mathematical machines: from history to mathematics classroom. In *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics* (pp. 227-245). Springer.

Mavilidi, M. F., Ouwehand, K., Schmidt, M., Pesce, C., Tomporowski, P. D., Okely, A., & Paas, F. (2022). Embodiment as a pedagogical tool to enhance learning. In *The Body, Embodiment, and Education* (pp. 183-203). Routledge.

Mayer, R. E. (2004). Should There Be a Three-Strikes Rule Against Pure Discovery Learning?: The Case for Guided Methods of Instruction. *The American Psychologist*, *59*(1), 14–19. https://doi.org/10.1037/0003-066X.59.1.14

Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: Theoretical background and procedures. In *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 365-380). Springer.

McGann, M., Di Paolo, E. A., Heras-Escribano, M., & Chemero, A. (2020). Enaction and Ecological Psychology: Convergences and Complementarities. *Frontiers in Psychology*, *11*, 617898.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in Mathematics Education: A Reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575–596). Macmillan.

McLeod, D. B., & McLeod, S. H. (2002). Synthesis—beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching, and research. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 115-123). Springer.

McLeod, D. B., & McLeod, S. H. (2002). Synthesis—beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching, and research. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 115-123). Springer.

McNeil, N., & Jarvin, L. (2007). When theories don't add up: disentangling he manipulatives debate. *Theory into practice*, *46*(4), 309-316.

McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought.* University of Chicago Press.

Meira, L. 1998, 'Making sense of instructional devices: The emergence of transparency in mathematical activity', *Journal for Research in Mathematics Education* 29(2), 121-142.

Merleau-Ponty, M. (2013). *Phenomenology of perception*. Routledge.

Ministry of Education Singapore. (2012). *Mathematics syllabus: Primary one to six.* Curriculum Planning and Development Division https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf

MIUR (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. *Annali della Pubblica istruzione*, *88*.

Montessori, M. (1934a). *Psicoaritmética*. Casa Editorial Araluce.

Montessori, M. (1934b). *Psicoaritmética*. Casa Editorial Araluce.

Montessori, M. (1984) *La scoperta del bambino.* Garzanti.

Montessori, M. (2000). *L'autoeducazione.* Garzanti.

Montessori, M. (2011). *Maria Montessori Psicogeometria, Dattiloscritto inedito a cura di Benedetto Scoppola.* Edizioni Opera Nazionale Montessori.

Montessori, M. (2012). *Maria Montessori Psicogeometria, Dattiloscritto inedito a cura di Benedetto Scoppola.* Edizioni Opera Nazionale Montessori.

Montessori, M. (2013a). *La mente del bambino: mente assorbente*. Garzanti.

Montessori, M. (2013b). *Psicoaritmetica.* Edizioni Opera Nazionale Montessori.

Moreh, C. (2019). *Online survey design and implementation: targeted data collection on social media platforms*. SAGE Publications Ltd.

Moyer-Packenham, P. S., Ulmer, L. A., & Anderson, K. L. (2012). Examining Pictorial Models and Virtual Manipulatives for Third-Grade Fraction Instruction. *Journal of Interactive Online Learning*, *11*(3).

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in mathematics*, *47*(2), 175-197.

Moyer, P. S., & Jones, M. G. (2004). Controlling choice: Teachers, students, and manipulatives in mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, *104*(1), 16-31.

Mueller, D. J. (1986). *Measuring social attitudes: A handbook for researchers and practitioners*. Teachers College Press.

Mulligan, N. W., & Hornstein, S. L. (2003). Memory for actions: Self-performed tasks and the reenactment effect. *Memory & Cognition*, *31*(3), 412–421. https://doi.org/10.3758/BF03194399

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science.* Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

Munson, A. (2010). Bourbaki at Seventy-Five: Its Influence in France and Beyond. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, *1*(2). https://doi.org/10.7916/jmetc.v1i2.686.

National Association for the Education of Young Children. (2009). Developmentally appropriate practice in early childhood programs serving children from birth through age 8. A position statement of the National

Association for the Education of Young Children. Washington, DC: Author. From http://www.naeyc.org/about/positions/pdf/PSDAP.pdf. Retrieved February 25 2009.

National Council of Supervisors of Mathematics. (2013). Improving student achievement in mathematics by using manipulatives with classroom instruction. Retrieved from http://www.borenson.com/Portals/25/ncsm_positionpaper%20Manipulatives.pdf

National Council of Supervisors of Mathematics. (2013). Improving student achievement in mathematics by using manipulatives with classroom instruction. Retrieved from http://www.borenson.com/Portals/25/ncsm_positionpaper%20Manipulatives.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Standards & focal points. Retrieved from http://www.nctm.org/standards/default.aspx?id_58

Nemirovsky, R., Borba, M., Dimattia, C., Arzarello, F., Robutti, O., Schnepp, M., ... & Scheffer, N. F. (2004). Introduction: PME Special Issue: Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning. *Educational Studies in Mathematics*, 303-321.

Nemirovsky, R. & Ferrara, F. (2009). Mathematical Imagination and Embodied Cognition. *Educational Studies in Mathematics,* 70(2), 159–174. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9150-4

Nemirovsky, R., & Borba, M. (2003). Perceptuo-motor activity and imagination in mathematics learning. In *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 103-135).

Nemirovsky, R., Borba, M., Dimattia, C. *et al.* (2004). PME Special Issue: Bodily Activity and Imagination in Mathematics Learning. *Educ Stud Math* **57**, 303–321. https://doi.org/10.1007/s10649-004-5933-4

Nemirovsky, R., Ferrara, F., Ferrari, G., & Adamuz-Povedano, N. (2020). Body motion, early algebra, and the colours of abstraction. *Educational Studies in Mathematics*, *104*, 261-283.

Nemirovsky, R., Kelton, M.L. & Rhodehamel, B. (2013). Playing mathematical instruments: Emerging perceptuomotor integration with an interactive mathematics exhibit. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(2), 372–415.

Newen, A., Bruin, L. de, & Gallagher, S. (2018). *The Oxford handbook of 4E cognition* (A. Newen, L. de Bruin, & S. Gallagher, Eds.). Oxford University Press.

Newen, A., Welpinghus, A., & Juckel, G. (2015). Emotion Recognition as Pattern Recognition: The Relevance of Perception. *Mind & Language*, *30*(2), 187–208. https://doi.org/10.1111/mila.12077

Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational studies in mathematics*, *62*(3), 331-355.

NSW Education Standards Authority (NESA). (2019). *NSW Syllabus for the Australian Curriculum: Mathematics K–10 Syllabus (2012).* https://educationstandards.nsw.edu.au/wps/portal/nesa/k-10/learning-areas/mathematics/mathematics-k-10

Núñez, R. (2006). Do real numbers really move? Language, thought, and gesture: The embodied cognitive foundations of mathematics. In *18 Unconventional essays on the nature of mathematics* (pp. 160-181). Springer.

Nunnally, J. C. & Bernstein I.H. (1994). *Psychometric theory 3E*. Tata McGraw-hill education.

MIUR (2018), Indicazioni nazionali e nuovi scenari, https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari/ (consultato il: 25/10/2022)

O'regan, J. K., & Noë, A. (2001). A sensorimotor account of vision and visual consciousness. *Behavioral and brain sciences*, *24*(5), 939-973.

OECD (2009). *Creating effective teaching and learning environments. First Results from TALIS.* OECD Publications.

OECD (2016a), *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education,* Paris: OECD Publishing.

OECD (2016b), PISA 2015 Results (Volume II): Policies And Practices For Successful Schools, OECD Publishing, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264267510-en.

OECD (2019), TALIS 2018 Results (Volume I): Teachers and School Leaders as Lifelong Learners, OECD Publishing,Paris, https://doi.org/10.1787/1d0bc92a-en.

Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs. *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, 13-37.

Osgood, C. E., Suci, G. J., & Tannenbaum, P. H. (1970). Attitude measurement. In G. F. Summers (Ed.), Attitude measurement (pp. 227-234). Chicago: Rand McNally. (Reprinted from C. E. Osgood, G. J. Suci, & P. H. Tannenbaum, The measurement of meaning, 1957, (pp. 189-199). University of Illinois Press.

Overall, J. E., & Klett, C. J. (1972). *Applied multivariate analysis* (No. 04; QA278, O8.). McGraw-Hill.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. Review of Educational Research, 62(3), 307–332.

Palys, T. S., & Atchison, C. (2014). Research decisions: Quantitative, qualitative, and mixed method approaches. Nelson Education.

Paola, D. (2004). Software di geometria dinamica per un sensato approccio alla dimostrazione in geometria: un esempio di Laboratorio di Matematica. Progetto Alice, 5(13), 103-121.

Pasquazi, D. (2020). Capacità sensoriali e approccio intuitivo-geometrico nella preadolescenza: un'indagine nelle scuole. *Capacità sensoriali e approccio intuitivo-geometrico nella preadolescenza: un'indagine nelle scuole*, 79-96.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research and Evaluation Methods*. Thousand Oaks: Sage.

Pehkonen, E. (1995). *Pupils' View of Mathematics - Initial report for an International Comparison Project*.

Pepin, B., & Roesken-Winter, B. (2015). From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education. *Switzerland: Springer*.

Peterson, S. M. (2013). Readiness to change: Effective implementation processes for meeting people where they are. *Applying implementation science in early childhood programs and systems*, 43-64.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning, Vol.1 (pp. 257–315). Information Age Publishing.

Piaget, J. (1952). The child's concept of number. Humanities Press.

Piaget, J. (1953). *Origins of Intelligence in the Child.* Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. (1970). Science of education and the psychology of the child. (D. Coltman, Trans.). Orion Press.

Piaget, J. (1971). *Biology and knowledge: An essay on the relations between organic regulations and cognitive processes.* (B. Walsh, Trans.) The University of Chicago Press.

Pisante, E. (2020). *La creazione di un clima supportivo in classe: quali implicazioni/effetti nell'apprendimento della matematica?* (Doctoral dissertation, Scuola universitaria professionale della Svizzera Italiana (SUPSI)).

Piscozzo (2022). *Ragazzi che classe! Un metodo per gli adolescent.*

Poincaré, H. (1908). *La science et l'hypothèse*. Flammarion.

Poulou, M. (2001). The role of vignettes in the research of emotional and behavioural difficulties. *Emotional and Behavioural Difficulties*, *6*(1), 50-62.

Pouw, W.T.J.L., van Gog, T., & Paas, F. (2014). An Embedded and Embodied Cognition Review of Instructional Manipulatives. *Educational Psychology Review,* 26, pp. 51–72.

Prendergast, M., & O'Meara, N. (2016). Assigning mathematics instruction time in secondary schools: what are the influential factors?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *47*(8), 1137-1155.

Prytz, J., Ahl, L. M., & Jankvist, U. T. (2022, February). What is a successful implementation in mathematics education? On sustainable innovations and the role of textbooks. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.

Puchner, L., Taylor, A., O'Donnell, B., & Fick, K. (2008). Teacher learning and mathematics manipulatives: A collective case study about teacher use of manipulatives in elementary and middle school mathematics lessons. *School Science and Mathematics*, *108*(7), 313-325.

Quigley, M. T. (2021). Concrete Materials in Primary Classrooms: Teachers' Beliefs and Practices about How and Why They Are Used. *Mathematics Teacher Education and Development*, *23*(2), 59-78.

Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational studies in mathematics*, *70*(2), 111-126.

Radford, L. (2013). Sensuous cognition. In *Visual mathematics and cyberlearning* (pp. 141-162). Springer.

Radford, L. (2014). Towards an embodied, cultural, and material conception of mathematics cognition. *ZDM*, *46*(3), 349-361.

Radford, L., Arzarello, F., Edwards, L., & Sabena, C. (2017). The multimodal material mind: embodiment in mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 700–721). NCTM.

Recker, M. M., Dorward, J., & Nelson, L. M. (2004). Discovery and use of online learning resources: Case study findings. Journal of Educational Technology & Society, 7(2), 93– 104

Regni, R., & Fogassi, L. (2019). Maria Montessori e le neuroscienze. *Cervello, mente, educazione.* Fefè Editore.

Remillard, J. (2013). Examining resources and re-sourcing as insights into teaching. *ZDM Mathematics Education, 45*(7), 925-927. DOI: 10.1007/s11858-013-0549-8.

Resnick, L. B., & Omanson, S.F. (1987). Learning to understand arithmetic. In R. Glaser (Ed.) *Advances in instructional psychology*, (Vol. *3,* pp.41-95). Erlbaum

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (2nd ed., pp. 102–119). Macmillian.

Rizzolatti, G., Fadiga, L., Fogassi, L. & Gallese, V. (1997). The space around us. Science, 277, 190–191.

Robutti, O., & Mosca, M. (2015). Atti del VI Convegno Nazionale di DIdattica della FIsica e della MAtematica DI. FI. MA. 2013. I docenti di matematica e di fisica di fronte ai mutamenti della scuola: concetti, processi, valutazione.

Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D. Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). Science Education Now: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe. European Commission Report. Retrieved [12 May 2008] from http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-onscience-education_en.pdf.

Rogers, E. M. (1962). Diffusion of innovations. Free Press of Glencoe.

Rokeach, M. (1968). Beliefs, attitudes, and values: A theory of organization and change. Jossey-Bass.

Roth, W. M. (2012). *Authentic school science: Knowing and learning in open-inquiry science laboratories* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.

Roth, W.M. (2016). Growing-making mathematics: a dynamic perspective on people, materials, and movement in classrooms. Educational Studies in Mathematics, 93(1), 87–103. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9695-6

Rueckert, L., Church, R. B., Avila, A., & Trejo, T. (2017). Gesture enhances learning of a complex statistical concept. *Cognitive Research: Principles and Implications*, *2*(1), 1-6.

Ruffell, M., Mason, J., & Allen, B. (1998). Studying attitude to mathematics. *Educational studies in mathematics*, *35*(1), 1-18.

Ruiz-Primo, M. A. (2006). *A multi-method and multi-source approach for studying fidelity of implementation*. The Regents of the University of California.

Sacks, H., Schegloff, E. A., & Jefferson, G. (1978). A simplest systematics for the organization of turn taking for conversation. In *Studies in the organization of conversational interaction* (pp. 7-55). Academic Press.

Sapio, R. M. L., Mellone, M., & Coppola, C. (2022). La risoluzione di equazioni: tra rappresentazioni grafiche e linguaggio algebrico. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, (11), 33-51.

Schneider, M. (2001). Encouragement of women physics majors at Grinnell College: A case study. *Phys. Teach. 39*, 280–282.

Schnepf, S. (2018). Insights into survey errors of large scale educational achievement surveys, Working Papers 2018-05, Joint Research Centre, European Commission.

Schoen, R.C., & LaVenia M. (2019). Teacher beliefs about mathematics teaching and learning: Identifying and clarifying three constructs, *Cogent Education*, 6:1, 1599488, DOI: 10.1080/2331186X.2019.1599488

Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a Theory of Teaching-in-Context. Issues in Education, 4(1), 1–94

Scippo, S., Montebello, M., Cesarani, D. (2020). STEM disciplines teaching in Italy. Italian Journal of Educational Research, 25, 35- 48.

Scoppola, B. (2011). Lezioni di Maria Montessori, *Fonti e documenti in Annali di storia dell'educazione*, 18 pp. 413-434.

Seitz, J. A. (2000). The bodily basis of thought. New Ideas in Psychology, 18, 23–40.

Sfard, A., & Prusak, A. (2005). Telling identities: In search of an analytic tool for investigating learning as a culturally shaped activity. *Educational researcher*, *34*(4), 14-22.

Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal inference*. Mifflin and Company.

Shapiro, L., & Stolz, S. A. (2019). Embodied cognition and its significance for education. *Theory and Research in Education*, *17*(1), 19-39.

Shavelson, R. (1983) 'Review of Research on Teachers' Pedagogical Judgements, Plans and Decisions', Elementary School Journal 83(4): 392–413.

Sheets-Johnstone, M. (2011). *The primacy of movement* (Vol. 82). John Benjamins Publishing.

Sherin, M., Jacobs, V., & Philipp, R. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Shih, T. H., & Fan, X. (2009). Comparing response rates in e-mail and paper surveys: A meta-analysis. *Educational research review*, *4*(1), 26-40.

Shvarts, A., & Abrahamson, D. (2019). Dual-eye-tracking Vygotsky: A microgenetic account of a teaching/learning collaboration in an embodied-interaction technological tutorial for mathematics. *Learning, Culture and Social Interaction*, 22, 100316.

Shvarts, A., Alberto, R., Bakker, A., Doorman, M., & Drijvers, P. (2021). Embodied instrumentation in learning mathematics as the genesis of a body-artifact functional system. *Educational Studies in Mathematics*, *107*(3), 447-469.

Sikula, J. (1996). *Handbook of research on teacher education*. Macmillan Library Reference USA, Simon & Schuster Macmillan.

Sinclair, N., & Baccaglini-Frank, A. (2015). Digital technologies in the early primary school classroom. In *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 674-698). Routledge.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.

Skilling, K. G., & Stylianides, G. J. (2015, February). Promoting cognitive engagement in secondary mathematics classrooms. In *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9, 4-8 February 2015)* (pp. 1280-1286). Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9).

Skilling, K., & Stylianides, G. J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction. *International Journal of Research & Method in Education*, *43*(5), 541-556.

Skoumios, M. & Skoumpourdi, C. (2018). Using mathematical and science educational material: Teachers' views. In C. Skoumpourdi & M. Skoumios (Eds.) *Educational material for mathematics and educational material for Science: lonely pathways or interactions?* 3rd *DEMMS Conference "Educational Material for Mathematics and Sciences: Different Uses, Cross-Cutting Paths"*, 14-65, Rhodes, Greece, (in Greek). URL:https://www.researchgate.net/publication/340844477_Chrese_ekpaideutikou_ylikou_Mathematikon_kai_Physikon_Epistemon_apopseis_ekpaideutikon.

Skoumios, M., & Skoumpourdi, C. (2021). The use of outside educational materials in mathematics and science: Teachers' conceptions. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology*, *9*(2), 314-331.

Skoumpourdi, C. (2012). *Designing the integration of materials and means in young children' mathematics education*. Athens: Patakis Publishers. (in Greek) ISBN: 9789601647043

Skoumpourdi, C., & Matha, A. (2021). Framework for evaluating math educational materials for constructing early number concept. *International Journal on Studies in Education*, *3*(1), 48-60.

Skoumpourdi, C., & Matha, A. (2021). Framework for evaluating math educational materials for constructing early number concept. *International Journal on Studies in Education*, *3*(1), 48-60.

Smith, C., & Morgan, C. (2016). Curricular orientations to real-world contexts in mathematics. *Curriculum Journal (London, England)*, *27*(1), 24–45. https://doi.org/10.1080/09585176.2016.1139498

Soldano, C., & Sabena, C. (2019). Fostering critical thinking in primary school within dynamic geometry environments. http://hdl.handle.net/2318/1709060

Solomon, W., Ferritor, D., Haern, J., & Myers, E. (1973). The development, use, and importance of instruments that validly and reliably assess the degrees to which experimental programs are implemented. St. Ann, MO: CEMREL. Retrieved from http://eric.ed.gov/?id=ED129914.

Son, J.-W., & Kim, O.-K. (2015). Teachers' selection and enactment of mathematical problems from textbooks. Mathematics Education Research Journal, 27(4), 491–518. https://doi.org/10.1007/s13394-015-0148-9

Speer, N. M. (2005). Issues of Methods and Theory in the Study of Mathematics Teachers ' Professed and Attributed Beliefs. *Educational Studies in Mathematics*, *58*(3), 361–391.

Spencer, C.P., & Darvizeh, Z. (1981). The case for developing a cognitive environmental psychology that does not underestimate the abilities of young children. *Journal of Environmental Psychology, 1*, 21-31.

Speranza, F. (1992). Il progetto culturale di Federigo Enriques. *Convegno per i sessanta anni di Francesco Speranza, a cura di B. D'Amore e C. Pellegrino, Bologna, Pitagora*, 1-15.

Staub, F. C., & Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 94(2), 344–355. doi:10.1037/0022-0663.94.2.344

Stecher, B., Le, V. N., Hamilton, L., Ryan, G., Robyn, A., & Lockwood, J. R. (2006). Using structured classroom vignettes to measure instructional practices in mathematics. *Educational evaluation and policy analysis*, *28*(2), 101-130.

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *1*(1), 319-370.

Stolz, S. A. (Ed.). (2021). *The Body, Embodiment, and Education: An Interdisciplinary Approach*. Routledge.

Strauss, A. L. (1987). *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge university press.

Superfine, A. C. (2009). The "problem" of experience in mathematics teaching. School Science and Mathematics, 109(1), 7–19. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.tb17858.x

Swan, P., & Marshall, L. (2010). Revisiting mathematics manipulative materials. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *15*(2), 13-19.

Syed, M., & Nelson, S. C. (2015). Guidelines for establishing reliability when coding narrative data. Emerging Adulthood, 3(6), 375-387.

Tarr, J. E., Chavez, O., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2006). From the Written to the Enacted Curricula: The Intermediary Role of Middle School Mathematics Teachers in Shaping Students' Opportunity to Learn. School Science and Mathematics, 106(4), 191.

Taylor, P., Fraser, B., & Fisher, D. (1993). Monitoring the development of constructivist learning environments. Paper presented at the annual convention of the National Science Teachers Association, Teachers College Press.

Temple, E. C., & Brown, R. F. (2011). A comparison of internet-based participant recruitment methods: Engaging the hidden population of cannabis users in research. *Journal of Research Practice*, *7*(2), D2-D2.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a syntesis of the research. In D. A. 363Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 127–146). Macmillan.

Thomson, S., Wernert, N., Rodrigues, S., & O'Grady, E. (2020). TIMSS 2019 Australia. Volume I: Student performance. Australian Council for Educational Research. https://doi.org/10.37517/978-1-74286-614-7

Thurstone, L. L. (1967). Attitudes can be measured. In M. Fishbein (Ed.), Readings in attitude theory and measurement (pp. 77-89). New York: John Wiley & Sons. (Reprinted from Journal of Sociology, 1928, 33,529-554.)

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs—A search for a common ground: Some theoretical considerations on structuring beliefs, some research questions, and some phenomenological observations. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Springer.

Törner, G., & Grigutsch, S. (1994). „Mathematische Weltbilder" bei Studienanfängerneine Erhebung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *15*(3-4), 211-251.

Tran, C., Smith, B., & Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches. *Cognitive Research: Principles and Implications*, *2*(1), 1-18.

Trinchero, R. (2002). *Manuale di ricerca educativa* (pp. 1-432). Franco Angeli.

Trinchero, R. (2004). *I metodi della ricerca educativa* (pp. 1-198). Laterza.

Turvey, M. T. (2019). *Lectures on perception: An ecological perspective*. Routledge / Taylor & Francis Group.

UMI-CIIM. (2003). *Matematica 2003, Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. Ciclo secondario*, Lucca, Liceo Vallisneri.

Underhill, R. (1988). Focus on Research into Practice in Diagnostic and Prescriptive Mathematics: Mathematics Learners' Beliefs: A Review. *Focus on learning problems in mathematics*, *10*(1), 55-69.

Underhill, R. (1988). Mathematics Learners' Beliefs: A Review. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *10*(1), 55–69.

Uttal, D. H., O'Doherty, K., Newland, R., Hand, L. L., & DeLoache, J. (2009). Dual representation and the linking of concrete and symbolic representations. *Child Development Perspectives*, *3*(3), 156-159.

Uttal, D., Amaya, M., del Rosario Maita, M., Hand, L., Cohen, C., O'Doherty, K., & DeLoache, J. (2013). It works both ways: Transfer difficulties between manipulatives and written subtraction solutions. *Child Development Research, 1-13*. DOI: 10.1155/2013/216367.

Vale, I., & Barbosa, A. (2017). The importance of seeing in mathematics communication. *Journal of the European Teacher Education Network*, *12*, 49-63.

Valenzeno, L., Alibali, M. W., & Klatzky, R. (2003). Teachers' gestures facilitate students' learning: A lesson in symmetry. *Contemporary Educational Psychology*, *28*(2), 187-204.

Van Zoest, L. R., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1994). Beliefs about mathematics teaching held by preservice teachers involved in a first grade mentorship program. *Mathematics Education Research Journal, 6*(1), 37–55. https://doi.org/10.1007/BF03217261

Varela, F., J. Thompson, E., & Rosch, E. (1991). *The embodied mind: Cognitive science and human experience.* MIT Press.

Vinson, B. M. (2001). A comparison of pre-service teachers' mathematics anxiety before and after a methods class emphasizing manipulatives. Early Childhood Education Journal, 29(2), 89–94

Vitale, J. M., Swart, M. I., & Black, J. B. (2014). Integrating intuitive and novel grounded concepts in a dynamic geometry learning environment. *Computers and Education*, *72*, 231–248. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.11.004

Vizzi, A. (2016). *Teachers' perceptions of manipulatives during middle school math instruction* [Doctoral dissertation, Walden University]. Proquest.

Vygotskij, L. S. (1990). Pensiero e linguaggio, trad. it. *Laterza, Roma-Bari*.

Walen, S. B., & Hirstein, J. (1995). Classroom vignette: An alternative-assessment tool. *Teaching Children Mathematics*, *1*(6), 362-365.

Wallace, I., Klahr, D., & Bluff, K. (1987). Self-modifying production system model of cognitive development. In *Production system models of learning and development* (pp. 359-435).

Wilkerson, T., Kerschen, K., & Shelton, R. (2018). PreService teachers' critical connections to effective mathematical teaching practices: An instructional approach using vignettes. *Action in Teacher Education*, *40*(4), 358-373.

Wilkins, J. L. M., & Brand, B. (2004). Change in preservice teachers' beliefs: an evaluation of a mathematics methods course. *School Science and Mathematics*, *104*(5), 226–232.

Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic bulletin & review*, *9*(4), 625-636. https://doi.org/10.3758/BF03196322

Wright, S., & Grenier, M. (2009). Examining Effective Teaching via a Social Constructivist Pedagogy "Case Study." *Education (Chula Vista)*, *130*(2), 255–.

Yuan, Y. (2009). Taiwanese elementary school teachers apply web-based virtual manipulatives to teach mathematics. Journal of Mathematics Education, 2(2), 108-121. Retrieved from http://educationforatoz.com/images/_9734_9_YuanYuan.pdf.

Zan, R. (2007). L'errore. *Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire*, 21-44.

Zan, R., & Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *3*(1), 157-168.

Zhang, Q., & Morselli, F. (2016). Teachers' beliefs. In Attitudes, Beliefs, Motivation, Identity in Mathematics Education - An Overview of the Field and future Directions (pp. 11–13). Springer.

Zohar, A., & Sela, D. (2003). Her physics, his physics: gender issues in Israeli advanced placement physics classes. International Journal of Science Education, 25(2), 245–268.

Zuckerman, O., Arida, S., & Resnick, M. (2005). Extending tangible interfaces for education: digital montessori-inspired manipulatives. In *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems* (pp. 859-868.

APPENDICE 1

LA RICERCA IN ITALIA

TESI DI DOTTORATO

Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico.
Convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia

Dott.ssa Alessandra Boscolo

Dottorato di ricercar in Contemporary Humanism, Curriculum: Education, XXXV° Ciclo
Anno accademico 2021/2022

CONTENUTI

APPENDICE 1.1: RICHIESTA DI VALUTAZIONE AL COMITATO ETICO (CERS)

Nell’Appendice 1.1 riportiamo la richiesta di valutazione al CERS, il questionario di autovalutazione e gli altri allegati indicati all’interno della richiesta.

Tuttavia, gli strumenti d’indagine verranno presentati nell’Appendice 1.2, mentre il materiale relativo all’indagine condotta in Australia è presentato nell’Appendice 2.1 e 2.2. Infine, il CV del dottorando non sarà presentato.

RICHIESTA DI VALUTAZIONE AL CERS

LA RICERCA IN ITALIA

PhD Programme (double-degree)
in *Contemporary Humanism*
Curricula: Education – 35th Cycle

Richiesta di valutazione al CERS

Lettera di presentazione

29 Luglio 2021, Roma

OGGETTO: Richiesta di Parere circa la conduzione di un Progetto di Ricerca dottorale

- TITOLO DEL PROGETTO DI RICERCA: *Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico: convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia*
- RESPONSABILE DELLA RICERCA: Alessandra Boscolo, studentessa di dottorato all'interno del programma di dottorato internazionale "Contemporary Humanism", XXXV Ciclo, Curriculum: Education, LUMSA Università in partnership con l'Australian Catholic University (ACU)
- SUPERVISORI: Prof. Gabriella Agrusti (LUMSA), Prof. Vincent Geiger (ACU)

Con la presente si richiede l'approvazione e l'autorizzazione del progetto di ricerca in oggetto al Comitato Etico per la Ricerca Scientifica della LUMSA.

Tale richiesta è motivata dal coinvolgimento di esseri umani nella ricerca: insegnanti di matematica di scuola primaria e secondaria verranno coinvolti nella compilazione di questionari e in interviste che avranno per oggetto le loro convinzioni e le pratiche didattiche impiegate a scuola.

Si ritiene che il processo di valutazione del progetto di ricerca abbia un importante ruolo formativo, specialmente in un progetto di dottorato, e che il confronto derivante potrà rappresentare un'occasione di arricchimento e di miglioramento del progetto stesso.

A tal fine si allega alla richiesta la seguente documentazione.

ELENCO DEI FILE ALLEGATI

- Questionario di autovalutazione compilato
- Descrizione del progetto di ricerca
- Lettera di revisione
- Curriculum del ricercatore

Documentazione relativa alla fase del progetto che verrà svolta in Italia:

- File .pdf con una copia del Questionario per gli insegnanti
- Protocollo intervista individuale/ focus group con gli insegnanti
- Protocollo interviste ad esperti
- Testo email di reclutamento esperti
- Avviso di reclutamento docenti
- Consenso informato per la partecipazione alla ricerca: esperti
- Consenso informato per la partecipazione alla ricerca - compilazione del questionario: insegnanti
- Consenso informato per la partecipazione alla ricerca - intervista individuale o focus group: insegnanti
- Scheda informativa: insegnanti
- Scheda informativa: esperti

Documentazione relativa alla fase del progetto che verrà svolta in Australia:

[Questa fase del progetto è sottoposta alla valutazione del Comitato Etico della ACU]

- Protocol for interview with experts
- Protocol for individual interview/focus group with teachers
- File .pdf with a copy of the Questionnaire
- Advertisement for experts
- Newsletter advertisement for teachers
- Consent form - questionnaire: teachers
- Consent form - individual/focus group interview: teachers
- Consent form: experts
- Participant Information Letter: experts
- Participant Information Letter: teachers

In fede,

Ph.D. Student **Alessandra Boscolo**
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au

Professoressa **Gabriella Agrusti**
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Questionario di auto-valutazione dei profili etici della ricerca scientifica

Coinvolgimento di esseri umani

1. La ricerca prevede il coinvolgimento di esseri umani?
   Si. In particolare, saranno coinvolti nella ricerca 3 distinti gruppi di partecipanti: esperti in Didattica della Matematica (professori Universitari, insegnanti-ricercatori), insegnanti di matematica di scuola primaria e secondaria, studenti nelle classi dei docenti selezionati.

2. La ricerca prevede interventi invasivi (in senso fisico e/o psichico) sui soggetti partecipanti? No
3. La ricerca prevede l'uso di tecnologie mediche o di strumenti diagnostici? No
4. La ricerca prevede l'uso di dispositivi sui soggetti partecipanti? No
5. Sono previste analisi genetiche? No
6. E' prevista la raccolta di campioni biologici? No
7. E' previsto l'uso di farmaci? No
8. E' prevista la osservazione empirica di comportamenti di esseri umani?

   Si, è prevista l'osservazione di insegnanti e studenti nelle classi.

9. Sono previsti dalla ricerca somministrazione di questionari o la registrazione di interviste, con contenuti che possono produrre disagio nei partecipanti? No
10. Questionari o interviste ai partecipanti prevedono domande su comportamenti illegali (es.abusi sessuali, violenza o altro)? No

Coinvolgimento di persone in condizioni di particolare fragilità

11. La ricerca prevede il coinvolgimento di persone incapaci di intendere e di volere? No
12. La ricerca prevede il coinvolgimento di persone con malattie (fisiche e/o psichiche)? No
13. La ricerca prevede il coinvolgimento di persone con disabilità fisiche e/o psichiche? No
14. La ricerca prevede il coinvolgimento di anziani, minori, immigrati o rifugiati, persone in condizioni di indigenza e analfabetismo o scarso livello culturale, detenuti?

Si è previsto il coinvolgimento di minori: studenti nelle classi dei docenti selezionati.

Valutazione rischi/benefici

15. La ricerca comporta rischi per la integrità fisico-psichica, la salute e il benessere dei soggetti coinvolti? No

16. La ricerca può comportare disagi (di natura fisica, psichica o sociale) per i soggetticoinvolti?

    Ai soggetti sarà richiesto di partecipare effettuando la compilazione di un questionario (tempo impiegato circa 20 min.) o effettuando un'intervista individuale (tempo impiegato circa 1 ora) o partecipando ad un focus group online (tempo impiegato circa 1 ora e 30). Il carico di lavoro online richiesto potrebbe provocare stress in qualche soggetto, considerando in particolare la situazione sanitaria che ha portato ad un sovraccarico di lavoro da remoto. Per quanto riguarda l'osservazione nelle classi, non prevediamo che comporti alcun disagio rilevante nei soggetti coinvolti.

17. La ricerca può comportare benefici diretti o indiretti per i soggetti coinvolti?

    Partecipare al questionario può aumentare la consapevolezza degli insegnanti delle proprie pratiche di insegnamento, stimolando la riflessione su di esse nel rispondere alle domande proposte. Inoltre i risultati forniranno consigli ai ricercatori nel campo della Didattica della Matematica, agli sviluppatori di curricula e ai responsabili delle politiche educative e quindi ci sarà un beneficio per la professione in generale.

18. Esiste un legame di qualche natura tra sperimentatore e partecipante (es. studente/docente)? No
19. Per i soggetti coinvolti nella ricerca sono previste tutele assicurative per il risarcimento del danno in caso di eventi avversi? No
20. La ricerca prevede un beneficio in termini economici o forme di incentivo connesse alla partecipazione alla ricerca? No

Coinvolgimento di animali e impatto sull'ambiente

21. Coinvolgimento di animali e impatto sull'ambiente La ricerca prevede il coinvolgimento di animali? No
22. La ricerca può comportare danni all'ambiente o agli animali eventualmente coinvolti? No

Scopi della ricerca

23. La ricerca prevede, oltre agli scopi scientifici, altri scopi (es. commerciali, applicazioni

industriali, trasferimento tecnologico)? No

Eventuali coinvolgimenti di carattere giudiziario

24. La ricerca afferisce all'ambito giudiziario o riguarda soggetti che si trovino in particolari ambiti di possibile coinvolgimento giudiziario? No

Conservazione e trattamento dei dati

25. La ricerca prevede la raccolta ed il trattamento di dati personali e di dati sensibili (cioè, secondo la normativa vigente, "dati personali idonei a rivelare l'origine razziale ed etnica, le convinzioni religiose, filosofiche o di altro genere, le opinioni politiche, l'adesione a partiti, sindacati, associazioni od organizzazioni a carattere religioso, filosofico, politico o sindacale, nonché i dati personali idonei a rivelare lo stato di salute e la vita sessuale" .)? No

26. Sono previste tutele per la riservatezza del trattamento dei dati e modalità di anonimato deidati? Si prevede nella ricerca la modalità di conservazione dei dati (luoghi, tempi) e il responsabile della conservazione?
    Occorre effettuare una differenziazione relativamente ai differenti gruppi di partecipanti.
    I dati raccolti tramite la somministrazione del questionario online agli insegnanti sono anonimi e i dati relativi alla compilazione dei singoli rispondenti non possono essere in alcun modo tracciati.
    Le video registrazioni, effettuate tramite la piattaforma ZOOM, raccolte durante le interviste individuali o focus group con gli insegnanti e con gli esperti, verranno trascritte ed eliminate non appena sarà terminata la trascrizione. I dati verranno conservati sotto forma di file elettronici .doc o PDF.
    I dati raccolti durante le interviste individuali/ focus group con gli insegnanti saranno trascritti utilizzando pseudonimi che garantiranno l'anonimato dei partecipanti.
    Le interviste individuali con esperti in Italia prevedono invece l'utilizzo esplicito del nominativo e la citazione diretta di commenti, tratti dalla trascrizione relativa alle risposte raccolte durante l'intervista, esclusivamente se verrà fornita una apposita autorizzazione come espressamente indicato nel modulo di consenso informato. Le trascrizioni relative alla propria intervista, e le analisi effettuate dai ricercatori su questi dati, saranno inviate tramite e-mail a ciascun partecipante prima della comunicazione ad altri ricercatori e della loro pubblicazione. Una volta che i partecipanti avranno esaminato il materiale, questo sarà pubblicato esclusivamente se non verranno presentate obiezioni.
    I dati raccolti durante le osservazioni in classe non saranno in alcun modo riconducibili ad informazione relative ai soggetti coinvolti o alla scuola di appartenenza. Verranno utilizzati pseudonimi e codici identificativi durante la fase di analisi e di pubblicazione dei risultati.
    Tutti i dati verranno conservati come file elettronici e verranno salvati su drive protetti da password dell'Università LUMSA di Roma e della ACU. L'accesso sarà garantito esclusivamente ai ricercatori coinvolti nel progetto di ricerca (Ph.D. Student Alessandra

Boscolo, Prof. Gabriella Agrusti (LUMSA), Prof. Vincent Geiger (ACU)). La condivisione e il trasferimento dei dati fra i drive delle due università avverrà in modo sicuro attraverso AARNet Cloudstor, utilizzando le credenziali ACU.
I dati saranno conservati fino alla consegna della tesi di dottorato, nella sua versione finale e verranno distrutti entro 5 anni dalla consegna della tesi.
La responsabile della conservazione dei dati è la studentessa di dottorato Alessandra Boscolo.

27. È previsto un utilizzo successivo dei dati (c.d. uso secondario)? No
28. È prevista la comunicazione dei risultati della ricerca ai soggetti coinvolti o al tutore?

Come riportato al punto 26, tutti coloro che verranno coinvolti in forma non anonima potranno avere accesso alle trascrizioni relative alla propria intervista e alle analisi effettuate su di essa prima che i risultati della ricerca vengano comunicati e divulgati a terzi. Le informazioni non verranno condivise con gli altri ricercatori, compresi i tutor di dottorato, se non in forma anonima o aggregata.

29. È possibile che, nel corso della ricerca, vengano alla luce risultati non richiesti dai soggetti coinvolti e non prevedibili sulla base del protocollo di ricerca (cd. *incidental findings*)? In tal caso, si prevede di informare i partecipanti sui risultati ottenuti?

E' molto remota la possibilità che la ricerca vada incontro ad incidental findings, per la natura del progetto molto centrato intorno a domande fortemente strutturate, che comunque, in ogni caso, saranno comunicati agli interessati prima di esser divulgati a terzi.

30. La ricerca prevede l'anonimizzazione dei dati per la pubblicazione?

Occorre effettuare una differenziazione a seconda dei gruppi partecipanti considerati.
I dati raccolti tramite la somministrazione del questionario agli insegnanti sono anonimi sin dal momento della raccolta e verranno utilizzati solo come dati aggregati.
I dati raccolti durante le interviste individuali/ focus group con gli insegnanti saranno trascritti utilizzando pseudonimi che garantiranno l'anonimato dei partecipanti anche al momento della pubblicazione.
Le interviste individuali con esperti in Italia saranno invece identificabili ed è prevista la citazione diretta di parti del contributo. Per tale utilizzo delle trascrizioni verrà richiesta una apposita autorizzazione nel modulo di consenso informato. Le trascrizioni relative alla propria intervista, e le analisi effettuate dai ricercatori su questi dati, saranno inviate tramite e-mail a ciascun partecipante prima della comunicazione con altri ricercatori e della pubblicazione. Una volta che i partecipanti avranno esaminato il materiale, questo sarà pubblicato esclusivamente se non verranno presentate obiezioni.
I dati raccolti durante le osservazioni non saranno in alcun modo riconducibili ai soggetti coinvolti o alle scuole di appartenenza. Verranno utilizzati pseudonimi e codici identificativi per garantire l'anonimato.

31. E' prevista la partecipazione di Paesi non europei e il trasferimento di dati?

I dati saranno eventualmente comunicati al tutor australiano in forma aggregata e in forma de-identificata, comunque non saranno in nessun modo riconducibili ai singoli rispondenti. Il trasferimento fra i due drive delle università partner avverà in modo sicuro attraverso AARNet Cloudstor, utilizzando le credenziali ACU.

Revisione scientifica

32. Il progetto di ricerca ha subito una valutazione scientifica da parte di revisori indipendenti?

La porposta progettuale è stata presentata alla commissione etica della Australian Catholic University per quanto concerne la parte australiana della ricerca.
In qualità di progetto di ricerca del programma di dottorato internazionale in Contemporary Humanism, la proposta progettuale ha concluso con parere favorevole la valutazione avvenuta alla conclusione del primo anno.
Il progetto di dottorato è stato anche sottoposto a un docente esterno indipendente, la prof. Francesca Tovena dell'Università degli Studi di Roma Tor Vergata, che ne ha effettuato una revisione, allegata alla presente domanda.
Inoltre il progetto è stato presentato all'interno del Seminario *La ricerca nelle scuole di Dottorato in Italia. Dottorandi, Dottori e Docenti a confronto*, riscontrando pareri molto positivi.
Infine il progetto è stato anche valutato dalla commissione scientifica dello YESS-11, la scuola estiva per giovani ricercatori promossa dall' ERME (European Society for Research in Mathematics Education), incontrando un parere positivo che ha garantito l'ammissione alla stessa, dopo una rigida valutazione delle proposte di ricerca che ha portato alla selezione di 81 giovani ricercatori europei.

LA RICERCA IN ITALIA

Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico: convinzioni e pratiche degli insegnanti in italia e in australia

Alessandra Boscolo, a.boscolo@lumsa.it
International PhD in Contemporary Humanism, curriculum Education, XXXV ciclo
LUMSA di Roma (Italy) – ILSTE, Australian Catholic University (Brisbane, Australia)

INTRODUZIONE E QUADRO CONCETTUALE

Negli ultimi decenni, il ruolo dell'esperienza attiva degli studenti, che prevede un loro coinvolgimento percettivo-motorio nell'esplorazione e nella costruzione dei concetti matematici, ha assunto rilevanza crescente nella ricerca in didattica della matematica.
Le radici di questa tradizione possiamo ritrovarle, per esempio, nei ben noti contributi di Maria Montessori ed Emma Castelnuovo così come nei lavori di Jean Piaget e nelle teorizzazioni di John Dewey. Più recentemente, i risultati degli studi nel campo della psicologia cognitiva e delle neuroscienze hanno mostrato la profonda interrelazione tra percezione-azione e concettualizzazione nei processi di apprendimento (teoria dell'*embodied cognition*, vedi Wilson, 2002; Lakoff & Nunez, 2000; Varela et al., 1991). All'interno di questo quadro, nella didattica della matematica sono state proposte molte teorie che assegnano centralità alle esperienze laboratoriali che prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio nei processi di insegnamento-apprendimento della disciplina, sviluppando artefatti e percorsi operativi per diversi contesti scolastici. Anche se concettualizzati in modo differente, ne sono esempi la pedagogia enattivista (Abrahamnson et al., in press; Carotenuto et al., 2021), il materialismo inclusivo (de Freitas & Sinclair, 2014; Baccaglini-Frank et al., 2020) e gli approcci multimodali (Radford et al., 2017; Ferrara & Ferrari, 2020).
Nonostante questi sviluppi teorici, la pratica didattica quotidiana è spesso lontana da queste prospettive, ancora in gran parte basata su un approccio prettamente trasmissivo (OECD, 2009, pag.98) e incentrata sullo sviluppo di una matematica esclusivamente strumentale (Skemp, 1976).
La ricerca, si propone quindi di indagare la prospettiva degli insegnanti, di scuola primaria e secondaria, riguardo la proposta didattica di queste attività e la loro implementazione in classe, specificando, dove possibile, le loro convinzioni e individuando l'eventuale presenza di fattori ostacolanti e facilitanti.

OBIETTIVI DELLA RICERCA

Il progetto di ricerca si propone di fornire una panoramica generale sullo stato dell'arte e le indicazioni provenienti dalla ricerca riguardo alle esperienze che prevedono un coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti durante attività matematiche di apprendimento laboratoriale. Viene inoltre ricercata la presenza di linee guida per l'implementazione a scuola di suddette attività, a partire dall'analisi dei curriculi e delle politiche nazionali, sia in Italia che in Australia.
Si vuole inoltre esplorare, nei due diversi contesti nazionali, le convinzioni degli insegnanti riguardo la proposta di attività matematiche di apprendimento laboratoriale nelle quali gli studenti sono coinvolti tramite la percezione e il movimento, e più in generale riguardo l'insegnamento e l'apprendimento della matematica, deducendo se e in che misura esse siano legate alla pratica quotidiana d'insegnamento.
Infine, vogliamo rilevare la presenza di possibili fattori che ostacolano e favoriscono la proposta e l'implementazione di queste attività a scuola ed ottenere delle indicazioni riguardo difficoltà e risultati

auspicabili, individuando l'esistenza di profili d'insegnamento e caratteristiche che determinano l'efficacia didattica di queste attività.

DISEGNO DI RICERCA E METODOLOGIE

La ricerca è uno studio a metodo misto che ha per oggetto la proposta e l'implementazione in classe di attività matematiche laboratoriali che prevedono un coinvolgimento attivo degli studenti, attraverso percezione e movimento. Lo studio sarà condotto in due contesti culturali molto differenti: l'Italia e l'Australia.

Il programma di ricerca prevede tre fasi:

1) una desk research, che comprende:

- una revisione della letteratura. Una revisione sistematica dell'efficacia e dell'implementazione nelle scuole di attività che coinvolgono la percezione e il movimento degli studenti e un'indagine del background teorico, delle convinzioni e delle aspettative legate a queste pratiche di insegnamento.

- l'analisi dei curricula e delle politiche educative. Una panoramica, ottenuta dal confronto dei curriculi e delle politiche educative australiane e italiane, per analizzare in che misura sono presenti delle indicazioni ufficiali riguardo alla proposta di queste attività nell'insegnamento della matematica a scuola.

2) uno studio esplorativo volto a mettere in luce il punto di vista degli insegnanti, sia in Italia che in Australia, che comprende:

- interviste semi-strutturate con esperti nel campo della Didattica della Matematica (circa 10 in Italia, 6 in Australia) per identificare un quadro concettuale del punto di vista degli esperti sulle principali questioni sottese all'indagine rivolta agli insegnanti

- un questionario online, per raggiungere un campione volontario di insegnanti di scuola primaria e secondaria (circa 50 sondaggi completati in Australia, circa 150 sondaggi completati in Italia), utilizzando un modulo online di Google Moduli, che combina quesiti a risposta multipla, scale Likert e alcune domande aperte.

- una integrazione dell'indagine rivolta agli insegnanti, con interviste individuali o focus group differenziati per blocchi scolastici, volta ad approfondire alcuni argomenti laddove il questionario potrebbe non fornire informazioni sufficienti

3) osservazione diretta ed esplicita in classe di attività di apprendimento possibilmente coerenti con il quadro teorico (come potrebbe essere ad esempio la proposta di un'attività che abbiamo strutturato, che prevede l'utilizzo di materiali manipolativi, ispirata al lavoro di Maria Montessori (Montessori, 2011), incentrata sull'equiscomponibilità di superfici, sul confronto e

sull'equivalenza di aree), per raccogliere informazioni relative all'effettiva implementazione in classe delle attività oggetto di studio.

PARTECIPANTI

La ricerca prevede la partecipazione di:

- circa 10 esperti in Italia e 6 esperti in Australia nel settore della Didattica della Matematica, che saranno coinvolti in interviste semi-strutturate via ZOOM della durata di circa 1 ora. Gli esperti (professori universitari, docenti dei corsi di Didattica della Matematica nei corsi di laurea in Scienze della Formazione, insegnanti-ricercatori) saranno selezionati sulla base degli interessi di ricerca e per l'esperienza al fianco degli insegnanti, e verranno contattati tramite e-mail. La partecipazione alla ricerca è volontaria e seguirà alla compilazione del modulo online relativo al consenso informato. Le risposte raccolte potranno essere citate esplicitamente nei report di ricerca, esclusivamente se verrà fornito il consenso come espressamente indicato nel modulo di consenso informato. Le trascrizioni delle interviste e le analisi effettuate dai ricercatori su questi dati saranno inviati tramite e-mail a ciascun partecipante prima della pubblicazione. Una volta che i partecipanti avranno esaminato il materiale, questo sarà pubblicato solo se non verranno presentate obiezioni.
- circa 50 insegnanti di matematica di scuola primaria e secondaria in Australia e circa 150 in Italia, reclutati attraverso le pagine/ i gruppi Facebook delle associazioni professionali di insegnanti o raggiunti tramite un invito diffuso attraverso mailing list. È prevista la pubblicazione di un link anonimo al questionario online con la richiesta, rivolta agli insegnanti di matematica interessati, di completare il sondaggio. Cliccando sul link si accederà ad una pagina introduttiva nella quale sono indicate le informazioni relative al progetto e in cui sarà possibile completare il modulo di consenso informato, se intenzionati a partecipare alla ricerca.

  Dopo aver completato il sondaggio, gli insegnanti interessati a partecipare ad un'intervista individuale, o a un focus group, forniranno la loro email nell'apposito modulo e verranno successivamente contattati dai ricercatori.

  Alcuni degli insegnanti che parteciperanno alla ricerca verranno inoltre successivamente contattati per effettuare un'osservazione diretta nelle classi di una attività proposta dal docente, o in alternativa della attività ispirata ai Problemi montessoriani sviluppata dal gruppo di ricerca. L'osservazione mira a raccogliere informazioni riguardo l'effettiva realizzazione in classe di attività coerenti con il quadro teorico.

RACCOLTA E ANALISI DEI DATI

Le interviste semi-strutturate individuali, effettuate con gli esperti del settore, verranno condotte e video-registrate tramite la piattaforma online ZOOM. I dati raccolti verranno conservati e analizzati sotto forma di trascrizioni delle registrazioni, che analizzeremo costruendo mappe concettuali (Daley, 2004). Per analizzare questi dati qualitativi e per confrontare le risposte individuali alle domande poste utilizzeremo il freeware MOVIE (Gonzalez Canche (2021)) o Nvivo.

Il questionario online, che sarà somministrato tramite Google Moduli, sarà anonimo. Consisterà in una serie di domande a risposta chiusa (scale Likert o quesiti a risposta multipla) o a risposta aperta (molto breve), riguardanti le pratiche di insegnamento e le convinzioni degli insegnanti. I dati quantitativi raccolti tramite il questionario saranno analizzati utilizzando SPSS (statistiche descrittive, EFA, correlazioni).

Le interviste semi-strutturate (individuali o focus group) che coinvolgeranno alcuni degli insegnanti che, al termine della compilazione del questionario, hanno manifestato interesse a partecipare a questa ulteriore fase della ricerca, si svolgeranno e saranno video-registrate tramite la piattaforma ZOOM. Le domande dell'intervista sono progettate per andare a fondo su alcune questioni chiave presenti nel questionario e sono di natura qualitativa. Le video-registrazioni verranno trascritte e i dati saranno conservati ed analizzati in questa forma, utilizzando strumenti come Nvivo e MOVIE.

Le osservazioni nelle classi saranno dirette ed esplicite. I dati raccolti verranno analizzati per creare delle descrizioni di natura qualitativa di profili di insegnamento in relazione all'effettiva implementazione delle attività in classe.

PRINCIPALE BIBLIOGRAFIA DI RIFERIMENTO

Abrahamson, D. Dutton, E. Bakker, A (in press). “Towards an enactivist mathematics pedagogy”. S. A. Stolz (Ed.), *The body, embodiment, and education: An interdisciplinary approach*. Routledge

Baccaglini-Frank, A. Carotenuto, G. Sinclair, N. (2020).“Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments”. *ZDM Mathematics Education* 52, 779–791.

Carotenuto, G. Mellone, M. Spadea, M. (2021). “Moving in Early Geometry Education”. *For the Learning of Mathematics*, *41*(1), 30-36

Daley, B. J. (2004). “Using concept maps in qualitative research”. In A. J. Caňas, J. D. Novak, & F. M. Gonzales (Eds.), *Concept maps: Theory, methodology and technology* (Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping, Vol. 1, pp. 191-197). Pamplona, Spain: Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra.

de Freitas, E. Sinclair, N. (2014). *Mathematics and the body*: *material entanglement in the classroom.* Cambridge, England: Cambridge University Press

Ferrara, F. Ferrari, G. (2020). “Reanimating tools in mathematical activity”. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(2), 307-323

Gonzalez Canche, M. S. (2021). “Mapping, Organizing, and Visualizing Interdependent Events (MOVIE): A Rigorous and Cost-Free Approach to Observe the Evolution of Processes Taking Place in Qualitative Research Settings”. Under Review: Methodological Innovations.

Lakoff, G. Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from* (Vol. 6). New York: Basic Books

Montessori, M. (2011). *Maria Montessori Psicogeometria, Dattiloscritto inedito a cura di Benedetto Scoppola.* Roma: Edizioni Opera Nazionale Montessori.

OECD (2009). Creating effective teaching and learning environments. www.oecd.org/edu/school/43023606.pdf

Radford, L. Arzarello F. Edwards, L. Sabena, C. (2017). “The Multimodal Material Mind: Embodiment in Mathematics Education”. J.Cai (Eds.) *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 700-721) Reston, VA: NCTM

Skemp R.R. 1976. “Relational understanding and instrumental understanding”, *Mathematics teaching*, 77, 20-26.

Varela, F. J. Thompson, E. Rosch, E. (1991). *The embodied mind: Cognitive science and human experience.* Cambridge, MA: MIT Press.

Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic bulletin & review*, *9*(4), 625-636

Testo e-mail per l'invito a partecipare alla ricerca, rivolto ad esperti nel settore

Gentile professore/ professoressa _ _ _ ,

sono Alessandra Boscolo, studentessa del dottorato in Education dell'Università LUMSA di Roma, in partnership con la Australian Catholic University.
Le scrivo in merito al progetto di ricerca in Didattica della Matematica che sto conducendo all'interno del Dottorato Internazionale in Contemporary Humanism, curriculum Education, sotto la supervisione della prof. Gabriella Agrusti (LUMSA), del prof. Vincent Geiger (ACU) e del prof. Benedetto Scoppola (Università degli Studi di Roma Tor Vergata).

PRESENTAZIONE E SCOPI DELLA RICERCA

L'indagine ha per oggetto le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti di matematica, di tutti i gradi scolastici, con un focus specifico sulla proposta e l'implementazione in classe di attività didattiche che prevedono una partecipazione attiva dello studente, in modalità laboratoriale, coinvolgendone le funzioni percettivo-motorie tramite l'utilizzo di materiali manipolativi (virtuali o fisici), strumenti o semplicemente attraverso il movimento delle mani o dell'intero corpo, per l'esplorazione dei concetti matematici.
Fra tali attività rientrano ad esempio le attività progettate nella prospettiva dell'*enactive-learning* (come definite da Abrahamson, Dutton & Bakker (in press)), le attività *inquiry* che prevedono l'utilizzo di materiali manipolativi, le attività laboratoriali che si servono di strumenti (virtuali o fisici) in una modalità esplorativa.

Abrahamson, D., Dutton, E., & Bakker, A. (in press). Towards an enactivist mathematics pedagogy. In S. A. Stolz (Ed.), The body, embodiment, and education: An interdisciplinary approach . Routledge.

La ricerca alla quale è invitato a partecipare persegue l'obiettivo di esplorare le convinzioni degli insegnanti che si accompagnano alla proposta e l'implementazione di attività di questo tipo nella pratica didattica, la presenza di fattori ostacolanti e facilitanti, l'esistenza di profili d'insegnamento, declinati in differenti contesti culturali.

L'indagine, che sarà condotta in Italia e in Australia, prevedrà in entrambi i contesti culturali:

- l'analisi dei curricula e delle politiche educative
- interviste semi-strutturate ad esperti in Didattica della Matematica
- la somministrazione di un questionario agli insegnanti
- focus group con gli insegnanti
- osservazioni di pochi casi, selezionati, nelle classi

Il suo coinvolgimento ha l'obiettivo di chiarificare alcuni punti critici della stesura del questionario, oltre che di raccogliere il punto di vista di esperti del settore riguardo le principali questioni sottese all'indagine che stiamo conducendo.
La sua partecipazione consisterebbe in una breve intervista semi-strutturata via Zoom (in un giorno e orario da concordare) della durata di minimo 30 - massimo 60 minuti, secondo la scaletta che illustrerò brevemente di seguito.

L'intervista sarà registrata, con il suo permesso; in seguito l'audio verrà trascritto e i suoi commenti saranno raccolti, assieme a quelli degli altri esperti intervistati, per costruire un quadro concettuale in cui saranno riportati i principali temi emersi e i sistemi di relazioni che li mettono in connessione. Le trascrizioni dell'intervista e i commenti fatti dai ricercatori su quei dati vi saranno inviati via mail prima della pubblicazione. Una volta che avrete esaminato il materiale, esso sarà pubblicato solo se non avrete obiezioni. Le informazioni raccolte saranno utilizzate esclusivamente all'interno del mio progetto di ricerca dottorale.

<u>Le domande chiave dell'intervista</u>

- L'opinione degli esperti su una questione interna alla ricerca:

  All'interno della nostra ricerca, somministreremo un questionario online agli insegnanti della scuola primaria e secondaria.

  I. Nella versione italiana del questionario, quale terminologia utilizzerebbe per definire le attività oggetto di indagine, in modo chiaro e facilmente accessibile per gli insegnanti?

  II. Pensa possa essere utile fornire degli esempi? Quali esempi ritiene che siano comunemente noti e riconoscibili dagli insegnanti? (Anche considerando i diversi gradi scolastici)

- L'opinione degli esperti sulle domande chiave dell'indagine rivolta agli insegnanti:

  III. Ritiene che sia importante utilizzare queste attività a scuola? Perché?

  IV. Quali sono le convinzioni che dovrebbero guidare gli insegnanti nel proporre queste attività in classe?

  V. Quali caratteristiche che riguardano l'implementazione di queste attività a scuola ne determinano l'efficacia didattica?

  VI. Quali sono i principali limiti dell'utilizzo di queste attività nella pratica didattica? Quali sono i fattori ostativi/ quali i fattori che favoriscono l'implementazione di queste attività nella scuola?

La ringrazio anticipatamente per la collaborazione e le sarei grata se potesse confermare la sua eventuale disponibilità entro 10 giorni dalla ricezione della seguente mail, completando il modulo di consenso informato al seguente Link: Link al consenso informato.

L'intervista individuale avrà luogo via Zoom entro un mese dalla compilazione del modulo di consenso informato, in un giorno e orario da concordare.

Nel caso non dovesse essere disponibile, Le sarei grata se potesse fornirmi i recapiti di qualche suo collega eventualmente interessato a questi temi.

Resto a disposizione per ulteriori dettagli o per qualsiasi altro chiarimento.
Tel. 338 6425360, e-mail a.boscolo@lumsa.it

La ringrazio per l'attenzione e le porgo cordiali saluti,

Alessandra Boscolo

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

ACU INSTITUTE FOR LEARNING SCIENCES & TEACHER EDUCATION

LUMSA UNIVERSITÀ 1939 80TTANTESIMO 2019

SCHEDA INFORMATIVA DICHIARAZIONE DI CONSENSO ai fini della proposta di partecipazione allo studio

"Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico: le convinzioni e le pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia"

Responsabili della ricerca

Ph.D. student Alessandra Boscolo (LUMSA -Australian Catholic University)

Professoressa Gabriella Agrusti (LUMSA)

Professore Vincent Geiger (Università Cattolica Australiana)

Descrizione della ricerca

L'indagine è parte del progetto di ricerca del Dottorato Internazionale in Contemporary Humanism, curriculum Education, dell'Università di Roma LUMSA in partnership con la ACU, condotto da Alessandra Boscolo sotto la supervisione della prof. Gabriella Agrusti (LUMSA), del prof. Vincent Geiger (ACU).

PREMESSE E SCOPI DEL PROGETTO

L'indagine ha per oggetto le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti di matematica, di scuola primaria e secondaria (primo e secondo grado), con un focus specifico sulla proposta e l'implementazione in classe di attività didattiche che prevedono una partecipazione attiva dello studente, in modalità laboratoriale, coinvolgendone le funzioni percettivo-motorie tramite manipolativi (virtuali o fisici), strumenti o semplicemente attraverso il movimento delle mani o dell'intero corpo, per l'esplorazione dei concetti matematici.

La ricerca alla quale è invitato a partecipare persegue l'obiettivo di esplorare le convinzioni degli insegnanti che si accompagnano alla proposta e l'implementazione di attività di questo tipo nella pratica didattica, la presenza di fattori ostacolanti e facilitanti, l'esistenza di profili d'insegnamento, declinati in differenti contesti culturali.

L'indagine, che sarà condotta in Italia e in Australia, prevedrà in entrambi i contesti culturali:

- l'analisi dei curriculi e delle politiche educative
- interviste semi-strutturate ad esperti in Didattica della Matematica
- la somministrazione di un questionario agli insegnanti di matematica
- focus group con gli insegnanti di matematica
- l'osservazione nelle classi di pochi casi selezionati.

Il suo coinvolgimento ha l'obiettivo di chiarificare alcuni punti critici della stesura del questionario, oltre che di raccogliere il punto di vista di esperti del settore sulle principali tematiche sottese all'indagine che stiamo conducendo.

Cosa comporta la partecipazione alla ricerca

Per la Sua partecipazione al progetto di ricerca è richiesta la seguente collaborazione: una intervista semi-strutturata su ZOOM della durata minima di 30 minuti, massima di 1 ora, che si svolgerà nell'arco temporale compreso fra il 10/05/2021 e il 30/11/2021, in un momento conveniente per i partecipanti. L'incontro su ZOOM verrà registrato ai fini della trascrizione audio. I commenti dei partecipanti saranno raccolti, insieme a quelli di altri esperti intervistati, per creare un quadro concettuale in cui saranno riportati i principali temi emersi nelle interviste attorno alle principali questioni sottese all'indagine che stiamo conducendo.
La partecipazione alla ricerca è volontaria e seguirà alla compilazione del modulo online relativo al consenso informato. Le risposte raccolte potranno essere citate esplicitamente nei report di ricerca, esclusivamente se verrà fornito il consenso, come espressamente indicato nel modulo di consenso informato. Le trascrizioni delle interviste e le analisi effettuate dai ricercatori su questi dati saranno inviati tramite e-mail a ciascun partecipante prima della pubblicazione. Una volta che i partecipanti avranno esaminato il materiale, questo sarà pubblicato solo se non verranno presentate obiezioni.

Quali sono i benefici che potrà ricevere dalla partecipazione alla ricerca

Anche se non è previsto un beneficio diretto per i singoli partecipanti, i risultati della ricerca informeranno i ricercatori nel campo della didattica della matematica, gli sviluppatori delle indicazioni curriculari e i responsabili delle politiche educative e quindi vi sarà un beneficio per la comunità educativa in generale. Inoltre, la ricerca, che si concentra sulla prospettiva degli insegnanti, mira espressamente a mettere in comunicazione il mondo dell'università e della ricerca con quello scolastico, al fine di diminuire il divario tra i risultati provenienti dalla ricerca scientifica e l'innovazione nella scuola.

Quali sono i rischi/disagi derivanti dalla partecipazione alla ricerca

Non ci sono rischi rilevanti legati alla vostra partecipazione in questo progetto di ricerca. Le risposte raccolte potranno essere citate esplicitamente nei report di ricerca, esclusivamente se verrà fornito il consenso, come espressamente indicato nel modulo di consenso informato. Le trascrizioni delle interviste e le analisi effettuate dai ricercatori su questi dati saranno inviati tramite e-mail a ciascun partecipante prima della pubblicazione. Una volta che i partecipanti avranno esaminato il materiale, questo sarà pubblicato solo se non verranno presentate obiezioni. Tuttavia, siamo consapevoli che per alcuni soggetti essere video-intervistati online per un tempo compreso tra i 30 minuti e 1 ora potrebbe essere stressante. Se pensate che essere video-intervistati su ZOOM potrebbe causarvi disagio o angoscia, vi suggeriamo rispettosamente di non partecipare.

Volontarietà della partecipazione

La partecipazione alla ricerca è libera e volontaria.

Gratuità

La partecipazione alla ricerca è gratuita.

Cosa succede se deciderà di non partecipare alla ricerca

Il soggetto è libero di non partecipare allo studio; la non partecipazione allo studio non avrà alcuna conseguenza negativa nel rapporto con il ricercatore.

Se accetti di partecipare, puoi ritirarti dallo studio in qualsiasi momento, senza conseguenze negative, prima della pubblicazione dei risultati, dopo di che non sarà più possibile per noi farlo.

Revocabilità del consenso

Il consenso è revocabile, anche senza preavviso o motivazione specifica, in ogni momento precedente alla pubblicazione dei risultati, dopo di che non sarà possibile per noi permetterlo. Il ritiro dallo studio non comporterà alcuno svantaggio al soggetto.

Interruzione della ricerca

Il ricercatore potrebbe chiedere di interrompere la partecipazione alla ricerca nel caso in cui possano subentrare fattori che compromettano la ricerca o possano avere conseguenze negative per il partecipante. In questo caso il partecipante sarà tempestivamente informato/a.

Protezione dei dati personali

Le informazioni acquisite durante questo progetto di ricerca saranno utilizzate in pubblicazioni scientifiche o convegni. I risultati di questo progetto di ricerca saranno pubblicati su riviste peer reviewed di settore o in monografie. Le interviste ai partecipanti saranno condotte tramite la piattaforma ZOOM e saranno video-registrate per scopi di trascrizione. Tali video-registrazioni saranno archiviate digitalmente sul drive di rete protetto da password della LUMSA di Roma e saranno cancellate una volta avvenuta la trascrizione. Solo i membri del team di ricerca avranno accesso a queste trascrizioni archiviate in modo sicuro su un drive protetto da password. I soggetti partecipanti saranno totalmente identificati, le dichiarazioni raccolte è rilevante siano ricondotte ai singoli in quanto esperti con un profilo di ricerca specifico. Eventuali citazioni pubblicate verranno ricondotte ai singoli soggetti partecipanti esclusivamente previa autorizzazione da parte degli stessi, tramite la richiesta esplicita del consenso nel modulo che richiediamo di firmare prima dell'inizio dell'intervista.
Ai sensi del Decreto legislativo 10 agosto 2018, n. 101. Disposizioni per l'adeguamento della normativa nazionale alle disposizioni del regolamento (UE) 2016/679 del Parlamento europeo e del Consiglio, del 27 aprile 2016, relativo alla protezione delle persone fisiche con riguardo al trattamento dei dati personali, nonché alla libera circolazione di tali dati e che abroga la direttiva 95/46/CE (regolamento generale sulla protezione dei dati), i ricercatori tratteranno i dati, soltanto nella misura in cui sono indispensabili in relazione all'obiettivo e alla realizzazione dello studio.
Responsabile del trattamento e della conservazione dei dati: Ph.D. student Alessandra Boscolo.

I risultati degli studi

Le trascrizioni delle interviste e le analisi effettuate dai ricercatori su questi dati saranno inviati tramite e-mail a ciascun partecipante prima della pubblicazione. Una volta che i partecipanti avranno esaminato il materiale, questo sarà pubblicato solo se non verranno presentate obiezioni. Inoltre, le persone interessate sono incoraggiate ad iscriversi per ricevere una sintesi dei risultati non appena il progetto sarà completato.

Ulteriori informazioni

Per ulteriori informazioni e comunicazioni durante la ricerca potrà rivolgersi a Alessandra Boscolo, email: a.boscolo@lumsa.it, tel: 3386425360.

Dubbi o Reclami

Lei può segnalare qualsiasi fatto che ritenga opportuno evidenziare, relativamente alla ricerca che la riguarda, al Comitato Etico per la Ricerca Scientifica (CERS) della Lumsa (cers@lumsa.it). Ogni segnalazione sarà trattata in modo confidenziale, verrà esaminata e sarà informato del parere della comitato a riguardo.

La ringraziamo per la cortese attenzione.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au

Professoressa Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Professore Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Consenso informato

AI FINI DELLA PROPOSTA DI PARTECIPARE ALLA RICERCA CONDOTTA NEL QUADRO DEL
PROGETTO DI DOTTORATO INTERNAZIONALE: "Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico: le convinzioni e le pratiche degli insegnanti in Italia e Australia"

*Required

Prima di procedere alla compilazione del modulo di consenso informato, legga attentamente la Scheda Informativa al seguente Link.
https://drive.google.com/file/d/1ziM5vmJbT3SigHGM3MWvbgFbTLDctq8P/view?usp=sharing

Nome e Cognome *

____

E-mail *

____

Dichiara di aver ricevuto esaurienti spiegazioni in merito alla proposta di partecipazione alla ricerca in oggetto e di aver compreso il grado di coinvolgimento nello studio e dunque di accettare liberamente di partecipare alla ricerca e acconsentire al trattamento dei dati personali per gli scopi della ricerca nei limiti e con le modalità indicate. *

Tick all that apply.

- [ ] Si
- [ ] No

Acconsente che le informazioni fornite durante l'intervista possano essere espressamente citate nei report della ricerca *

Tick all that apply.

- [ ] Si
- [ ] No

Liberatoria per la registrazione e pubblicazione di contenuti di interviste video-registrate

La/ Il sottoscritta/o, a seguito della lettura della Scheda informativa e dichiarazione di consenso, accettando la seguente liberatoria per la registrazione e pubblicazione di contenuti di interviste video-registrate

AUTORIZZA

Alessandra Boscolo ai sensi degli artt. 96 e 97 della Legge in materia di protezione del diritto d'autore e di altri diritti connessi al suo esercizio n. 633 del 22 aprile 1941 nonché dell'art. 10 Codice Civile, a:

- esercitare i diritti previsti dagli artt. 12 e seg. Legge n. 633/1941
- registrare con mezzi radiotelevisivi, cinematografici e fotografici: immagini, voce, nomi e dichiarazioni rese
- pubblicare e diffondere le stesse su pubblicazioni scientifiche o in convegni

DICHIARA

- di aver letto e accettato i termini e le condizioni di trattamento dei dati personali con le modalità e per le finalità indicate nell'Informativa
- di aver autorizzato le riprese dell'immagine, del nome e della voce e/o altri suoni da lui prodotti, nei termini ed alle condizioni indicati nell'informativa
- di essere informata/o e consapevole del fatto che per alcune trasmissioni è ammesso il download
- di assumere la piena responsabilità delle dichiarazioni rese
- di rinunciare a qualunque corrispettivo per la posa, l'utilizzo, la riproduzione e la diffusione delle immagini, dell'audio e dei video

La/Il sottoscritta/o vieta altresì l'uso delle immagini e delle dichiarazioni rese in contesti che ne pregiudichino la dignità personale ed il decoro.

Dichiara di aver letto, compreso e sottoscritto la liberatoria per la registrazione e pubblicazione di contenuti di interviste video-registrate *

Tick all that apply.

- [ ] Si
- [ ] No

I ricercatori del Dipartimento di Scienze Umane della LUMSA di Roma e dell'ILSTE (Institute for Learning Science and Teacher Education) dell'Australian Catholic University stanno conducendo uno studio internazionale sulle convinzioni e sulle pratiche didattiche degli insegnanti di matematica delle scuole primaria e secondaria (di primo e secondo grado). L'indagine, in particolare, si interessa al coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti nell'apprendimento attivo e laboratoriale della matematica. La invitiamo a contribuire a questa ricerca, che mira a mettere in luce la prospettiva degli insegnanti Italiani ed Australiani a questo riguardo. Come insegnante di matematica in servizio, le sue opinioni sono fondamentali per costruire un quadro chiaro delle convinzioni e delle pratiche didattiche presenti nelle scuole. Per la sua partecipazione alla ricerca le richiediamo di completare un questionario online anonimo, della durata di circa 20 minuti, disponibile al seguente link: Questionario Percezione e Movimento nell'apprendimento della matematica.
Al termine del questionario, le verrà offerta l'opportunità di registrarti per partecipare ad un'ulteriore intervista online, individuale o di gruppo, nella quale potremo approfondire le sue opinioni in merito al tema d'interess

SCHEDA INFORMATIVA DICHIARAZIONE DI CONSENSO
ai fini della proposta di partecipazione allo studio

"Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico: le convinzioni e le pratiche degli insegnanti in Italia e Australia"

Responsabili della ricerca

Ph.D. student Alessandra Boscolo (LUMSA -Australian Catholic University)

Professoressa Gabriella Agrusti (LUMSA)

Professore Vincent Geiger (Università Cattolica Australiana)

Descrizione della ricerca

L'indagine è parte del progetto di ricerca del Dottorato Internazionale in Contemporary Humanism, curriculum Education, dell'Università di Roma LUMSA in partnership con la ACU, condotto da Alessandra Boscolo sotto la supervisione della prof. Gabriella Agrusti (LUMSA) e del prof. Vincent Geiger (ACU).

PREMESSE E SCOPI DEL PROGETTO

L'indagine ha per oggetto le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti di matematica, di scuola primaria e secondaria (primo e secondo grado), con un focus specifico sulla proposta e l'implementazione in classe di attività didattiche che prevedono una partecipazione attiva dello studente, in modalità laboratoriale, coinvolgendone le funzioni percettivo-motorie tramite manipolativi (virtuali o fisici), strumenti o semplicemente attraverso il movimento delle mani o dell'intero corpo, per l'esplorazione dei concetti matematici.

La ricerca alla quale è invitato a partecipare persegue l'obiettivo di esplorare le convinzioni degli insegnanti che si accompagnano alla proposta e l'implementazione di attività di questo tipo nella pratica didattica, la presenza di fattori ostacolanti e facilitanti, l'esistenza di profili d'insegnamento, declinati in differenti contesti culturali.

L'indagine, che sarà condotta in Italia e in Australia, prevedrà in entrambi i contesti culturali:

- l'analisi dei curriculi e delle politiche educative
- interviste semi-strutturate ad esperti in Didattica della Matematica
- la somministrazione di un questionario agli insegnanti di matematica
- focus group con gli insegnanti (un ristretto numero degli insegnanti che partecipano alla compilazione del questionario)
- l'osservazione nelle classi di pochi casi selezionati.

Cosa comporta la partecipazione alla ricerca

Nel caso decida di partecipare allo studio, da parte sua è richiesta collaborazione nella compilazione di un questionario online sulla piattaforma Google Moduli, relativamente alla sua esperienza come insegnante di matematica. Il tempo stimato per il completamento del questionario è di circa 20 minuti. I dati del sondaggio verranno raccolti in modo anonimo.

OPZIONALE: Al termine del questionario le verrà chiesto se è disposto ad essere contattato dal gruppo di ricerca in futuro per partecipare a un'intervista individuale o ad un focus group. Se deciderà di partecipare, le verrà chiesto di fornire il nome, il contatto e-mail e di indicare il grado delle classi in cui insegna. Questi dati saranno raccolti separatamente dalle risposte del questionario, per garantire l'anonimato di queste ultime. L'intervista individuale, o focus group, avrà luogo su ZOOM entro un mese dal completamento del questionario, in un momento conveniente per i partecipanti. Queste interviste saranno l'occasione, per i ricercatori del progetto, di approfondire alcuni aspetti specifici del sondaggio. L'intervista verrà video-registrata, al fine di essere trascritta. Tutti i partecipanti saranno de-identificati prima della condivisione dei dati con altri ricercatori del progetto o della diffusione dei risultati tramite pubblicazioni.

Quali sono i benefici che potrà ricevere dalla partecipazione alla ricerca

Partecipare al questionario può aumentare la consapevolezza degli insegnanti sulle proprie pratiche di insegnamento, nelle riflessioni che possono scaturire nel rispondere alle domande proposte.

I risultati della ricerca potranno informare i ricercatori nel campo della didattica della matematica, i responsabili delle politiche educative e gli sviluppatori delle indicazioni curriculari, riguardo la prospettiva degli insegnanti e la realtà della scuola in riferimento all'oggetto di studio, perciò ci sarà un beneficio per la professione in generale. Inoltre, la ricerca, che si concentra sulla prospettiva degli insegnanti, mira espressamente a mettere in comunicazione il mondo dell'università e della ricerca con quello scolastico, al fine di diminuire il divario tra i risultati provenienti dalla ricerca scientifica e l'innovazione nella scuola.

Quali sono i rischi/disagi derivanti dalla partecipazione alla ricerca

Non ci sono rischi rilevanti legati alla partecipazione a questo progetto. I rispondenti accederanno al questionario attraverso un link anonimo, non vi sarà perciò alcun rischio per i partecipanti di essere identificati rispondendo al questionario. Inoltre, le pubblicazioni che si baseranno sui dati raccolti in questa fase dello studio presenteranno i risultati soltanto in forma aggregata. Siamo consapevoli, tuttavia, che per alcune persone potrebbe essere stressante completare un questionario online rispondendo a domande per circa 20 minuti. Se pensate che un tale impegno potrebbe essere per voi troppo gravoso o angosciante, vi suggeriamo di non partecipare.

Volontarietà della partecipazione

La partecipazione alla ricerca è libera e volontaria.

Gratuità

La partecipazione alla ricerca è gratuita.

Cosa succede se deciderà di non partecipare alla ricerca

Il soggetto è libero di non partecipare allo studio; la non partecipazione allo studio non avrà alcuna conseguenza negativa nel rapporto con il ricercatore.

Revocabilità del consenso

Il consenso è revocabile in ogni momento, anche senza preavviso o motivazione specifica; il ritiro dallo studio non comporterà alcuno svantaggio al soggetto. Tuttavia, poiché le risposte al sondaggio sono anonime e in alcun modo riconducibili al singolo soggetto, non è quindi possibile rimuovere dallo studio le risposte una volta avvenuto l'invio del questionario. Per quanto concerne le interviste individuali, o focus group, i partecipanti potranno decidere di ritirarsi dallo studio in qualsiasi momento precedente alla pubblicazione dei risultati, dopo di che non sarà più possibile farlo.

Interruzione della ricerca

Il ricercatore potrebbe chiedere di interrompere la partecipazione alla ricerca nel caso in cui possano subentrare fattori che compromettano la ricerca o possano avere conseguenze negative per il partecipante. In questo caso il partecipante sarà tempestivamente informato/a.

I risultati degli studi

Data la natura di questa ricerca, è improbabile che i dati personali di ogni partecipante siano significativi senza un confronto con i dati degli altri partecipanti. Per questo motivo, i dati individuali dei partecipanti non saranno forniti, ma le persone interessate sono incoraggiate ad inviare una mail al contatto Alessandra Boscolo a.boscolo@lumsa.it per ricevere una sintesi dei risultati non appena il progetto sarà completato.

Protezione dei dati personali

I risultati di questo progetto saranno pubblicati, tuttavia le informazioni raccolte tramite il questionario saranno anonime. Vi chiediamo di non includere alcuna informazione che renda potenzialmente identificabili le vostre risposte alle domande aperte. Per esempio, facendo esplicito riferimento al nome della scuola in cui insegnate. Se questo avverrà accidentalmente, tali informazioni saranno rimosse o sostituite con uno pseudonimo prima dell'analisi dei dati. Solamente dopo essere stati de-identificati, i dati di questo progetto saranno condivisi con i ricercatori della LUMSA e dell'ACU per effettuare ulteriori analisi e rapporti di ricerca.
Il questionario, che verrà condotto tramite Google Moduli e le informazioni raccolte verranno trasferite su un server della LUMSA, protetto da password di sicurezza, in linea con le linee guida etiche per l'uso e la conservazione sicura dei dati. Solo i membri del team di ricerca avranno accesso a questi dati, che saranno archiviati in modo sicuro.

Per quanto riguarda le informazioni raccolte tramite le interviste individuali, o focus group, i risultati saranno pubblicati utilizzando pseudonimi, per garantire che non siano in alcun modo riconducibili ai soggetti partecipanti. Le interviste saranno condotte sulla piattaforma ZOOM, verranno video-registrate, con lo scopo di essere trascritte, e archiviate digitalmente sul drive di rete protetto da password della LUMSA di Roma. Tali video-registrazioni saranno cancellate una volta trascritte. Le trascrizioni saranno de-identificate, tramite una apposita codifica, prima di qualsiasi analisi dei dati o condivisione dei dati tra le università e verranno memorizzate su un cloud protetto da password. Solo i membri del team di ricerca avranno accesso a queste trascrizioni archiviate in modo sicuro e de-identificate.

Ai sensi del Decreto legislativo 10 agosto 2018, n. 101. Disposizioni per l'adeguamento della normativa nazionale alle disposizioni del regolamento (UE) 2016/679 del Parlamento europeo e del Consiglio, del 27 aprile 2016, relativo alla protezione delle persone fisiche con riguardo al trattamento dei dati personali, nonché alla libera circolazione di tali dati e che abroga la direttiva 95/46/CE (regolamento generale sulla protezione dei dati), i ricercatori tratteranno i dati, soltanto nella misura in cui sono indispensabili in relazione all'obiettivo e alla realizzazione dello studio.

Responsabile del trattamento e della conservazione dei dati: Ph.D. student Alessandra Boscolo.

Ulteriori informazioni

Per ulteriori informazioni e comunicazioni durante la ricerca potrà rivolgersi a Alessandra Boscolo, email: a.boscolo@lumsa.it, tel: 3386425360.

Dubbi o reclami

Lei può segnalare qualsiasi fatto che ritenga opportuno evidenziare, relativamente alla ricerca che la riguarda, o esporre i suoi dubbi o preoccupazioni al Comitato Etico per la Ricerca Scientifica (CERS) della Lumsa (email: cers@lumsa.it). Ogni segnalazione sarà trattata in modo confidenziale, verrà esaminata e sarà informato del parere della comitato a riguardo.

La ringraziamo per la cortese attenzione.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it

Professor Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Professore Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Consenso informato

(Da effettuare via Google Moduli, prima di iniziare la compilazione del questionario)

Introduzione

Questionario Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico

Come ricercatori della LUMSA di Roma e dell'Australian Catholic University, stiamo conducendo un'indagine che ha per oggetto le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti di matematica, di scuola primaria e secondaria (primo e secondo grado), con un focus specifico sulla proposta e l'implementazione in classe di attività didattiche che prevedono una partecipazione attiva dello studente, in modalità laboratoriale, coinvolgendone le funzioni percettivo-motorie tramite la manipolazione di artefatti (virtuali o fisici), strumenti o semplicemente attraverso il movimento delle mani o dell'intero corpo, per l'esplorazione dei concetti matematici.

In questa fase dello studio le chiediamo di completare un questionario online. Il tempo richiesto per il completamento è stimato intorno ai 20 minuti.
Si prega di rispondere a tutte le domande. Non ci sono risposte giuste o sbagliate, si prega di rispondere facendo riferimento alle esperienze personali e alle pratiche di insegnamento proposte nelle proprie classi.

Al termine del questionario, le verrà chiesto se è disponibile ad essere contattato/a successivamente per partecipare ad un'intervista individuale, o ad un focus group, che ha come obiettivo l'approfondimento di specifici aspetti trattati nel questionario. Se decidesse di partecipare le verrà richiesto di inserire il nome, l'indirizzo e-mail e i gradi scolastici in cui sta insegnando. Queste informazioni saranno raccolte separatamente dalle risposte al questionario per garantire l'anonimato di queste ultime.

Le risposte a questo sondaggio sono anonime. I partecipanti al questionario non saranno identificabile in alcuna pubblicazione basata sui dati di questa ricerca. Se accetta di partecipare, può ritirarsi dallo studio in qualsiasi momento senza conseguenze negative. Tuttavia, poiché le risposte al questionario sono anonime e non possiamo risalire in alcun modo alle risposte individuali dei singoli partecipanti, non sarà possibile rimuovere le sue risposte una volta inviato il questionario.

La ringraziamo per la sua attenzione.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Australian Catholic University
LUMSA (Italy)

Professor Vince Geiger
Institute for Learning Sciences and Teacher Education,
Australian Catholic University

Professor Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane,
LUMSA (Italy)

Per ulteriori informazioni e comunicazioni durante la ricerca potrà rivolgersi ad Alessandra Boscolo,
email: a.boscolo@lumsa.it, tel: 3386425360.

Consenso

Prima di procedere alla compilazione del questionario, legga attentamente la Scheda Informativa al Link di seguito, e completi il modulo di consenso informato qua sotto.
Link Scheda Informativa

- Dichiara di aver letto e compreso le informazioni contenute nella Scheda Informativa, di aver ricevuto esaurienti spiegazioni in merito alla proposta di partecipazione alla ricerca in oggetto, di aver compreso il grado di coinvolgimento nello studio e dunque di accettare liberamente di partecipare a questo sondaggio online di 20 minuti, sapendo che può ritirare il suo consenso in qualsiasi momento (senza conseguenze negative). L'unica eccezione riguarda i dati che sono già stati inviati, in quanto le risposte al sondaggio sono anonime e perciò non possono essere individuate e rimosse.
- Accetta che i dati raccolti per lo studio possano essere pubblicati o forniti ad altri ricercatori in una forma che non la identifichi in alcun modo, per gli scopi della ricerca nei limiti e con le modalità indicate.
- Dichiara di essere stato informato, inoltre, del suo diritto ad avere libero accesso alla valutazione espressa dal Comitato Etico per la Ricerca Scientifica.

□ Si e fornisco il mio consenso

□ Ho deciso di non partecipare alla ricerca

(Nel caso di risposta affermativa)

Grazie per aver scelto di partecipare al progetto di ricerca: Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico. Convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia.

Consenso informato

(Da compilare via Google Moduli, al termine della compilazione del questionario, solamente per gli insegnanti che hanno risposto di SI alla domanda: *Sei disponibile ad essere contattato in futuro per prendere parte ad una intervista individuale o ad un focus group su questo tema?*)

Introduzione

Interviste individuali/ Focus group : Consenso informato

Il modulo che le chiediamo di completare di seguito serve a raccogliere i suoi dati di contatto, al fine di organizzare un'intervista via Zoom volta ad approfondire specifici aspetti trattati nel questionario che ha appena completato.

La ringrazio per la sua attenzione.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Australian Catholic University
LUMSA (Italy)

Prof. Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane,
LUMSA (Italy)

Prof. Vince Geiger
Institute for Learning Sciences and Teacher Education,
Australian Catholic University

Consenso

Prima di procedere alla compilazione delle informazioni di contatto, leggere attentamente la Scheda Informativa al seguente Link e compilare il modulo di consenso informato che trova di seguito.

Link Scheda Informativa

- Dichiara di aver letto e compreso le informazioni contenute nella Scheda Informativa e di aver ricevuto esaurienti spiegazioni in merito alla proposta di partecipazione alla ricerca in oggetto e di aver compreso il grado di coinvolgimento nello studio e dunque di accettare liberamente di partecipare a una video-intervista su ZOOM di circa un'ora, sapendo che può ritirare il suo consenso in qualsiasi momento (senza conseguenze negative).

- Accetta che i dati raccolti per lo studio possano essere pubblicati o forniti ad altri ricercatori in una forma che non la identifichi in alcun modo, per gli scopi della ricerca nei limiti e con le modalità indicate. Riconosce che questa videoconferenza sarà registrata per scopi di trascrizione.

- Dichiara di essere stato informato, inoltre, del suo diritto ad avere libero accesso alla valutazione espressa dal Comitato Etico per la Ricerca Scientifica.

 Si e fornisco il mio consenso

 Ho deciso di non volere partecipare a questa ulteriore fase della ricerca

---

Intervista individuale o Focus group

Sei disponibile a prendere parte in futuro ad una intervista individuale o ad un focus group su questo tema?

 Si
 No

Se hai risposto di si, ti chiediamo gentilmente di scrivere qua sotto il tuo nome, il tuo indirizzo email e i gradi scolastici nei quali insegni, così da poter essere contattato in futuro per partecipare ad una intervista individuale o un focus group su questo tema.

- Nome:

- E-mail:

- Grado/i scolastico/i nel/i quale/i insegni :

(In caso di risposta affermativa)

Grazie per aver scelto di contribuire in questa ulteriore fase del progetto di ricerca:
Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico. Pratiche e Convinzioni degli insegnanti in Italia e in Australia.

TOR VERGATA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

Macroarea di Scienze MFN
Dipartimento di Matematica

Parere sul Progetto di Ricerca dal titolo **Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico: pratiche e convinzioni degli insegnanti in Italia e in Australia**
presentato da **Alessandra Boscolo**

Ho letto la descrizione degli obiettivi, la previsione dell'articolazione e la pianificazione delle attività relative al progetto di ricerca. Ritengo che:

- Il titolo riassume con chiarezza gli aspetti principali della proposta.
- La motivazione è ben supportata da una bibliografia aggiornata e da indagini quantitative.
- Il tema sollevato è di grande rilievo; coinvolge vari aspetti, quali ad esempio la formazione iniziale e in servizio degli insegnanti, il ruolo svolto dalle politiche nazionali e da comunità di pratica, la variazione delle competenze degli studenti legate anche alla diffusione e all'utilizzo di strumenti multimediali e audiovisivi
- Gli obiettivi sono descritti distinguendo gli ambiti in cui si prevede di poter delineare una panoramica generale da quelli affrontati con un intento esplorativo e non esaustivo. Tali obiettivi sono di interesse, sia negli aspetti di revisione e analisi e confronto tra contenti culturali, che nelle fasi di ascolto e sollecitazione a una riflessione metadidattica rivolte agli insegnanti (che appaiono uno dei maggiori punti di forza del programma)
- Viene illustrata con chiarezza una articolazione in fasi di lavoro, dettagliandone vari aspetti operativi e metodologici che appaiono appropriati e ben contestualizzati. La bibliografia indicata è adeguata.
- Il programma di ricerca appare idoneo al raggiungimento degli obiettivi delineati nei tempi previsti.
- Alessandra Boscolo appare decisamente qualificata allo svolgimento della ricerca. Le università coinvolte nella ricerca sono di elevato livello internazionale nei campi della ricerca in didattica e nella valutazione, con esperti nella didattica della matematica.

Informazioni sull'estensore del parere

Il parere è stato redatto da Francesca Tovena, Professore Associato di II Fascia, SSD MAT/03-Geometria, presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"

Esperienze e qualifica:

- Laurea (Università degli Studi di Padova, 1988) e Dottorato di ricerca (Università degli Studi di Pisa, 1993) in Matematica
- dal 2000: docente di insegnamenti di didattica e di didattica della matematica in Corsi di laurea, laurea magistrale, Master, TFA, PAS, PF24CFU; dal 2011 docente a contratto di matematica presso il corso magistrale abilitante in Scienze della Formazione primaria presso LUMSA
- Relatore in corsi di Formazione per insegnanti in servizio in Didattica della matematica organizzati dall'Accademia dei Lincei (Polo di Roma, dal 2015 al 2020), dalla Casa Editrice La Scuola (dal 2010 al 2015), dall'Università degli Studi di Roma Tor Vergata
- Componente del Comitato Ordinatore di Ateneo per il Percorso Formativo 24CFU dal 2017 (e, in precedenza, di TFA e PAS)

Relazione con Alessandra Boscolo: Alessandra ha conseguito la Laurea Magistrale in Matematica Pura e Applicata presso il mio Dipartimento. Ho seguito Alessandra fornendo la controrelazione alla tesi da lei presentata per la prova finale (cioè un report tecnico di verifica interna, che viene sottoposta all'attenzione della Commissione di Laurea). Nel lavoro di tesi, Alessandra ha realizzato una ampia attività sperimentale in didattica della matematica, ideando e sottoponendo a vari studenti della classe terza della scuola primaria alcuni quesiti finalizzati a comprendere e intercettare lo sviluppo del pensiero geometrico. In particolare, ha mostrato una tenace passione nella ricerca e nello studio, affiancata a capacità organizzative, oltre che empatiche con gli studenti e con i docenti. Ho avuto, inoltre, occasione di verificare le doti di autonomia, disponibilità e efficienza di Alessandra in varie iniziative di divulgazione e incontro con le scuole, organizzate dal mio Dipartimento.

contatto via posta elettronica: francesca.tovena@uniroma2.eu

Roma, 28 luglio 2021

Francesca Tovena

Via della Ricerca Scientifica, 00133, Roma
https://www.mat.uniroma2.it/~tovena/

Tel. (+39) 06 72594669 Fax (+39) 0672564699
Email: francesca.tovena@uniroma2.eu

APPENDICE 1.2: STRUMENTI

PROTOCOLLO DELL'INTERVISTA AGLI ESPERTI

QUESTIONARIO ONLINE

PROTOCOLLO PER I FOCUS GROUP DI FOLLOW-UP CON GLI INSEGNANTI

PROTOCOLLO DELL'INTERVISTA AGLI ESPERTI

LA RICERCA IN ITALIA

PROTOCOLLO PER L'INTERVISTA AGLI ESPERTI

A. Introduzione

Grazie per la sua partecipazione a questo progetto di ricerca.

Stiamo conducendo uno studio in Italia e in Australia che ha per oggetto le convinzioni degli insegnanti, di scuola primaria e secondaria, ed, eventualmente, le pratiche didattiche adottate nell'insegnamento della matematica. Siamo particolarmente interessati alla proposta e all'implementazione in classe di attività che prevedono la partecipazione attiva degli studenti, in modalità laboratoriale, coinvolgendo il loro corpo e movimento, per esplorare concetti matematici. Queste includono, per esempio, attività progettate nella prospettiva dell'apprendimento enactive-embodied, attività di indagine che utilizzano materiali manipolativi e artefatti, attività laboratoriali che utilizzano strumenti (virtuali o fisici) in modalità esplorativa, attività in cui tutto il corpo è impegnato ad esplorare concetti matematici.

L'intervista sarà video-registrata, se ne concedete l'autorizzazione. In seguito, la registrazione audio sarà trascritta e le risposte fornite saranno raccolte, assieme a quelle degli altri esperti intervistati, per creare un quadro concettuale in cui saranno riportati, e verranno messi in relazione, i principali temi emersi.
Parti delle trascrizioni potranno essere citate direttamente in pubblicazioni di ricerca esclusivamente se avrete fornito l'autorizzazione, come espressamente indicato nel consenso informato che vi abbiamo chiesto di firmare prima di accettare di partecipare alla ricerca. Le trascrizioni dell'intervista, e le analisi effettuate dai ricercatori relativamente a questi dati, vi saranno inviati prima della pubblicazione. Una volta che avrete esaminato il materiale, esso sarà pubblicato solo se non avrete obiezioni.

B. Opinione degli esperti su una questione interna alla ricerca:

Nella nostra ricerca, somministreremo un questionario online agli insegnanti della scuola primaria e secondaria.

I. Nella versione italiana/australiana del questionario, quale terminologia userebbe per definire le attività oggetto dell'indagine in modo chiaro e facilmente accessibile agli insegnanti?

II. Pensa che sarebbe utile fornire degli esempi? Quali esempi pensa siano comunemente noti e riconoscibili dagli insegnanti?
(Tenendo in considerazione anche i diversi gradi scolastici)

C. **Opinione degli esperti riguardo le principali questioni sottese all'indagine rivolta agli insegnanti:**

III. Pensa che sia importante proporre questo tipo di attività a scuola? Perché?

IV. Quali sono le convinzioni che dovrebbero guidare gli insegnanti nel proporre queste attività in classe? Quali sono le considerazioni, le consapevolezze, le conoscenze che dovrebbero accompagnarsi all'implementazione di queste attività? (Ad esempio in termini di strategie didattiche da adottare, in termini di valutazione, ...)

V. Quali caratteristiche relative all'implementazione di queste attività in classe ne determinano l'efficacia didattica?

VI. Quali sono i principali limiti dell'utilizzo di queste attività nella pratica didattica? Quali sono i fattori che ostacolano / favoriscono l'implementazione di queste attività a scuola?

C. **Saluti e ringraziamenti**

Grazie per aver partecipato a questa intervista. La sua collaborazione è davvero preziosa per la nostra ricerca.

QUESTIONARIO ONLINE

LA RICERCA IN ITALIA

Questionario Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico

Start of Block: Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico

Q-000 Questionario Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico

All'interno di un gruppo di ricercatori della LUMSA di Roma e dell'Australian Catholic University, stiamo conducendo un'indagine che ha per oggetto le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti di matematica, di scuola primaria e secondaria (primo e secondo grado), con un focus specifico sulla proposta e l'implementazione in classe di attività didattiche che prevedono una partecipazione attiva dello studente, in modalità laboratoriale, coinvolgendone le funzioni percettivo-motorie tramite la manipolazione di artefatti (virtuali o fisici), strumenti o semplicemente attraverso il movimento delle mani o dell'intero corpo, per l'esplorazione dei concetti matematici.

In questa fase dello studio le chiediamo di completare un questionario online. Il tempo richiesto per il completamento è stimato intorno ai 20 minuti. Si prega di rispondere a tutte le domande. Non ci sono risposte giuste o sbagliate, si prega di rispondere facendo riferimento alle esperienze personali e alle pratiche di insegnamento proposte nelle proprie classi. Al termine del questionario, le verrà chiesto se è disponibile ad essere contattato/a successivamente per partecipare ad un'intervista individuale, o ad un focus group, che ha come obiettivo l'approfondimento di specifici aspetti trattati nel questionario. Se decidesse di partecipare le verrà richiesto di inserire il nome, l'indirizzo e-mail e i gradi scolastici in cui sta insegnando. Queste informazioni saranno raccolte separatamente dalle risposte al questionario per garantire l'anonimato di queste ultime.

Le risposte al questionario sono anonime. I partecipanti al questionario non saranno identificabili in alcuna pubblicazione basata sui dati di questa ricerca. Se accetta di partecipare, può ritirarsi dallo studio in qualsiasi momento senza conseguenze negative. Tuttavia, poiché le risposte al questionario sono anonime e non possiamo risalire in alcun modo alle risposte individuali dei singoli partecipanti, non sarà possibile rimuovere le sue risposte una volta inviato il questionario.

La ringraziamo per la sua attenzione.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo

Università LUMSA
Australian Catholic University

Prof.ssa Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane,
Università LUMSA

Prof. Vincent Geiger
Institute for Learning Sciences and Teacher Education,
Australian Catholic University (Australia)

Per ulteriori informazioni e comunicazioni durante la ricerca potrà rivolgersi ad Alessandra Boscolo, email: a.boscolo@lumsa.it, tel: 3386425360.

Q-00 Prima di procedere alla compilazione del questionario, legga attentamente la Scheda Informativa al Link di seguito, e completi il modulo di consenso informato qua sotto.

Scheda informativa Dichiara di aver letto e compreso le informazioni contenute nella Scheda Informativa, di aver ricevuto esaurienti spiegazioni in merito alla proposta di partecipazione alla ricerca in oggetto, di aver compreso il grado di coinvolgimento nello studio e dunque di accettare liberamente di partecipare a questo sondaggio online di 20 minuti, sapendo che può ritirare il suo consenso in qualsiasi momento (senza conseguenze negative). L'unica eccezione riguarda i dati che sono già stati inviati, in quanto le risposte al sondaggio sono anonime e perciò non possono essere individuate e rimosse. Accetta che i dati raccolti per lo studio possano essere pubblicati o forniti ad altri ricercatori in una forma che non la identifichi in alcun modo, per gli scopi della ricerca nei limiti e con le modalità indicate. Dichiara di essere stato informato, inoltre, del suo diritto ad avere libero accesso alla valutazione espressa dal Comitato Etico per la Ricerca Scientifica.

- ○ Si e fornisco il mio consenso (1)
- ○ Ho deciso di non partecipare alla ricerca (2)

Skip To: End of Survey If Prima di procedere alla compilazione del questionario, legga attentamente la Scheda Informativa a... = Ho deciso di non partecipare alla ricerca

---

Display This Question:

If Prima di procedere alla compilazione del questionario, legga attentamente la Scheda Informativa a... = Si e fornisco il mio consenso

Q-0
Grazie per aver scelto di partecipare al progetto di ricerca:

Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico.
Convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia

---

Display This Question:

If Prima di procedere alla compilazione del questionario, legga attentamente la Scheda Informativa a... = Si e fornisco il mio consenso

Q1 1) Selezioni una delle seguenti alternative:

- ○ Sono un/una insegnante di scuola **primaria** (1)
- ○ Sono un/una insegnante di scuola **secondaria** (2)

End of Block: Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico

---

Start of Block: La scuola

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola primaria

Q2P 2) Nell'anno scolastico corrente, in quale/i classe/i sta insegnando?
Selezioni una o più fra le seguenti alternative.

- ▢ **Scuola dell'infanzia** (1)
- ▢ **Primo anno** (Primaria) (2)
- ▢ **Secondo anno** (Primaria) (3)
- ▢ **Terzo anno** (Primaria) (4)
- ▢ **Quarto anno** (Primaria) (5)
- ▢ **Quinto anno** (Primaria) (6)

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

Q2S 2) Nell'anno scolastico corrente, in quale/i classe/i sta insegnando?
Selezioni una o più fra le seguenti alternative.

- ☐ **Primo anno** (Scuola secondaria di **primo** grado) (1)
- ☐ **Secondo anno** (Scuola secondaria di **primo** grado) (2)
- ☐ **Terzo anno** (Scuola secondaria di **primo** grado) (3)
- ☐ **Primo anno** (Scuola secondaria di **secondo** grado) (4)
- ☐ **Secondo anno** (Scuola secondaria di **secondo** grado) (5)
- ☐ **Terzo anno** (Scuola secondaria di **secondo** grado) (6)
- ☐ **Quarto anno** (Scuola secondaria di **secondo** grado) (7)
- ☐ **Quinto anno** (Scuola secondaria di **secondo** grado) (8)

Q3 3) Quale delle seguenti alternative caratterizza la scuola nella quale insegna?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

▼ Scuola pubblica (1) ... Scuola privata o paritaria (2)

Q4 4) Riferendoci ai principi ispiratori, quale delle alternative seguenti descrive meglio la scuola nella quale insegna?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- ○ Scuola tradizionale (1)
- ○ Scuola basata su uno specifico metodo educativo (e.g., Metodo Montessori, scuola Steineriana) (2)

Display This Question:

If Seleziona una alternativa fra le seguenti = Scuola basata su uno specifico metodo educativo (e.g., Metodo Montessori, scuola Steineriana)

Q4BIS Che tipologia?
Scriva di seguito la sua risposta.

____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

*

Q5(S) 5) Nell'anno scolastico corrente, quale materia sta insegnando per la maggior parte delle ore?
Se insegna più di una materia per lo stesso numero di ore, selezioni fino a due alternative.

- ▢ Matematica (1)
- ▢ Scienze (2)
- ▢ Fisica (3)
- ▢ Tecnologia (4)
- ▢ Economia (5)
- ▢ Biologia (6)
- ▢ Altro (Specificare) (8) ____

End of Block: La scuola

Start of Block: Generalità

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola primaria

Q6P 6) Quale è il suo titolo di studio?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ Diploma (1)

○ Diploma di laurea (vecchio ordinamento) (2)

○ Laurea Triennale (3)

○ Laurea specialistica/ magistrale/ magistrale a ciclo unico (4)

○ Dottorato di ricerca (5)

○ Altro (Specificare) (6) ____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

Q6S 6) Quale è il suo titolo di studio?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ Diploma di laurea (vecchio ordinamento) (2)

○ Laurea Triennale (3)

○ Laurea specialistica/ magistrale/ magistrale a ciclo unico (4)

○ Dottorato di ricerca (5)

○ Altro (Specificare) (6) ____

Q7 7) Quale è stato il suo principale settore di studio durante l'università / durante il dottorato (se effettuato)?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ **Matematica** (Ad esempio Geometria, Algebra, Probabilità and Statistica, Analisi Numerica) (1)

○ **Didattica/ Storia della Matematica**(Specializzazione in Didattica/ Storia della Matematica) (2)

○ **Altro** (Specificare) (3) ____

Q8 8) Al termine dell'anno scolastico corrente, quanti anni di esperienza come insegnante di matematica avrà accumulato?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ da 1 a 3 (1)

○ da 4 a 10 (2)

○ più di 10 (3)

End of Block: Generalità

Start of Block: Convinzioni di carattere generale

Q9 9) Secondo lei, quanto ciascuno dei seguenti fattori influenza lo sviluppo del pensiero matematico dello studente?
Per ogni riga, selezioni una sola alternativa.

	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
a) Ruolo dell'**insegnante** (1)	○	○	○	○	○
b) Ruolo dei **pari** (2)	○	○	○	○	○
c) Ruolo dello **studente** stesso (nel determinare il proprio apprendimento) (3)	○	○	○	○	○

Q10 10) Qual è il principale compito dell'insegnante nel supportare l'apprendimento dello studente in matematica?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ **Allenare**: preparare gli studenti a utilizzare e saper applicare risultati e procedure della matematica in modo corretto ed efficiente (1)

○ **Spiegare**: permettere agli studenti di avere una comprensione profonda dei concetti matematici e dei loro significati (2)

○ **Facilitare**: fornire allo studente il supporto necessario per sviluppare competenze e pensiero matematico (3)

○ **Nessuna delle precedenti** (4)

Q11 11) Quanto è d'accordo con le seguenti affermazioni?
Per ogni affermazione selezioni una sola alternativa.

a) La matematica è un insieme di regole, fatti e tecniche da utilizzare come una cassetta degli attrezzi per risolvere problemi (1)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
b) La matematica è un impegno umano bellissimo, creativo ed utile, che rappresenta sia una via per la conoscenza che uno strumento di pensiero (2)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
c) La matematica è la scienza del pensiero formale e della logica rigorosa (3)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
d) È responsabilità dell'insegnante fornire agli studenti dei metodi chiari ed efficienti per la risoluzione dei problemi matematici (4)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
e) Il miglior modo di presentare il contenuto matematico è adottare uno stile espositivo: dimostrando, spiegando e descrivendo concetti e abilità (5)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
f) La conoscenza matematica non può essere trasmessa, ma deve essere costruita dallo studente (6)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)

End of Block: Convinzioni di carattere generale

Start of Block: Convinzioni sulle attività laboratoriali che coinvolgono percezione e movimento

Q **Attività laboratoriali nelle quali gli studenti sono attivamente coinvolti con il loro corpo e movimento** Nelle prossime sezioni faremo riferimento ad attività di apprendimento nelle quali gli studenti sono coinvolti attivamente tramite le loro percezioni sensori-motorie, in una modalità laboratoriale, attraverso la manipolazione di artefatti virtuali o fisici, strumenti, o semplicemente tramite movimenti del corpo, per esplorare e comprendere concetti matematici.

Di seguito è possibile trovare alcuni esempi di attività di questo tipo.

Esempi:

Q12 12) Quanto ritiene che sia importante proporre in classe attività di apprendimento laboratoriale, coinvolgendo il corpo e il movimento degli studenti?

	Per niente (11)	Poco (12)	Abbastanza (13)	Molto (14)	Non so (15)
Esprima quanto selezionando un'alternativa nella scala. (4)	○	○	○	○	○

Q13 13) Per quale/i grado/i scolastico/i ritiene che questo tipo di attività siano adeguate?
Scriva di seguito la sua risposta.

____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola primaria

Q14P 14) Quali argomenti e contenuti matematici crede che andrebbero insegnati tramite attività di questo tipo?

Scriva di seguito fino a 3 esempi.

- ○ Esempio 1 (1) ____
- ○ Esempio 2 (2) ____
- ○ Esempio 3 (3) ____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

Q14S 14) Quali <u>argomenti e contenuti matematici</u> crede che andrebbero insegnati tramite attività di questo tipo?

Scriva di seguito fino a 3 esempi.

- ○ Esempio 1 (1) ____
- ○ Esempio 2 (2) ____
- ○ Esempio 3 (3) ____

Q15 15) Crede che attività di questo tipo possano influenzare positivamente gli studenti per quanto riguarda...
Per ogni riga, selezioni una sola alternativa.

1. l'apprendimento a lungo termine (1)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
2. i risultati nei test standardizzati (2)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
3. il ragionamento matematico (3)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
4. le capacità di visualizzazione matematica (4)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
5. le capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività (5)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
6. l'interesse e la motivazione (6)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia) (7)	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)

Q16 16) Ritiene che attività di questo tipo possano avere un impatto su...
Per ogni riga selezioni una sola alternativa

1. il clima di classe (1)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe (2)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
3. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali (3)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
4. l'inclusione di studenti con un differente background socio-culturale (4)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)
5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti (8)	○ Per niente (1)	○ Poco (2)	○ Abbastanza (3)	○ Molto (4)	○ Non so (5)

Q17 17) Secondo la sua esperienza, quali sono i principali fattori che costituiscono un limite per la proposta di attività di questo tipo in classe?
Selezioni fino a un massimo di tre delle seguenti alternative.

- ▢ La gestione della classe (Difficoltà nel mantenere il controllo della classe e a contenere la rumorosità) (1)
- ▢ La valutazione degli studenti (2)
- ▢ Sono adatte solamente per studenti con basso rendimento (3)
- ▢ Sono adatte solamente per studenti con alto rendimento (4)
- ▢ Non sono inclusive per studenti con un differente background socio-culturale (5)
- ▢ Non sono inclusive per studenti con bisogni educativi speciali (6)
- ▢ Il fattore tempo (7)
- ▢ Mancanza di spazi e risorse (12)
- ▢ Hanno scarsa efficacia didattica (8)
- ▢ Si adattano solamente a un ristretto numero di argomenti (9)
- ▢ Queste attività sono adatte solamente per studenti ai primi anni di scuola (10)
- ▢ Altro (Specificare) (11) ____

*

Q18 18) Secondo lei, che strumento o strategia di valutazione dovrebbe essere utilizzata per questo tipo di attività?
Selezioni fino a un massimo di due delle seguenti alternative.

- ▢ Test scritti (1)
- ▢ Interrogazioni (2)
- ▢ Osservazione (3)
- ▢ Valutazione fra pari (4)
- ▢ Project work (5)
- ▢ Portfolio (6)
- ▢ Autovalutazione dello studente (7)
- ▢ Non credo che queste attività debbano essere valutate (8)
- ▢ Altro (Specificare) (9) ____

Page Break

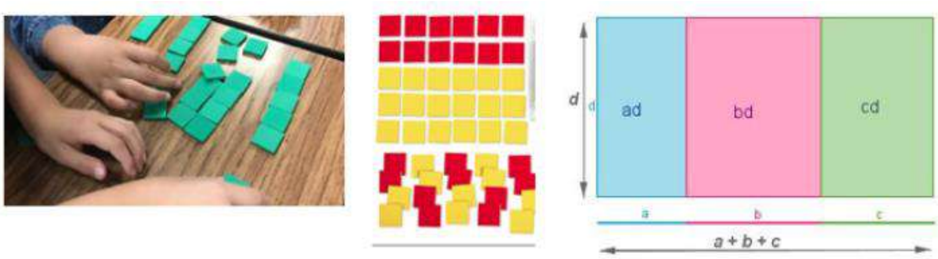
Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola primaria

Q19P 19) Legga ora la breve storia che segue, prima di rispondere alle domande che seguiranno.

Monica, una giovane insegnante, ha deciso di proporre, per la prima volta nella sua classe, un'attività di apprendimento laboratoriale. L'attività prevede l'utilizzo di materiali in legno da manipolare, per esplorare le rappresentazioni geometriche delle proprietà distributive della moltiplicazione.

Proprietà distributive della moltiplicazione:



Dopo aver mostrato all'intera classe i materiali e come sia possibile servirsene per risolvere identità aritmetiche, Monica assegna agli studenti una serie di esercizi da svolgere, in tempistiche serrate, suggerendo di fare uso dei materiali presentati per la risoluzione.

Monica osserva gli studenti mentre lavorano autonomamente: inizialmente molti studenti mostrano interesse per il nuovo modo di rappresentare le proprietà aritmetiche, tuttavia, la maggior parte degli studenti non fa uso dei materiali per risolvere gli esercizi, facendo invece ricorso alle già note strategie risolutive di calcolo con foglio e penna.

Così, Monica ritiene che l'attività non sia stata efficace, poiché la maggior parte degli studenti non ha utilizzato i materiali proposti e le interpretazioni geometriche per la risoluzione degli esercizi.

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola primaria

Q19P 19) Pensando alla storia di Monica, esprima quanto è d'accordo con le seguenti affermazioni. Per ognuna delle cinque affermazioni, selezioni una sola alternativa.

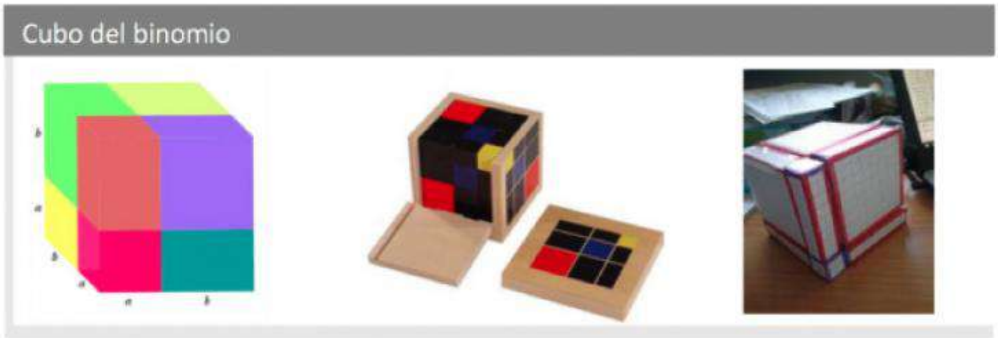
	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
a) L'attività è stata invece efficace, poiché gli studenti hanno conosciuto un modo alternativo di rappresentare le proprietà distributive. Non importa se hanno risolto gli esercizi con le strategie risolutive già note. (1)	o	o	o	o	o
b) Le attività di questo tipo richiedono tempi lunghi prima che gli studenti prendano confidenza con un modo nuovo di lavorare e diventino consapevoli di come l'esperienza con i materiali possa aiutarli per risolvere problemi aritmetici. (2)	o	o	o	o	o
c) Proporre compiti esplorativi e problemi aperti rende questo tipo di attività di apprendimento più efficace che risolvere compiti predefiniti in tempistiche serrate. (3)	o	o	o	o	o
d) Una maggiore interazione degli studenti con l'insegnante e con i compagni durante l'attività avrebbe stimolato l'uso delle forme di legno per risolvere problemi aritmetici (4)	o	o	o	o	o
e) Il motivo del fallimento di Monica è che non è riuscita a trasmettere agli studenti l'obiettivo dell'attività: esplorare e familiarizzare con le rappresentazioni geometriche delle proprietà distributive. (6)	o	o	o	o	o

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

Q19S_Testo 19) Legga ora la breve storia che segue, prima di rispondere alle domande che seguiranno.

Monica, una giovane insegnante, ha deciso di proporre, per la prima volta nella sua classe, un'attività di apprendimento laboratoriale. L'attività prevede l'utilizzo di materiali in legno da manipolare, per esplorare le rappresentazioni geometriche delle proprietà algebriche.



Dopo aver mostrato all'intera classe i materiali e come sia possibile servirsene per risolvere identità algebriche, Monica assegna agli studenti una serie di esercizi da svolgere, in tempistiche serrate, suggerendo di fare uso dei materiali presentati per la risoluzione.

Monica osserva gli studenti mentre lavorano autonomamente: inizialmente molti studenti mostrano interesse per il nuovo modo di rappresentare le proprietà algebriche, tuttavia, la maggior parte degli studenti non fa uso dei materiali per risolvere gli esercizi, facendo invece ricorso alle già note strategie risolutive di calcolo con foglio e penna.

Così, Monica ritiene che l'attività non sia stata efficace, poiché la maggior parte degli studenti non ha utilizzato i materiali proposti e le interpretazioni geometriche per la risoluzione degli esercizi.

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

Q19S 19) Pensando alla storia di Monica, esprima quanto è d'accordo con le seguenti affermazioni.

Per ognuna delle cinque affermazioni, selezioni una sola alternativa.

	Per niente (1)	Poco (2)	Abbastanza (3)	Molto (4)	Non so (5)
a) L'attività è stata invece efficace, poiché gli studenti hanno conosciuto un modo alternativo di rappresentare le proprietà distributive. Non importa se hanno risolto gli esercizi con le strategie risolutive già note. (1)	○	○	○	○	○
b) Le attività di questo tipo richiedono tempi lunghi prima che gli studenti prendano confidenza con un modo nuovo di lavorare e diventino consapevoli di come l'esperienza con i materiali possa aiutarli per risolvere problemi algebrici. (2)	○	○	○	○	○
c) Proporre compiti esplorativi e problemi aperti rende questo tipo di attività di apprendimento più efficace che risolvere compiti predefiniti in tempistiche serrate. (3)	○	○	○	○	○
d) Una maggiore interazione degli studenti con l'insegnante e con i compagni durante l'attività avrebbe stimolato l'uso delle forme di legno per risolvere problemi algebrici (4)	○	○	○	○	○
e) Il motivo del fallimento di Monica è che non è riuscita a trasmettere agli studenti l'obiettivo dell'attività: esplorare e familiarizzare con le interpretazioni geometriche dei problemi algebrici (6)	○	○	○	○	○

Q19T Timing
First Click (1)
Last Click (2)
Page Submit (3)
Click Count (4)

End of Block: Convinzioni sulle attività laboratoriali che coinvolgono percezione e movimento

---

Start of Block: Implementazione di attività laboratoriali che coinvolgono percezione e movimento

Convinzioni sulle attività laboratoriali che coinvolgono percezione e movimento

Attività laboratoriali nelle quali gli studenti sono attivamente coinvolti con il loro corpo e movimento

Nelle prossime sezioni faremo riferimento ad attività di apprendimento nelle quali gli studenti sono coinvolti attivamente tramite le loro percezioni sensori-motorie, in una modalità laboratoriale, attraverso la manipolazione di artefatti virtuali o fisici, strumenti, o semplicemente tramite movimenti del corpo, per esplorare e comprendere concetti matematici.

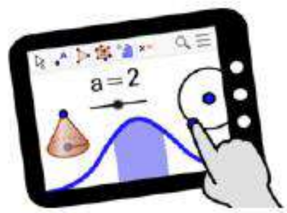
Di seguito è possibile trovare alcuni esempi di attività di questo tipo.

Esempi:

Attività laboratoriali che prevedono la manipolazione di artefatti fisici (materiali o strumenti)

Attività di esplorazione matematica (ad es. il coding, le Terne Pitagoriche) che coinvolgono gli studenti attraverso il movimento dell'intero corpo

Attività interattive di manipolazione di oggetti virtuali, effettuate con applicazioni digitali (ad es. TouchCounts o Geogebra) su dispositivi multi-touch (ad es. Ipads)



Q20 20) Propone attività di questo tipo nella sua pratica didattica?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

○ Si (2)

○ No (3)

Skip To: End of Block If Seleziona una fra le seguenti alternative = No

Q21 21) Con quale <u>frequenza</u> propone attività di questo tipo nella sua classe?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- Una volta a settimana o pi&ugrave (1)
- 1-3 volte al mese (2)
- 5-10 volte all'anno (3)
- Meno di 4 volte l'anno (4)
- Altro (Specificare) (6) ____

Q22 22) In media, quanto tempo impiega a svolgere un'attività di questo tipo?
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- Meno di una lezione (1)
- Da 1 a 3 lezioni (3)
- Più di 3 lezioni (4)

Q23 23) Nella sua classe, principalmente propone attività di questo tipo...
Selezioni una o più delle seguenti alternative.

- ▢ per introdurre nuovi argomenti (1)
- ▢ come esercitazione (2)
- ▢ per ripassare argomenti già affrontati (3)
- ▢ come attività di recupero (4)
- ▢ come attività di approfondimento/ potenziamento (5)
- ▢ per sviluppare la motivazione degli studenti (6)
- ▢ Altro (Specificare) (7) ____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola primaria

Q24P 24) Che tipologia di materiali o strumenti propone di utilizzare in classe durante questo tipo di attività?
Selezioni una o più delle seguenti alternative.

- ▢ **strumenti meccanici** (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica) (1)
- ▢ **strumenti per il calcolo** (come l'abaco, la pascalina) (2)
- ▢ **oggetti o materiali da manipolare** (come il tangram, i materiali Montessori, gli origami, le forme geometriche in legno, i regoli in colore, il materiale multibase o blocchi di Dienes in base 10) (3)
- ▢ **oggetti della vita quotidiana** (come le cannucce, le scatole di cartone) (8)
- ▢ **attrezzi della palestra** (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori) (4)
- ▢ **strumenti digitali interattivi** (come applicazioni interattive come le applet di Geogebra, Fingu,TouchCounts o simili, su device multitouch - iPads) (5)
- ▢ nessun materiale, solo **il movimento del corpo** o strumentazione classica come foglio e matita (6)
- ▢ Altro (specificare) (7) ____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = Sono un/una insegnante di scuola secondaria

Q24S 24) Che tipologia di materiali o strumenti propone di utilizzare in classe durante questo tipo di attività?
Selezioni una o più delle seguenti alternative.

- ☐ **strumenti meccanici** (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica) (1)
- ☐ **strumenti computazionali** (come il rilevatore di posizione, gli strumenti per il calcolo algebrico) (2)
- ☐ **oggetti e materiali da manipolare** (come gli origami, le forme geometriche) (3)
- ☐ **oggetti della vita quotidiana** (come le cannucce, le scatole di cartone) (4)
- ☐ **attrezzi della palestra** (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori) (5)
- ☐ **strumenti digitali interattivi** (come applicazioni interattive come le applet Geogebra su device multitouch - iPad) (6)
- ☐ nessun materiale, solo **il movimento del corpo** o strumentazione classica come foglio e matita (7)
- ☐ Altro (Specificare) (8) ____

Q25 25) Quando propone attività di questo tipo, solitamente...
Selezioni una o più delle seguenti alternative.

- ☐ utilizza materiali e strumenti progettati per gli scopi dell'attività (1)
- ☐ adatta per i suoi scopi i materiali e gli strumenti già progettati (2)
- ☐ progetta e costruisce i materiali e gli strumenti (3)

Q26 26) Quali dei seguenti sono i principali criteri che guidano le sue scelte nel selezionare e progettare le attività di questo tipo?
Selezioni fino a due delle seguenti alternative.

- ☐ **Valutazione da parte di esperti** (informazioni da corsi di formazione professionale, testi professionali, newsletter o periodici di settore) (1)
- ☐ **Suggerimenti dei colleghi** e racconti di loro esperienze (2)
- ☐ La sua **esperienza personale** (come insegnante o come studente) (3)
- ☐ **Bisogni specifici degli studenti** della sua classe (4)
- ☐ **Specifici obiettivi didattici** che vuole raggiungere (5)
- ☐ **Disponibilità e accessibilità** delle risorse (6)
- ☐ Altro (Specificare) (7) ____

---

*

Q27 27) Secondo lei, quali sono le principali difficoltà incontrate dagli studenti (per apprendere in modo efficace) durante attività di questo tipo?
Selezioni fino a due delle seguenti alternative.

- ☐ Comprendere le consegne (1)
- ☐ Esprimere le proprie idee in classe (2)
- ☐ Mantenere l'interesse durante le attività (3)
- ☐ Manipolare manualmente oggetti e strumenti (11)
- ☐ Prendere parte a una discussione con i pari (4)
- ☐ Applicare la conoscenza formale nel contesto (5)
- ☐ Trasferire in nuovi contesti ciò che hanno appreso (6)
- ☐ Formalizzare in linguaggio matematico quanto appreso (9)
- ☐ Gestire contemporaneamente differenti rappresentazioni degli oggetti matematici (concreta, grafica, simbolica) (7)
- ☐ Altro (Specificare) (8) ____

Page Break

Q28 28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del testo.

Roberto e Tina sono insegnanti di matematica in una classe terza di una scuola secondaria inferiore. Entrambi decidono di implementare in classe una attività laboratoriale che coinvolga gli studenti anche fisicamente, ma utilizzando differenti strategie didattiche.

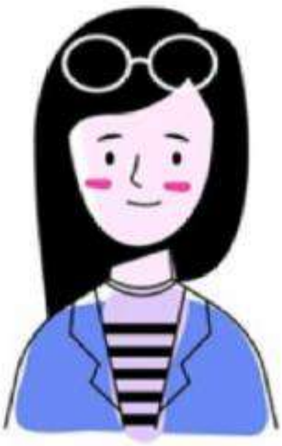
Roberto inizia la lezione rendendo esplicito il contenuto dell'attività che propone.

Presenta i materiali che verranno impiegati (strumenti, oggetti) e mostra come potranno essere utilizzati durante l'attività.

Divide gli studenti in gruppi costituiti da 3-4 componenti ed eterogenei per abilità.

Propone loro di effettuare un'attività altamente strutturata, ovvero assegna una serie di compiti da svolgere passo dopo passo, in tempi prestabiliti.

Durante l'attività Roberto, conducendo la lezione dalla lavagna, interagisce continuamente con l'intera classe, guidando gli studenti nel trarre le conclusioni dell'attività che si era prefissato di raggiungere.



Tina presenta all'intera classe i materiali (strumenti, oggetti) che vuole utilizzare durante l'attività e lascia gli studenti liberi di esplorarli.

Successivamente propone un problema aperto da risolvere e lascia che gli studenti si auto-organizzino, lavorando individualmente o in gruppo (a discrezione personale), per ricercarne la soluzione.

Ogni studente è libero di approcciare il problema seguendo una propria strategia risolutiva.

Tina cammina fra i banchi, fornendo suggerimenti dove necessario e supportando gli studenti nel loro processo risolutivo.

Al termine, gli studenti condividono le proprie scoperte e le conclusioni alle quali sono giunti, discutendole con l'intera classe.

Con quale dei due insegnanti si identifica maggiormente?

○ Roberto (1)

○ Tina (2)

Display This Question:

If 28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del... = Roberto

Q29Rob 29) Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Roberto che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- ◯ Esplicitare l'argomento trattato all'inizio della lezione (1)
- ◯ Progettare una attività passo-passo con tempistiche programmate (2)
- ◯ Dividere la classe in gruppi misti (non omogenei per abilità) (3)
- ◯ Guidare l'intera classe verso le conclusioni dell'attività (4)

Display This Question:

If 28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del... = Roberto

Q30Rob 30) C'è qualcosa che avrebbe fatto in modo differente da Roberto per rendere l'attività didatticamente più efficace?
Scriva di seguito la sua risposta.

____

Display This Question:

If 28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del... = Tina

Q29Tina 29) Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Tina che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:
Selezioni una sola alternativa fra le seguenti.

- ○ Mostrare i materiali e lasciare tempo agli studenti di esplorarli e prenderci confidenza (1)
- ○ Introdurre un problema e lasciare gli studenti liberi di risolvere seguendo la propria strategie risolutiva in autonomia (2)
- ○ Camminare fra i banchi per assistere gli studenti e supportarli nella propria strategia risolutiva (3)
- ○ Lasciare tempo agli studenti, in fondo all'attività, di condividere le proprie conclusioni con il resto della classe (4)

Display This Question:

If 28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del... = Tina

Q30Tina 30) C'è qualcosa che avrebbe fatto in modo differente da Tina per rendere l'attività didatticamente più efficace?
Scriva di seguito la tua risposta.

____

Q28T Timing
First Click (1)
Last Click (2)
Page Submit (3)
Click Count (4)

End of Block: Implementazione di attività laboratoriali che coinvolgono percezione e movimento

---

Start of Block: Domande alternative

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = No

*

Q21Alternativa 21) Perché <u>non</u> propone questo tipo di attività nella sua pratica didattica?
Selezioni fino a un massimo di due delle seguenti alternative.

▢ Non ho confidenza con questi approcci, mi servirebbe una guida (1)

▢ Ho difficoltà con la gestione della classe (2)

▢ Non ritengo queste attività adatte al livello scolastico dei miei studenti (3)

▢ Quando le ho proposte, ho avuto esperienze fallimentari (4)

▢ Non credo nell'efficacia didattica di queste attività (5)

▢ Non ho tempo (6)

▢ Non ho a disposizione risorse, materiali e strumenti (7)

▢ Le mie classi sono troppo numerose / gli spazi troppo ristretti (8)

▢ Altro (Specificare) (9) ____

Display This Question:

If Seleziona una fra le seguenti alternative = No

*

Q22Alternativa 22) Quale altro tipo di strategia didattica ritiene particolarmente efficace? Selezioni fino a un massimo di tre delle seguenti alternative.

- [ ] Collegare i contenuti con l'esperienza di vita degli studenti (1)
- [ ] Far applicare quello che gli studenti hanno studiato a nuove situazioni problematiche (3)
- [ ] Collegare nuovi contenuti alle conoscenze pregresse (4)
- [ ] Chiedere agli studenti di esprimere le loro idee in classe (5)
- [ ] Spiegare metodi di risoluzione dei problemi (6)
- [ ] Incoraggiare la discussione fra pari (7)
- [ ] Chiedere agli studenti di seguire le proprie strategie risolutive (8)
- [ ] Lavorare su problemi insieme a tutta la classe, guidati dall'insegnante che conduce l'attività (10)
- [ ] Lavorare in gruppi misti, eterogenei per competenze e livelli (11)
- [ ] Lavorare in gruppi omogenei per competenze e livelli (12)
- [ ] Altro (Specificare) (9) ____

Q0-Intervista È disponibile ad essere contattato in futuro per prendere parte ad una intervista individuale o ad un focus group su questo tema? Selezioni una delle seguenti alternative.

- ○ Si (1)
- ○ No (2)

Display This Question:

If Seleziona una delle seguenti alternative = Si

Q00-Intervista

INTERVISTE INDIVIDUALI / FOCUS GROUP

Grazie per aver scelto di contribuire in questa ulteriore fase al progetto di ricerca: Percezione e Movimento nello Sviluppo del Pensiero Matematico. Pratiche e Convinzioni degli insegnanti in Italia e in Australia.

Al fine di organizzare un'intervista via Zoom volta ad approfondire specifici aspetti trattati nel questionario che ha appena completato, le chiediamo di completare il modulo di Consenso Informato e di indicare i suoi dati di contatto (Nome e Cognome, email, anni scolastici in cui insegna correntemente) al link che troverà di seguito.

La ringraziamo per la sua partecipazione.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Australian Catholic University
LUMSA (Italy)

Prof.ssa Gabriella Agrusti
Dipartimento di Scienze Umane
LUMSA (Italy)

Prof. Vincent Geiger
Institute for Learning Sciences and Teacher Education,
Australian Catholic University

Display This Question:

If Seleziona una delle seguenti alternative = Si

Q000_Intervista

Per assicurare l'anonimato delle sue risposte al questionario, le chiediamo di fornirci i suoi dati di contatto separatamente, completando il modulo al seguente link:

https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_dapr7aVSbkghpVI

End of Block: Domande alternative

PROTOCOLLO PER I FOCUS GROUP DI FOLLOW-UP CON GLI INSEGNANTI

LA RICERCA IN ITALIA

Protocollo per le interviste online agli insegnanti (individuali o focus group)

A. Introduzione

Ringraziamo i partecipanti per essersi resi disponibili ed essere presenti oggi per questa intervista ecc.
Come ricercatori del Dipartimento di Scienze Umane della LUMSA di Roma e dell'ILSTE (Institute for Learning Science and Teacher Education) dell'Australian Catholic University, stiamo conducendo una ricerca in Italia e in Australia che ha per oggetto le convinzioni e le pratiche didattiche degli insegnanti di matematica delle scuole primaria e secondaria (di primo e secondo grado). Il focus dello studio è il coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti nell'apprendimento attivo e laboratoriale della matematica.

Come insegnanti di matematica in servizio, le vostre opinioni sono fondamentali per costruire un quadro chiaro delle convinzioni e delle pratiche didattiche che sono presenti oggi nelle scuole. Vorremmo perciò porvi alcune domande che hanno per oggetto le vostre convinzioni ed esperienze nell'insegnamento della matematica, volte ad approfondire alcune delle questioni che avete già affrontato nel questionario. È bene sottolineare che non ci sono risposte giuste o sbagliate. Siamo interessati alle idee che emergono dal confronto interno al gruppo. Se avete perciò opinioni divergenti rispetto alle principali idee emerse nel gruppo, è prezioso che le portiate all'attenzione.

L'intervista individuale/il focus group sarà registrato con il permesso di tutti i partecipanti. In seguito, trascriveremo l'audio sostituendo i nomi dei partecipanti con degli pseudonimi, per garantire che i vostri commenti non siano riconducibili alla vostra persona.

[Domande o dubbi?] [Chiedere l'approvazione per la registrazione].

B. Domande guida dell'intervista /focus group

I. DOMANDE GENERALI SUL QUESTIONARIO

1) Per iniziare - [Chiediamo di visionare un file con le domande del questionario che gli insegnanti hanno compilato (5 minuti)]- *Ripensa al momento in cui hai completato il questionario. Volendo esprimere un parere d'insieme, come ti è sembrato il questionario?*
Domande stimolo [Un paio delle seguenti domande saranno utilizzate per stimolare la discussione]

- ○ 1A. Hai trovato nel questionario vocaboli poco chiari o frasi che ti sono risultate ambigue?

○ 1B. Che cosa hai pensato riguardo all'argomento del questionario? Ti è sembrato familiare, qualcosa di cui avevi sentito parlare sporadicamente, o qualcosa di molto lontano dalla tua realtà scolastica?

○ 1C. Hai trovato le domande pertinenti o hai notato delle incongruenze o qualcosa che non ti aspettavi? Vi sono alcuni aspetti importanti che ritieni non siano stati presi in considerazione?

II. CONVINZIONI RIGUARDO L'INSEGNAMENTO E L'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

1) [Convinzioni sull'insegnamento e l'apprendimento della matematica]- *Quali pensi che siano gli obiettivi principali dell'insegnamento della matematica a scuola?*
Domande stimolo [Un paio delle seguenti domande saranno utilizzate per stimolare la discussione]

● 1A. Di cosa hanno bisogno gli studenti per imparare la matematica a scuola?

● 1B. Quale pensi sia il miglior modo per sviluppare l'apprendimento della matematica? Quali strategie di insegnamento pensi siano le più efficaci?

● 1C. Come valuti i risultati in matematica?

● 1D. Quali credi che siano le principali difficoltà degli studenti in matematica?

● 1E. Pensi che la matematica sia accessibile a tutti? Pensi che ci siano particolari caratteristiche degli studenti che favoriscono l'apprendimento della matematica?

III. IL COINVOLGIMENTO DEL CORPO E DEL MOVIMENTO DEGLI STUDENTI NELL'APPRENDIMENTO ATTIVO E LABORATORIALE DELLA MATEMATICA

1) [Convinzioni riguardo al coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti nell'apprendimento attivo e laboratoriale della matematica] - Mostriamo un breve video (ad esempio una parte del VIDEO TIMSS (Teorema di Pitagora 3D) https://www.youtube.com/watch?v=ymY74MZ2QY0).
Pensi che svolgere attività in classe che coinvolgono il corpo e il movimento degli studenti sia importante per sviluppare l'apprendimento della matematica? Perché?
Domande stimolo [Un paio delle seguenti domande saranno utilizzate per stimolare la discussione]

● 1A. Che tipo di risultati ti aspetteresti di ottenere da una tale attività?

● 1B. Quali pensi che siano le caratteristiche più importanti per garantire l'efficacia di questo tipo di attività?

● 1C. Cosa pensi sia importante osservare e fare, come insegnante, durante questo tipo di attività? Cosa pensi che faccia l'insegnante nel video in questo senso?

● 1D. Pensi che queste attività richiedano una valutazione? Se sì, di che tipo?

● 1E. Quali potrebbero essere le ragioni principali del fallimento di queste attività una volta proposte in classe?

● 1F. Pensi che questo tipo di attività sia adatto a tutti gli studenti? (Per esempio: età, livello di rendimento, background socio-culturale, ...) Credi che queste attività siano inclusive?

2) [Riguardo la tua esperienza personale] *Puoi raccontarci qualche esempio di attività di questo tipo tratto dalla tua esperienza personale?*
Domande stimolo [Un paio delle seguenti domande saranno utilizzate per stimolare la discussione]

○ 2A. Quanto spesso proponi questo tipo di attività nella tua pratica di insegnamento?

○ 2B. Qual è il ruolo di queste attività nella tua pratica didattica? (Per esempio utilizzi queste attività per introdurre nuovi argomenti, come attività di esercitazione, come attività di revisione degli argomenti, come attività di recupero, come attività di approfondimento ...)

○ 2C. Che tipo di strategie di insegnamento/guida didattica metti in atto per garantire l'efficacia di queste attività?

○ 2D. Quali difficoltà hai incontrato nello svolgimento di queste attività? Quali sono le principali difficoltà incontrate dagli studenti durante queste attività?

3) [Selezione e proposta di queste attività a scuola] *Perchè decidi di proporre/non proporre queste attività in classe?*
Domande stimolo [Un paio delle seguenti domande saranno utilizzate per stimolare la discussione]

● 3A. Quali sono i principali criteri che hanno determinato la tua scelte nella selezione e nella progettazione dell'attività?

Es. Hai incontrato attività simili nella tua esperienza di studente? Te ne hanno parlato altri insegnanti? Hai ricevuto informazioni in merito durante corsi di formazione professionale? Hai raccolto informazioni facendo ricerche autonome online?

Cerchi di rispondere a specifici bisogni degli studenti del tuo contesto classe svolgendo queste attività? Cerchi di raggiungere specifici obiettivi didattici prefissati proponendo queste attività? Quali?

● 3B. Sei supportato nel proporre e realizzare queste attività (direzione scolastica / collaborazione con altri insegnanti / collaborazione con ricercatori universitari)? Di che tipo di collaborazione o supporto avresti bisogno?

- 3C. Ci sono dei vincoli che ti hanno limitato nella proposta o nell'implementazione di queste attività nelle pratiche scolastiche? Per esempio: il tempo, problematiche relative alla gestione della classe (elevato numero di studenti, spazi scolastici di dimensioni ridotte), la disponibilità di risorse scolastiche, vincoli dettati dal portare a termine gli obiettivi curriculari ecc

C. Saluti e ringraziamenti

Grazie per aver partecipato a questa intervista/focus group. La vostra collaborazione è davvero preziosa per la nostra ricerca.

APPENDICE 1.3: DIFFUSIONE DEL QUESTIONARIO

Riportiamo all'interno dell'Appendice 1.3 gli avvisi per la circolazione del Link al questionario che abbiamo rivolto a Uffici Scolastici Provinciali e Regionali, ai Dirigenti Scolastici dei singoli Istituti con preghiera d diffusione ai docent della scuola e gli avvisi su gruppi Facebook di insegnanti di matematica.

DIFFUSIONE DEL QUESTIONARIO

LA RICERCA IN ITALIA

Alla cortese attenzione del/della Direttore generale dell'Ufficio Scolastico Regionale/Provinciale,

Sono Alessandra Boscolo, una ricercatrice in Didattica della Matematica dell'università LUMSA di Roma.

Scrivo in merito a uno studio internazionale che stiamo conducendo come ricercatori del Dipartimento di Scienze Umane della LUMSA di Roma e dell'ILSTE (Institute for Learning Science and Teacher Education) dell'Australian Catholic University sulle convinzioni e sulle pratiche didattiche degli insegnanti di matematica delle scuole primaria e secondaria (di primo e secondo grado). L'indagine, in particolare, si interessa al coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti nell'apprendimento attivo e laboratoriale della matematica.

L'obiettivo dell'indagine è mettere in luce le prospettive degli insegnanti in merito all'implementazione in classe di attività laboratoriali che prevedono il coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti per l'apprendimento della matematica, per costruire un quadro chiaro delle convinzioni e delle pratiche didattiche presenti nelle scuole. Questo potrà informare il mondo della ricerca, permettendo così di rispondere alle esigenze che verranno evidenziate, per supportare l'introduzione delle innovazioni e dei risultati della ricerca nelle scuole. Inoltre sarà una occasione per gli insegnanti di riflettere sulle proprie pratiche e convinzioni relativamente ai processi di insegnamento-apprendimento della disciplina. Il confronto con un continente molto distante permetterà invece di evidenziare le caratteristiche culturali che contraddistinguono il nostro sistema scolastico e le pratiche didattiche che vi sono presenti.

A tale scopo, è stato prodotto un questionario anonimo, la cui compilazione prevede un massimo di 20 minuti, rivolto ad insegnanti di scuola primaria e secondaria (di primo e secondo grado).
Il questionario è disponibile al seguente link:

https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_elbPLwqLzWurffM

Per la partecipazione degli insegnanti della Vs. regione, chiederei gentilmente di contribuire alla diffusione del suddetto questionario, tramite l'invio ai dirigenti scolastici della regione con preghiera di diffusione o, alternativamente, fornendo una lista di contatti di riferimento ai quali inviare personalmente il questionario.

In allegato, la scheda informativa sulla ricerca rivolta ai partecipanti, un invito ai dirigenti scolastici a diffondere il questionario ed un avviso per il reclutamento dei docenti da diffondere all'interno delle scuole.

Resto a disposizione per eventuali chiarimenti o ulteriori richieste.
Ringrazio per la cortese attenzione accordatami e per la collaborazione che vorrete fornirci.

Alessandra Boscolo
a.boscolo@lumsa.it
LUMSA Università di Roma

Buonasera, sono una ricercatrice dell'Università di Roma LUMSA e sto conducendo uno studio sulle convinzioni e le pratiche didattiche delle e degli insegnanti di matematica della scuole primaria e secondaria (di primo e secondo grado). L'indagine, in particolare, si interessa al coinvolgimento del corpo e del movimento delle e degli studenti nell'apprendimento attivo e laboratoriale della matematica. Come insegnanti di matematica in servizio, le vostre opinioni sono fondamentali per portare alla luce la prospettiva del mondo scolastico e informare quello della ricerca.

Vi chiederei di contribuire allo studio completando un questionario online ANONIMO, della durata di circa 15 minuti, disponibile al seguente link:

https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_elbPLwqLzWurffM

Vi ringrazio per l'aiuto che vorrete offrirmi.
Alessandra Boscolo

Alla cortese attenzione del Dirigente Scolastico,

I ricercatori del Dipartimento di Scienze Umane della LUMSA di Roma e dell'ILSTE (Institute for Learning Science and Teacher Education) dell'Australian Catholic University stanno conducendo uno studio internazionale sulle convinzioni e sulle pratiche didattiche degli insegnanti di matematica delle scuole primaria e secondaria (di primo e secondo grado) in collaborazione con il Dipartimento di Matematica Pura e Applicata dell'Università degli Studi di Roma Tor Vergata. L'indagine, in particolare, si interessa al coinvolgimento del corpo e del movimento degli studenti nell'apprendimento attivo e laboratoriale della matematica.

L'obiettivo dell'indagine è mettere in luce le prospettive degli insegnanti in merito all'implementazione in classe di attività laboratoriali che prevedono il coinvolgimento percettivo-motorio degli studenti per l'apprendimento della matematica, per costruire un quadro chiaro delle convinzioni e delle pratiche didattiche presenti nelle scuole. Questo potrà informare il mondo della ricerca, permettendo così di rispondere alle esigenze che verranno evidenziate, per supportare l'introduzione delle innovazioni e dei risultati della ricerca nelle scuole. Inoltre sarà una occasione per gli insegnanti di riflettere sulle proprie pratiche e convinzioni relativamente ai processi di insegnamento-apprendimento della disciplina. Il confronto con un continente molto distante permetterà invece di evidenziare le caratteristiche culturali che contraddistinguono il nostro sistema scolastico e le pratiche didattiche che vi sono presenti.

A tale scopo, è stato prodotto un questionario anonimo, la cui compilazione prevede un massimo di 20 minuti, rivolto ad insegnanti di scuola primaria e secondaria (di primo e secondo grado). Il questionario è disponibile al seguente link:

https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_elbPLwqLzWurffM

Per la partecipazione degli insegnanti del Vs. Istituto, chiederei gentilmente di contribuire alla diffusione del suddetto questionario, tramite l'invio agli insegnanti di matematica della vostra scuola.

In allegato, un avviso rivolto agli insegnanti in cui è presente la scheda informativa per i partecipanti alla ricerca con ulteriori dettagli. Per ulteriori informazioni è possibile contattare la Dott. Boscolo Alessandra all'indirizzo di posta elettronica a.boscolo@lumsa.it .

La ringraziamo per il contributo che vorrà offrire alla ricerca.

Cordialmente,
Alessandra Boscolo
(a nome del gruppo di ricerca)

APPENDICE 1.4: SISTEMA DI CODICI E SOTTOCODICI ALL’INTERNO DELLE CATEGORIE

SISTEMA DI CODICI E SOTTOCODICI ALL’INTERNO DELLE CATEGORIE

LA RICERCA IN ITALIA

MACRO-CATEGORIA IMPORTANZA (I)

- CATEGORIA DELLE MOTIVAZIONI GIUSTIFICATIVE (O FONDANTI) (IG)

All'interno di questa sotto categoria troviamo tutte le argomentazioni che giustificano a livello teorico o sperimentale, come di ipotesi di partenza in un'ottica pre-operativa, l'implementazione nella scuola di queste attività.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
IG1	Risultati di ricerca ne testimoniano l'importanza	Generico	Giustificazione dell'importanza facendo riferimento in modo esplicito a risultati di ricerca (altrimenti IG2)	Ci sono persone che fanno matematica anche attraverso il movimento di tutto il corpo e [..], alla luce delle cose più recenti, sembra proprio la cosa giusta da fare insomma. (BS, p.1)
		a)Sperimentazioni in Didattica della matematica	Riferimenti ad effetti interessanti e risultati, anche non rappresentativi, dell'impatto positivo di pratiche che coinvolgono l'uso di artefatti o del ruolo del movimento e della percezione nell'apprendimento della matematica	In alcuni esperimenti che noi abbiamo fatto con allievi grandi[..] fanno vedere come in realtà proprio nel momento in cui viene coinvolto il corpo ci si avvicina di più al significato matematico (MGBB, p.68)
		b)Studi neuroscientifici	Richiamo all'importanza evidenziata da studi neuroscientifici sul ruolo del corpo e del movimento per l'apprendimento	..voglio soprassedere sull'importanza testimoniata dagli studi neuroscientifici (MM,p.30)
		c)Teorie cognitive	Le teorie cognitive hanno sancito il superamento della divisione fra mente e corpo	..una delle tante teorie a cui si può fare riferimento è [..] quello che si chiama apprendimento multimodale (FA, p.7)
IG2	Convinzioni di carattere cognitivo riguardo come avviene l'apprendimento	a)Pensiero astratto ben fondato si ancora alla conoscenza del concreto e gli aspetti concreti ed astratti si intrecciano	Astrazione si fonda su l'esperienza della concretezza	Se faccio attività di questo tipo, in qualche maniera, io fondo la mia conoscenza matematica, che è una conoscenza che dovrà diventare inevitabilmente astratta, quindi fondo anche le formule perché a ciascuna formula dovrò associare dei grafici e ai grafici avrò associato dei movimenti. La fondo sulle mie esperienze. Allora questo, a mio avviso, da un qualcosa in più. (DP, p.21)
		b)Esperienza e intuizioni corporee sono forme di pensiero	Natura intrecciata della concettualizzazione e percezione-azione nel processo di apprendimento	Noi pensiamo anche con tutta la nostra esperienza. Diciamo spesso non ne abbiamo consapevolezza (MAM, p.101)
		c) I gesti e i movimenti del corpo sono parte integrante della comunicazione con noi stessi e gli altri	Il movimento del corpo è parte integrante del discorso matematico che conduciamo con noi stessi e con gli altri e questo riguarda ovviamente anche la percezione	..ci si accorge di quanto è rilevante [..] il modo in cui io mi impadronisco di questo grafico e lo interpreto usando tutto il mio corpo, ovviamente le parole ma anche gli sguardi, i gesti, eccetera eccetera (FA, p.29)

- CATEGORIA DELLE MOTIVAZIONI OPERATIVE (IO)

All'interno di questa categoria l'importanza viene motivata rispetto a quali sono i risultati dell'implementazione di queste attività nella scuola: gli effetti e gli obiettivi della loro implementazione nella scuola

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
IO1	Inclusione in senso ampio_ [Apertura di più canali comunicativi, più stili cognitivi]	Generico	Apertura di più canali ed approcci per l'apprendimento della matematica e comprensione più profonda che elimina gli ostacoli all'apprendimento	..sono molto inclusivi. Ma perché sono inclusivi? Perché sono il meglio. (MM, p.30) Siamo tutti diversi, abbiamo, a seconda della teoria che vuoi utilizzare, intelligenze diverse, modi diversi di interfacciarci con il mondo, e quindi se la scuola mi lavora sempre in un certo modo, privilegia solo alcune di queste persone sugli altri, e quindi si perde un sacco di risorse della società (AB-F, p.48)

		a)Visione più ampia e profonda per tutti gli studenti b)Inclusive per coloro che hanno difficoltà con approccio tradizionali	Inclusive in senso ampio, non solo per coloro che hanno difficoltà -Importante per tutti gli studenti scontrarsi con le difficoltà di muoversi in stili cognitivi meno familiari -Visione più ampia e più profonda anche per chi riesce senza il corpo Superamento dell'ostacolo della comunicazione solo verbale, della produzione formale	Variare è importante non soltanto per abbracciare gli stili cognitivi di tutti ma anche per mettere tutti di fronte a stili nei quali sono in difficoltà (PDM, p.41) E riesci a coinvolgere anche i bambini con difficoltà in questo modo (MDO, p.58)
IO2	Allargamento degli orizzonti di sviluppo della disciplina		Le intuizioni che passano dal corpo, fuori dal codice linguistico, possono essere generative di nuove possibilità per l'evoluzione della matematica come disciplina	..mi immagino […] da ricercatrice […] che ci possa essere un'intuizione che passa per il corpo […] io mi aspetto che sia anche uno sguardo verso il futuro. Diciamo, un utilizzo del corpo che ci permetta anche di avere delle intuizioni che altrimenti non avremmo (MM., p.40)
IO3	Maggiore consapevolezza dell'insegnante sul processo di apprendimento e partecipazione degli studenti	Generico a)Consapevolezza sulla responsabilità d'apprendimento dello studente b)Consapevolezza sul livello di conoscenza consapevole degli alunni	Le attività forniscono più consapevolezza all'insegnante sul processo di apprendimento degli alunni L'insegnante ha evidenza, durante queste attività, del coinvolgimento dello studente Queste attività permettono all'insegnante di comprendere quanto lo studente è consapevole dei significati matematici	Ecco, già l'insegnante ha una informazione su chi è coinvolto, su chi, diciamo, sente la responsabiità di affrontare il problema e chi no (DP, p.13) E allora, ecco, che possono offrire agli insegnanti anche degli strumenti per capire fino a che punto il livello di conoscenza sta diventando consapevole oppure no (DP, p.5)
IO4	Promuovono una visione della matematica più "corretta" e conforme a quella dei matematici	a) Da un punto di vista epistemologico	a1)Da un punto di vista epistemologico <u>della matematica</u>**:** portano ad una conoscenza significativa e più profonda della matematica a2)Da un punto di vista epistemologico <u>degli oggetti e della storia della matematica</u> mettono in contatto con l'origine dei concetti matematici a3)Da un punto di vista <u>delle rappresentazioni della matematica</u>**:** permettono di accedere alla natura multiforme dei concetti matematici	..una visione più corretta, ed epistemologicamente corretta della disciplina, rispetto ad altre strade tradizionali, che invece prevedono comunque l'esecuzione di esercizi codificati. Quindi c'è sicuramente [..] la possibilità di lavorare in maniera più significativa.. (MM, p. 30) ..esempi che fanno riferimento alla storia della matematica, perché la matematica che noi conosciamo oggi è stata anche costruita a partire da questi esempi (MGBB, p.30) Sarebbe importante che queste attività entrassero sia nella formazione insegnanti che nelle attività a scuola, perché consentono di avere un approccio multiforme a un significato matematico. Cioè non legarlo solo all'equazione, per esempio, non legarlo solo all'apparenza, ma in qualche modo diventare capaci di connettere queste cose. E allora il significato matematico diventa più complesso e aiuta a sviluppare meglio le euristiche, perché a questo punto qui, in un'euristica, se io inciampo e ho un altro punto di vista posso andare dall'altra parte, no?!(MGGB ,p.32)
		b) Attività che mettono in connessione il sapere matematico con l'esperienza del mondo	Idea della Matematica come strumento/linguaggio per investigare ed interpretare il mondo	..la parte embodied ti fa vedere come la matematica è il linguaggio giusto per descrivere dei fenomeni naturali […] una chiave di volta (BS, p.17)
		c) I matematici professionisti affrontano in questo modo la matematica	Questi approcci si avvicinano al modo con cui i matematici professionisti operano	Il matematico stesso lo fa [..] scopre la matematica e ci pensa usa delle versioni degli artefatti sicuramente più elaborati, insomma, diversi da quelli che proporresti a scuola ma sempre artefatti sono (AB-F, p.54)
IO5	Promuovono situazioni di benessere	a)In riferimento agli insegnanti b)In riferimento agli studenti	Maggiore gratificazione nel lavoro -Sono attività più motivanti -Fanno prendere fiducia nel proprio pensiero -Tengono lo studente attivo e pensante	..secondo me è anche di grande emozione per gli insegnanti (MDO, p.50) ..tu rendi più efficace il processo di insegnamento-apprendimento nella misura in cui stai creando […] una situazione di benessere […] che è molto collegato all'efficacia, poi, della comprensione del concetto […] e anche di sviluppo di

				atteggiamenti positivi nei confronti della disciplina che, secondo me, al momento sono di primaria importanza (MM, p.30)
IO6	Efficacia didattica	a)rispetto valutazione tradizionale, test standard b) promuovo pratiche di *peer-tutoring* didatticamente efficaci	Queste attività portano ad un miglioramento dei risultati valutabile anche con test standard o con una valutazione di tipo tradizionale Queste attività promuovono buone pratiche didattiche, come la comunicazione fra pari, che promuovono l'apprendimento	..molti materiali lavorano sul fatto che poi un ragazzino non ha bisogno di essere addestrato alle prove Invalsi. Ma se si trova di fronte a delle situazioni in cui si riflette su alcune questioni, il materiale lo ha aiutato a renderlo autonomo rispetto a queste riflessioni (MM, p.52)
IO7	Introduzione significativa al linguaggio matematico	a)Sviluppo di una comunicazione più autentica fra insegnante e studente b)Aiutano e giustificano l'introduzione di un linguaggio e della terminologia specifica matematica	Queste attività mettono in comunicazione insegnanti e studenti in modo più autentico ed efficace	Penso che aiuti gli adulti ad avere il linguaggio giusto (BS, p.85)

MACRO-CATEGORIA CARATTERISTICHE (interne dell'insegnante)
da accompagnare all'insegnamento (C)

- CATEGORIA CONVINZIONI (CCv)

All'interno di questa categoria sono raccolte le convinzioni che, secondo gli esperti, dovrebbero avere gli insegnanti nel momento in cui propongono e implementano in classe le attività in oggetto. Queste convinzioni sono talvolta convinzioni generali e teoriche riguardo l'insegnamento apprendimento della matematica o sono invece estremamente pratiche rispetto all'introduzione di questa "innovazione didattica". Ciò ha portato alla suddivisione di questa categoria nelle due sotto categorie

- *Sotto-categoria delle convinzioni riguardo la possibilità di poter beneficiare dell'introduzione di tali attività*. (CCvB)

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
CCvB1	Essere nella possibilità e avere le capacità di farlo	Generico	In quanto innovazione didattica, l'insegnante per introdurlo deve essere convinto che po' sostenerlo e gestirlo.	L'insegnante deve in qualche modo essere convinto o convinta di poterlo fare, di essere in grado di gestire quella cosa (PDM, p.27)
		a)Possedere le conoscenze necessarie	La gestione riguarda sia la parte di contenuto: l'insegnante deve avere le conoscenze adeguate.	..c'è il piano dei contenuti, [..] come funziona quell'attività (PDM, p.29)
		b)Gestire la classe, gestire il tempo e il curriculum	Saper gestire la classe durante le attività e potere inserire le attività all'interno della programmazione, in modo che sia efficace e non si perda tempo.	..c'è il piano della gestione dell'attività, c'è il piano del tempo nel suo complesso (PDM, p.29)
CCvB2	Esiste un margine di miglioramento nel proprio insegnamento		L'insegnante per introdurre una innovazione nella sua didattica deve essere convinto che il suo insegnamento sia migliorabile, che si possano raggiungere risultati migliori con strategie didattiche diverse dalle sue.	..la convinzione che quello che si sta facendo fino a quel momento lì non dico che è negativo, perché […] è difficile che uno abbia la percezione di fare qualcosa di completamente sbagliato, ma è migliorabile (PDM, p.29)
CCvB3	Credere nell'efficacia didattica	Generico	L'insegnante deve essere convinto che vi sia un impatto positivo, vantaggio e utilità nell'introduzione di attività di questo tipo.	..Soprattutto che l'insegnante sia convinto che è utile questa attività di tipo manipolativo (MGBB, p.42)
		a)È qualcosa di bello ed efficace per la didattica	Che impostare una didattica di questo tipo crei situazioni di benessere e che sia costruttivo.	..intanto [l'insegnante] dovrebbe essere convinto che sta facendo qualcosa di bello [..]di stare[..] portando qualcosa di importante ed efficace nella sua proposta didattica (MM; p.60)
		b)C'è vantaggio formativo	Che introdurre queste attività porti a raggiungere degli obiettivi formativi importanti (agli occhi dell'insegnante).	..la convinzione dell'insegnante deve essere che questo approccio ha dei vantaggi formativi, è ottimale o comunque positivo per raggiungere gli obiettivi formativi importanti..(PDM, p.29)
		c)Promuovono inclusione (soglia alta e bassa)	Che queste attività sono inclusive e quindi permettono di lavorare con tutti gli studenti della classe.	E poi la convinzione che, anche questo è nella bocca di tanti, ma poi pochi, secondo me, l'adottano bene, è l'inclusività. Tu abbracci

		d) Il tempo in più che richiedono è guadagnato sulla lunga programmazione	Apportando un apprendimento più significativo, il tempo che stai dedicando è tempo che stai investendo su una costruzione della conoscenza che ti servirà e ti permetterà di andare più veloce successivamente.	molto di più una didattica inclusiva se usi gli artefatti come diciamo noi.(AB-F,p.32) ..io ricercatore devo convincere che il tempo usato non è tempo perso ma tempo guadagnato, rispetto alle difficoltà che potrebbero venire dopo, e cose di questo genere qui (PDM, p. 65)

- *Sotto-categoria delle convinzioni rispetto all'insegnamento - apprendimento della matematica* (CCvM)
  Tale sotto categoria riunisce le convinzioni di natura generale che l'insegnante dovrebbe avere nei confronti dell'insegnamento-apprendimento, in generale o in particolare della disciplina, che devono mostrare coerenza con l'approccio educativo proposto nelle attività.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
CCvM 1	Apprendimento-insegnamento della matematica volto alla costruzione di significati		L'insegnante che implementa deve avere una visione dell'apprendimento-insegnamento relazionale, significativo della matematica, perché questi sono gli obiettivi su cui si ha vantaggio nell'introduzione.	..deve accompagnare l'utilizzo di questi artefatti l'idea che l'apprendimento della matematica sia connesso alla costruzione dei perché e la comprensione del significato che c'è dietro ai concetti matematici, se vuoi usare questa espressione (MM, p.50)
CCvM 2	Visione insegnamento-apprendimento di tipo (socio)-costruttivista	Generico	L'insegnante deve credere in una teoria dell'insegnamento-apprendimento che sia costruttivista o socio-costruttivista.	..ci vorrebbe questo rovesciamento della prospettiva. Quindi da didattica trasmissiva a costruzione del sapere in senso socio-costruttivista (AB-F, p.32)
		a)Fiducia che gli studenti vogliono imparare e capire esplorando, e che ci riusciranno.	L'insegnante deve possedere la convinzione che gli studenti siano interessati alla comprensione e capaci di costruire il loro apprendimento.	La fiducia che i bambini e i ragazzi hanno voglia di imparare fino in fondo le cose e che le cose le imparano facendo, le imparano sperimentando e anche interrogandosi, magari in un modo che all'inizio è meno formalizzato e poi può diventare più formalizzato però la fiducia che vogliono imparare e vogliono capire. Questo credo sia l'atteggiamento fondamentale del docente (BS, p.23)
		b) Insegnante e studenti protagonisti del processo di insegnamento-apprendimento	Convinzione che sia l'insegnante che gli studenti sono i protagonisti del processo di insegnamento-apprendimento.	La fiducia che i bambini hanno voglia di imparare fino in fondo le cose e che le imparano facendo, le imparano sperimentando e anche interrogandosi (BS, p.23)
CCvM 3	Astrazione convive con la concretezza, non si abbandona l'una per l'altra		L'insegnante deve possedere la convinzione che la matematica astratta non sussiste senza le sue rappresentazioni, e quindi che gli aspetti di astrazione e concretezza convivano intrecciati. La matematica non è esclusivamente l'astrazione.	..l'idea che la matematica non è una disciplina puramente mentale e che c'è quindi una componente doppia della matematica, almeno doppia, diciamo, che fa riferimento a delle attività di natura fisica, manipolativa, e poi a delle riflessioni [..] aiutate dal linguaggio eccetera, per andare a ricostruire, diciamo così, quelli che sono i significati matematici (MGBB, p.40)
CCvM 4	Impariamo meglio in situazioni di benessere ed inclusione		L'insegnante deve essere convinto del vantaggio formativo di promuovere situazioni di benessere ed inclusive.	Penso che la convinzione dovrebbe essere questa: che capisci meglio, di più, in una situazione di benessere, includendo più persone (MM, p.44)
CCvM 5	Utilizzare più canali comunicativi agevola più studenti e migliora l'apprendimento di tutti		L'insegnante deve possedere la convinzione che ampliando la gamma dei canali comunicativi si rende l'apprendimento possibile per un maggior numero di studenti.	Le parole chiave secondo me sono questi canali di accesso e produzione all'informazione e alla produzione, essere convinti che davvero averne più è meglio, perché prendo più studenti (AB-F,p.32)

- CATEGORIA CONSAPEVOLEZZE (CCp)

All'interno di questa categoria sono raccolte le consapevolezze che un'insegnante dovrebbe avere presenti, secondo il parere degli esperti, quando implementa in classe questo tipo di attività. A seconda della natura generale o specifica di tali consapevolezze, sono state create le due seguenti sotto categorie

- *Sotto-categoria consapevolezza rispetto all'insegnamento - apprendimento della matematica* (CCpM)

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
CCpM1	È necessario che la didattica tenga conto della varietà degli studenti che compongono il gruppo classe	a)Accettare che studenti all'interno della classe facciano cose differenti b)L'esperienza (come studente) di un insegnante di matematica non è generalizzabile agli studenti a cui si insegna	Necessità di abbandonare il concetto di scolarizzazione come omologazione Non si insegna rivolgendosi a coloro che, come l'insegnante, hanno fatto matematica all'università ma principalmente ai compagni di scuola che non si sono iscritti a università in cui c'è la matematica	..che non usi sempre lo stesso artefatto e c'è che magari bambini diversi usano diversi artefatti (AB-F, p.23) ..quella esperienza e quell'idea che ti ha funzionato, per noi e per alcuni nostri compagni che si sono iscritti a matematica, molto probabilmente non funziona per l'80% degli studenti, il 90% che non si iscriveranno a matematica (DP, p.9)
CCpM2	Consapevolezza della complessità del processo di insegnamento-apprendimento	Generico a)È necessario accettare forme di matematica in progresso, non ancora formali b)Si comunica e si pensa con un linguaggio multimodale	Osservare e leggere il linguaggio multimodale con il quale si comunica e sviluppa il pensiero, e si accede ai significati matematici	..Vorremmo un pochino più di consapevolezza della complessità dei processi cognitivi che stanno dietro [..] a quello che poi normalmente si chiama apprendimento, io preferisco insegnamento-apprendimento (MAM, p.139) ..se io accetto come matematica in progresso, diciamo, quella forma di discorso matematico in progressione allora, attraverso quelle che io chiamo forme di accesso, faccio entrare più studenti, però a livelli diversi, accettando appunto, discorsi anche poco formali (AB-F, p.27) ..l'insegnante [..] diventa un attento osservatore. Lo è già, senza che se ne renda magari conto, ma diventarne cosciente è un passo ulteriore, [..] dei comportamenti, delle interazioni degli allievi [..] riesce a leggere questo linguaggio multimodale nel quale tutti noi siamo immersi [..] non solo di interpretarlo ma di interagire tramite questo con loro (FA, p.31-33)

- *Sotto-categoria consapevolezza rispetto alle specifiche attività in oggetto*(CCpA)

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
CCpA1	Coerenza dell'approccio rispetto agli obiettivi delle indicazioni nazionali		Gli insegnanti devono essere consapevoli che stanno lavorando in modo coerente con la legge	Quella esterna [motivazione] è data dalle indicazioni nazionali che dicono questo, non dicono altro. (MDO, p.56)
CCpA2	Contributo che queste attività danno alla concettualizzazione oltre agli aspetti motivazionali		Gli insegnanti devono avere la consapevolezza che queste attività hanno un potenziale formativo. Non devono accontentarsi di coinvolgere e motivare gli studenti, ma possono/devono veicolare significati matematici	Io penso che per tanti l'idea è che [..]è più motivante […] sempre però io avrei il sospetto che non siano così convinti che sono fondamentali per l'apprendimento […] che serve per capire qualcosa (MAM, p.23)
CCpA3	Dietro il lavoro con il materiale ci deve essere la costruzione della consapevolezza	a)Necessità di fare una trasposizione didattica dell'esperienza fatta	La consapevolezza dei significati veicolati con queste attività ha bisogno di essere esplicitata, trattata. Non emerge in modo spontaneo dall'esperienza ma poi può essere trasferita.	..ci vuole una analisi raffinata del legame fra i costrutti cognitivi che stanno dietro all'eventuale attività che io propongo e la loro messa in corrispondenza con i concetti matematici che io poi vorrò come obiettivo didattico (MAM, p.43)

		b)Quanto imparato deve essere reso trasferibile n altri contesti	L’attività con il materiale deve costruire consapevolezza matematica trasferibile (*Transfer della conoscenza specifica acquisita)*	..la cosa più importante, al di là del materiale, il fatto che l’attività con il materiale costruisca consapevolezza da usare in contesti vari (PDM, p.47)
CCpA4	Presenza di caratteristiche destabilizzanti rispetto alle pratiche tradizionali	Generico a)I risultati sono da valutare a lungo termine b)Gli studenti incontrano difficoltà ulteriori in una fase iniziale c)Gli studenti è naturale e necessario che si perdano	Si incontreranno difficoltà iniziali aggiuntive, i benefici non sono immediati Queste attività promuovono un apprendimento significativo i cui risultati sono valutabili solo a lungo termine, a breve termine potrei avere esperienze fallimentari Difficoltà ulteriori: -per uso di nuovi artefatti -per nuovo tipo di attività introdotta, ci vuole adattamento -maggiormente percepibili dall’insegnante L’insegnante deve essere consapevole che in attività esplorative gli studenti è naturale che errino e si perdano	Perché è chiaro che poi lo provi in classe e ci sarà comunque il bimbo che entra in crisi, oppure tu, oppure tutti (PDM, p.90) ..abbiamo un obiettivo ambizioso, ma è un obiettivo di lungo periodo, quindi i risultati [..] li dovete vedere, ma li dovete vagliare nel lungo periodo (PDM,p.51) ..ci possono essere due livelli di difficoltà, perché uno può avere nella difficoltà matematica ma uno può avere appunto difficoltà anche nell’artefatto, nell’uso dell’artefatto (PDM, p.63) Non devi aver paura che si perdano, è naturale che si perdano[..] si devono perdere. Se lo sanno già fare che lo faccio a fare? (PDM, p.87)
CCpA5	Necessità di trovare il percorso più adatto in riferimento al singolo gruppo classe che hai		Gli insegnanti devono essere consapevoli che le modalità e i tempi del percorso e le attività proposte variano da gruppo classe a gruppo classe a seconda delle singole esigenze. Ci deve essere allo stesso tempo una progettazione didattica ben definita e una flessibilità nella proposta.	Una delle cose difficili di questo modo di presentare la matematica è quello di capire [..] quale è il percorso più adatto per il singolo gruppo classe, perché può non essere sempre lo stesso (BS, p.43-45)

- CATEGORIE CONOSCENZE

In questa categoria sono espresse le conoscenze che, secondo gli esperti, dovrebbero possedere gli insegnanti per proporre ed implementare in classe questo tipo di attività. Questa categoria non contiene sotto categorie interne, perché i vari ambiti di conoscenza sono direttamente espressi dal sistema di codici adottato.

Codice	Etichetta	Descrizione	Esempio
CCs1	Conoscenza del legame tra costrutti cognitivi e concetti matematici	Per proporre e gestire queste attività gli insegnanti devono aver fatto una analisi del legame fra i processi cognitivi coinvolti nell’attività e i significati matematici ai quali si mira	..e poi è l’insegnante che dovrebbe aver chiaro come questi [raffinati sistemi cognitivi legati al mio corpo] si legano alla matematica (MAM, p.41)
CCs2	Conoscenza epistemologica disciplinare	Gli insegnanti devono possedere una buona conoscenza disciplinare	Però, ecco, per fare questo, bene, io ho bisogno di una conoscenza molto profonda della matematica (AB-F, p.25)
CCs3	Conoscenza della storia della matematica	Per presentare in modo opportuno i significati matematici nella scuola bisogna conoscere la nascita e lo sviluppo delle idee matematiche	Bisogna conoscere un po’ di cose epistemologiche e filosofiche, ma anche un po’ di storia della matematica. Come gli uomini sono arrivati a certi concetti deve essere un modo abbastanza naturale per presentarli ai bambini. Quindi bisogna conoscere un po’ di matematica e anche di matematica antica (BS, p.63)
CCs4	Conoscenza psicologiche, pedagogiche, didattiche		L’insegnante deve avere conoscenze psicologiche, pedagogiche, didattiche (MDO. p.52)
CCs5	Conoscenza della connessione fra matematica astratta formale ed esperienze laboratoriali, di realtà	Avere esperienza pratica e concreta dei concetti formali per capire come si declinano nel mondo e come leggere ne mondo la matematica	..requires more experience in the teacher to be able to envision the mathematics in the world (E2, p.42)

MACROCATEGORIA LIMITI (L)

- CATEGORIA DEI LIMITI INTRINSECI NELLE ATTIVITÀ (LI)

Son state riunite in questa categorie le opinioni degli esperti in merito alla presenza, o all'assenza, di limiti intrinseci delle attività in oggetto. Tali limiti corrispondono spesso ad un ostacolo per l'implementazione nella scuola di queste attività, per questa ragione, nonostante la suddivisione costituita, è bene tenerne di conto in un unicum rispetto ai fattori ostativi che illustreremo di seguito.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
LI1	Non ci sono limiti, se l'attività non è avulsa ma dentro un percorso		Queste attività di per sé non hanno limiti intrinseci, se le consideriamo inserite in un percorso didattico che non si limita a questa proposta	Io personalmente non ne vedo. Però, ecco, io immagino che queste attività facciano parte di un percorso più ampio (MM, p.67)
LI2	Ostacoli intrinseci dell'attività	a)Richiede più tempo che non si traduce direttamente in performance	Queste attività necessitano di un buon quantitativo di tempo per essere svolte e gli obiettivi che hanno non si traducono necessariamente in aumento delle performance (procedurali)	..magari uno che utilizza materiali è anche più lento quando ti va a fare l'algoritmo scritto (MM, p.52)
		b)I risultati si vedono su lungo periodo	Gli obiettivi di queste attività sono di lungo periodo, non rintracciabili in tempi brevi	È un ostacolo a proporre questi approcci. Perché quando tu ti fissi su obiettivi formativi importanti, l'obiettivo formativo importante per me è di lungo periodo (PDM, p.51)
		c) Dialogo fra prospettiva dell'insegnante e dello studente sugli obiettivi dell'attività	In queste attività potrebbe essere difficile instaurare questo dialogo, rendere condivisi gli obiettivi	Però da questo punto di vista è come un dialogo tra sordi, cioè l'allievo dice che in fondo si vede, no?! E non capisce perché l'insegnante sia così tanto interessata a un perché, un perché che in fondo è una motivazione teorica (MGBB, p.22)
		d)Difficoltà ulteriore data dall'utilizzo del materiale/ dello strumento	Introducendo attività con artefatti si introducono difficoltà ulteriori per gli studenti, oltre a quella legata all'incontro con il contenuto matematico anche quella di interazione con l'artefatto	
LI3	L'astrazione formale che è propria della matematica deve essere sviluppata e non fa parte di queste attività		Queste attività servono per dare significatività all'astrazione ma è bene che siano sviluppate delle specifiche attività che mirano allo sviluppo di una matematica a livello esclusivamente astratto che le prescindono.	..man mano che si va avanti, ci sono proprio dei temi che si farebbe bene a sviluppare in modo totalmente astratto[…] a un certo punto quando hai capito che puoi studiare solo il problema matematico devi essere capace di manipolare la matematica in senso completamente astratto (BS, p.71)
LI4	Gestione della classe difficile durante queste attività		Ci possono essere problemi di gestione della classe nell'effettuare queste attività: più rumore, più disturbo.	It might be, you know, like management issues, I think, using materials (E5, p.34)
LI5	Gestione degli artefatti (es. tecnologie)		Può essere complesso gestire gli artefatti, ad esempio per i problemi tecnici.	..having done some work in this area around technology, […] there is a lot of frustrating things that can go wrong (E4, p.50)

• CATEGORIA DEI LIMITI LEGATI AD UN ERRORE DI IMPLEMENTAZIONE (LE)

In questa categoria sono presentati i limiti di queste attività in rapporto a errori comunemente praticati nell'implementazione.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio

LE1	Limitarsi solamente agli aspetti percettivi dei modelli concreti	a)Affidarsi soltanto all'aspetto percettivo-manipolativo senza creare la connessione con i concetti matematici b)Dare per scontata la consapevolezza matematica che si nasconde dietro la manipolazione dello studente	Le attività vengono proposte per coinvolgere gli studenti, o per fornire aspetti pratici, senza curarsi degli obiettivi formativi che vogliamo che vengano vincolati tramite quella attività. Non possiamo affidarci alla ricostruzione autonoma da parte dello studente della consapevolezza dei significati matematici che si nascondono dietro l'esperienza effettuata. Ci vuole un lavoro specifico. *Effetto Jourdain*	Gli insegnanti spesso tendono a vedere soltanto una delle due anime, […] l'anima pratica, quella manipolativa, l'uso del corpo[…] che però deve essere abbandonata abbastanza presto, perché poi dopo ragazzi non si scherza più, dopo si fa matematica (MGBB, p.68) ..sull'artefatto quello che spesso e volentieri viene sottovalutato anche dai ricercatori più o meno consapevolmente è questo [..]: io ti faccio fare l'attività, tu l'attività la fai bene, sono sicuro che c'è consapevolezza. (PDM, p.41)
LE2	Insegnanti spesso distorcono la filosofia che sta dietro l'innovazione		Gli insegnanti convinti di fare attività coerenti con l'approccio e la visione che sta dietro la proposta delle attività, le implementano senza mantenere le caratteristiche determinanti per la *fidelity*	..c'è una fetta di quegli insegnanti che […] abbracciano anche l'innovazione didattica, che l'abbracciano in modo che poi distorce l'innovazione didattica […] in maniera incoerente con i principi che hanno ispirato il progetto, diciamo (PDM, p.81)

MACROCATEGORIA FATTORI D’INFLUENZA (F)

- CATEGORIA FATTORI AMBIVALENTI (FA)

Sono raccolti in questa categoria i contributi degli esperti rispetto dei fattori di influenza che, a seconda della loro declinazione, possono rappresentare un ostacolo o un incentivo all’implementazione a scuola di attività del tipo identificato.

Codice	Etichetta	Descrizione	Esempio
FA1	Organizzazione, spazi e risorse nella scuola	Dipendenza in funzione degli spazi e delle risorse a disposizione nella scuola	
FA2	Assenza/ Presenza di investimenti	Dipendenza dagli investimenti effettuati in formazioni, materiali, ricerca	
FA3	Assenza/ presenza di stabilità per gli insegnanti: possibilità di una progettazione a lungo termine	La programmazione a cicli corti disincentiva l’introduzione di approcci didattici innovativi	

- CATEGORIA FATTORI OSTATIVI (FO)

Sono raccolti in questa categoria i contributi degli esperti rispetto ai fattori di influenza che hanno una connotazione antagonista rispetto all’implementazione in classe delle attività in oggetto. Tali convinzioni si suddividono in due sotto-categorie

- *Sottocategoria dei fattori esterni (dal contesto)* (FOE)

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
FOE1	La presenza di norme istituzionali che non vengono messe in discussione	a)Analfabetismo dello spazio	Nella scuola è presente spesso una visione dogmatica, non messa in discussione, di cosa sia una lezione di matematica e la matematica da insegnare, che ostacola l’introduzione di queste attività. Spesso gli insegnanti non ne sono neanche consapevoli. Gli insegnanti spesso non hanno la consapevolezza che l’ambiente e la sua organizzazione riveste un ruolo di primaria importanza	..norme istituzionali che sono assorbite in modo inconsapevole dagli insegnanti, che però sono semplicemente assorbite, non messe mai in discussione (MM, p.69) ..l’ambiente è questo maestro invisibile di cui nessuno ha consapevolezza e che invece andrebbe sfruttato. Si parla proprio di analfabetismo dello spazio da parte degli insegnanti (MM, p.71)
FOE2	Manca il supporto istituzionale per implementarli		Per l’introduzione è necessario avere un supporto istituzionale che riguarda gli investimenti nella formazione, negli incentivi agli insegnanti, nella ricerca e nella distribuzione di materiali nella scuola	..chiaramente un fattore ostativo è anche il desiderio di investimento economico e organizzativo che il ministero ha intenzione di fare su queste cose (MGBB, p.76)
FOE3	Pressione del tempo, del programma, della valutazione		Gli insegnanti sono costantemente sotto pressione per le valutazioni e per lo svolgimento del “programma”, avvertendo costantemente di non avere tempo per insegnare in un certo modo	..perché l’obiezione che [..] fanno tutti quanti gli insegnanti è “Si, ma poi c’è l’esame di maturità.[..] Io devo fare un determinato percorso perché all’esame di maturità mi chiederanno queste cose e quindi il tempo non ce l’ho” (DP, p.13)

FOE4	Mancanza di spazi e risorse		L'assenza di spazi o risorse adeguate costituisce un limite all'implementazione	There are challangese with resourcing in some of the schools in low socio-economic areas, so that can have an impact (E1, p.34)
FOE5	Disconnessione fra la formazione e la pratica scolastica	Generico	Ricerca di punta e interessi della scuola non si corrispondono se non si è venuti in contatto profondamente e formazioni sporadiche e generaliste che non calzano gli interessi sentiti nella scuola, disincentivano che gli insegnanti investano energie	..esiste veramente un grosso iato tra quella che è la ricerca didattica [..] e poi quello che è il reale trasferimento in classe (DP,, p.3)
FOE6	Resistenze del contesto: rottura rispetto alla cultura e tradizione scolastica	Generico	La visione tradizionale, profondamente ancorata nella cultura scolastica viene vissuta come una imposizione alla quale non è concesso di sottrarsi	[un insegnante] si può trovare ostacolato da dirigenti, da personale ausiliario. (MM, p.71)
		a)Rispetto alle aspettative e convinzioni dei colleghi, dirigente, genitori e degli studenti	Pressioni dal contesto inibiscono la sperimentazione da parte degli insegnanti di una didattica diversa dalla visione del contesto	..cambiare qualcosa rispetto a quello che normalmente si fa, i genitori si aspettano che io faccia, [..] i colleghi, devi avere le spalle quadre se vuoi fare qualcosa di diverso eh! (MAM, p.79)
		b)Paura del confronto	Verifiche condotte in parallelo negli istituti.	.. viviamo in un periodo strano in cui i dirigenti vogliono fare le verifiche d'istituto e allora bisogna fare tutto uguale, delle verifiche uguali in tutte le classi (BS, p.79)

- *Sotto-categoria dei fattori interni (all'insegnante)*(FOI)

  In questa sotto categoria sono raccolti quei contributi che individuano fattori ostativi in ambiti che riguardano le convinzioni, la sfera affettiva, le conoscenze dell'insegnante.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
FOI1	Difficoltà date dal cambiamento	a)Complessità del cambiamento di prospettiva d'insegnamento richiesto	Il cambiamento di visione del processo di insegnamento-apprendimento della matematica e dei ruoli in gioco sotteso all'introduzione di queste attività è un cambiamento complesso	E questo passaggio dall'insegnamento tradizionale a questo lavoro, […] questo che dicono le indicazioni nazionali [..] è molto molto difficile (MDO, p.36)
		b)Naturale resistenza ai cambiamenti (Fattori affettivi/ motivazionali)	Caratteristica umana di resistenza ai cambiamenti Es. Convinzione di fare bene, paura di mettersi in gioco (di non saper gestire)	..C'è una parte [degli insegnanti] che è resistente al cambiamento perché […] è un fattore umano, psicologico, perché è molto convinto di quello che fa (PDM, p.33)
		c)Ingente investimento di energia iniziale	Grande fatica richiesta da queste attività, soprattutto in una fase iniziale	..questo l'ho sentito da tante maestre sia montessoriane che non, che si fa tanta fatica all'inizio che però poi ne vale la pena perché i bambini diventano protagonisti di quello che fanno (BS p.67)
		d)Scoraggiamento per grandi difficoltà e insuccessi iniziali	Inizialmente si incontreranno delle difficoltà e degli insuccessi che potrebbero portare gli insegnanti ad abbandonare l'intera prospettiva	..perché di solito la prima volta va male.[..] e quindi, dopo che ti va male, dici: "Ah no, fa schifo, torno sul mio" (AB-F, p.42)
FOI2	Visione dell'insegnamento-apprendimento incoerente con l'approccio	Generico		C'è la possibilità di basare i propri comportamenti secondo qualche teoria che, in qualche modo, rispetto a questo non è così […] in sintonia (FA, p.65)
		a)Ancoraggio ad una visione tradizionale-trasmissiva dell'insegnamento	Il sistema scuola è rigidamente ancorato a una visione dell'insegnamento apprendimento tradizionale-trasmissiva	..molti docenti di secondaria di secondo grado dicono che devono stare lì al tavolino a fare gli esercizi e a guardare quello che fai (PDM, p.13)
		b)Convinzione che non si possa mirare a un apprendimento significativo della matematica per tutti	Se l'insegnante è convinto che l'apprendimento significativo della matematica non sia un obiettivo perseguibile per tutti gli studenti non vedrà parte del valore in queste attività	..e poi comunque non c'è niente da fare, l'ultima spiaggia è che non c'hanno il pallino, "non è portato per la matematica [..] (MAM, p.81)
		c)Insegnamento di una matematica procedurale	Se gli obiettivi sono di ottenere studenti che sono buoni performer le attività in oggetto non sono appetibili	

		d)Unica forma di matematica riconosciuta è quella formale	Se non viene accettata una fase pre-transfer della conoscenza ma la matematica è solo quella formalizzata, il valore matematico di queste attività non viene colto dall'insegnante	
FOI3	Convinzione che le attività siano inadeguate: riduttive per la conoscenza matematica/ non adatte a tutti gli studenti	a)Adatto solo per certi alunni b)Adatto solo per i più piccoli c)La matematica è altro	Tali attività sono appropriate soltanto per alcune categorie di alunni (es. i più bravi/ i meno bravi) Queste attività sono utili esclusivamente nei primi cicli di istruzione. La matematica ha un'anima astratta e queste attività sono perciò riduttive per l'insegnamento della disciplina.	..Però poi ci siamo resi conto che loro lo fanno solo con alcuni dei loro studenti, cioè quelli che loro reputano bravi, tra virgolette (FA, p.37) Gli insegnanti pensano che queste cose siano utili per i bambini piccoli. Allora il problema più grosso è quello di riuscire a convincerli che sono utili anche per li studenti grandi. (MGBB, p.36) ..perché ha sempre vinto, dopo l'era Burbakista, l'idea che la matematica seria fosse quella mentale. Ecco, insomma, non quella manipolativa. (MGBB, p.38)
FOI4	Carenza di conoscenze/ consapevolezze adeguate	Generico a)Epistemologiche b)Pedagogiche/ Psicologiche c) Applicare la conoscenza formale	Carenza di conoscenze profonde, che permettono di proporre e gestire queste attività. Apprendimento riflessivo sulla disciplina, non solo formale. Es. Riguardo la complessità del processo di insegnamento-apprendimento (Es. fiducia che la spiegazione sia sufficiente alla comprensione) Connettere conoscenza formale a conoscenza del mondo	Cioè, in generale, gli insegnanti non sono consapevoli che dietro [..] a quello che loro pensano sia la comprensione di un concetto ci sono processi estremamente complessi [..] che va di pari passo con la convinzione che " se glielo spiego, hanno capito tutto. Se non hanno capito, non mi hanno ascoltato" (MAM, p.61) They didn't have yet experience of taking the formal knowledge they have done in the mathematics degree [..] and hands-on experience.[..] they didn't know how to make the connections (E2, p.42)
FOI5	Sfiducia verso la ricerca in didattica		L'insegnante non si fida delle proposte che provengono dalla ricerca perché pensa che venga sottovalutata la complessità scolastica	E poi c'è l'altro aspetto [...] dell'alto livello di sfiducia verso la ricerca didattica (PDM, p.33)

- CATEGORIA FATTORI FACILITANTI (FF)

Sono raccolti in questa categoria i contributi degli esperti rispetto ai fattori di influenza che si presume possano favorire l'implementazione in classe delle attività in oggetto. Tali convinzioni si suddividono in due sotto-categorie:

- *Sotto-categoria dei fattori esterni che potrebbero facilitarne l'implementazione* (FFE)

  Vengono raccolti in questa sotto categoria i contributi relativi alle condizioni a contorno, contestuali e normative, che potrebbero favorire l'implementazione delle attività nella pratica scolastica.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
FFE1	Valorizzazione e potenziamento del rapporto tra università e scuola		Anche nell'università dovrebbe essere dato rilievo all'interesse verso la scuola	..Secondo me, andrebbe molto valorizzato il rapporto fra scuola e università, che attualmente è molto su base volontarie e anzi, gli universitari, in genere, sono visti un po' male, che stanno perdendo tempo, se si occupano di scuola (BS, p.83)

FFE2	Fornire sostegno da parte dell'amministrazione, della scuola, della politica	a)Investire nella ricerca e nelle risorse didattiche b)Sistema e cultura scolastica che incentiva e collabora	Investimento per la ricerca e per la distribuzione di materiali e strumenti nella scuola Un sistema scuola che incentiva e porta alla collaborazione intorno alla proposta di questi percorsi	..pensare a fare un minimo di investimento negli oggetti giusti [..] I materiali, lo studio dei materiali, esattamente. Metterci un po' di risorse. (BS, 89-91)
FFE3	Premiare le persone che lo fanno		Le persone che investono tempo ed energie per la proposta di queste attività dovrebbero essere incentivate	
FFE4	Lavoro in comunità di pratica		Il lavoro collaborativo con i colleghi, anche opportunamente istituzionalizzato, favorisce la proposta di queste pratiche a scuola e che non vengano perse.	..Creare queste comunità di pratica, [..]intorno all'idea di laboratorio di Matematica, per esempio (MGGB, p.78)
FFE5	Formazioni adeguate e specifiche	a) Formazione con materiali ed esempi di conduzione delle attività. b) Formazioni per cicli lunghi, che accompagnano gli insegnanti nella pratica c) Formazioni che danno consapevolezza agli insegnanti su visione insegnamento-apprendimento d) Formazioni che danno consapevolezza sulla complessità dietro l'apprendimento di concetti matematici	Necessità di formazioni che gli permettano di calare nella pratica scolastica quanto viene proposto: con una guida esplicita: tempi, argomenti curriculari trattati, risultati Gli insegnanti devono essere accompagnati e sostenuti nella proposta e implementazione di innovazioni didattiche Le formazioni devono partire dal presupposto di mettere a consapevolezza gli obiettivi e le visioni personali degli insegnanti su insegnamento e apprendimento della disciplina	..una formazione sui materiali, sulle prospettive, con delle attività che un può scegliere che però ci siano anche degli esempi di conduzione (MM, p.63) ..più l'innovazione è innovativa e più devi essere accanto agli insegnanti, non pensare di lasciarli da soli. Cioè lasciarli da soli, ma dargli la consapevolezza [..] che possono discutere con voi delle possibili difficoltà (PDM, p.90)

- *Sotto-categoria dei fattori che potrebbero influire sulle convinzioni dell'insegnante*(FFC)
  In questa sotto categoria troviamo indicazioni sui fattori che potrebbero modificare le convinzioni degli insegnanti per convincerlo ad introdurre queste attività nella sua pratica didattica.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
FFC1	Apportare delle evidenze dalla ricerca		Gli insegnanti si convincerebbero se vi fossero evidenze dalla ricerca dell'efficacia della proposta di queste attività	Bisogna potenziare la ricerca per far vedere he questo modo di imparare è un modo cruciale, importante (BS, p.89)
FFC2	Mostrare la coerenza con le politiche educative e con una programmazione curriculare		Rendere consapevoli gli insegnanti che la proposta di queste attività è coerente con le indicazioni nazionali	
FFC3	Mettere in luce la complessità del processo di insegnamento-apprendimento		Fare accorgere gli insegnanti che i loro studenti bravi mancano di concettualizzazione	
FFC4	Far riconoscere agli insegnanti il valore per la	a)Rendere gli insegnanti consapevoli che queste attività sono fondamentali per la	Dare consapevolezza agli insegnanti del valore formativo di queste attività	

	concettualizzazione di queste attività	concettualizzazione, non accessorie b)Mostrare l'utilità per raggiungere obiettivi formativi difficili	Convincere dell'utilità per raggiungere obiettivi formativi altrimenti difficili da perseguire	
FFC5	Far avere esperienza diretta agli insegnanti dell'impatto positivo di queste attività	Generico a)Gratificazione per apprendimento degli studenti volto maggiormente alla costruzione del senso b)Provare il beneficio e la bellezza facendone esperienza c)Percepire un miglioramento nei test standardizzati	L'insegnante è appagato dal lavoro e dai risultati raggiungibili con gli studenti tramite queste attività Benessere dell'insegnante nel suo lavoro, grazie alla proposta di una didattica che lo gratifica e coinvolge Avere un riscontro tangibile dei risultati formativi dell'introduzione di queste attività, anche se non è l'obiettivo primo	..facendoglielo anche un po' vivere il beneficio di una giornata in cui tu fai delle cose, quindi non è che stai solo a scrivere alla lavagna e fai sempre le stesse cose, ti scocci tu e loro, tra l'altro (MM, p.42) Diciamo he, se te fai una attività del genere e, ti faccio un esempio, migliorano i risultati Invalsi, […] è una prova, diciamo, tangibile per loro […] del fatto che la cosa funzioni (PDM, p.75)

MACRO CATEGORIA: STRATEGIE PER L'EFFICACIA (SE)

- CATEGORIA DELLE STRATEGIE DIDATTICHE PER INTRODURRE L'IMPLEMENTAZIONE.(SEIn)

  Questa categoria si presenta come una categoria di contrasto, ossia di confronto rispetto ad una didattica distinta che è presente nella scuola, che non viene chiaramente esplicitata, che viene sottointesa e differisce da quanto queste attività propongono. Vengono qui collezionati i contributi che forniscono suggerimenti su come si possa introdurre questa "innovazione didattica" nella pratica scolastica. In questo senso la categoria ha particolari punti di comunione con la categoria dei fattori facilitatori per l'implementazione in classe, appartenente alla macro categoria precedente.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
SEIn1	Gradualità nell'introduzione di queste attività, in continuità rispetto alla propria proposta		-Per non destabilizzare gli studenti. Devono avere tempo di cambiare contratto didattico. Altrimenti potrebbe portare ad un rifiuto. -Per non destabilizzare l'insegnante modificandogli il programma (Proporre le attività all'interno degli schemi d'insegnamento dell'insegnante)	..farlo con gradualità [..] se di punto in bianco ricambi tutto metti solo in crisi, invece devi condividere con loro il percorso (PDM, p.63)
SEIn2	Motivare l'introduzione agli studenti.		-Gli studenti devono percepire tali attività come parte del percorso didattico, non come accessorie, per attribuirgli valore formativo: esperienze integrate nella pratica didattica, non sporadiche. -Studenti devono percepirle come utili	..mentre sali di livello scolare devi lavorare molto di più sulla motivazione […] devi convincergli che gli è utile per qualcosa […] ha un valore aggiunto per te [..] non è una cosa estemporanea […] deve essere parte integrante.. (PDM, p.65-67)

- CATEGORIA DELLE STRATEGIE DIDATTICHE PER L'EFFICACIA IMPLEMENTATIVA (SEIm)

  In questa categoria vengono riuniti i contributi che danno una descrizione e una caratterizzazione di come queste attività vadano implementate in classe. Tali contributi vengono a loro volta distribuiti in sotto categorie, a seconda della specificità alla quale si riferiscono.

  - *Sotto-categoria dei criteri di selezione delle attività*.(SEImS)

    In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi riguardo a quelle caratteristiche che determinano la scelta di una buona attività da proporre.

Codice	Etichetta	Descrizione	Esempio
SEImS1	Proporre attività in zona di sviluppo prossimale	Le attività proposte devono essere sfidanti ma ogni studente deve essere in grado di potervi partecipare	Un problema che sia, diciamo, in zona di sviluppo prossimale, cioè che non sia un. Esercizio che gli studenti fanno subito a risolvere, non voglio valutare se sanno fare quella cosa (DP, p.13)
SEImS2	Enfatizzare l'aspetto esplorativo, matematica per scoperta, proporre un problema iniziale	La natura dell'attività deve essere esplorativa, gli studenti devono essere coinvolti nella risoluzione di un problema	.. devi problematizzata la questione, quindi ci deve essere la domanda, il bambino deve rispondere [..] (MDO, p.42)
SEImS3	Scelta di materiali che siano dialogici, task, schemi d'uso: tramite tra esplorazione fisica e costruzione dei significati matematici	Prospettiva della mediazione semiotica	..dobbiamo scegliere degli artefatti che siano, come noi dicevamo una volta, dialogici, cioè che da un lato spingano verso la manipolazione, ma dall'altro siano anche suscettibili di spingere verso la costruzione del significato matematico (MGBB, p.60)

- *Sotto-categoria degli aspetti di gestione della classe e dei suoi individui.* (SEImG)
  In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi riguardo a quelle caratteristiche che riguardano come l'attività debba essere organizzata all'interno della classe, quale debba essere il coinvolgimento degli studenti e come debba avvenire la gestione dell'attività.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
SEImG1	Fare interagire ciascuno studente con il materiale (se possibile)/ Fare esplorare individualmente		Gli studenti devono essere attivamente coinvolti in prima persona	..ogni bambino deve avere il suo materiale, cioè quando si può (MDO, p.48)
SEImG2	Consentire la partecipazione di tutti, organizzando il lavoro in piccoli gruppi	Generico	Va incentivata la partecipazione di tutti, sfruttando il coinvolgimento in piccoli gruppi degli studenti	
		a)eterogenei per abilità		L'ideale è il piccolo gruppo, misto, dove c'è quello un po' più bravino, quello un pochino meno (MAM, p.93)
		b)omogenei per abilità		Però devo costruire i gruppi, e i gruppi non potranno essere fatti da studenti in gamba con studenti che hanno diversi livelli di preparazione, perché in un problema esplorativo tutti devono partecipare al gruppo , quindi i gruppi dovranno essere abbastanza omogenei(DP, p.13)
SEImG3	Promuovere lo scambio fra pari		Devono essere promosse pratiche di *peer-tutoring*	..cercando il più possibile di sfruttare la potenzialità che ci può essere da una collaborazione tra pari (MM, p.75)

SEImG4	Lasciare che l’attività prenda il tempo in più che richiede	a) Lasciare il tempo per prendere confidenza con l’artefatto	La caratteristica di una attività del genere è che sia lasciato il tempo di esplorare, di riflettere e confrontarsi Far prendere confidenza agli studenti con l’artefatto in una fase iniziale	..è chiaro che se te dai un problema di esplorazione, un problema aperto, gli devi lasciare il tempo ai ragazzi, il tempo deve essere rilassato perché sennò non ti viene in mente niente (MAM, p.83) ..questo Montessori credo ci abbia lavorato molto, ecco, non ne sa niente nessuno, ma fargli prendere [..] confidenza con l’artefatto (PDM, p.63)
SEImG5	Promuovere un ambiente di lavoro sereno		L’ambiente in cui vengono promosse le attività deve essere un ambiente sereno, in cui gli studenti si sentono liberi di sperimentare	..serenità dell’ambiente, insomma, abbassamento del livello d’ansia, valutativo.. (PDM, p.65)
SEImG6	Dare importanza alla produzione degli studenti		Gli studenti devono sentire di aver contribuito con valore all’attività	..il bambino vede che la sua scrittura viene presa in considerazione come quella del compagno che magari immagina più bravo (MDO, p.44)
SEImG7	Predisporre l’ambiente		L’ambiente va predisposto in modo opportuno rispetto agli obiettivi	..quindi l’organizzazione dello spazio è centrale (MM, p.75)

- *Sotto-categoria degli aspetti valutativi.* (SEImV)
  In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi riguardo quali debbano essere le caratteristiche legate alla valutazione nello svolgersi di queste attività. È bene precisare che in questo contesto la valutazione è da considerarsi in senso stretto, principalmente come giudizio valutativo.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
SEImV1	Non sovrapporre piano valutativo e formativo		Sospensione del giudizio e dell’atteggiamento valutativo. Gli studenti sono in un momento formativo di sperimentazione	..lì c’è una sospensione della valutazione, cioè voi siete liberi di dire quello che vi passa per la mente […] Non vuole dire che la valutazione non c’è più, però che l’insegnante sospende, perché se vuole incoraggiare la produzione libera, l’associazione libera di pensieri, non deve essere in atteggiamento valutativo. Poi arriva.. (MGBB, p.70)
SEImV2	Valutazione del processo e non della prestazione		La valutazione dovrà tener conto degli avanzamenti degli studenti, non dei prodotti	..non vado a valutare la prestazione, vado a valutare il processo che mettono in atto e non la prestazione finale (DP, p.13)
SEImV3	Integrazione degli artefatti nelle prove valutative		Gli artefatti devono essere integrati nelle prove di valutazione se vogliamo essere coerenti con il motivarne l’introduzione	..Se tu usi degli artefatti, è importante che anche nella valutazione poi sommativa tu gli faccia usare gli artefatti..(PDM, p.69)
SEImV4	Valutazione meno tradizionale, di più ampio respiro	a)Project work b)Osservazione e autovalutazione	A queste attività si confà una valutazione anche meno standard. Es. Project work Osservazione e autovalutazione sarebbero l’ottimo per la valutazione.	..uno può fare un valutazione, proprio attraverso dei lavori, da soli o in gruppo, in cui uno scrive quello che ha fatto (BS, p.31) ..non valutare in modo standard ma valutare attraverso un’attenta osservazione che fanno i ragazzini e di coinvolgerli anche quando sono piccoli nella valutazione (BS, p.33)

- *Sotto-categoria del ruolo dell’insegnante e delle modalità di insegnamento.* (SEImI)
  In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi che vanno a definire la posizione che l’insegnante ricopre all’interno dell’attività, al suo ruolo e a come debba rivolgersi e pensare i suo insegnamento, sia in classe che riguardo gli aspetti della progettazione.

- *Sotto-categoria della significatività dell'attività, oltre l'attività.* (SEImO)

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
SEImI1	Flessibilità e progettazione		L'insegnante e il sistema deve essere flessibile: ci vuole una attenzione alla progettazione ma con flessibilità per trovare la strategie più adatta per il gruppo classe specifico	
SEImI2	Insegnante regista, non guida	Generico		
		a)Ruolo dell'insegnante da protagonista, regista dell'attività	L'insegnante è protagonista dell'insegnamento con la sua progettazione	
		b)Lasciare liberi gli studenti, senza il supporto dell'insegnante	L'insegnante deve sottrarsi il più possibile lasciando gli studenti liberi di esplorare	Presentargli le attività e poi essere capaci di lasciarli lavorare (BS, p.49)
		c)Necessità di gestire le discussioni senza fare da imbuto	L'insegnante deve orchestrare la discussione senza cercare di vincolare e spingere gli studenti verso le sue conclusioni	Imparare a gestire le discussioni è complicato, perché l'insegnante prende subito l'effetto imbuto[..] e poi comincio a dire cosa è giusto e cosa è sbagliato [..] tutto questo invece no (MAM, p.95-97)
		d)L'insegnante deve stare in silenzio più che riesce, deve solo organizzare	L'insegnante deve cercare di fornire il minimo necessario agli studenti, anche come interventi	
		e) Insegnante interviene come membro di un discorso comune per fornire altre chiavi di lettura	L'insegnante se interviene lo fa con input per lo sviluppo di un ragionamento comune	..quando sono più grandi invece entrare, ma non a gamba tesa, come un membro del gruppo, in un pensiero che si sta sviluppando, può aiutare i ragazzi, che forse anche, per certi aspetti te lo chiedono […] c'è anche il fatto di aiutarli a vedere lo stesso problema da tanti punti di vista, che non può venire dai ragazzi, deve essere suggerito dai docenti (BS, p.49)
SEImI3	Insegnante deve fornire il linguaggio		Spetta all'insegnante introdurre il convenzionalismo linguistico che non può essere generato dagli studenti	..la cosa importante del docente è innanzitutto fornire il vocabolario [..] cioè le convenzioni non se le possono inventare i ragazzini. Uno deve dare il linguaggio e non molto altro credo (BS p.49)

In questa sotto-categoria vengono raccolti i contributi che vanno a descrivere quali siano gli aspetti che è necessario prendere in considerazione affinché l'attività non resti fine a se stessa e limitata al campo dell'esperienza, ma acquisti significato all'interno del percorso d'insegnamento.

Codice	Etichetta	Sub-codice	Descrizione	Esempio
SEImO1	Esperienze integrate nella pratica didattica e legate al curriculum. Non separate dalla fase formale di apprendimento ma intrecciate		Queste attività non devono essere una parentesi rispetto all'insegnamento standard	..io parlerei più di percorsi che non delle attività, perché di attività, negli anni, ne sono state fatte tante, però molto slegate fra loro. Cioè magari è molto carina quella attività, però rimane lì e poi il resto lo faccio tale e quale (MDO, p.40)

SEImO2	Considerare l’attività come parte di un percorso più ampio	Generico a)Ritornare e riflettere sull’esperienza fatta: discussione orchestrata/ sistemazione finale b)Far fare una trasposizione didattica dell’esperienza fatta: dare enfasi alla natura dialogica degli artefatti	Le attività devono fare parte di un percorso che prevede fasi di formalizzazione e sistematizzazione del sapere Deve essere esplicitata nelle attività la matematica astratta e formale che vi è legata, queste devono dialogare e interfacciarsi	..soprattutto se voglio [..] legare questo loro costruzioni profonde, legate alle loro sensazioni del corpo e del movimento [..] bisogna che come insegnante sia consapevole di queste e cerchi di far riflettere gli allievi per portarli a legarlo alla matematica (MAM, p.99)

APPENDICE 1.5: RISULTATI

ESEMPI INDICATI DAGLI ESPERTI ASUTRALIANI

FREQUENZE E TABELLE DI CONTINGENZA RELATIVE AI RISULTATI DEL QUESTIONARIO

ESEMPI INDICATI DAGLI ESPERTI ITALIANI

LA RICERCA IN ITALIA

Tipologia	Esempio	Ambito matematico	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
Manipolazione di oggetti fisici	Geometrie non euclidee fatte su sfere	Geometria	Secondaria di secondo grado	(P.D.M.)
	Macchine matematiche	Geometria-Algebra	Secondaria di secondo grado	(M.G.B.B.)
	Abaco classico (o abaco ad aste)	Aritmetica	Scuola primaria	(M.M.) (M.G.B.B.) (P.D.M.)(M.D.O)
	Abaco a bicchieri (o abaco trasparente)	Aritmetica	Scuola primaria	(M.D.O) (A.B-F)
	Materiale multibase	Aritmetica	Scuola primaria	(M.M.) (B.S.)
	Regoli in colore	Aritmetica	Scuola primaria	(B.S.)(M.A.M.)
	Blocchi logici	Logica, Insiemistica, Geometria	Scuola primaria	(B.S.)
	Dado con pallini pieni e vuoti sulle facce che simula il conteggio con le dita delle mani	Aritmetica	Scuola primaria	(M.D.O.)
	Il conta mani	Aritmetica	Scuola primaria	(M.D.O.)
	La linea del 20	Aritmetica	Scuola primaria	(B.S.)
	Riga e compasso	Geometria	Molteplici	(M.G.B.B.) (M.A.M.)
	Ludi geometrici per la quadratura in moto	Geometria	Secondaria di primo grado	(B.S.)

Tipologia	Esempio	Ambito matematico	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
	(Dal *Codice Atlantico* di Leonardo Da Vinci)			
	Linea dei numeri realizzata con sacchettini che contengono rappresentanti del numero (Es. In corrispondenza del numero 5, 5 tappi ecc.)	Aritmetica	Scuola primaria	(B.S.)
	Il bruco matematico che compone/scompone numeri con le tesserine, per la notazione posizionale	Aritmetica	Scuola primaria	(A.B-F)
	La pascalina	Aritmetica	Scuola primaria	(A.B-F)
Manipolazione di oggetti virtuali	Software di geometria dinamica (Es. Geogebra, Cabrì, Sketch-Pad). Particolare focus sulla modalità di utilizzo del trascinamento	Geometria Introduzione al concetto di funzione (2 esperti)	Principalmente scuola secondaria	(A.B-F) (F.A.) (M.A.M.) (M.G.B.B.) (D.P.)
	Computer Algebra System	Algebra	Scuola secondaria di secondo grado	(D.P.)
	Software multi-touch, con gli iPad, o con i tablet	Molteplici	Senza un riferimento specifico	(M.M)(M.G.B.B.)
Manipolazione di strumenti tecnologici	Bee-Bot o altri robottini che disegnano	Logica, pensiero computazionale, geometria e orientamento nello spazio	Primaria	(A.B-F)
Attività che richiedono il grande corpo - Indoor	Gioco in cui si prende in considerazione un certo insieme di bambini e un certo numero di sedie e si chiede se bastino le sedie per i bambini: sottrazione	Aritmetica	Senza un riferimento specifico	(M.D.O.)
	Dinamica con i sensori di posizione	Analisi	Scuola secondaria di secondo grado	(P.D.M.) (D.P.)
Attività che richiedono il grande corpo - Outdoor	Matematica per la città (Es. Esperienze di Napoli)	Non specificato	Non specificato	(P.D.M.)
	Attività con le ombre del sole	Geometria	Scuola secondaria di primo grado	(M.M)

Tipologia	Esempio	Ambito matematico	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
	Attività educative in cui la natura viene concepita come artefatto di apprendimento	Non specificato	Non specificato	(M.M)
Insiemi di attività	Attività Montessoriane	Aritmetico/ Geometrico	Scuola Primaria	(M.M)(M.A.M.)(B.S.)(P.D.M.)
	Attività di Emma Castelnuovo (Es. Il Geopiano, i poligoni articolabili, lo spago)	Molteplice (Prevalentemente Geometrico)	Scuola Primaria e Secondaria di primo grado	(A.B-F) (M.M)(M.A.M.)(P.D.M.)
	Attività di PerContare	Molteplice	Scuola primaria	(A.B-F)
	Percorsi del CIDI	Non specificato	Senza un riferimento specifico	(M.D.O.)
	Attività realizzate con materiale povero	Non specificato	Scuola primaria	(M.A.M.)
	Attività realizzate con materiale strutturato	Non specificato	Scuola primaria	(M.G.B.B.)
	Percorso sulle maree	Interdisciplinare: storia, filosifa, fisica e matematica (Modellizzazione)	Scuola secondaria di secondo grado	(B.S.)
Esclusivamente il coinvolgimento delle proprie mani	Conta con le proprie dita e mani	Aritmetica	Scuola primaria	(A.B-F)
Esclusivamente l'uso della gestualità	Gioco di Brousseau: Due giocatori dicono un numero a testa e devono arrivare per primi al 20, aggiungendo ad ogni turno 1 o 2. Il ruolo della gestualità	Aritmetica	Scuola primaria	(F.A.)

Tipologia	Esempio	Ambito matematico	Blocco scolastico di riferimento	Esperto che lo ha citato
	In ambito universitario, problemi di geometria dello spazio risolti senza supporti materiali. Ruolo dei gesti deittici in aria	Geometria	Università	(F.A.)

FREQUENZE E TABELLE DI CONTINGENZA RELATIVI AI RISULTATI DEL QUESTIONARIO

LA RICERCA IN ITALIA

Tabella delle frequenze

Tipo risposta

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	IP Address	1301	99,8	99,8	99,8
	Spam	3	,2	,2	100,0
	Totale	1304	100,0	100,0	

Avanzamento

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	,00	11	,8	,8	,8
	4,00	18	1,4	1,4	2,2
	8,00	39	3,0	3,0	5,2
	20,00	34	2,6	2,6	7,8
	27,00	63	4,8	4,8	12,7
	33,00	110	8,4	8,4	21,1
	51,00	31	2,4	2,4	23,5
	61,00	6	,5	,5	23,9
	63,00	20	1,5	1,5	25,5
	78,00	12	,9	,9	26,4
	80,00	6	,5	,5	26,8
	90,00	7	,5	,5	27,4
	96,00	317	24,3	24,3	51,7
	100,00	630	48,3	48,3	100,0
	Totale	1304	100,0	100,0	

Terminato

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	False	674	51,7	51,7	51,7
	True	630	48,3	48,3	100,0
	Totale	1304	100,0	100,0	

Q0) Consenso informato di partecipazione alla riceca

Q0) Consenso informato di partecipazione alla riceca

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Si e fornisco il mio consenso	1232	94,5	94,5	94,5
	Ho deciso di non partecipare alla ricerca	72	5,5	5,5	100,0
	Totale	1304	100,0	100,0	

SEZIONE 1

Q1) Selezioni una delle seguenti alternative:

Q1) Selezioni una delle seguenti alternative:

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Sono un/una insegnante di scuola primaria	540	41,4	44,8	44,8
	Sono un/una insegnante di scuola secondaria	666	51,1	55,2	100,0
	Totale	1206	92,5	100,0	
Mancante	Sistema	98	7,5		
Totale		1304	100,0		

Q2 PRIMARIA) Nell'anno scolastico corrente in quale/i classe/i sta insegnando?

Scuola dell'infanzia

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Scuola dell'infanzia	1	,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1303	99,9		
Totale		1304	100,0		

Primo anno (Primaria)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Primo anno (Primaria)	112	8,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1192	91,4		
Totale		1304	100,0		

Secondo anno (Primaria)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Secondo anno (Primaria)	105	8,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1199	91,9		
Totale		1304	100,0		

Terzo anno (Primaria)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Terzo anno (Primaria)	152	11,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1152	88,3		
Totale		1304	100,0		

Quarto anno (Primaria)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Quarto anno (Primaria)	145	11,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1159	88,9		
Totale		1304	100,0		

Quinto anno (Primaria)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Quinto anno (Primaria)	135	10,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1169	89,6		
Totale		1304	100,0		

Q2 SECONDARIA) Nell’anno scolastico corrente in quale/i classe/i sta insegnando?

Primo anno (Scuola secondaria di primo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Primo anno (Scuola secondaria di primo grado)	208	16,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1096	84,0		
Totale		1304	100,0		

Secondo anno (Scuola secondaria di primo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Secondo anno (Scuola secondaria di primo grado)	227	17,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1077	82,6		
Totale		1304	100,0		

Terzo anno (Scuola secondaria di primo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Terzo anno (Scuola secondaria di primo grado)	229	17,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1075	82,4		
Totale		1304	100,0		

Primo anno (Scuola secondaria di secondo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Primo anno (Scuola secondaria di secondo grado)	248	19,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1056	81,0		
Totale		1304	100,0		

Secondo anno (Scuola secondaria di secondo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Secondo anno (Scuola secondaria di secondo grado)	246	18,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1058	81,1		
Totale		1304	100,0		

Terzo anno (Scuola secondaria di secondo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Terzo anno (Scuola secondaria di secondo grado)	259	19,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1045	80,1		
Totale		1304	100,0		

Quarto anno (Scuola secondaria di secondo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Quarto anno (Scuola secondaria di secondo grado)	257	19,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1047	80,3		
Totale		1304	100,0		

Quinto anno (Scuola secondaria di secondo grado)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Quinto anno (Scuola secondaria di secondo grado)	253	19,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1051	80,6		
Totale		1304	100,0		

Q3) Quale delle seguenti alternative caratterizza la scuola nella quale insegna?

Q3) Quale delle seguenti alternative caratterizza la scuola nella quale insegna?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Scuola pubblica	1109	85,0	96,3	96,3
	Scuola privata o paritaria	43	3,3	3,7	100,0
	Totale	1152	88,3	100,0	

Mancante	Sistema	152	11,7		
Totale		1304	100,0		

Q4) Riferendoci ai principi ispiratori, quale delle alternative seguenti descrive meglio la scuola nella quale insegna?

Q4) Riferendoci ai principi ispiratori, quale delle alternative seguenti descrive meglio la scuola nella quale insegna?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Scuola tradizionale	1104	84,7	95,8	95,8
	Scuola basata su uno specifico metodo educativo (e.g., Metodo Montessori, scuola Steineriana)	49	3,8	4,2	100,0
	Totale	1153	88,4	100,0	
Mancante	Sistema	151	11,6		
Totale		1304	100,0		

Q4 bis) Che tipologia?

a Indirizzo Montessori	1
classe montagna	1
didattica attiva	1
Didattica dello sfondo integratore	1
Didattica laboratoriale e di gruppo	1
Docente prevalente	1
flipped-classroom, problem-solving, cooperative learning	1
Istituto Comprensivo	1
Metodo montessori	1
Metodo Montessori	9
Modello DADA (Didattiche per Ambienti di Apprendimento), Service Learning, Metodo Montessori	1
Modello educativo Senza Zaino	1
Montessori	5
Montessori e Castelnuovo	1
Montessori e Feuerstein	1
Non seguiamo un solo "stile" pegadogico ma attraverso una continua formazione applichiamo quello che ci sembra più efficace e opportuno	1
Progetto Scuola Senza Zaino	1
Riforma della ns scuola basata su discipline distribuite e concentrate su trimestri. Ogni giorno gli studenti seguono non più di tre discipline (6 massimo per trimestre). Abbiamo introdotto l'utilizzo di chromebook e DOVE POSSIBILE non acquistiamo libri di testo ma utilizziamo risorse digitali.	1

Scuola basata su più modelli educativi	1
Scuola senza zaino	1
Scuola Senza Zaino	2
senza zaino	1
Senza zaino	5
Senza Zaino	4
Tutte le attività educative sono organizzate in modo da favorire l'apprendimento attraverso la "scoperta e la costruzione"	1

			Serie1
	A metodo	Montessori	14
Pubblica	A metodo	Più metodi	2
Pubblica	A metodo	Senza Zaino	15
Pubblica	A metodo	Altro/ Non spec.	9
Pubblica	Non a metodo		1065
Privata	A metodo	Montessori	4
Privata	A metodo	Senza Zaino	0
Privata	A metodo	Altro/ Non spec.	2
Privata	Non a metodo		35

Q5) Nell'anno scolastico corrente, quale materia sta insegnando per la maggiore parte delle ore? (Se insegna più di una materia per lo stesso numero di ore, selezioni finoa. Due alternative)

Matematica

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Matematica	573	43,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	731	56,1		
Totale		1304	100,0		

Scienze

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Scienze	111	8,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1193	91,5		
Totale		1304	100,0		

Fisica

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Fisica	104	8,0	100,0	100,0

Mancante	Sistema	1200	92,0		
Totale		1304	100,0		

Tecnologia

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Tecnologia	3	,2	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1301	99,8		
Totale		1304	100,0		

Economia

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Economia	1	,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1303	99,9		
Totale		1304	100,0		

Biologia

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Biologia	1	,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1303	99,9		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	41	3,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1263	96,9		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare) – Testo

Arte e Immagine	1
chimica	1
Docente specializzata sul sostegno	1
ed fisica	1
Ed. Fisica	1
Educazione Civica	1
Educazione Fisica	1
EDUCAZIONE FISICA	1

Francese	1
Informatica	4
Laboratorio Teatro	1
Musica	2
Potenziamento	2
scienze Motorie	1
Scienze motorie	4
Scienze Motorie	2
SCIENZE MOTORIE	1
Scienze motorie e sostegno	1
Scienze Motorie e Sportive	2
Scienze motorie sportive	1
sostegno	3
Sostegno	4
Sostegno agli studenti stranieri	1
Sostegno su varie materie oltre matematica e fisica e scienze di vari indirizzi	1

SEZIONE 2

Q6 Primaria) Quale è il suo titolo di studio?

Q6 Primaria) Quale è il suo titolo di studio?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Diploma	213	16,3	42,3	42,3
	Diploma di laurea (vecchio ordinamento)	85	6,5	16,9	59,2
	Laurea Triennale	31	2,4	6,2	65,4
	Laurea specialistica/ magistrale/ magistrale a ciclo unico	141	10,8	28,0	93,4
	Dottorato di ricerca	8	,6	1,6	95,0
	Altro (Specificare)	25	1,9	5,0	100,0
	Totale	503	38,6	100,0	
Mancante	Sistema	801	61,4		
Totale		1304	100,0		

Q6 Altro Primaria (Specificare) – Testo

Concorso scuola Primaria e dell'infanzia.	1
Diploma abilitante + Laurea in Giurisprudenza	1
Diploma di laurea ma attualmente al 4 anni di scienze della formazione primaria	1
Diploma ISEF	1
diploma istituto magistrale	1
E titoli di specializzazione sul sostegno per scuola primaria e per scuola dell'infanzia	1

Ho anche un master	1
Ho due lauree e un diploma di specializzazione come psicomotricista	1
Istituto magistrale + specializzazione per il sostegno	1
Laurea in pedagogia	1
Laurea in Pedagogia vecchio ordinamento	1
Laurea in Scienze della Formazione Primaria	1
laurea triennale educatore e laureanda in Scienze della formazione primaria	1
Laurea vecchio ordinamento Scienze della Formazione Primaria (Unibo)	1
Laureanda magistrale	1
Lauree, master e corso di specializzazione	1
Master II Livello	1
Master in didattica della matematica e delle scienze per la scuola primaria e secondaria di primo grado	1
SCIENZE DELLA FORMAZIONE	1
Sostegno	1
specializzazione quadriennale post laurea in psicoterapia	1
Specializzazione sostegno primaria	1
Specializzazioni ADA	1

Q6 Secondaria) Quale è il suo titolo di studio?

Q6 Secondaria) Quale è il suo titolo di studio?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Diploma di laurea (vecchio ordinamento)	282	21,6	45,3	45,3
	Laurea Triennale	6	,5	1,0	46,3
	Laurea specialistica/ magistrale/ magistrale a ciclo unico	238	18,3	38,3	84,6
	Dottorato di ricerca	85	6,5	13,7	98,2
	Altro (Specificare)	11	,8	1,8	100,0
	Totale	622	47,7	100,0	
Mancante	Sistema	682	52,3		
Totale		1304	100,0		

Q6 Altro Secondaria (Specificare) – Testo

Diploma di conservatorio	1
LAUREA VECCHIO ORDINAMENTO + SSIS	1
Master in comunicazione emotiva	1
Master post lauream	1
Quadriennale	1
Scuola SSIS	1
Specializzazione insegnamento scuola secondaria	1
specializzazioni varie	1
Ssis	2

Q7) Quale è stato il suo principale settore di studio durante l'università/ durante il dottorato (se effettuato)?

Q7) Quale è stato il suo principale settore di studio durante l'università/ durante il dottorato (se effettuato)?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Matematica (Ad esempio Geometria, Algebra, Probabilità and Statistica, Analisi Numerica)	265	20,3	28,7	28,7
	Didattica/ Storia della Matematica(Specializzazione in Didattica/ Storia della Matematica)	112	8,6	12,1	40,9
	Altro (Specificare)	545	41,8	59,1	100,0
	Totale	922	70,7	100,0	
Mancante	Sistema	382	29,3		
Totale		1304	100,0		

Q8) Al termine dell'anno scolastico corrente, quanti anni di esperienza come insegnante di matematica avrà accumulato?

Q8) Al termine dell'anno scolastico corrente, quanti anni di esperienza come insegnante di matematica avrà accumulato?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	da 1 a 3	194	14,9	17,4	17,4
	da 4 a 10	305	23,4	27,4	44,8
	più di 10	614	47,1	55,2	100,0
	Totale	1113	85,4	100,0	
Mancante	Sistema	191	14,6		
Totale		1304	100,0		

SEZIONE 3

Q9) Secondo lei, quanto ciascuno dei seguenti fattori influenza lo sviluppo del pensiero matematico delo studente?

a) Ruolo dell'insegnante

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Poco	10	,8	,9	,9
	Abbastanza	210	16,1	19,9	20,8
	Molto	834	64,0	79,0	99,8
	Non so	2	,2	,2	100,0
	Totale	1056	81,0	100,0	
Mancante	Sistema	248	19,0		
Totale		1304	100,0		

b) Ruolo dei pari

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	4	,3	,4	,4
	Poco	120	9,2	11,5	11,9
	Abbastanza	511	39,2	48,9	60,8
	Molto	401	30,8	38,4	99,1
	Non so	9	,7	,9	100,0
	Totale	1045	80,1	100,0	
Mancante	Sistema	259	19,9		
Totale		1304	100,0		

c) Ruolo dello studente stesso (nel determinare il proprio apprendimento)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Poco	11	,8	1,0	1,0
	Abbastanza	216	16,6	20,6	21,7
	Molto	817	62,7	78,0	99,6
	Non so	4	,3	,4	100,0
	Totale	1048	80,4	100,0	
Mancante	Sistema	256	19,6		
Totale		1304	100,0		

Q10) Qual'è il principale compito dell'insegnante nel supportare l'apprendimento dello studente in matematica?

Q10) Qual'è il principale compito dell'insegnante nel supportare l'apprendimento dello studente in matematica?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Allenare: preparare gli studenti a utilizzare e saper applicare risultati e procedure della matematica in modo corretto ed efficiente	155	11,9	14,7	14,7
	Spiegare: permettere agli studenti di avere una comprensione profonda dei concetti matematici e dei loro significati	127	9,7	12,0	26,7
	Facilitare: fornire allo studente il supporto necessario per sviluppare competenze e pensiero matematico	748	57,4	70,9	97,6
	Nessuna delle precedenti	25	1,9	2,4	100,0
	Totale	1055	80,9	100,0	
Mancante	Sistema	249	19,1		
Totale		1304	100,0		

Q11) Quanto è d'accordo con le seguenti affermazioni?

a) La matematica è un insieme di regole, fatti e tecniche da utilizzare come una cassetta degli attrezzi per risolvere problemi

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	112	8,6	10,7	10,7
	Poco	277	21,2	26,5	37,2
	Abbastanza	432	33,1	41,3	78,5
	Molto	225	17,3	21,5	100,0
	Totale	1046	80,2	100,0	
Mancante	Sistema	258	19,8		
Totale		1304	100,0		

b) La matematica è un impegno umano bellissimo, creativo ed utile, che rappresenta sia una via per la conoscenza che uno strumento di pensiero

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	3	,2	,3	,3
	Poco	31	2,4	3,0	3,2
	Abbastanza	250	19,2	23,8	27,1
	Molto	765	58,7	72,9	100,0
	Totale	1049	80,4	100,0	
Mancante	Sistema	255	19,6		
Totale		1304	100,0		

c) La matematica è la scienza del pensiero formale e della logica rigorosa

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	49	3,8	4,8	4,8
	Poco	281	21,5	27,3	32,0
	Abbastanza	446	34,2	43,3	75,3
	Molto	255	19,6	24,7	100,0
	Totale	1031	79,1	100,0	
Mancante	Sistema	273	20,9		
Totale		1304	100,0		

d) È responsabilità dell'insegnante fornire agli studenti dei metodi chiari ed efficienti per la risoluzione dei problemi matematici

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	33	2,5	3,2	3,2
	Poco	166	12,7	16,0	19,2
	Abbastanza	467	35,8	45,0	64,2
	Molto	372	28,5	35,8	100,0
	Totale	1038	79,6	100,0	
Mancante	Sistema	266	20,4		
Totale		1304	100,0		

e) Il miglior modo di presentare il contenuto matematico è adottare uno stile espositivo: dimostrando, spiegando e descrivendo concetti e abilità

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	105	8,1	10,2	10,2
	Poco	327	25,1	31,9	42,1
	Abbastanza	382	29,3	37,3	79,4
	Molto	211	16,2	20,6	100,0
	Totale	1025	78,6	100,0	
Mancante	Sistema	279	21,4		
Totale		1304	100,0		

f) La conoscenza matematica non può essere trasmessa, ma deve essere costruita dallo studente

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	64	4,9	6,2	6,2
	Poco	225	17,3	21,8	28,1
	Abbastanza	352	27,0	34,2	62,2
	Molto	389	29,8	37,8	100,0
	Totale	1030	79,0	100,0	
Mancante	Sistema	274	21,0		

SEZIONE 4

Q12) Quanto ritiene che sia importante proporre in classe attività di apprendimento laboratoriale, coinvolgendo il corpo e il movimento degli studenti? - Esprima quanto selezionando un'alternativa nella scala.

Q12) Quanto ritiene che sia importante proporre in classe attività di apprendimento laboratoriale, coinvolgendo il corpo e il movimento degli studenti? - Esprima quanto selezionando un'alternativa nella scala.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	4	,3	,4	,4
	Poco	54	4,1	5,7	6,1
	Abbastanza	209	16,0	22,0	28,2
	Molto	666	51,1	70,3	98,4
	Non so	15	1,2	1,6	100,0
	Totale	948	72,7	100,0	
Mancante	Sistema	356	27,3		
Totale		1304	100,0		

Quanto ritiene che sia importante proporre in classe attività di apprendimento laboratoriale, coinvolgendo il corpo e il movimento degli studenti?	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	*Non so*	*TOT*
	4	54	209	666	15	948

Q13)Per quale/i grado/i scolastico/i ritiene che questo tipo di attività siano adeguate?

Quanto ritiene che sia importante proporre in classe attività di apprendimento laboratoriale, coinvolgendo il corpo e il movimento degli studenti?

		PRIMARIA	SECONDARIA GRADO I	SECONDARIA GRADO II	SECONDARIA GRADO I e II	Totale
	Per niente	0	0	4	0	4
	Poco	1	7	45	1	54
	Abbastanza	27	54	125	3	209
	Molto	376	151	134	5	666
	Non so	0	3	10	2	15
Totale		404	215	318	11	948

Q13)Per quale/i grado/i scolastico/i ritiene che questo tipo di attività siano adeguate?

Non riportiamo le descrittive rispetto a questo quesito poiché appesantirebbero troppo l'appendice.

Q14) Quali argomenti e contenuti matematici crede che andrebbero insegnati tramite attività di questo tipo?

Non riportiamo le descrittive rispetto a questo quesito poiché appesantirebbero troppo l'appendice.

Q15) Crede che queste attività potrebbero influenzare positivamente gli studenti per quanto riguarda…

	Per niente	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
1. l'apprendimento a lungo termine	1	12	188	728	929
2. i risultati nei test standardizzati	13	190	449	231	883
3. il ragionamento matematico	3	15	235	673	926
4. le capacità di visualizzazione matematica	1	12	164	736	913

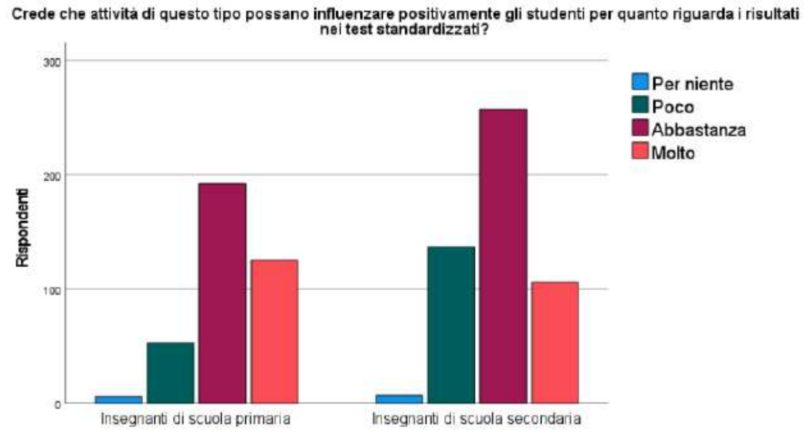
5. la capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	2	27	201	698	928
6. l'interesse e la motivazione	2	25	147	743	917
7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/l'autoefficacia)	1	60	335	506	902

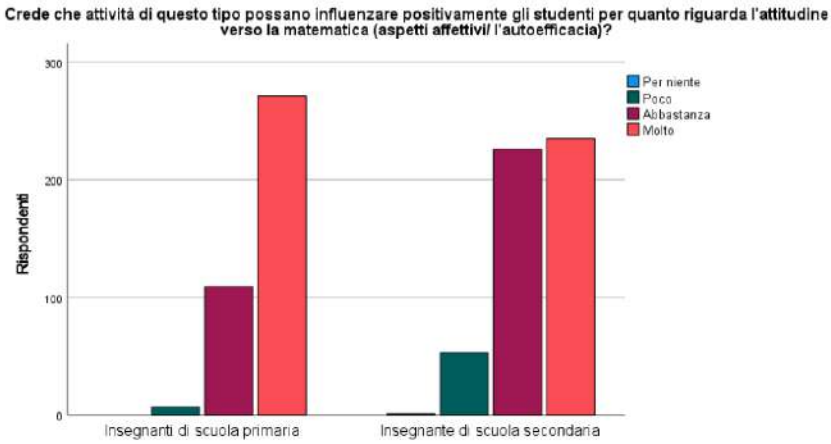
PRIMARIA	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
8. l'apprendimento a lungo termine	0	2	51	346	399
9. i risultati nei test standardizzati	6	53	192	125	376
10. il ragionamento matematico	0	2	66	330	398
11. le capacità di visualizzazione matematica	0	3	73	310	386
12. la capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	1	5	55	338	399
13. l'interesse e la motivazione	0	1	30	362	393
14. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/l'autoefficacia)	0	7	109	271	387
SECONDARIA	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
15. l'apprendimento a lungo termine	1	10	137	382	530
16. i risultati nei test standardizzati	7	137	257	106	507
17. il ragionamento matematico	3	13	169	343	528
18. le capacità di visualizzazione matematica	1	9	91	426	527
19. la capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività	1	22	146	360	529
20. l'interesse e la motivazione	2	24	117	381	524
21. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/l'autoefficacia)	1	53	226	235	515

Test del chi-quadrato

	Valore	df	Significatività asintotica (bilaterale)
Chi-quadrato di Pearson	29,399[a]	3	<.001
Rapporto di verosimiglianza	30,030	3	<.001
Associazione lineare per lineare	24,839	1	<.001
N di casi validi	883		

a. 0 celle (0,0%) hanno un conteggio previsto inferiore a 5. Il conteggio previsto minimo è 5,54.





:

Tabella di contingenza

Conteggio

		7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia)				
		Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Totale
Selezioni una delle seguenti alternative	Sono un/una insegnante di scuola primaria	0	7	109	271	387
	Sono un/una insegnante di scuola secondaria	1	53	226	235	515
Totale		1	60	335	506	902

Tabella di contingenza

Conteggio

		2. i risultati nei test standardizzati				
		Per niente	Poco	Abbastanza	Molto	Totale
Selezioni una delle seguenti alternative:	Sono un/una insegnante di scuola primaria	6	53	192	125	376
	Sono un/una insegnante di scuola secondaria	7	137	257	106	507
Totale		13	190	449	231	883

1. l'apprendimento a lungo termine

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	1	,1	,1	,1
	Poco	12	,9	1,3	1,4
	Abbastanza	188	14,4	20,2	21,6
	Molto	728	55,8	78,4	100,0
	Totale	929	71,2	100,0	
Mancante	Sistema	375	28,8		

Totale		1304	100,0		

2. i risultati nei test standardizzati

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	13	1,0	1,5	1,5
	Poco	190	14,6	21,5	23,0
	Abbastanza	449	34,4	50,8	73,8
	Molto	231	17,7	26,2	100,0
	Totale	883	67,7	100,0	
Mancante	Sistema	421	32,3		
Totale		1304	100,0		

3. il ragionamento matematico

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	3	,2	,3	,3
	Poco	15	1,2	1,6	1,9
	Abbastanza	235	18,0	25,4	27,3
	Molto	673	51,6	72,7	100,0
	Totale	926	71,0	100,0	
Mancante	Sistema	378	29,0		
Totale		1304	100,0		

4. le capacità di visualizzazione matematica

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	1	,1	,1	,1
	Poco	12	,9	1,3	1,4
	Abbastanza	164	12,6	18,0	19,4
	Molto	736	56,4	80,6	100,0
	Totale	913	70,0	100,0	
Mancante	Sistema	391	30,0		
Totale		1304	100,0		

5. le capacità di problem solving, il pensiero critico e la creatività

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	2	,2	,2	,2
	Poco	27	2,1	2,9	3,1

	Abbastanza	201	15,4	21,7	24,8
	Molto	698	53,5	75,2	100,0
	Totale	928	71,2	100,0	
Mancante	Sistema	376	28,8		
Totale		1304	100,0		

6. l'interesse e la motivazione

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	2	,2	,2	,2
	Poco	25	1,9	2,7	2,9
	Abbastanza	147	11,3	16,0	19,0
	Molto	743	57,0	81,0	100,0
	Totale	917	70,3	100,0	
Mancante	Sistema	387	29,7		
Totale		1304	100,0		

7. l'attitudine verso la matematica (aspetti affettivi/ l'autoefficacia)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	1	,1	,1	,1
	Poco	60	4,6	6,7	6,8
	Abbastanza	335	25,7	37,1	43,9
	Molto	506	38,8	56,1	100,0
	Totale	902	69,2	100,0	
Mancante	Sistema	402	30,8		
Totale		1304	100,0		

Q16) Crede che le attività di questo tipo possano avere un impatto su..

	Per niente	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
1. il clima di classe	5	26	302	601	934
2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	2	27	234	666	929
3. l’inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	4	29	223	667	923

4. inclusione degli studenti con un differente background socio-culturale	6	33	295	580	914
5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	4	39	306	570	919

PRIMARIA	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
6. il clima di classe	1	1	92	308	402
7. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	1	4	69	323	397
8. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	2	3	58	333	396
9. inclusione degli studenti con un differente background socio-culturale	1	2	89	300	392
10. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	0	6	86	302	394
SECONDARIA	*Per niente*	*Poco*	*Abbastanza*	*Molto*	Totale
11. il clima di classe	4	25	210	293	532
12. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe	1	23	165	343	532
13. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali	2	26	165	334	527
14. inclusione degli studenti con un differente background socio-culturale	5	31	206	280	522
15. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti	4	33	220	268	525

1. il clima di classe

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	5	,4	,5	,5
	Poco	26	2,0	2,8	3,3
	Abbastanza	302	23,2	32,3	35,7
	Molto	601	46,1	64,3	100,0
	Totale	934	71,6	100,0	
Mancante	Sistema	370	28,4		
Totale		1304	100,0		

2. la partecipazione degli studenti alla discussione in classe

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa

Valido	Per niente	2	,2	,2	,2
	Poco	27	2,1	2,9	3,1
	Abbastanza	234	17,9	25,2	28,3
	Molto	666	51,1	71,7	100,0
	Totale	929	71,2	100,0	
Mancante	Sistema	375	28,8		
Totale		1304	100,0		

3. l'inclusione di studenti con bisogni educativi speciali

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	4	,3	,4	,4
	Poco	29	2,2	3,1	3,6
	Abbastanza	223	17,1	24,2	27,7
	Molto	667	51,2	72,3	100,0
	Totale	923	70,8	100,0	
Mancante	Sistema	381	29,2		
Totale		1304	100,0		

4. l'inclusione di studenti con un differente background socio-culturale

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	6	,5	,7	,7
	Poco	33	2,5	3,6	4,3
	Abbastanza	295	22,6	32,3	36,5
	Molto	580	44,5	63,5	100,0
	Totale	914	70,1	100,0	
Mancante	Sistema	390	29,9		
Totale		1304	100,0		

5. la consapevolezza dell'insegnante dei processi di pensiero degli studenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	4	,3	,4	,4
	Poco	39	3,0	4,2	4,7
	Abbastanza	306	23,5	33,3	38,0
	Molto	570	43,7	62,0	100,0
	Totale	919	70,5	100,0	
Mancante	Sistema	385	29,5		
Totale		1304	100,0		

Q17) Secondo la sua esperienza, quali sono i principali fattori che costituiscono un limite per la proposta di attività di questo tipo in classe?

La gestione della classe (Difficoltà nel mantenere il controllo della classe e a contenere la rumorosità)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	La gestione della classe (Difficoltà nel mantenere il controllo della classe e a contenere la rumorosità)	444	34,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	860	66,0		
Totale		1304	100,0		

La valutazione degli studenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	La valutazione degli studenti	126	9,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1178	90,3		
Totale		1304	100,0		

Sono adatte solamente per studenti con basso rendimento

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Sono adatte solamente per studenti con basso rendimento	4	,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1300	99,7		

Totale		1304	100,0		

Sono adatte solamente per studenti con alto rendimento

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Sono adatte solamente per studenti con alto rendimento	9	,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1295	99,3		
Totale		1304	100,0		

Non sono inclusive per studenti con un differente background socio-culturale

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non sono inclusive per studenti con un differente background socio-culturale	9	,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1295	99,3		
Totale		1304	100,0		

Non sono inclusive per studenti con bisogni educativi speciali

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non sono inclusive per studenti con bisogni educativi speciali	9	,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1295	99,3		
Totale		1304	100,0		

Il fattore tempo

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Il fattore tempo	644	49,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	660	50,6		
Totale		1304	100,0		

Mancanza di spazi e risorse

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa

Valido	Mancanza di spazi e risorse	633	48,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	671	51,5		
Totale		1304	100,0		

Hanno scarsa efficacia didattica

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Hanno scarsa efficacia didattica	9	,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1295	99,3		
Totale		1304	100,0		

Si adattano solamente a un ristretto numero di argomenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Si adattano solamente a un ristretto numero di argomenti	105	8,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1199	91,9		
Totale		1304	100,0		

Queste attività sono adatte solamente per studenti ai primi anni di scuola

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Queste attività sono adatte solamente per studenti ai primi anni di scuola	55	4,2	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1249	95,8		
Totale		1304	100,0		

Q17) Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	73	5,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1231	94,4		
Totale		1304	100,0		

Q17) Altro (Specificare) – Testo ->

1. I tempi di realizzazione dei compiti sono differenti e questo porta ad una necessaria e non sempre attuabile personalizzazione dei percorsi. Per i più bravi possono presentarsi tempi morti e noia. Rischio riduzione contenuti.
Acquisto tutto io o imposto io i giochi didattici, la scuola non fornisce nulla in merito.
alto numero degli alunni
anche se possono essere inclusivi per alunni con bisogni speciali non sempre è così, soprattutto se è un'attività di costruzione con strumenti (riga, compasso, cartoncini). C'è sempre un certo numero di studenti che preferisce un approccio diverso, più "teorico"
Aspettative di genitori e altri docenti
Ci vuole una preparazione idonea
Condivisione con i colleghi
Difficoltà a far accettare queste metodologie a dirigenti e colleghi
Difficoltà a gestire classi molto disomogenee
difficoltà di astrazione
Difficoltà di condivisione con altri docenti
Dipendono dal gruppo classe
E' indispensabile integrare queste attività con altre più astratte, simboliche, tradizionali, in modo da combinare opportunamente i 2 approcci, e tradurre agevolmente dall'uno all'altro
Gestione di classi da più di 25 alunni
i programmi ministeriali mal suddivisi per anno scolastico e troppo densi di contenuti
il docente deve modificare la sua didattica
Il dover mantenere il distanziamento a causa della situazione pandemica
il fattore tempo è legato alla necessità di dover necessariamente svolegere un "programma" finalizzato alla prova finale dell'esame di stato
Il limite è rappresentato dall'idea che si fa scuola solo sui libri e i quaderni, invece con le attività laboratoriali si dedica il tempo a disposizione all'apprendimento attivo, dove ognuno sperimenta in prima persona e l'errore diventa oggetto di confronto e di ripartenza
In realtà io non trovo nessun limite, anzi è il contrario
Incompetenza ed inesperienza di certi insegnanti
Invadenza dei genitori che vogliono imporre le loro idee didattiche
L'attività laboratoriale prevede un'organizzazione e progettazione ben dettagliata. La mancanza di momenti "ufficiali" dedicati alla progettazione didattica nella scuola secondaria di primo grado demotiva molti docenti che concepiscono la progettazione di queste attività come un lavoro in più.
l'efficacia di queste attività dipende anche dal tipo di classe.
La costruzione di rubriche valutative ad hoc è molto faticosa e laboriosa per l'insegnante inoltre inoltre richiede disponibilità di tempo anche la sua attuazione.
la formazione dell'insegnante
La libertà di movimento lasciata all' insegnante da parte di colleghi e dirigenza
la mancanza di preparazione didattica dell'insegnante
la mancanza di una continuità didattica tra i diversi gradi scolastici e gli insegnanti. Questa attività dovrebbe essere reiterata durante tutta la carriera scolastica, non applicata in modo saltuario.
La matematica, come la filosofia, in se stessa è volta allo sviluppo del pensiero estrattivo. Se così non fosse sarebbe mero calcolo procedurale
La mia esperienza e una lunga sperimentazione didattica sul problem solving aritmetico confermano risultati positivi a lungo termine
La mia scarsa formazione in merito. Purtroppo, con tutta la mia buona volontà, non penso di essere ad oggi in grado con le risorse e le competenze a mia disposizione, di trasmettere la matematica in modo "alternativo" anche se ne sento la necessità, soprattutto su una certa fascia di alunni meno motivati e coinvolti.

La numerosità degli alunni : classi con 25 o piu alunni
La Preoccupazione del programma e la non preparazione dell'insegnante
la preoccupazione delle insegnanti nel proporre attività potenzialmente più rumorose, di difficile gestione e percepite come meno efficaci per quanto riguarda le prove di fine anno
La resistenza a questo tipo di attività da parte di molti docenti
La ridotta autonomia iniziale degli studenti
limitante se non c'è la preparazione dell'insegnante
Mancanza di formazione efficace per i docenti
Mancanza di strumenti es. LIM - rispetto del protocollo covid che impedisce il cooperative learning
Nella mia didattica le pratico tantissimo cercando di superare problematiche e ostacoli spesso legate alla gestione spaziale (cfr pandemia e lavori di cooperative). È un investimento di tempo e bisogna avere la pazienza del risultato.
Nessun limite
Nessuno. Anche il tempo che ha volte è considerato un limite non lo è perchè si guadagna in successo formativo
no intravedo limiti particolari, se non in alcuni casi l'ansi di "dover far tutto"
non c'è nessun limite
non ci sono limitazioni, la didattica laboratoriale è adatta a tutti e in diversi contesti
Non conoscenza, da parte di noi docenti, delle "tecniche" pratiche per spiegare alcuni argomenti che si presterebbero...
Non esistono esempi di attività per quasi tutti gli argomenti. La bibliografia è piuttosto scarsa.
non esistono impedimenti
non saprei
non si può fare sempre per questioni di tempo, ma va fatto con regolarità, tipo una volta a settimana
Non sono condivise nel team
Non sono preparata ad affrontare gli argomenti con questa metodologia
Non sono sufficienti per lo sviluppo di un pensiero formale
Non tutti i bambini riescono a lavorare in gruppo.
numero alto di studenti per classe: le classi non dovrebbero superare i 20 alunni
Numero elevato di alunni in classe
Numero elevato di alunni per classe (da 25 a 28 scuola primaria)
Poca esperienza del docente al lavoro cooperativo richiesto agli studenti stessi
poca flessibilità mentale dell'insegnante
Positiva accettazione da parte di colleghi e famiglie
Protocollo covid
Purtroppo non viene curato l'aspetto di formazione continua in modo adeguato e funzionale.
Regole di prevenzione covid-19
Se protratti nel tempo può diminuire l'attenzione.
Sei ore settimanali sono poche.
Situazione determinata dal Covid che impedisce l'applicazione in toto della didattica laboratoriale
sono più semplici da realiizzare con gruppi poco numerosi
sono utili a tutti

trovo valida l'attività laboratoriale soprattutto utilizzando il proprio corpo
Utilizzare questo approccio è un vantaggio per la classe e per gli insegnanti

Q18) Secondo lei, che strumento o strategia di valutazione dovrebbe essere utilizzata per questo tipo di attività?

Test scritti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Test scritti	75	5,8	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1229	94,2		
Totale		1304	100,0		

Interrogazioni

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Interrogazioni	41	3,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1263	96,9		
Totale		1304	100,0		

Osservazione

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Osservazione	665	51,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	639	49,0		
Totale		1304	100,0		

Valutazione fra pari

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Valutazione fra pari	121	9,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1183	90,7		
Totale		1304	100,0		

Project work

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Project work	206	15,8	100,0	100,0

Mancante	Sistema	1098	84,2		
Totale		1304	100,0		

Portfolio

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Portfolio	45	3,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1259	96,5		
Totale		1304	100,0		

Autovalutazione dello studente

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Autovalutazione dello studente	358	27,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	946	72,5		
Totale		1304	100,0		

Non credo che queste attività debbano essere valutate

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non credo che queste attività debbano essere valutate	102	7,8	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1202	92,2		
Totale		1304	100,0		

Q 18) Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	26	2,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1278	98,0		
Totale		1304	100,0		

Q18)Altro (Specificare) – Testo

Come appena scritto, alla precedente domanda 18, queste attività vanno compbinate con altre complementari e più tradizionali. ...dopodiché la cosa più comoda ed immediata è valutare in modo ytradizionale le attività tradizionali, utilizzando queste altre solo come supporto didattico per trasmettere l'insegnamento.
Diario di bordo con valutazione della relazione finale e/o della presentazione dell' esperienza dei singoli gruppi od individui alla classe

Diende molto dall'attività proposta.
Dipende dal tipo di laboratorio; oltre all'autovalutazione e la valutazione tra pari che possono e dovrebbero esserci sempre, la valutazione potrebbe essere fatta attraverso un test sul lavoro svolto, sulle conclusioni dedotte dallo stesso… ma potrebbe andare bene anche una discussione socratica sui risultati appresi. Non è semplice senza il contesto dettagliato delle attività proposte che tipo dì valutazione è più appropriata e poi nulla esclude che ce ne potrebbe essere anche più di un tipo per il medesimo lavoro.
È la sommatoria di molti aspetti. Quelli che poi potranno alla vera competenze
Esercitazioni che partano da esperienze reali
griglie di osservazione con obiettivi specifici
Il metodo scientifico (titolo-materiale utilizzato-esecuzione-conclusioni ed un commento personale dell'alunno). Lettura in classe dell'attività svolta dal singolo alunno e discussione con intervento.
l'analisi dei protocolli individuali riultanti dal lavoro volto nel quaderno individuale
Non una valutazione "sommativa", ma una valutazione del processo di apprendimento
Partecipazione attiva e costruttiva alle proposte didattiche
Problem solving con strumento da usare e funzione obiettivo
prova pratica
Relazione fatta da ogni studente sull'attività svolta
relazione strutturata e individuale alla fine del lavoro più o meno guidata a seconda della fascia di età o della classe
relazioni
Ritengo che non ci sia sempre la necessità di valutazione per attività di questo tipo. Anzi il più delle volte penso che debbano essere affiancate alle modalità più tradizionali, a loro supporto
Rubric
rubriche
Rubriche valutative
Test simili alle attività proposte
Tutte le precedenti risposte
uso corretto del materiale di sviluppo Montessori
Utilizzo dello strumento per risolvere problemi
valutazione della spiegazione della procedura risolutiva impiegata
Verbalizzazioni scritte su quanto svolto e appreso dallo studente

Q19 PRIMARIA) Pensando alla storia di Monica, esprima quanto è d'accordo con le seguenti affermazioni.

a) L'attività è stata invece efficace, poiché gli studenti hanno conosciuto un modo alternativo di rappresentare le proprietà distributive. Non importa se hanno risolto gli esercizi con le strategie risolutive già note.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	6	,5	1,6	1,6
	Poco	34	2,6	8,9	10,5

	Abbastanza	168	12,9	44,1	54,6
	Molto	171	13,1	44,9	99,5
	Non so	2	,2	,5	100,0
	Totale	381	29,2	100,0	
Mancante	Sistema	923	70,8		
Totale		1304	100,0		

b) Le attività di questo tipo richiedono tempi lunghi prima che gli studenti prendano confidenza con un modo nuovo di lavorare e diventino consapevoli di come l'esperienza con i materiali possa aiutarli per risolvere problemi aritmetici.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	7	,5	2,1	2,1
	Poco	60	4,6	18,0	20,1
	Abbastanza	148	11,3	44,3	64,4
	Molto	118	9,0	35,3	99,7
	Non so	1	,1	,3	100,0
	Totale	334	25,6	100,0	
Mancante	Sistema	970	74,4		
Totale		1304	100,0		

c) Proporre compiti esplorativi e problemi aperti rende questo tipo di attività di apprendimento più efficace che risolvere compiti predefiniti in tempistiche serrate.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Poco	15	1,2	4,5	4,5
	Abbastanza	80	6,1	24,2	28,8
	Molto	226	17,3	68,5	97,3
	Non so	9	,7	2,7	100,0
	Totale	330	25,3	100,0	
Mancante	Sistema	974	74,7		
Totale		1304	100,0		

d) Una maggiore interazione degli studenti con l'insegnante e con i compagni durante l'attività avrebbe stimolato l'uso delle forme di legno per risolvere problemi aritmetici

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	7	,5	2,2	2,2

	Poco	44	3,4	13,8	15,9
	Abbastanza	119	9,1	37,2	53,1
	Molto	139	10,7	43,4	96,6
	Non so	11	,8	3,4	100,0
	Totale	320	24,5	100,0	
Mancante	Sistema	984	75,5		
Totale		1304	100,0		

e) Il motivo del fallimento di Monica è che non è riuscita a trasmettere agli studenti l'obiettivo dell'attività: esplorare e familiarizzare con le rappresentazioni geometriche delle proprietà distributive.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	35	2,7	11,0	11,0
	Poco	122	9,4	38,2	49,2
	Abbastanza	95	7,3	29,8	79,0
	Molto	45	3,5	14,1	93,1
	Non so	22	1,7	6,9	100,0
	Totale	319	24,5	100,0	
Mancante	Sistema	985	75,5		
Totale		1304	100,0		

Q19 SECONDARIA) Pensando alla storia di Monica, esprima quanto è d’accordo con le seguenti affermazioni.

a) L'attività è stata invece efficace, poiché gli studenti hanno conosciuto un modo alternativo di rappresentare le proprietà distributive. Non importa se hanno risolto gli esercizi con le strategie risolutive già note.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	5	,4	1,0	1,0
	Poco	86	6,6	16,8	17,8
	Abbastanza	268	20,6	52,3	70,1
	Molto	148	11,3	28,9	99,0
	Non so	5	,4	1,0	100,0
	Totale	512	39,3	100,0	
Mancante	Sistema	792	60,7		
Totale		1304	100,0		

b) Le attività di questo tipo richiedono tempi lunghi prima che gli studenti prendano confidenza con un modo nuovo di lavorare e diventino consapevoli di come l'esperienza con i materiali possa aiutarli per risolvere problemi algebrici.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	7	,5	1,5	1,5
	Poco	65	5,0	14,4	15,9
	Abbastanza	179	13,7	39,6	55,5
	Molto	198	15,2	43,8	99,3
	Non so	3	,2	,7	100,0
	Totale	452	34,7	100,0	
Mancante	Sistema	852	65,3		
Totale		1304	100,0		

c) Proporre compiti esplorativi e problemi aperti rende questo tipo di attività di apprendimento più efficace che risolvere compiti predefiniti in tempistiche serrate.

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	7	,5	1,6	1,6
	Poco	45	3,5	10,1	11,7
	Abbastanza	183	14,0	41,0	52,7
	Molto	203	15,6	45,5	98,2
	Non so	8	,6	1,8	100,0
	Totale	446	34,2	100,0	
Mancante	Sistema	858	65,8		
Totale		1304	100,0		

d) Una maggiore interazione degli studenti con l'insegnante e con i compagni durante l'at

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	4	,3	,9	,9
	Poco	72	5,5	16,3	17,2
	Abbastanza	198	15,2	44,7	61,9
	Molto	160	12,3	36,1	98,0
	Non so	9	,7	2,0	100,0
	Totale	443	34,0	100,0	
Mancante	Sistema	861	66,0		
Totale		1304	100,0		

e) Il motivo del fallimento di Monica è che non è riuscita a trasmettere agli studenti l'obiettivo dell'attività: esplorare e familiarizzare con le interpretazioni geometriche dei problemi algebrici

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Per niente	37	2,8	8,4	8,4
	Poco	161	12,3	36,4	44,8
	Abbastanza	155	11,9	35,1	79,9
	Molto	68	5,2	15,4	95,2
	Non so	21	1,6	4,8	100,0
	Totale	442	33,9	100,0	
Mancante	Sistema	862	66,1		
Totale		1304	100,0		

INFORMAZIONI SUI TEMPI DI RISPOSTA -> dati appositi

SEZIONE 5

Q20) Propone attività di questo tipo nella sua pratica didattica?

Q20) Propone attività di questo tipo nella sua pratica didattica?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Si	659	50,5	71,5	71,5
	No	263	20,2	28,5	100,0
	Totale	922	70,7	100,0	
Mancante	Sistema	382	29,3		
Totale		1304	100,0		

Q21) Con quale frequenza propone attività di questo tipo nella sua classe?

Q21) Con quale frequenza propone attività di questo tipo nella sua classe?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Una volta a settimana o pi&ugrave	158	12,1	25,0	25,0
	1-3 volte al mese	198	15,2	31,3	56,3
	5-10 volte all'anno	140	10,7	22,2	78,5
	Meno di 4 volte l'anno	91	7,0	14,4	92,9

	Altro (Specificare)	45	3,5	7,1	100,0
	Totale	632	48,5	100,0	
Mancante	Sistema	672	51,5		
Totale		1304	100,0		

Q21- Altro (Specificare) – Testo

1 volta ogni 15 giorni
1-2 volte l'anno
2-3 volte a settimana
4-5 volte l'anno
A seconda del caso: difficile quantificare. Faccio del mio meglio per introdurre ogni argomento con un'attività pratica
causa covid con poca frequenza
dipende dagli argomenti che trattiamo
Dipende dal periodo di svolgimento dei contenuti. Adatto le proposte alla classe quando i ragazzi dimostrano scarsa partecipazione ad una lezione puramente frontale.
Dipende dall'argomento
DIPENDE DALLE ATTITUDINI DELLA CLASSE
Dipende dallo stile di insegnamento della docente di matematica con cui collaboro. Nel caso abbia uno stile trasmissivo solitamente riesco comunque a progettare con lei/lui almeno 2/3 attività l'anno.
FISICA: 1-3 volte all'anno (+le usuali attività di Laboratorio di Fisica); MATEMATICA: non so, ho troppa poca esperienza, diciamo 1-2 volte all'anno
Ho adottato il metodo analogico Bortolato e le attività del genere fanno parte del percorso
In base agli argomenti
In classe prima e seconda sempre. In classe quinta raramente. Con il COVID sono tre anni che non lavoriamo più a gruppi e con materiali condivisi.
In epoca covid impossibile, prima si’
In ogni lezione cerco sempre di partire da problemi e situazioni concrete, per stimolare l'attenzione degli alunni e far loro comprendere che la matematica non è l'arida ridda di formule e regole che si crede. L'ellisse è, per esempio, la curva che si ottiene tagliando un cono di carta con un paio di forbici e lo faccio veramente, facendo vedere agli alunni che è vero. L'area di una figura geometrica la determino piastrellando il piano con dei quadretti di carta e contando gli stessi. E' più difficile da fare, ma, credo, più efficace: lo facevano le mie maestre cinquant'anni fa e mi è stato molto utile, per cui continuo a farlo anche oggi.
in tutte le proposte didattiche
inizio sempre i miei incontri con gli alunni da queste attività laboratoriali.
Io lavoro sempre in questo modo
la frequenza non è quantificabile poiché dipende dalle attività proposte, in linea di massima almeno una volta alla settimana
le proponevo abbastanza spesso, ma i genitori lamentavano la presenza di questo tipo di attività rispetto alla "matematica tradizionale" e sono stata costretta a ridurre la frequenza. Ahimè
molte volte alla settimana con i bambini di prima e seconda, una volta alla settimana con gli altri alunni

Nella Primaria dipende dal concetto matematico da promuovere
Nelle classi prima, seconda e terza
Ogni qual volta se ne presenta l'occasione
ogni qualvolta lo ritenho necessario, ma è ormai parte della mia pratica didattica
Ogni volta che presento un nuovo contenuto. Il materiale è sempre a disposizione dei bambini.
Per impostare base utili materiale strutturato sia di altro tipo oppure sfrutto il corridoio o la palestra.   concettia
per ogni argomento trattato
Più volte la settimana
Purtroppo da quando è in corso questa pandemia siamo limitate nell'so di materiale collettivo, ma prima di questa situazione li usavo spesso
Qualche volta
Quando capita, frequentemente, ma non con cadenza fissa
Quando mi capita di recuperare materiale che preveda un'attività di questo genere
Quando se ne presenta l'occasione
quando serve
Quotidianamente 2 RICORRENZE
sempre
Sempre
spesso
Tutti i giorni
una volta all'anno

Q21) Con quale frequenza propone attività di questo tipo nella sua classe?

Q22) In media, quanto tempo impiega a svolgere un'attività di questo tipo?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Meno di una lezione	61	4,7	9,7	9,7
	Da 1 a 3 lezioni	504	38,7	79,9	89,5
	Più di 3 lezioni	66	5,1	10,5	100,0
	Totale	631	48,4	100,0	
Mancante	Sistema	673	51,6		
Totale		1304	100,0		

Q23) Nella sua classe, principalmente propone attività di questo tipo..

per introdurre nuovi argomenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	per introdurre nuovi argomenti	501	38,4	100,0	100,0

Mancante	Sistema	803	61,6		
Totale		1304	100,0		

come esercitazione

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	come esercitazione	140	10,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1164	89,3		
Totale		1304	100,0		

per ripassare argomenti già affrontati

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	per ripassare argomenti già affrontati	102	7,8	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1202	92,2		
Totale		1304	100,0		

come attività di recupero

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	come attività di recupero	99	7,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1205	92,4		
Totale		1304	100,0		

come attività di approfondimento/ potenziamento

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	come attività di approfondimento/ potenziamento	361	27,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	943	72,3		
Totale		1304	100,0		

per sviluppare la motivazione degli studenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	per sviluppare la motivazione degli studenti	441	33,8	100,0	100,0

Mancante	Sistema	863	66,2		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	14	1,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1290	98,9		
Totale		1304	100,0		

Q23-Altro (Specificare) – Testo ->

come momento di osservazione finalizzato alla valutazione
Concretizzare concetti altrimenti astratti
fa parte del percorso di lavoro, a volte introduce, a volte consolida, il tempo di lavoro è variabile e dipende dai ragazzi
favorire apprendimento significativo
per affrontare i concetti
per facilitare memorizzazione di nuove regole o risoluzione problemi
Per introdurre argomento
Per lo sviluppo del pensiero matematico partendo da esperienze concrete.
Per mostrare un'altra prospettiva dell'argomento o un collegamento con un altro contenuto disciplinare. A volte allacciato alla storia della matematica
per proporre metodi alternativi
per rendere gli argomenti trattati più concreti possibile e non mi fermo a una spiegazione astratta
Per sviluppare il cooperative learning
Per sviluppare le competenze
sono stanco di rispondere, questo test dura più di 20 minuti, e il mio pranzo si sta trasformando in abbiocco

Q24 PRIMARIA) Che tipologia di materiali o strumenti propone di utilizzare in classe durante questo tipo di attività?

strumenti meccanici (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	strumenti meccanici (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica)	129	9,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1175	90,1		
Totale		1304	100,0		

strumenti per il calcolo (come l'abaco, la pascalina)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	strumenti per il calcolo (come l'abaco, la pascalina)	181	13,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1123	86,1		
Totale		1304	100,0		

oggetti o materiali da manipolare (come il tangram, i materiali Montessori, gli origami, le forme geometriche in legno, i regoli in colore, il materiale multibase o blocchi di Dienes in base 10)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	oggetti o materiali da manipolare (come il tangram, i materiali Montessori, gli origami, le forme geometriche in legno, i regoli in colore, il materiale multibase o blocchi di Dienes in base 10)	297	22,8	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1007	77,2		
Totale		1304	100,0		

oggetti della vita quotidiana (come le cannucce, le scatole di cartone)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	oggetti della vita quotidiana (come le cannucce, le scatole di cartone)	274	21,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1030	79,0		
Totale		1304	100,0		

attrezzi della palestra (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	attrezzi della palestra (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori)	146	11,2	100,0	100,0

Mancante	Sistema	1158	88,8		
Totale		1304	100,0		

strumenti digitali interattivi (come applicazioni interattive come le applet di Geogebra, Fingu,TouchCounts o simili, su device multitouch - iPads)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	strumenti digitali interattivi (come applicazioni interattive come le applet di Geogebra, Fingu,TouchCounts o simili, su device multitouch - iPads)	122	9,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1182	90,6		
Totale		1304	100,0		

nessun materiale, solo il movimento del corpo o strumentazione classica come foglio e matita

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	nessun materiale, solo il movimento del corpo o strumentazione classica come foglio e matita	33	2,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1271	97,5		
Totale		1304	100,0		

Altro (specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (specificare)	29	2,2	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1275	97,8		
Totale		1304	100,0		

Q24 (PRIMARIA) Altro (specificare) – Testo

...anche il movimento del corpo.
Abbiamo poco tempo niente materiale tante nozioni...
Acche il corpo, in particolare le mani e tutti gli oggetti che possono essere utili: dadi, scacchiera online, murale e tradizionale....
Anche il movimento dei corpi e alcune attività di geometria
attività di movimento con il corpo.

Attività motorie in palestra
Avendo una I^ di scuola primaria, sono contraria all'utilizzo di materiale multicolorato, come i Regoli, perchè potrebbero disorientare e/o rendere difficile la comprensione del lavoro ai bambini non ancora "certificati" perché troppo piccoli.
Bee-Bot e Pro-Bot
Coding con Scratch o le Beebot
corpo
dadi, carte da gioco, materiale auto costruito
Dipende da attività
Fogli prestampati (con triangoli, quadrati di diverse grandezze, cerchi ecc)
FUNZIONI GRAFICHE DI WORD
Geometriko
Materiale di riciclo come i tappi, i bottoni, le foglie ed in generale tutto ciò che può incuriosire gli alunni: anche pane e nutella per spiegare perimetro ed area
materiale Montessori
Materiale vario: sassi, legumi, bicchieri, dadi, corde, metri
Materiali del metodo analogico: linea del 20, del 100, del 1000
Movimenti in palestra, giochi in palestra
Movimento del corpo
Oggetti da manipolare: non tutti quelli descritti, ma utilizzo anche materiali non elencati
Oltre a quelli elencati, soprattutto nel primo biennio, proponevo attività di matematica in gioco (Di movimento)
Origami e attività pratiche all’aperto(es tracciare un cerchio con corda e bastone)
Puzzle, oggetti che loro non conoscono da cui devono trarre il significato e il meccanismo
scontrini-volantini offerte dei supermercati, menù, etichette bottiglie, menù-
Strumentini del metodo anaologico Bortolato
Uso della Lim (lavagna interattiva multimediale) e dei percorsi matematici proposti
uso delle mani e del corpo, salti, passi avanti e indietro, ritmi, percorsi ecc

Q24 SECONDARIA) Che tipologia di materiali o strumenti propone di utilizzare in classe durante questo tipo di attività?

strumenti meccanici (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	strumenti meccanici (come strumenti per il disegno come il compasso, macchine per il disegno, la lavagna magica)	114	8,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1190	91,3		
Totale		1304	100,0		

strumenti computazionali (come il rilevatore di posizione, gli strumenti per il calcolo algebrico)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	strumenti computazionali (come il rilevatore di posizione, gli strumenti per il calcolo algebrico)	69	5,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1235	94,7		
Totale		1304	100,0		

oggetti e materiali da manipolare (come gli origami, le forme geometriche)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	oggetti e materiali da manipolare (come gli origami, le forme geometriche)	175	13,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1129	86,6		
Totale		1304	100,0		

oggetti della vita quotidiana (come le cannucce, le scatole di cartone)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	oggetti della vita quotidiana (come le cannucce, le scatole di cartone)	162	12,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1142	87,6		
Totale		1304	100,0		

attrezzi della palestra (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	attrezzi della palestra (come le corde, gli hula-hoop, le aste, i blocchi psicomotori)	17	1,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1287	98,7		

Totale		1304	100,0		

strumenti digitali interattivi (come applicazioni interattive come le applet Geogebra su device multitouch - iPad)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	strumenti digitali interattivi (come applicazioni interattive come le applet Geogebra su device multitouch - iPad)	192	14,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1112	85,3		
Totale		1304	100,0		

nessun materiale, solo il movimento del corpo o strumentazione classica come foglio e matita

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	nessun materiale, solo il movimento del corpo o strumentazione classica come foglio e matita	38	2,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1266	97,1		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	14	1,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1290	98,9		
Totale		1304	100,0		

Q 24 Secondaria Altro (Specificare) – Testo- Analisi testuale

Armi giocattolo, freccette e frecce vere e proprie (per i vettori), molle ed elastici più o meno elastici, monetine, penne biro, geomag, un pannello di polistirolo L=m e A=m^2, opportunamente riquadrettato in dm su un lato ed in ft & inch sul'altro lato, metro vari (da muratore, sarto, venditore di tessuti, geometra, ikea...) più o meno rigidi/flesssibili, trottole, ruote di bicicletta, macchinine giocattolo, soldatini (per la riduzione in scala)....	1
carta e forbici	1
Carte da gioco come CodyRoby, domino autorealizzati, Polydron	1
carte da gioco, spaghi	1

Disegno a mano libera progettazione al computer costruzione modelli	1
diverse attività possono richiedere diversi materiali	1
forme in legno da me progettate	1
Giochi in scatola	1
Giochi matematici	1
materiali Montessoriani acquistati, altri prodotti dal docente o dai ragazzi, attività sfida	1
Migliaia di altre cose, dalle bolle di sapone all'edificio scolastico come una grande fonte di spunti matematici	1
movimento del corpo	1
Pezzi stampati da loro in laboratorio di meccanica. Le attività sono svolte solo su indirizzo professionale. Non le adotto nel liceo perché non ho il tempo	1
schede preparate da me, materiali condivisi	1

Q25) Quando propone attività di questo tipo, solitamente..

utilizza materiali e strumenti progettati per gli scopi dell'attività

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	utilizza materiali e strumenti progettati per gli scopi dell'attività	266	20,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1038	79,6		
Totale		1304	100,0		

adatta per i suoi scopi i materiali e gli strumenti già progettati

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	adatta per i suoi scopi i materiali e gli strumenti già progettati	374	28,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	930	71,3		
Totale		1304	100,0		

progetta e costruisce i materiali e gli strumenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	progetta e costruisce i materiali e gli strumenti	330	25,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	974	74,7		
Totale		1304	100,0		

Q26) Quali dei seguenti sono i principali criteri che guidano le sue scelte nel selezionare e progettare le attività di questo tipo?

Valutazione da parte di esperti (informazioni da corsi di formazione professionale, testi professionali, newsletter o periodici di settore)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Valutazione da parte di esperti (informazioni da corsi di formazione professionale, testi professionali, newsletter o periodici di settore)	206	15,8	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1098	84,2		
Totale		1304	100,0		

Suggerimenti dei colleghi e racconti di loro esperienze

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Suggerimenti dei colleghi e racconti di loro esperienze	108	8,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1196	91,7		
Totale		1304	100,0		

La sua esperienza personale (come insegnante o come studente)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	La sua esperienza personale (come insegnante o come studente)	353	27,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	951	72,9		
Totale		1304	100,0		

Bisogni specifici degli studenti della sua classe

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Bisogni specifici degli studenti della sua classe	217	16,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1087	83,4		
Totale		1304	100,0		

Specifici obiettivi didattici che vuole raggiungere

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa

Valido	Specifici obiettivi didattici che vuole raggiungere	195	15,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1109	85,0		
Totale		1304	100,0		

Disponibilità e accessibilità delle risorse

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Disponibilità e accessibilità delle risorse	106	8,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1198	91,9		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	9	,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1295	99,3		
Totale		1304	100,0		

		Frequenza
Valido		1296
	Esperienza come insegnante e psicomotricista	1
	Fare AMARE la matematica ai miei alunni e "accendere" continuamente la curiosità verso l'apprendimento che poi gli sarà utile nella vita quotidiana 🥰	1
	L'IMPROVVISAZIONE	1
	Passione e curiosità, ricerche personali.	1
	Ricerca su rete o testi didattici, illuminazione sul momento	1
	Se mi appare in testa un'idea che mi pare luminosa, e che riflettendoci sopra continua a splendere....	1
	Tutti gli elementi proposti	1
	Tutto: Il criterio non è nella scelta di chi propone, ma "cosa" propone	1
	Totale	1304

Q27) Secondo lei, quali sono le principali difficoltà incontrate dagli studenti durante attività di questo tipo?

Comprendere le consegne

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Comprendere le consegne	151	11,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1153	88,4		

Totale		1304	100,0		

Esprimere le proprie idee in classe

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Esprimere le proprie idee in classe	52	4,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1252	96,0		
Totale		1304	100,0		

Mantenere l'interesse durante le attività

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Mantenere l'interesse durante le attività	78	6,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1226	94,0		
Totale		1304	100,0		

Manipolare manualmente oggetti e strumenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Manipolare manualmente oggetti e strumenti	80	6,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1224	93,9		
Totale		1304	100,0		

Prendere parte a una discussione con i pari

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Prendere parte a una discussione con i pari	85	6,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1219	93,5		
Totale		1304	100,0		

Applicare la conoscenza formale nel contesto

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Applicare la conoscenza formale nel contesto	113	8,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1191	91,3		
Totale		1304	100,0		

Trasferire in nuovi contesti ciò che hanno appreso

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Trasferire in nuovi contesti ciò che hanno appreso	190	14,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1114	85,4		
Totale		1304	100,0		

Formalizzare in linguaggio matematico quanto appreso

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Formalizzare in linguaggio matematico quanto appreso	261	20,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1043	80,0		
Totale		1304	100,0		

Gestire contemporaneamente differenti rappresentazioni degli oggetti matematici (concreta, grafica, simbolica)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Gestire contemporaneamente differenti rappresentazioni degli oggetti matematici (concreta, grafica, simbolica)	111	8,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1193	91,5		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	18	1,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1286	98,6		
Totale		1304	100,0		

Q 27 Altro (Specificare) – Testo

ci vuole tempo perché i bambini capiscano che le attività laboratoriali sono MATEMATICA e più tempo hanno bisogno i genitori per capire che non è TEMPO PERSO :-)
Esprimere consapevolezza del proprio apprendimento

Imparare ad ascoltare... ma questo vale sempre
in genere non ci sono ostacoli
In realtà non ho mai riscontrato grosse difficoltà
Inizialmente, quando si presenta un nuovo argomento, gestire differenti rappresentazioni
La maggior parte degli alunni presenta difficoltà nella lettura e nella comprensione del testo.
Mancanza di motivazione se all'attività non segue una valutazione.
Mantenere l'attenzione durante la spiegazione delle IPU (Istruzioni per l'uso)
mantenere un clima sereno e silenzioso non sempre è facile, talvolta persiste l'ansia da prestazione e richiesta di valutazione
nessuna
nessuna di queste
Non riscontro difficoltà nei miei alunni
Pensare che qualsiasi attività è legata alla valutazione
Per qualcuno le difficoltà si riscontrano sia nella manipolazione che bella progettazione dell'attività
Sono trascorsi solo due mesi dall'inizio della scuola, quindi non mi sento di rispondere. mesi
Staccarsi dall'idea che l'esito di ciò che svolgono deve essere positivo e in alcuni casi vivere le difficoltà non come una risorsa per riflettere, confrontarsi e crescere ma come un ostacolo negativo. (Atteggiamenti trasmessi probabilmente).

Q28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del testo.

Q28) Legga ora le breve storia seguente, prima di rispondere alla domanda indicata al termine del testo.

Roberto e Tina sono insegnanti di matematica in una classe terza di una scuola secondaria inferiore. Entrambi decidono di implementare in classe una attività laboratoriale che coinvolga gli studenti anche fisicamente, ma utilizzando differenti strategie didattiche.

Con quale dei due insegnanti si identifica maggiormente?

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Roberto	153	11,7	24,4	24,4
	Tina	474	36,3	75,6	100,0
	Totale	627	48,1	100,0	
Mancante	Sistema	677	51,9		
Totale		1304	100,0		

Q29 Roberto)Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Roberto che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:

Q29 Roberto)Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Roberto che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Esplicitare l'argomento trattato all'inizio della lezione	34	2,6	22,7	22,7
	Progettare una attività passo-passo con tempistiche programmate	50	3,8	33,3	56,0
	Dividere la classe in gruppi misti (non omogenei per abilità)	42	3,2	28,0	84,0
	Guidare l'intera classe verso le conclusioni dell'attività	24	1,8	16,0	100,0
	Totale	150	11,5	100,0	
Mancante	Sistema	1154	88,5		
Totale		1304	100,0		

Q30 Roberto)C'è qualcosa che avrebbe fatto in modo differente da Tina per rendere l'attività didatticamente più efficace?

	1210
Assegnazione del leader è del segretario per cronometrare il tempo	1
Avrei assegnato ruoli definiti ai singoli componenti del gruppo	1
Avrei concluso l'attività invitando un rappresentante di ogni gruppo ad illustrare il lavoro svolto	1
Avrei dato un po' di libertà in più da un punto di vista della sperimentazione pur fissando in modo chiaro gli obiettivi	1
Avrei fatto un po'come Tina: al punto 0 dell'attività, avrei lasciato maneggiare gli oggetti alla l'classe, lasciando loro un poco di tempo per esplorare - dopodiché, al punto 1 avrei io stesso presentato gli oggetti e il loro scopo alla classe	1
Avrei fatto un riassunto finale di quanto emerso durante la lezione e assegnato un problema finale da risolvere a casa	1
Avrei fatto un'attività strutturata ma permettendo anche agli studenti di esplorare gli strumenti in una fase iniziale.	1
Avrei lasciato i ragazzi liberi di arrivare alla soluzione	1
Avrei lasciato libera all'inizio d poi dato dri suggerimenti in un secondo momento	1
Avrei lasciato più libertà di giungere alla conclusione attraverso strade diverse, l'obiettivo generale deve essere esplicitato. Per dare ancora maggiore libertà di esplorazione ci vogliono 8 ore di matematica a settimana, non solo 4.	1
Avrei lasciato un po' più di libertà nella risoluzione	1

Avrei limitato la guida dell'insegnante verso le conclusioni	1
Avrei previsto una maggiore flessibilità nei tempi e una fase in cui i gruppi espongono alla classe le strategie utilizzate e le conclusioni alle quali sono giunti.	1
avrei seguito i gruppi singoli guidandoli nei ragionamenti	1
avrei strutturato di meno	1
Avrei unito le due strategie di Roberto e Tina. Per esempio avrri utilizzato tutta la parte finale della strategia di Tina (girare tra i banchi in veste di tutor, li avrei lasciato liberi di operare e creare confrontandosi tra pari e con l'insegnante, ecc..)	1
Basarsi prevalentemente sulle domande da fare agli studenti, anche per formare insieme a loro le conclusioni.	1
Brain storming	1
Concordo con quanto riferito dall'ins. Roberto.	1
Condurre la lezione dalla lavagna: avrei facilitato l'apprendimento muovendomi tra i gruppi, osservandoli o intervenendo se necessario	1
Dovrebbe lasciare più "libertà" ai suoi alunni	1
Esplicitare l'obiettivo dell'attività in modo da lasciare aperte le conclusioni finali.	1
Forse non avrei guidato alla conclusione	1
Gestione più flessibile dei tempi e delle consegne, volta anche alla riflessione degli alunni e alla proposta di loro possibili percorsi risolutivi/operativi	1
gruppi di classi differenti esempio III e I	1
gruppi misti omogenei	1
guidare la clASSE	1
HO RISPOSTO ROBERTO SOLO PERCHE' OBBLIGATO; IN REALTA', NON MI TROVO D'ACCORDO CON NESSUNO DEI DUE DOCENTI	1
Il non progettare passo-passo	1
lasciare gli studenti liberi di seguire una propria strategia	1
lasciare più libertà agli alunni nell'organizzazione del lavoro da svolgere.	1
lasciare più tempo agli alunni	1
Lasciare più tempo per esplorare da soli gli studenti	1
Magari all'inizio avrei provato a farli ragionare liberamente, senza dire subito, corca l'argomento di cui si andava a parlare.	1
MAGGIORE DIALOGO CON I RAGAZZI AL TERMINE DELL'ESPERIENZA	1
nei tempi stabiliti, dare più spazio ai ragazzi nel svolgere l'attività in modo autonomo e non giudato.	1
no	10
No	15
No.	1
Non avrei condotto la classe verso le conclusioni dell'attività	1
Non avrei condotto la lezione dalla lavagna ma l'avrei riportata su di un foglio consegnato ad ogni gruppo. La lavagna l'avrei usata solo per chiarimenti collettivi.	1
Non avrei eplicitato tutto dall'inizio, ma magari dato passo passo dei suggerimenti	1

non avrei esplicitato all'inizio l'obiettivo. Avrei lasciato spazio alla deduzione a partire dalla scoperta fatto durante l'esperienza diretta.	1
Non avrei esplicitato l'argomento all'invio della lezione, lasciando più spazio all'intuizione e alla scoperta.	1
non avrei esplicitato l'argomento della lezione e non avrei guidato il gruppo verso le conclusioni	1
Non avrei esplicitato l'argomento, in modo che gli studenti potessero dedurlo autonomamente a fine lezione.	1
Non avrei esplicitato l'argomento, ma lasciato il sapore della scoperta	1
non avrei guidato la classe alla conclusione ma vrei asciato loro liberi di trarre la conclusione	1
Non avrei guidato la classe alle conclusioni	1
Non avrei guidato passo passo la classe ma avrei lasciato più libertà esplorativa agli studenti	1
Non avrei programmato le tempistiche	1
Non avrei strutturato in modo rigido l'attività e avrei lasciato liberi gli studenti di trarre le loro considerazioni	1
Non esplicitare inizialmente lo scopo da raggiungere	1
Non esplicitare l'argomento ma lasciarlo come scoperta alla fine del lavoro e non guidare alle conclusioni ma limitarsi a fare un brain storming delle conclusioni a cui i ragazzi sono giuntii ragazzi	1
Non esplicitare l'obiettivo e lasciare una maggiore autonomia nell'affrontare una situazione nuova	1
Non li avrei all' inizio guidati ma lasciati liberi	1
Non proporre un'attività troppo strutturata	1
Non sarei stata così rigida sulle tempistiche	1
NON SO	1
Passerei tra gli alunni per vedere come lavorano ed eventualmente dare loro qualche suggerimento	1
Prevedere comunque una fase della lezione, nella parte iniziale, in cui gli studenti siano liberi di procedere. per poi eventualmente reindirizzarli o dare dei suggerimenti	1
prima di presentare i materiali avrei chiesto agli alunni come sarebbe stato possibile dimostrare l'argomento praticamente e con quali mezzi	1
progettare passo a passo	1
Proporre ai singoli alunni di individuare il percorso utile a raggiungere il risultato proprio per verificare se sono in grado di sperimentare ipotesi nel lavoro	1
Riprendere le conoscenze già acquisite e che servono come prerequisiti, ora.	1
rty	1
Solitamente do del tempo per esplorare e confrontarsi tra pari nella risoluzione dei vari step, prima di intervenire conducendoli a quello che mi ero prefissata	1
Una volta esplicitati argomento, attività e tempistiche avrei lasciato maggiore autonomia ai gruppi	1
Una volta presentata l'attività ed assicuratami che tutti hanno capito le istruzioni avrei lasciato la libertà ai gruppi di alunni di procedere in modo autonomo	1

Usare ironia, tecniche di comunicazione accattivanti, aggiungere qualche minuto di pausa tra un'attività e l'altra	1
vorrei assomigliare più a Tina ma non rtiesco a lasciare gli studenti liberi	1

N=94

Q29 Tina)Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Tina che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:

Q29 Tina)Selezioni, nell'elenco seguente, l'azione che ha compiuto Tina che ritiene essere la più rilevante per rendere efficace l'attività di apprendimento:

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Mostrare i materiali e lasciare tempo agli studenti di esplorarli e prenderci confidenza	43	3,3	9,1	9,1
	Introdurre un problema e lasciare gli studenti liberi di risolvere seguendo la propria strategie risolutiva in autonomia	241	18,5	51,1	60,2
	Camminare fra i banchi per assistere gli studenti e supportarli nella propria strategia risolutiva	104	8,0	22,0	82,2
	Lasciare tempo agli studenti, in fondo all'attività, di condividere le proprie conclusioni con il resto della classe	84	6,4	17,8	100,0
	Totale	472	36,2	100,0	
Mancante	Sistema	832	63,8		
Totale		1304	100,0		

Q30 Tina)C'è qualcosa che avrebbe fatto in modo differente da Tina per rendere l'attività didatticamente più efficace?

rispettando i tempi di apprendimento di ogni studente dando tempo che richiede ciascuno	1
A seconda dell'esperienza proposta e della classe valuto quanto strutturare l'attività	1
A volte è conveniente lavorare a gruppi omogenei, affidando loro compiti di diverso tipo, tenendo conto delle differenti competenze, ma condividere con tutta la classe strategie, riflessioni e risultati	1
A volte suggerisco di utilizzare anche altri materiali se i bambini li trovano più adatti allo scopo	1
Affiancare i ragazzi con difficoltà (DSAe BES) con maggiori strumenti	1
Al termine di tutta l'attività avrei portato i miei alunni all'aperto e li avrei lasciati liberi di giocare per almeno 5 minuti	1
Alla fine trarre le conclusioni.	1
Approvo l'approccio di Tina.	1
Argomentare sulle scelte strategiche effettuate dall'alunnov	1
Assegnare ruoli all'interno dei gruppi : supervisore, addettoal tempo...	1
Avrei aggiunto una premessa metacognitiva e all termine della discussione dell'intera classe avrei annotato le strategie utilizzate e formalizzato quanto scoperto	1
Avrei anche spiegato qualcosa alla lavagna	1
avrei aspettato come avrebbe risolto ogni gruppo e poi commentato con loro	1
Avrei assegnato il ruolo di "controllore del volume della voce" in ogni gruppo.	1
avrei cercato di presentare il tutto con toni un po' misteriosi per rendere più accattivante il lavoro	1
avrei chiesto di lavorare sempre in gruppo, evitando lavori individuali	1
Avrei cmq diviso i ragazzi in piccoli gruppi	1
Avrei creato dei gruppi	1
Avrei dato dei tempi di "consegna" dell'attività.	1
avrei dato qualche elemento in più all'inizio dell'attività	1
Avrei dimostrato anche le possibilità di utilizzo degli strumenti,dopo l'esplorazione libera	1
Avrei fatto dei gruppi eterogenei	1
avrei fatto descrivere agli studenti le fasi dell'attività svolta e le scoperte fatte	1
Avrei fatto lavorare i ragazzi almeno in coppia, non individualmente per permettere già un confronto tra pari, prima della messa in comune delle conclusioni	1
Avrei fatto scrivere le conclusioni su carta	1
Avrei forse un po' differenziato la proposta, modificandola a seconda dei bisogni dei vari alunni (dare tempi diversi e "aiuti" diversi)	1
avrei gestito la formazione di gruppi	1
avrei in base all'osservazione dei lavori formulato domande	1
Avrei introdotto la spiegazione dei materiali	1
Avrei introdotto un momento di autovalutazione del lavoro fatto	1
Avrei lanciato una serie di domande ..V/F	1
Avrei lasciato un primo tempo di autonomia nella gestione del problema e avrei dato poi assistenza in un tempo successivo	1
avrei lavorato in piccolo gruppo	1

Avrei organizzato personalmente i gruppi, per evitare che gli alunni più fragili si trovino nell'imbarazzo di rimanere da soli quando tutti gli altri si sono organizzati	1
Avrei precostituito i gruppi per attivare le diverse intelligenze	1
Avrei predisposto l'attività da svolgere a coppie o gruppi di 4 dare la possibilità di svolgerlo in autonomia potrebbe risultare fallimentare per i bambini con difficoltà	1
Avrei presentato problema e materiale a piccoli gruppi, o quanto meno avrei fatto presentazioni individuali agli alunni con bisogni specifici	1
Avrei prima giocato con gli strumenti	1
avrei proposto l'attività in modo simpatico, sotto forma di gioco matematico	1
Avrei proposto più attività e lasciati liberi gli studenti di scegliere	1
Avrei proposto un momento di scambio e confronto per l'auto valutazione dell'attività	1
Avrei scelto io i gruppi	1
Avrei stabilito che un compagno facesse da portavoce e, supportato dagli altri, scrivesse un resoconto scritto delle conclusioni raggiunte.	1
Avrei strutturato la proba	1
avrei suddiviso gli studenti in coppie o in piccoli gruppi di 3-4 alunni perchè ritengo fondamentale il dialogo ed il confronto fra pari non solo al termine del lavoro ma anche durante l'analisi del problema e l'elaborazione di strategie risolutive	1
Avreifatto costruire il materiale da loro	1
Camminare fra i banchi per osservare le modalità di interazione fra pari e rispondere a eventuali dubbi relativi al compito da svolgere e non sulla strategia risolutiva (questa si condivide insieme alla fine con il gruppo classe)	1
Condividere con una discussione le possibili attività per giungere ad una conclusione	1
Condivido la strategia operativa	1
Credo che sia opportuno che oltre alle materiale fornito ai ragazzi la docente debba mostrare il suo materiale e farlo osservare e toccare gli studenti in modo tale che possano entrare meglio dentro l'argomento. Al termine di entrambi i processi oggetto iniziare la discussione in classe .	1
Credo di no.	1
Dare alcune domande guida in modo tale che i bambini avessero una traccia	1
Dare degli spunti di riflessione	1
Dare la regola finale generale	1
Di solito faccio un debriefing finale per sistematizzare l esperienza	1
discutere il problema con gli studenti in plenaria, esplorando varie possibilità, per incentivare anche gli studenti che hanno più difficoltà nelle attività non strutturate.	1
Dopo aver mostrato i materiali, li avrei lasciati momentaneamente soli ad affrontare la strategia confrontandosi fra loro	1
Dopo aver presentato il problema, li avrei fatti lavorare in gruppo.	1
Dopo la condivisione delle idee, ricostruire il percorso fatto ai singoli gruppi attraverso una tabella e/o istogramma ricavando poi quindi la regola generale e formalizzandola attraverso un linguaggio matematico opportuno	1

Far proporre un'attivita simile da condividere, per rinforzare.	1
fare un riepilogo finale delle osservazioni dei ragazzi per riordinare le idee e formalizzarle	1
Farei argomentare le scoperte fatte	1
ff	1
Firmare gruppi eterogenei	1
Formalizzare le conclusioni in simboli matematici	1
Formalizzazione finale da parte del docente sulla base delle osservazioni degli studenti	1
Formare gruppi eterogenei, lasciare i diversi gruppi liberi di scegliere una strategia risolutiva decisa attraverso un confronto e non eseguita individualmente	1
fornire degli spunti	1
fornire informazioni (mappe o altri materiali) supplettivi ed integrativi a seconda dei bisogni del singolo nello sviluppare il percorso	1
fornirei aiuto solo dietro richiesta esplicita da parte degli studenti	1
Forse non avrei dato troppe spiegazioni all'inizio dell'attività	1
guidare gli studenti nel trarre conclusioni	1
Illustrazione preliminare degli obiettivi da raggiungere	1
Implementare il coperative learning	1
introdotto rubrica di autovalutazione	1
Introdurre delle tempistiche	1
invitare gli studenti a collaborare fra loro all'interno del gruppo	1
LA COMPOSIZIONE 'SPONTANEA' DEI PICCOLI GRUPPI NON SEMPRE E' FUNZIONALE. PER ALCUNE ATTIVITA' SONO PREFERIBILI GRUPPI DELLO STESSO LIVELLO, PER ALTRE DI LIVELLI DIVERSI	1
La suddivisione dei gruppi che ha invece fatto Roberto	1
Lasciarli liberi di trovare le loro strategie e poi discuterne insieme per me è un'ottima azione, molto efficace	1
Lavoro in piccolo gruppo	1
lavoro per tutti in piccolo gruppo	1
Li avrei guidati un po' perché il tempo a disposizione è poco e non dispongo di un laboratorio in cui cinservare i lavori parzialmente prodotti	1
Maggiore introduzione agli strumenti e materiali	1
Maggiore presentazione iniziale degli strumenti e dell'attività	1
Maggiori dati per risolvere il problema	1
momento di condivisione anche iniziale in cui i bambini possono fare ipotesi da verificare in seguito	1
mostrare alcuni casi di studio di approcci a problemi simili	1
Motivare i ragazzi nella risoluzione dei problemi	1
nella prima parte (proposta materiali) avrei agito come Roberto, spiegandone l'utilizzo; inoltre, come Roberto, avrei diviso la classe in piccoli gruppi eterogenei.	1
Nella scuola dove siamo spesso adottiamo la tecnica di divisione in gruppo per risolvere problemi su cose appena spiegate con una gara, così i ragazzi analizzano la matematica come un gioco. A volte in classe divido in gruppi a seconda dei ragazzi lascio l'intero gruppo classe discutere tra di loro(come se fosse un debate)e cerco di analizzare tutte le idee che vengono fuori per	1

far capire quale ragionamento porta a una strada possibile e quale no. Molti ragazzi se divisi in gruppo a volte pensano di non arrivare alla soluzione e si demoralizzano in partenza a vedere che alcuni compagni invece riescono, ma con una "spinta" data prima da uno studente e poi dall'altro diventa tutto più "rilassato".	
nessuno	1
Niente	1
no	50
No	74
NO	5
No mi sembra abbia agito in modo pienamente produttivo sia per trasferimento di informazioni sia per coinvolgimento degli alunni	1
no perchè ogni attività dipende dal contesto classe	1
No, di solito seguo la stessa impostazione. Mi capita di intervenire (troppo) nei lavori di gruppo quando mi rendo conto che i bambini non stanno lavorando in modo efficace.	1
No, è la prassi laboratoriale che ritengo più utile. E' sempre necessario lasciare tempo per la condivisione e non trascurare questo aspetto. E' fondamentale per gli studenti per raccontare, argomentare e rivivere quanto hanno fatto e appreso per prendere consapevolezza, rendersi conto di eventuali errori o mancanze e per un processo di metacognizione significativo.	1
No, farei esattamente come Tina.	1
No, la ritengo sufficientemente adatta	1
no, non credo	1
No, non direi.	1
No.	2
Non avrei lasciato liberi gli studenti di auto-organizzarsi, optando in ogni caso per una divisione in piccoli gruppi	1
Non avrei lasciato liberi gli studenti di lavorare in autonomia o in gruppo autocostituito, perché è proprio in queste situazioni che chi socializza poco si isola e chi invece è più aperto forma gruppi non efficaci per l'obiettivo prefissato.	1
non penso	1
non saprei	1
Non saprei	1
non saprei dipende dall'attività	1
Non so	1
non so individuare altro rispetto a quanto fatto da Tina	1
nulla	1
Nulla	2
organizzare i gruppi	1
Partire da un problema incontrato dalla classe o sollevato da uno/più studenti durante attività complesse di ricerca/progettazione per affrontare poi l'aspetto matematico nel laboratorio.	1
Passare tra i banchi dopo aver presentato i materiali quando i bambini avevano già iniziato a organizzarsi autonomamente in gruppi per chiedere se ci fossero ulteriori dubbi o domande	1

Penso che dare un problema aperto da risolvere sia fondamentale. Avrei dunque strutturato un po' di più questo momento, per esempio prevedendo una prima fase di lavoro individuale per permettere a tutti gli studenti di "entrare" nel problema, quindi un lavoro per piccoli gruppi, lasciando un po' meno autonomia nella loro costituzione. Il rischio nelle classi reali é che alcuni studenti non siano davvero implicati nel processo di apprendimento	1
penso che dipenda dall'attività proposta, in alcune attività è bene lasciare "libertà" di indagine, in altre è più opportuno seguire la strategia di Roberto! altre volte è bene proporre una via di mezzo.	1
Personalmente avrei proposto prima il problema in modo da incuriosire i bambini e indurli al ragionamento per arrivare alla risoluzione.	1
Più esplicita nelle consegne	1
Più partecipazione con la classe	1
Poter condividere le.proprie strategie operative per coinvolgere anche gli alunni xhe manifestano qualche difficoltà o incertezza operativa	1
Preparare una scheda strutturata da sottoporre in caso di 'emergenza' a chi ne manifestasse la necessità	1
Presentare nella fase iniziale una scheda/rubrica di valutazione degli output	1
Prima della fase di sperimentazione libera, proporre un piccolo problema più guidato, in modo che tutti gli studenti abbiano un esempio di come si può usare il materiale dato	1
Prima di lasciare agire autonomamente avrei discusso con loro sul testo del problema affinchè anche chi fosse in difficoltà potesse essere aiutato a capire il testo del problema.	1
Probabilmente avrei suggerito i componenti dei gruppo agli studenti che vogliono lavorare tra pari e forse avrei insistito per far lavorare tutti almeno con un compagno.	1
Progettare le fasi di attività	1
proporre a ciascun gruppo di preparare una presentazione per spiegare al resto della classe la strategia adottata e la soluzione trovata	1
Rassicurare gli studenti su un possibile fallimento	1
riflettendoci non avrei lasciato i ragazzi completamente liberi nella scelta delle strategie, poteebbe essere dispersivo e demotivante	1
riportare tutte le strategie esposte dagli studenti in una scheda di sintesi da consegnare ad ogni alunno	1
Sarei intervenuta sommessamente nella composizione dei gruppi di lavoro	1
Sinceramente io agisco come Tina, il suggerimento sull'efficacia servirebbe anche a me.	1
Solitamente lavoro in questo modo per l'introduzione di nuovi argomenti	1
Spazio alle ipotesi	1
Spingere gli studenti a generalizzare l'approccio per problemi simili	1
Stimolare anche il coinvolgimento degli studenti più in difficoltà e/o con bisogni educativi speciali	1
Tendo a non lasciare libertà nell'organizzazione dei gruppi, definendo in precedenza se l'attività vada svolta individualmente o in gruppo.	1
Trarre delle conclusioni generali condivise	1

N=279

SEZIONE 5 ALTERNATIVA

Q21 Alternativa) Perché non propone questo tipo di attività nella sua pratica didattica?

Non ho confidenza con questi approcci, mi servirebbe una guida

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non ho confidenza con questi approcci, mi servirebbe una guida	88	6,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1216	93,3		
Totale		1304	100,0		

Ho difficoltà con la gestione della classe

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Ho difficoltà con la gestione della classe	18	1,4	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1286	98,6		
Totale		1304	100,0		

Non ritengo queste attività adatte al livello scolastico dei miei studenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non ritengo queste attività adatte al livello scolastico dei miei studenti	45	3,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1259	96,5		
Totale		1304	100,0		

Quando le ho proposte, ho avuto esperienze fallimentari

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Quando le ho proposte, ho avuto esperienze fallimentari	13	1,0	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1291	99,0		
Totale		1304	100,0		

Non credo nell'efficacia didattica di queste attività

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa

Valido	Non credo nell'efficacia didattica di queste attività	9	,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1295	99,3		
Totale		1304	100,0		

Non ho tempo

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non ho tempo	59	4,5	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1245	95,5		
Totale		1304	100,0		

Non ho a disposizione risorse, materiali e strumenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Non ho a disposizione risorse, materiali e strumenti	112	8,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1192	91,4		
Totale		1304	100,0		

Le mie classi sono troppo numerose / gli spazi troppo ristretti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Le mie classi sono troppo numerose / gli spazi troppo ristretti	60	4,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1244	95,4		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	15	1,2	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1289	98,8		
Totale		1304	100,0		

Q 21 Alternativa Altro (Specificare) – Testo ->

Dopo anni di supplenze brevi, sono in fase di working progress.
è il mio primo anno in questa scuola e prima di prendere iniziative preferisco capire le dinamiche della scuola per muovermi nel modo migliore possibile

È necessaria una preparazione della classe e del docente che mal si concilia con i tempi ordinari della didattica
emergenza Covid
i contenuti matematici del 5 anno non si prestano
Il lavoro del docente, soprattutto del coordinatore di classe come sono io, è diventato sempre più complesso. Oltre all'educare e alla didattica ci dobbiamo occupare di genitori, (non sempre collaborativi), di burocrazia, di situazioni problematiche da ogni punto di vista, ecc...ecc... Il docente, in poche parole, spesso deve fare anche da segretario, da bidello, da psicologo.... e il tempo è sempre più insufficiente.
Insegno tecnologia
Lavoro sul sostegno e non mi viene lasciato spazio d'azione.
Non si adatta a tutte le classi
Per il tempo che richiedono, credo che i benefici sono molto limitati
Propongo le attività che conosco, su altre mi serve una formazione che non ho
proposta poche volte
sono i miei primi mesi di insegnamento, quindi devo un attimo capire come funziona il tutto
Strumenti come geogebra o altri software sono più adatti alla mia programmazione

Q22 Alternativa) Quale altro tipo di strategia didattica ritiene particolarmente efficace?

Collegare i contenuti con l'esperienza di vita degli studenti

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Collegare i contenuti con l'esperienza di vita degli studenti	142	10,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1162	89,1		
Totale		1304	100,0		

Far applicare quello che gli studenti hanno studiato a nuove situazioni problematiche

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Far applicare quello che gli studenti hanno studiato a nuove situazioni problematiche	94	7,2	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1210	92,8		
Totale		1304	100,0		

Collegare nuovi contenuti alle conoscenze pregresse

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa

Valido	Collegare nuovi contenuti alle conoscenze pregresse	93	7,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1211	92,9		
Totale		1304	100,0		

Chiedere agli studenti di esprimere le loro idee in classe

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Chiedere agli studenti di esprimere le loro idee in classe	48	3,7	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1256	96,3		
Totale		1304	100,0		

Spiegare metodi di risoluzione dei problemi

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Spiegare metodi di risoluzione dei problemi	41	3,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1263	96,9		
Totale		1304	100,0		

Incoraggiare la discussione fra pari

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Incoraggiare la discussione fra pari	66	5,1	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1238	94,9		
Totale		1304	100,0		

Chiedere agli studenti di seguire le proprie strategie risolutive

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Chiedere agli studenti di seguire le proprie strategie risolutive	47	3,6	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1257	96,4		
Totale		1304	100,0		

Lavorare su problemi insieme a tutta la classe, guidati dall'insegnante che conduce l'attività

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Lavorare su problemi insieme a tutta la classe, guidati dall'insegnante che conduce l'attività	95	7,3	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1209	92,7		
Totale		1304	100,0		

Lavorare in gruppi misti, eterogenei per competenze e livelli

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Lavorare in gruppi misti, eterogenei per competenze e livelli	50	3,8	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1254	96,2		
Totale		1304	100,0		

Lavorare in gruppi omogenei per competenze e livelli

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Lavorare in gruppi omogenei per competenze e livelli	12	,9	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1292	99,1		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare)

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido	Altro (Specificare)	2	,2	100,0	100,0
Mancante	Sistema	1302	99,8		
Totale		1304	100,0		

Altro (Specificare) - Testo

		Frequenza	Percentuale	Percentuale valida	Percentuale cumulativa
Valido		1302	99,8	99,8	99,8
	Lavorare con classi poco numerose (massimo 10-12 studenti)	1	,1	,1	99,9

	Proporre esercizi stimolanti e giochi matematici	1	,1	,1	100,0
	Totale	1304	100,0	100,0	

APPENDICE 1.6: TRASCRIZIONI

TRASCRIZIONI DELLE INTERVISTE AGLI ESPERTI ITALIANI

TRASCRIZIONI DELLE INTERVISTE AGLI ESPERTI ITALIANI

LA RICERCA IN ITALIA

1 Anna Baccaglini Frank

2 I: Innanzitutto descrivo brevemente la ricerca di dottorato che sto portando avanti. Ha per oggetto proprio attività di laboratorio con il coinvolgimento del corpo in maniera proprio attiva e partecipe da parte dello studente. Mi sono trovata in difficoltà perché.. non ho conoscenza di un termine generale che tenga al suo interno tutta questa serie di attività intese.. le attività embodied di tipo enactive, per come le possono definire Abrahamson e Bakker, le attività con strumenti..con manipolativi ma soltanto quando il coinvolgimento dello studente è attivo.. in maniera laboratoriale, quando le attività sono di tipo esplorativo, anche solo con il corpo.. Per cui proprio per esigenza diciamo di, anche concisione e chiarezza, perchè mi trovo a.. a costruire un questionario dove.. è necessario che nella descrizione sia chiara e facilmente riconoscibile, soprattutto agli occhi degli insegnanti che sono, diciamo, il pubblico a cui mi riferisco in quel caso, avrei bisogno di chiarire quale può essere una definizione che mi permetta di essere facilmente riconoscibile oltre da un punto teorico anche da un punto di vista comunicativo con gli insegnanti.

3 A: Eh.. secondo me non.. (0.3) diciamo, non ho la risposta giusta.. (0.3) ma, secondo me, insegnanti diversi riconosceranno cose diverse. Perchè c'è.. un gruppo, che, secondo me, sicuramente in diverse sedi, è abituato a fare ricerca-azione, e quindi tutti i termini che hai menzionato, dalla didattica laboratoriale a qualsiasi cosa attiva, quello è il termine un pochino datato, secondo me, perchè è..(0.3) da Castelnuovo. Ecco però secondo me magari ti riconoscono <attivo>, se metti attivo come aggettivo qui e li potrebbe aiutare. Ma poi ci sono gruppi di ricerca che invece.. (0.4) Come, non so, a Torino o quelli di Maria Mellone a Napoli e.. (0.3) hanno embodied cognition o anche sensuous cognition. Addirittura, cioè, ne sentono parlare. Però secondo me la maggior parte no. Secondo me la maggior parte, ben che ti vada, ha sentito laboratoriale, didattica laboratoriale o laboratorio matematico nelle indicazioni nazionali, in qualche forma, in qualche formazione (0.3) ma, secondo me, <non avrà di base la stessa idea tua> qualunque cosa tu dica, qualunque parola tu usi. Quindi, secondo me, se ne usi anche più d'una e ci provi, cerchi un po' di terreno comune..(0.4) Puoi anche parlare di manipolazione, di artefatti fisici e digitali, >noi spesso diciamo così< in Percontare, quindi almeno insegnanti che hanno sentito quel tipo di formazione magari qualche cosa risuona. Però ti consiglierei, per avere un'idea di quello che ogni insegnante ti dice, di chiedere.. (0.3) So che poi avevi cioè, la domanda sugli esempi, però ti anticipo qui, che più che dare tu degli esempi, secondo me potresti chiedere a loro <un esempio>, in modo che tu capisca qual è la loro interpretazione di questa tua domanda. (0.3) Perché magari loro non hanno idea, o meglio non attribuiscono lo stesso significato a qualsiasi termine tu usi e quindi non stanno parlando di quello che vuoi tu.

4 I: Facciamo una domanda controllo tra virgolette.

5 A: Si ((risata)), e non gliela darei io. Perché se gli dai tu l'esempio, loro ti diranno quello e costruiranno su quello anche se non lo fanno, secondo me, anche se non è il tipo di didattica che loro (0.3) attuano. E' sempre rischioso, secondo me, l'esempio perché rischi di mettere in bocca qualche cosa, di guidarli parecchio poi nella..(0.3) secondo me, nel questionario. Però insomma, (0.4) li vedi tu, ma se è così, che loro hanno tempo, ti dedicano del tempo, stanno lì e riescono a avere un quarto d'ora o il tempo che ci vorrà per rispondere, <più riesci a farli parlare, esplicitare quello che loro intendono> senza buttare lì un'accozzaglia di parole cercando di compiacerti e più secondo me avrai un'idea di quello che effettivamente [fanno e pensano].

6 I: [posso rilevare]. Certo. La cosa che io pensavo, che parlando comunque in generale di artefatti, parlando in generale di percorsi, comunque..(0.3) possono essere termini anche semplicemente evocativi. Invece magari forse l'idea di portare anche solo artefatti, posso parlare anche dell'abaco, posso parlare.. (0.2) dare l'idea che ci sia anche la possibilità di esprimere una cosa semplice, comune, non si tratta per forza di qualcosa di (0.3) alto e teorico.

7 A: Certo. Il problema dell'abaco e della cosa classica è che, poi ovviamente decidi tu cosa fartene, lo abbiamo usato anche noi in qualche questionario qualche volta ma non torna tanto bene perché le cose proprio classiche che loro trovano nei sussidiari (0.4) non li trattano come artefatti nel senso che intendo fa conto io con PerContare, adesso non dico nemmeno la cosa tua che è ancora più spinta. però noi in PerContare parliamo e usiamo una didattica <laboratoriale, per

scoperta, esplorativa>, tutte queste cose qui. E c'è tutta una fase di esplorazione dell'artefatto, di costruzione di schemi d'uso, ora ti parlo in termini di mediazione semiotica e Rabardel e così.. (0.3) E lì è una fase di costruzione di quelli che poi saranno i segni e i significati matematici che non c'è in qualsiasi sussidiario in cui c'è pure l'abaco, però ti dice "Si fa così, si fa colà, te li do io gli schemi d'uso e poi facciamo 70 esercizi uguali a questi, con gli schemi d'uso che ti ho dato io". Non c'è nessuna esplorazione e scoperta, quindi non è che l'uso di un qualsiasi artefatto necessariamente sia quello che intendi tu. [E quello secondo me è un rischio.]

8 I: [Sicuramente.] Quello è il problema per esempio dell'utilizzo della parola manipolativi, no? Per esempio che sull'inglese sarebbe anche funzionata abbastanza bene perché è conosciuta, l'utilizzo di manipolativi virtuali o fisici. E così me la sarei risolta bene, però il problema è proprio questo: che in realtà col manipolativo non ho (0.4) una circoscrizione sufficiente, perché io ho bisogno del manipolativo ma anche di sapere che tipo di task, ci si sta accompagnando, che tipo di direzione didattica do all'utilizzo di..

9 A: Potresti utilizzare per scoperta, secondo me abbastanza ritorna questa cosa nella didattica, "per scoperta" o "esplorazione".

10 I: [Esplorativo]

11 A:[Anche esplorazione] Esatto. Anche se non hanno magari una definizione chiarissima, però da un pochettino di più l'idea di una cosa non prescrittiva da ricetta e procedura, fa conto, perché la puoi dare benissimo anche con l'artefatto. E invece penso che quello che tu vuoi sia più una cosa in linea con la scoperta e l'esplorazione dell'artefatto in una costruzione attiva, o tutto quello che vuoi dire tu, dell'artefatto o anche con il corpo intero. Quindi lo puoi dire anche. O per esempio, non lo so, (0.3) altre attività come, per esempio, mi viene in mente il Beebot o altri robottini che disegnano, cose così. Lì addirittura li ti immedesimi tu nel robottino ed esegui tu la sequenza. (0.4) Forse cose così ce l'hanno più chiare, soprattutto quelli di scuola dell'infanzia, inizio scuola primaria, più avanti vai, più.. (0.3) perché poi chiedi anche delle superiori, più che secondo me non hanno idea di cosa vuol dire coinvolgimento del corpo. Ma anche i software di geometria dinamica la usano in pochi casi ma anche quando la usano è per mostrare, o comunque per darti la procedura di costruzione e farti vedere che viene una bella figura, è far vedere non costruire, tanto meno con il corpo, con i gesti e quant'altro.

12 I: Ok.

13 A: Quindi, secondo me, non so cosa dirti sulle superiori sinceramente.

14 I: Si, è più complesso senza dubbio. (0.8) Anche perché diciamo, anche storicamente, un po' ci possiamo attaccare a degli esempi che qui in Italia magari sono abbastanza conosciuti per gli insegnanti delle scuole primarie, e con gli insegnanti di scuole secondarie invece non abbiamo questi tipo di..

15 A: Puoi arrivare a Emma Castelnuovo con lo spago, qualcuno si può ricordare quello ma dubito che lo facciano, la maggior parte non credo che faccia nulla di tutto ciò per quanto noi ci battiamo.. (0.6) Però non so, se tu selezioni, non so il tuo studio.. (0.3) Se tu li scegli un po' prima gli insegnanti e hai un'idea e, non so, non stai andando proprio sulla massa, allora potresti avere più controllo diciamo su.. (0.6) anche le loro interpretazioni. Questo non so, del tuo studio.

16 I:[..]

17 A: No ma forse va bene così, è che sapendolo prima tu riesci ad usare un sistema analitico per cui poi riesci davvero a dire. Ok, questi dichiarano effettivamente di usare artefatti ma l'uso è un'applicazione di uno schema d'uso dato, mentre questi qui sembra una pratica più esplorativa.

18 I: Sì l'idea è esattamente questa, perché.. una specie di rilevazione del fatto che anche quando portano magari nelle classi manipolativi, gli insegnanti lo fanno in tanti modi differenti, quindi non si limita a questo. Ecco, il dire si fa una didattica laboratoriale, al dire sì, vabbè, io a volte l'ho usato.

19 A: Si, io ti posso fare vari esempi di tipi di insegnanti che ti dichiarano di fare una didattica laboratoriale, o che addirittura dichiarano di seguire PerContare, purtroppo temo sia la maggior

parte degli iscritti, sono oltre 20.000, ma insomma tantissimi sono sicura che non usano bene le guide: fanno una costruzione passo-passo dell'artefatto, cosa che succede anche con varie cose che trovano on-line, dico addirittura in PerContare dove c’è tutta la formazione, te la faccio costruire passo passo la costruzione, poi ti dico come si usa e ti faccio fare tanti esercizi così. (0.6) Quindi usare l’artefatto non vuol dire di usare come ti suggeriamo noi di usare l’artefatto. E online ne trovi mille di cose di questo tipo, dagli orologi, agli abaci, a quello che vuoi. (0.3) Quindi uno pensa anche di essere laboratoriale, attivo, esplorativo, in realtà, (0.6) diciamo, si divertono i bambini, (0.4) ma in realtà non è che si divertono, è che forse è meno noioso che scrivere sul quaderno, seguire passo passo una costruzione per poi avere un oggettivo che però.. (0.3) con cui fai esercizi, non è che scopri delle cose. Ecco, il più delle volte è così. (0.3) In PerContare cerchiamo di fare in modo che questo succeda meno però nulla è a prova di insegnante, nessun materiale didattico, riescono a stravolgere qualsiasi proposta. Leggono un pezzettino e poi fanno come vogliono. (0.5) Oppure, non so, c’è tutta una parte importante di costruzione in cui già si scoprono dei significati e(0.5) tantissimi vogliono by-passare questo. Si può fare lo stesso però bisogna fare ancora più attenzione, invece vogliono by-passare e andare a comprarsi, fai conto, se si può, l’artefatto già costruito, e poi usarlo, (0.3) usarlo già nella maniera diciamo avanzata dove hai già costruito gli schemi d’uso, i modi di pensare e quant’altro. Però va a finire che glielo dice l'insegnante, quindi gli mette..(0.3) e mette in bocca ai bambini i modi.. (0.5) Forse è meglio di niente, questo non ti so dire, ma sicuramente è un modo assolutamente diverso da quello che abbiamo in mente noi quando pensiamo i materiali.

20 I: Ma, a questo proposito, ma.. (0.3) diciamo la tendenza dell'insegnante è quella di cercare un percorso già costruito, con degli obiettivi già fissati esternamente, o per esempio dei materiali che si auto costruiscono, o che cercano diciamo che siano adattabili, flessibili, rispetto a quella che è l'esigenza della classe? Come tendenza generale, rispetto la sua esperienza, rispetto, insomma, a quello che è scritto in letteratura. Io non conosco niente del genere, però è una cosa che ho inserito, ad esempio, nel questionario perché sono molto interessata a questo tipo di questione.

21 A: Non ti so quantificare. Allora, sicuramente, sia dalla letteratura sia dalle mie esperienze posso dirti che esistono insegnanti di entrambi i tipi, cioè non sono tutti né di un tipo né dell'altro, però la maggioranza, ad esempio, >nei corsi di formazione, quando cerchiamo di fare un percorso più lungo e di cambiare le pratiche presenti< di solito ci troviamo con insegnanti che si aspettano la pappa pronta, cioè <l’uso del sussidiario, abbastanza metodico, nelle varie scuole>. Quindi seguo passo passo quello che mi dice un libro, e di solito è il sussidiaro e scelgo io delle cose ma da lì. (0.3) Un’altra cosa estremamente comune è anche l’uso del quaderno, questa è una cosa tipicamente italiana, loro hanno dei quadernoni (0.3) in cui, che si tramandano da insegnante a insegnante e quindi quando arriva la nuova tirocinante, che poi diventerà insegnante lì gli viene passato il quaderno del bambino o della bambina più brava, delle classi degli anni precedenti, in cui è tutto quanto ben sistemato, perfetto, giorno per giorno, con scritto che cosa è stato fatto, però è una didattica puramente trasmissiva, chiaramente, e dove tutto deve uscire già perfetto. Quindi non ci può essere esplorazione, non ci possono essere errori e ti do il quaderno più bello che c’è: <"Io sono una brava insegnante se tutti i miei studenti hanno i quaderni così">.(0.4) Ora, non sono tutti di questo tipo ma tanti tanti sì. E anche, non mi spiegherei altrimenti la diffusione di materiali come il metodo analogico, questo di Bortolato, che avrai conosciuto. E’ agghiacciante come proposta didattica, ci infilano persino artefatti. Ecco, quello è un esempio in cui insegnanti, anche che hanno fatto delle formazioni, sono convinti di usare artefatti, ma non c'è nessuna possibilità di <esplorazione, scoperta, niente>, perché proprio come nei dieci comandamenti che lui mette all'inizio del libro, c'è scritto che tu <non devi pensare, non devi parlare, devi solo eseguire il più velocemente possibile>. (0.5) Quindi è ovviamente contrario a tutto quello che dicono le Indicazioni Nazionali ediciamo noi, eppure ci sono artefatti. Quindi, secondo me, ci sono regioni in cui un insegnante su tre fa usare quei materiali. Quindi se ti dovessi quantificare, secondo me, ci sono molte più insegnanti che vogliono la pappa pronta e si aspettano che ad ogni ciclo didattico si ripetano le stesse cose: "sono più classi parallele faccio la stessa cosa in tutte le classi e anzi vado vanti alla pari". Questa è una pratica purtroppo molto diffusa negli istituti, sia comprensivi che solo alla primaria: vogliono che le diverse classi in parallelo proseguano di pari passo e quindi tot argomenti vanno fatti ogni mese e ci sono, fa conto, delle verifiche ogni mese o due mesi per vedere se sono al passo.

22 I: Ma questo a livello?

23 A: d'istituto. E questo viene imposto proprio dal dirigente in vari casi. E capisci che in scuole così, per quanto anche l'insegnante voglia seguire anche delle proposte nostre, non lo può fare perchè il nostro modo di lavorare con gli artefatti presuppone, prima di tutto, come mi dicevi tu, (0.3) magari lo stesso artefatto per una classe va bene, per un'altra no, viene abbandonato prima, si passa prima ad un altro, fa conto. <La proposta didattica cambia a seconda della classe che ho davanti.> Cioè ti diamo uno spettro di possibilità, però tu lo adatti alle tue esigenze; quindi non ti viene mai la stessa cosa, anche se vai avanti con due classi parallele, e c'è questo. Cioè che non usi sempre lo stesso artefatto e c'è che magari bambini diversi usano diversi artefatti e che tu ci metti più tempo delle classi in cui vanno via "e ora alla fine della seconda deve aver già automatizzato le tabelline". Eh da noi questo no, perché (0.4) la costruzione è più lunga, però (0.5) con questo modo, diciamo che va più a toccare più significati matematici, stai già mettendo radici di altre cose che farai più avanti. Per esempio l'area. E.. Ecco, e questa cosa di lavorare a spirale, diciamo così, più che in maniera lineare, che tanto si sa che non funziona in matematica, però è molto più difficile. Cioè io so che non posso, se insegno come diciamo noi su PerContare, io non posso cominciare un argomento e finirlo in quei mesi lì e fare tutto e poi "Bam! Lo Chiudo e comincio un'altra cosa". Basta pensare ai numeri razionali, alla rappresentazione, tu parti in terza però ci lavori fino alla quinta, sempre, tornando su mani e cose nelle diverse attività mano a mano che vai avanti. E questo è opposto rispetto alla..(0.5) secondo me, l'idea che viene mediata dal sussidiario in cui c'è l'argomento che quin inizia e finisce e quindi io non ci devo più tornare sopra, semmai te lo richiedo nella verifica, ma non perché mi serva per costruire altra matematica. (0.3) E invece con gli artefatti (0.5), usiamo gli artefatti per costruire un certo sapere, lo generalizziamo e lo usiamo per costruire altro. Quindi c'è sempre, come dire, incorporato in quello che stai facendo. (0.4) E' più difficile insegnare così, quindi econdo me è una netta minoranza, (0.5) anche quella che è d'accordo di mettersi in gioco perché richiede un sacco più di tempo: devi pensare prima, ti devi riprogettare il materiale tutti gli anni, nonostante tu abbia magari già fatto tre cicli di PerContare, comunque lo devi ripensare quando ritorni con la nuova classe. (0.3) Quindi, secondo me, sono di due tipi però con una netta maggioranza sul "vorrei fare in maniera meccanica sempre la stessa cosa".

24 I: E, come diciamo, limiti? Ho già inquadrato dei limiti che hai esplicitato. Sicuramente sono quelli istituzionali, sono anche quelli di tempo e di fatica da parte degli insegnanti, perché comunque uno si deve mettere molto più in gioco, però mi sembra che tu abbia parlato anche di una convinzione degli insegnanti, rispetto a quello che dovrebbe essere il loro ruolo: quello di spiegare in maniera lineare, (0.3) programmatica, rispetto a una rigidità, (0.3) ecco, di norme istituzionali, anche Forse poco coscienti, in un certo senso.

25 A: Sì, tantissimi fattori secondo me contribuiscono a portare.. (0.5) li spingono verso una didattica trasmissiva, chiamiamola così, dove te la organizzo bene bene.. (0.3) Già Kline lo diceva, diceva: "Guarda, io te lo sistemo tutto, così te lo spiego bene e poi è fatta". E' facile che così comunque le cose migliorano, ma sei ben lontano da una prospettiva costruttivista che invece è quella che, metti socio-costruttivista con l'esplorazione dell'artefatto, che è quella che sposiamo noi e tutto. (0.5) E secondo me hai tutto un aspetto istituzionale che è quello che dicevamo prima: (0.5) quindi dirigente, altri insegnanti, i genitori. E' pesantissimo, i genitori, perché a lavorare così rende molto difficile il quaderno pulito che i genitori.. (0.3) >o meglio l'insegnante si aspetta che i genitori o i nonni vogliano vedere<, perché ovviamente in tanti continuano a fare le stesse cose da 100 anni andando avanti così. E poi c'è anche l'aspetto,(0.3) sì, c'è l'aspetto di energia, cioè devo fare più fatica quindi chi me lo fa fare, diciamo, se vuoi. E poi c'è l'aspetto proprio <epistemologico> del <quanta matematica so e quale matematica so> e quella della mia visione della matematica. <Se a me è stata insegnata la matematica come un insieme di regole> io tenderò a insegnarla così, a meno di non pensarci a fondo. Inoltre, insegnare in maniera così aperta, dove vanno formulate congetture, dove in un'esplorazione possono uscire tante cose e anche davanti a una stessa consegna o problema, io posso usare l'artefatto in tanti modi diversi per risolverlo, no?! E quindi che secondo me dovrebbe essere un elemento chiave del fare matematica: è creativa e posso arrivare anche a una stessa risposta numerica, bene, se ho fatto bene i vari passaggi, ma mi importa molto meno della varietà delle strategie proposte e io lavoro sul confronto di queste strategie. Però, ecco, per fare questo, bene, io ho bisogno di una conoscenza molto profonda della

matematica, più profonda di quella che mediamente un insegnante di scuola primaria, e anche media, in genere ha. (0.4) Perché.. Vabbè, adesso con Scienze della Formazione hanno i 22 crediti, quindi un po' di più, prima si usciva con niente. Tanti insegnanti non hanno proprio fatto niente di matematica dopo la scuola secondaria loro, e anche quelli della secondaria di primo grado ancora tanti escono da Biologia dove la matematica fatta arriva allo studio di funzione ma non gli serve a niente per fare poi quello che (0.4) devono fare in classe. Quindi..(0.4) ecco, e questo fa paura, ecco, il dover dire delle volte "Non lo so". Ma anche a me capita con i miei studenti qualche volta quando lavoro su una cosa nuova, non so sempre se quella congettura è dimostrabile o no, e allora dico “Non lo so, ora ci penso un attimo e semmai poi lo riprendiamo”. Però questo è (0.4) difficile, anche emotivamente, perchè metti che io abbia avuto tante cattive esperienze con la matematica, mi brucia tantissimo sbagliare perchè sono stata allevata con la paura dell’errore e tutto, allora ammettere che non so quando così come insegnante, o addirittura che potrei sbagliare o avrei sbagliato a dire qualche cosa, è ingestibile, è inaccettabile. (0.3) E questo quindi mi allontana da qualsiasi pratica più aperta. Quindi secondo me hai davvero tanti fattori che remano contro. Di positivo c’è che quando cominciano a fare ricerca-azione, gli va di mettersi in gioco e trovano una comunità, quindi vengono tantissimo supportati da gruppi di ricerca-azione, soprattutto se ci sono colleghi nella stessa scuola, li succedono circoli virtuosi, in cui vediamo che poi le cose cominciano ad andare molto meglio, allora lì, quando cominciano poi non smettono più, perché capiscono che è troppo più significativo e anche emotivamente coinvolgente e soddisfacente lavorare come diciamo noi. (0.4) Però, non so, se dovessi quantificare, ben che vada, ci riusciamo a 1 su 4, 1 su 5, fra gli insegnanti che formiamo. Ben che vada.

26 I: Con la formazione. E invece, diciamo.. (0.4) la questione della conoscenza sicuramente una cosa molto rilevante sulla scuola primaria e secondaria di primo grado, dove spesso gli insegnanti non hanno una formazione specifica matematica e appunto spesso e volentieri è stata introdotta anche tardi una sorta di..(0.3) anche specializzazione nella direzione matematica. Però, invece, sulle superiori, la conoscenza c'è, della disciplina perlomeno, e quali tipi di limiti, ecco, invece lì probabilmente intercorrono per non far davvero abbracciare questo tipo di (0.5) prospettive, secondo te?

27 A: Che è più, più faticoso, quindi quello è lo stesso di prima. Forse si sentono ancora più stressati dall'ansia di prestazione su esami, compiti, insomma la cosa della valutazione forse li assilla di più, e (0.5) coprire il programma, se vuoi. Però, secondo me, non lo so.. (0.6) >una cosa che secondo me è estremamente forte<, è il superare, per loro prima di tutto, il superare come è stato fatto a te. Cioè loro escono, cioè tanti di loro avrebbero voluto fare ricerca all'università e escono da percorsi quindi sono un po'..(0.5) magari si sentono non falliti però frustrati, (0.4) non avrebbero voluto fare quel percorso lì, quindi insegnare è un po' un ripiego. >Metti poi nel migliore dei casi, dove insegnare è quello che ho voluto fare<, l'idea è quella che ti hanno dato all'università, perché quanti escono da buoni corsi di Didattica della Matematica all'università? Nemmeno esistono ancora in tante università italiane corsi di Didattica della Matematica. (0.4) Quindi loro escono con l'idea di fare come fanno i professori a matematica, <che se io te la spiego bene, tu la capisci e quindi va bene>. Infatti, addirittura nelle guideline delle università si parla proprio di trasmissione del sapere. Quindi non abbracciano, anche se ne hanno sentito parlare, non hanno minimamente internalizzato il socio-costruttivismo, insomma la prospettiva per cui <il sapere si costruisce insieme e imparare la matematica non vuol dire scimmiottare o a mo di pappagallo ripetere delle cose verbali e scritte>, ok?! Che la matematica è un insieme di parole specifiche, di linguaggio quindi parlato e segni scritti, che se io so maneggiare nel modo di cui glielo dico io ai miei studenti, quindi se mi sanno imitare bene, allora sanno la matematica. Eh, secondo me no e secondo la prospettiva socio-costruttivista no, e secondo me non c’è stato questo cambio di paradigma per gran parte di loro.(0.4) Cioè l'idea per cui la matematica è un discorso, se vuoi, in senso lato, dove sì, ho la parte verbale, ma anche verbale non formale. Quindi io a parole posso spiegarti delle cose senza usare termini specifici della matematica e magari manipolando un artefatto perché mi consente di parlare e di fare molte più cose rispetto a quelle che potrei esprimere col linguaggio formale, perché ancora io non ce l’ho come parole. Ecco, allora, se io accetto come matematica in progresso, diciamo, quella forma di discorso matematico in progressione, e allora attraverso quelle che io chiamo forme di accesso, cioè io <faccio entrare più studenti, però a livelli diversi, accettando, appunto, discorsi anche poco formali>. Allora, se io devo abbandonare l’idea che

l’unica prestazione matematica che io valuto come positiva è quella quando viene usato il linguaggio specifico corretto e la simbologia grafica corretta e accetto invece anche forme perchè capisco che stanno venendo piantati dei semi del sapere, anche se non sono espressi formalmente, (0.4) eh, allora, con questo cambio di prospettiva, secondo me, allora riesco ad abbracciare bene una didattica dove..(0.4) attiva, laboratoriale, esplorativa, insomma, tutto quello che intendiamo noi. Però se non superi quello, qualunque cosa fai poi ricadi sul “E vabbè ma poi senza l’artefatto come fanno?”, "Eh ma nella prova, quella li tutta perfetta dove devono usare tutta la simbologia così, falliscono, quindi non hanno imparato niente". (0.3) Quindi io continuo, anche se magari provo a fare delle cose laboratoriali le boccio, perchè non ottengo <l’unica cosa che mi aspetto come significativo in matematica>.

28 [Non accetto in matematica cose meno formali.]

29 I: [E’ una visione], esatto è una visione, in un certo senso, almeno della matematica insegnata che fossilizza un po' probabilmente (0.4) le pratiche, in un certo senso.

30 A: Sì, perché alla fine anche.. (0.4) Ho visto anche insegnanti molto volonterosi, che davvero ci volevano provare, che però <sancivano come fallimentari tantissime dell'attività che facevamo>, che poi analizzate.. (0.3) Questi sono insegnanti, non so, i nostri anche gruppi di ricerca-azione che poi abbandonano, altri invece, quelli che rimangono, sono quelli che riescono a fare il cambio prospettiva. Perché quando facciamo insieme l’analisi dei protocolli, l'analisi di quello che loro portano dalle loro classi, rivalutano quello che secondo loro era un fallimento totale, perché noi riusciamo a dirgli “Guarda che è super interessante quello che ti sta dicendo quello studente, vai avanti così nel percorso”. Ma senza quella guida, non.. (0.3) è come se non vedessero tutti i semini scintillanti di piccole pepite d'oro, però da lucidare ancora ((risata))), le abbandonano e pensano che non funzioni niente. E c’è questa cosa del <funzionare>, funzionare rispetto.. (0.4) sempre senza esplicitarne i criteri, che sostanzialmente è rispetto alle prove standardizzate, sostanzialmente. Quindi funziona se riesco poi a valutare nel senso classico, con linguaggio formale eccetera, e riescono a lavorare senza artefatto, perché solo così ho imparato. Cioè non accettano cioè delle fasi pre-transfer, dove cioè lo studente stava effettivamente facendo già delle cose molto profonde, magari le fa con più artefatti diversi, ma non è in grado senza, ancora, magari non sarà mai in grado senza, però sta già facendo già delle cose molto profonde. Nella mia esperienza, la maggior parte, quando lavora con più artefatti, e comincia appunto ad astrarre facendo i paragoni tra l’uno e l'altro, poi ce la farà anche senza, però il mio obiettivo <non è di togliergli l’artefatto>, capito? E invece di solito sì in questo tipo di insegnamento: gli do la calcolatrice per poi toglierglielа. No, gli do la calcolatrice per insegnargli a usarla quando può servire per fare delle cose esplorative significative. A cosa mi serve dargli una paginata di operazioni con la calcolatrice? E’ un esercizio di digitazione, quindi certo che non ti serve la calcolatric,e ma non ti serve con quel tipo di consegna. Quindi continuano a dare consegne per cui gli artefatti sono una cosa inutile, o addirittura dannosa, e quindi rovesciano completamente la prospettiva con cui noi l'abbiamo introdotti.

31 I: Quindi diciamo che, come convinzioni, ecco, del.. che ti devono accompagnare (0.4) all'utilizzo di questo tipo di attività nelle classi, voglio dire..(0.5) con convinzione voglio dire, sia convinzioni nel vero senso del termine, ma anche consapevolezze [..] Dicevo, riguardo alle consapevolezze che si dovrebbero accompagnare all'utilizzo di queste pratiche (0.3) nella didattica, e intendo sia consapevolezze in senso proprio ma anche (0.3) convinzioni, anche (0.3) obiettivi auspicati, anche, forse, (0.3) modalità e strategie didattiche, che sono da accompagnare a questo tipo di implementazioni, per renderle efficaci?

32 A: Secondo me ci vorrebbe questo rovesciamento della prospettiva. Quindi da didattica trasmissiva, a costruzione del sapere in senso socio-costruttivista, però non da un punto di vista teorico che non serve a niente, ma lo devi proprio vedere in azione. Poi, secondo me, (0.3) <la convinzione che, e forse l’esperienza è la cosa che te lo da meglio, che avere, dare la possibilità agli studenti di comunicare con te>, ricevere, diciamo, informazioni da te e ridarti informazioni in più modi diversi, quelli dei (0.3) tipicamente diciamo, semplificando, 4 canali di accesso e produzione delle informazioni, ma se vuoi ce ne sono anche di più. Dare la possibilità quindi non solo di comunicare con <linguaggio scritto o verbale>, ok?! Ma anche, per esempio, cinestetico, ok?! (0.5) E <verbale informale>, fa conto. (0.3) Ecco, accettare quindi una comunicazione su più livelli, multimodale se avvengono insieme, se no per più canali, comunque, diciamo, aprire la proposta su

più canali e avere la convinzione che questo effettivamente agevoli più studenti a seguirti, a venire con te nella costruzione del sapere, è fondamentale. E te ne convinci solo quando lo vedi sul campo, secondo me, cioè noi lo possiamo ripetere quanto lo vogliamo ma finchè non lo vedi sul campo e non te ne convinci..(0.5) E quindi di tutta questa cosa, le parole chiave, secondo me, sono questi canali di accesso e produzione all'informazione e alla comunicazione, essere convinti che davvero <averne di più è meglio>, perchè prendo più studenti e proposte multimodali, quindi in cui non ne uso uno solo ma più di questi..(0.3) di questi modi di interagire con insegnanti, ma anche con i tuoi compagni, e anche attraverso la manipolazione dell'artefatto. Quindi. diciamo: c'è il livello con l'artefatto, c'è il livello con i compagni, c'è il livello con l'insegnante, e posso però utilizzare tutti questi modi che ho costruito, anche fisici. <"Ti faccio vedere">, lo devo accettare come risposta, e poi da lì costruisco il discorso. E poi la convinzione che, anche questo è nella bocca di tanti, ma poi pochi, secondo me, l'adottano bene, è l'inclusività. <Tu abbracci molto di più una didattica inclusiva se usi gli artefatti come diciamo noi>, (0.7) e diciamo, quindi apri più porte a più studenti, in realtà non dando regolette e cose ancora più rigide e superficiali ma andando molto più a fondo. E una resistenza che hanno anche quando magari ti abbracciano l'inclusività, ti dicono "si bene l'inclusività", dicono "eh no però allora quelli alti me li perdo". Eh no, perchè questo tipo di proposte, e questa è l'ultima convinzione che secondo me devi avere, è che, se progettate bene, queste attività consentono a molti più studenti di partecipare, quindi soglia bassa, però anche quelli più competenti, più curiosi, che hanno prestazioni più alte, soffitto alto, a fare cose molto molto profonde di matematica. Quindi davvero in questo modo riesci a venire in contro a tutti: <inclusività inteso non solo i più bassi ma tutti>. E questo, nella mia esperienza ti..(0.4) un po' storgono il naso fino a che non lo cominciano a provare. E quando fanno il salto, e si rendono conto che effettivamente le cose cambiano tanto, allora non lo abbandonano più. Però è molto difficile. Ti ascoltano, ti dicono: "Sì bellissimo, ma, ma, ma, ma..", mille vincoli: il tempo, uno per tornare al discorso di prima, il vincolo del tempo. "Ma io devo fare tot cose in tot tempo", tutti ti dicono così, e tu li devi convincere che, in realtà, stando più tempo su questa cosa, e lavorandoci bene, stai guadagnando tempo per delle altre cose. E poi fare tutto in maniera superficiale così come è proposto in un sussidiario non ti porta a niente, ti porta che se lo dimenticano la settimana dopo. Se invece costruisci in maniera profonda, se vuoi meno cose, però in maniera più legata ad altre, allora hai le basi per imparare qualsiasi cosa poi in Matematica. <E questo fa tantissima paura>:(0.4) cioè il fare meno più a fondo, e quindi non fare delle cose, crea tantissima ansia e quindi superare questo, secondo me, aiuta.

33 I: sicuramente. E come altri fattori, diciamo, (0.3) a favore dell'introduzione di queste pratiche? Mi sembra di aver capito sicuramente la guida, in un certo senso, perchè chi ha ricevuto una guida e capisce come interpretare, sicuramente può essere più tranquillo nel..(0.3) nel proporre questa attività. E quali altri fattori, diciamo, possono invece favorire l'introduzione..?

34 A: Allora, una guida secondo me, (0.3) questo è (0.5) ora questo nell'idea che sto sviluppando adesso, proprio nella collana artefatti intelligenti, (0.5) c'è quest'idea della guida, ma nella guida non solo per attività specifiche con quell'artefatto, come si faceva magari con dei libri precedenti: ti costruisco tutti dei percorsi con questo artefatto. Ma più (0.4) più ad ampio respiro, come dire, "io con questo artefatto tocco questi argomenti, me li posso riprendere più avanti", cioè mi serve, secondo me, una mappa un po' più ad ampio spettro, fa conto, sui primi tre anni di scuola primaria: "dov'è che questo contenuto mi esce e cosa ci guadagno a toccarlo con questo artefatto e con quali altri artefatti lo posso toccare". Quindi, diciamo, un po' più <una presentazione ben pensata della rete di sapere, di nozioni matematiche, e di artefatti utilizzati per usare queste nozioni>, (0.3) perché così posso costruirmeli io. Cioè parto da un insegnante che ha voglia di sporcarsi le mani con tutto questo, però, poverina o poverino, se si trova con un bellissimo artefatto però a doverlo incastrare rispetto a un percorso, magari da sussidiario o dal quadernone, o da.. (0.3) insomma da altre fonti, diventa molto faticoso. Se invece noi li aiutiamo e.. come facciamo in PerContare, e diamo già questa rete dove tu puoi andare avanti a vedere fino alla terza, e poi sarà anche quarta e quinta, dove poi ti ritornano questi sapere, queste nozioni e quali artefatti ti sono serviti per costruirlo, allora secondo me, (0.3) un po' ti tranquillizza rispetto al percorso in lungo, (0.3) ti scarica dalla responsabilità di doverti ricordare tu, e inserire nella tua progettazione tutto e.. (0.5) Ecco, e poi si, quindi, la guida che ti venga da persone di cui ti fidi, da un gruppo di ricerca che sai che lavora coerentemente con le Indicazioni Nazionali, che magari sai.. (0.4) Un'altra cosa che ti aiuta, è.. (0.3) questo non so dirti se ci sono studi che l'abbiano fatto, però se ci fossero studi che

mostrano che un certo tipo di lavoro che ti propongo io, fai conto in PerContare, porta anche gli studenti ad andare meglio sulle prove Invalsi, questo anche mi aiuterebbe tantissimo a sposare, secondo me..

35 I: Diciamo delle conferme scientifiche

36 A: scientifiche e poi ecco.. (0.4) le prove Invalsi non è poi, non le annovererei necessariamente fra le cose scientifiche..

37 I: No, scientifico nel senso di una prova empirica della buona riuscita sulle cose curricolari.

38 A: Esatto, esatto.

39 I: Quindi, diciamo, un po' un ribaltamente del punto di vista, mi sembra di capire. Nel senso, abbandonare un po' la prospettiva dove io prendo un artefatto e capisco tutte.. e ti presento tutte le attività da poter proporre con l'artefatto e invece partire da quali sono i concetti in maniera più simile a quello che è una programmazione curricolare e poi vedere in quali modi posso declinarlo, con dei materiali che utilizzo.

40 A: Sì, stiamo cercando di fare questo rovesciamento nelle guide di PerContare e in maniera molto più applicata e tra le righe, quindi senza dirlo troppo forte, nei nuovi libri, quelli pensati più per la massa della collana Artefatti. Quindi l'idea, insomma, in quest'ultimo che è uscito sulla notazione posizionale decimale è sulla notazione posizionale decimale, che è un concetto fondamentale qui qui e qui qui. Dopodichè, nella collana Artefatti, io te lo devo fare uscire con un artefatto, quindi te lo diamo con il bruco che compone e scompone i numeri con queste tesserine, ma te lo leghiamo a.. (0.4) poi, ora non si poteva fare tanto li, ma vai a vedere in PerContare quest'altro artefatto, l'uso delle mani e delle dita, la pascalina per altri aspetti e l'abaco, anche se io lo consiglio meno l'abaco, più delle cannucce, però è legato a una rete di artefatti su quel sapere matematico. Quindi si.. (0.4) diciamo, un po'.. ora non ci stiamo ancora battendo tanto esplicitamente sulla formazione però un po' indirettamente, (0.3) secondo me, è un rovesciamento che ha molto senso. Perchè io, appunto, ti devo convincere, insegnante, che venire con me ti consente comunque di fare quei contenuti perché sono i contenuti che io voglio fare, secondo me. Dopodiché, come li faccio? "Si ok, ti seguo se mi dici che va meglio farli così per tot motivi, mi fido di te, fa conto, però voglio sapere effettivamente cosa ho fatto e quando va ripreso". Quindi te lo dico prima quand'è che.. (0.3) dove toccheremo le frazioni: qui qui e qui e con quali artefatti. Perchè si, invece di fare questo salto nel vuoto, "vediamo quanto riesco a fare con questo artefatto", che mi metto in mano una responsabilità enorme e anche hai bisogno di tanta tanta conoscenza della matematica oltre che di.. (0.3) di dimestichezza con il linguaggio situato dei bambini e prontezza nel cogliere le varie cose. Quindi è molto spaventoso, secondo me, i primi anni cominciare ad abbracciare una prospettiva del genere con una cosa tipo "Prendo quell'artefatto e vediamo cosa ci posso fare". Quindi sì, più la rete e più dare la visione d'insieme.

41 I: E sulla scuola invece secondaria, dove appunto invece la conoscenza ce l'ho e quindi forse, in un certo senso, non non è così un salto nel vuoto il tirare fuori le considerazioni a partire magari da.. da un'esperienza; però quali potrebbero essere, invece, i fattori che vanno a favorire l'introduzione di queste pratiche? Tenendo conto di quali sono appunto i limiti invece sulla scuola secondaria.

42 A: Nell'esperienza mia ti direi il.. (0.4) farlo un pochino alla volta, cioè non di punto in bianco stravolgere la mia didattica e farlo tutto per artefatti, ma prendere un argomento, un pezzettino, e quindi ho il mio percorso standard così io sto tranquilla, mi faccio quello, però quest'anno faccio un pezzettino.. Non lo so.. dell'introduzione dei quadrilateri, fa conto, lo faccio con le proposte che mi dà questa ricercatrice strana sul..con la geometria dinamica, e faccio la scoperta dei quadrilateri così e delle proprietà così e vediamo come va.. diciamo. E poi magari gli do il tempo, massimo, di analizzarlo insieme a un gruppo di ricerca-azione, così ne posso un po' parlare, perché di solito la prima volta va male. Perché io se non sono tanto convinta, o convinto.. (1.0) diciamo, tentenno su degli aspetti su cui magari invece devo andare giù dritta, fa conto, non colgo delle cose che invece mi servivano per andare avanti, e lo faccio veramente come "a gamba tesa" senza veramente costruire su quello che dicono gli studenti, e quindi, dopo che ti va male, dici: "Ah no, fa schifo, torno sul mio". Invece se puoi analizzare quella piccola cosa, poi torni sul tuo, stai sicuro così, un

pochino alla volta, dici: “Toh, guarda, mi è andata bene. Allora l'anno prossimo facciamo anche l’introduzione delle funzioni così”. E, ora di un po’ di anni che lo fai, secondo me, ti rilassi a tal punto da dire, da consentirti addirittura qualche stravolgimento del tuo programma standard. Perchè lì, non gli devi toccare il programma. Fargli cambiare il programma è veramente una cosa che urta, secondo me, tanti insegnanti della secondaria. Se invece usi il loro programma però dici: "Guarda modifica questa cosina, prova a farlo così", poi gli piace, vendono che gli torna bene e un po' alla volta lo fanno di più. (0.3) Io provo a fare così.

43 I: E sulla pratiche, diciamo, di gestione della classe di.. ci sono delle caratteristiche, anche da dover sviluppare in questo senso?

44 A: Hai ragione. Sì, lì, se non lo fai fallisci miseramente subito. E lì parliamo.. tra di noi, parliamo di contratto didattico, se il gruppo di ricerca-azione te lo consente ne parliamo anche esplicitamente e lì, necessariamente, devi cambiare il.. (0.3) Ora, ti parlo della secondaria di primo grado in poi, perchè alla primaria magari te lo puoi anche impostare bene tu dall’inizio. Ti arrivano in prima media che spesso sono abituati ad andare per regole, non pensare e tirare a indovinare l’operazione. (0.3) Se ho un problema è "devo solo mettere insieme i numeri e tirare a indovinare l’operazione", se mi viene chiesto perché è perché ho sbagliato, quindi hai tutto una serie di meccanismi da scardinare. Quindi io consiglio sempre il primo anno, in realtà, ti serve per scardinare questi meccanismi e per impostare la matematica come scoperta. Il fatto che, io ad una stessa domanda, posso rispondere in tanti modi, il fatto se io ti chiedo “Perché?” è perché mi interessa di te, di quello che stai pensando. Il fatto, se io ti chiedo di darmi una spiegazione scritta o orale, io la valorizzo, la scrivo alla lavagna, me la studio a casa, la restituisco in qualche modo alla classe. Non te lo chiedo perché me l'ha detto la ricercatrice, poi la butto via, non te la richiamo mai più. E quindi.. (0.3) quindi chi me lo fa fare a me studente di scriverti una mia risposta: "Mi sono impegnato tanto e ora non faccio più, perché tanto vuoi sentirti dire quelle cose lì, allora cerco di capire cosa vuoi che io ti dica e io te lo dico", capito?! (0.4) Quindi, <scardinare questi meccanismi> per quanto, diciamo, abbiamo un set di buone pratiche, proprio così iniziali. Ho visto che tanti, tanti, tanti o non li fanno oppure le usano come se fossero un argomento ((risata)), (0.7) tipo del primo mese di scuola, e poi però lo mettono da parte e non lo usano più. Ma quelle buone pratiche invece sono.. (0.3) sempre che le devi usare. Quindi, quando ti chiediamo di presentare un nuovo argomento, quelle buone pratiche che abbiamo usato magari nelle attività altre, sono sempre quelle che tu devi continuare ad utilizzare in qualsiasi attività tu faccia. Quello di fare argomentare, un gruppo dice una cosa, un gruppo dice un'altra, ed effettivamente li fai..(0.5) ma..ma.. che si sentono loro davvero di credere in una cosa piuttosto che l'altra, e di argomentare, e quindi diciamo rispondere a un perché, ma con un vero senso dietro, non un perché solo perché..(0.3) Delle volte poi distorgono anche questo gli insegnanti: chiedono perché di tutto. (0.4) Non so.. arrivo, (0.3) lo studente scrive alla lavagna e l’insegnante dice: >"perchè? perchè? perchè? perchè?"< No, quello è sterile come pratica. Va chiesto perchè quando c’è davvero una questione che è alla portata dello studente e che può portare a conflitto cognitivo, perché lì è interessante. E questo.. diciamo, la maggior parte no lo fa. E se tu non lavori così non ha nessun senso la didattica laboratoriale, si hai fatto bene a ricordarlo perché si, (0.4) sennò fallisci sul nascere, si.

45 I: E, giusto per concludere, diciamo, quindi se dovessimo fare una somma dei fattori: perché davvero vale la pena ed è importante portare nella scuola questo tipo di attività? E quindi non solo le attività perché è tutto un sistema anche di convinzioni che si legano a portare questa attività, qual è la vera, (0.3) la vera ragione, che davvero, nonostante la perdita di tempo, nonostante questa refrattarietà da parte degli insegnanti iniziale, davvero, fa valere la pena fare questo sforzo? E invece, magari, ha dei limiti? Anche a livello intrinseco come pratica?

46 A: Personalmente, se dovessi dire solo una cosa, quella che personalmente mi convince di più, è perché altrimenti fallisci ((risata)), (0.3) con la maggior parte degli studenti, quindi diciamo te la do per assurdo. (0.4) Perché lo vediamo, insomma, la matematica così come è insegnata in maniera trasmissiva funziona con una elite, con alcuni che appunto si costruiscono dei modi, come è stato per te, per me, per quei pochi che ne escono e.. (0.4) la maggior parte non vede l'ora di smetterla, di non farla più, e non ha una visione epistemologicamente corretta della matematica. Quindi, di fatto, <non stai insegnando la matematica alla maggior parte degli studenti>. E questo è il modo, diciamo, forse si, tra i modi che conosco, quello che mi convince di più rispetto all'efficacia, se

svolto bene. >Anche se non è un modo, perché in realtà, come abbiamo detto<, è un insieme di modalità che propongono una.. (0.5) dilla come vuoi, (0.3) <costruzione attiva, esplorazione> e.. (0.4) la <*Inquiry*> è l'altra parola chiave, diciamo, che c'è a livello internazionale. (0.6) Quindi una.. (0.4) <domande aperte>, il fatto di poter fare congetture, argomentazioni anche senza artefatti, ok. (0.5) Però il fatto di scoprire la matematica in maniera creativa, e con me come soggetto, sono io che faccio, non le regole che mi piovono dal cielo e.. (0.7) che si fa così per dovere. Quindi cambia proprio la percezione della matematica e altrimenti gli studenti escono, la maggior parte degli studenti esce con una visione distorta. Per me c'è questo.

47 I: E il ruolo del materiale e del corpo all'interno di queste.. (0.4) Sicuramente sì, c'è la parte appunto di esplorazione e di cambio di paradigma che, appunto, hanno questo come centralità e invece.. nella specificità, questa cosa legata all'utilizzo di artefatti, all'utilizzo del corpo, che cos'ha di valore aggiunto?

48 A: Che consente a più più studenti di intervenire, partecipare e.. diciamo sì, partecipare al discorso. <Fare matematica in più modi ti apre più porte>, solo questo. (0.3) Se uno eh, gli va bene di imparare e ce la fa così, in maniera aperta, anche senza artefatti, per me va benissimo lo stesso. (0.3) L'artefatto mi fa accedere a tante più persone che non ce la fanno a livello solo verbale perché hanno un modo diverso di interagire con il mondo. Siamo tutti diversi, abbiamo, a seconda della teoria che vuoi utilizzare, intelligenze diverse, modi diversi di interfacciarci con il mondo, e quindi se la scuola mi lavora sempre in un certo modo privilegia solo alcune di queste persone sugli altri, e quindi si perde un sacco di risorse della società, secondo me.

49 I: Certo. Va bene, io penso di averti chiesto.. non sufficientemente, perchè mi interesserebbero tantissime altre cose.

50 A: No, una cosa interessante su questo, e poi giuro che non dico più niente, è che però il fare, la dimensione del corpo, anche per le persone che magari vanno bene anche senza, ehm.. (0.2) apre prospettive anche a loro. Cioè, secondo me, ora io non conosco benissimo tutte queste cose qui a livello di neuroscienze, però ti consente di andare più a fondo e di vedere le cose in un altro modo, <anche per te che riesci già>, fai conto. Quindi.. (0.4) ecco, non lo vedo come limitante per nessuno e semmai apre più porte, quindi non vedo perché no.

51 I: Sono sicuramente d'accordo, anche perché, (0.4) mi sembra che su questo siamo abbastanza d'accordo entrambe, (0.3) alla fine l'efficacia che ti viene attribuita a scuola nell'aver imparato la matematica non è detto che corrisponda davvero ad una costruzione epistemologicamente corretta della matematica. Per cui, sicuramente, anche che è molto bravo nella.. (0.6) chiamiamola [manipolazione simbolica]

52 A: a richiamare regole

53 I: o quello che è, poi magari, invece, avrebbe bisogno lo stesso di radicare un po' l'apprendimento a.. (1.2) forse un modo, mi verrebbe a dire, (0.6) più pratico, più concreto, più esperienziale che comunque può dare tanto.

54 A: Il matematico stesso lo fa. Cioè chi, chi fa il matematico di professione, a parte quelli che sono diventati meccanici automatici e non fanno più niente, ma chi.. chi scopre la matematica e ci pensa, usa delle versioni degli artefatti sicuramente più.. (0.4) più.. (0.5) elaborati, insomma, diversi da quelli che proporresti a scuola ma sempre artefatti sono (0.4) perchè sono disegnini, sono gesti, tantissimi gesti e c'è ricerca, lo saprai meglio di me, su questo. (0.7) E usa immagini mentali che manipola proprio mentalmente, usa delle simulazioni con.. (0.5) con.. (0.3) con software di.. (0.4), al computer quindi.. perché noi no? Perchè no quando si parla.. (0.5) che fare matematica fa uso di tutte queste cose, quindi impariamolo da subito, secondo me. E non è male per nessuno, a volte lo nascondono, no?! Ma è come: voglio fare i conti con le dita e le nascono sotto il banco, oppure un matematico che si fa tutti degli schizzetti e poi se li nasconde, per fortuna tanti no, se ti deve presentare la cosa. (0.4) Però.. però li usiamo e, cioè lo stesso supporto, la lavagna o la tavoletta grafica su cui scriviamo sono artefatti che ci servono per pensare e che supportano un ragionamento che magari non riusciamo a gestire tutto solo in testa. Ma poi c'è lo strumento psicologico perché, come.. cioè, alla Vygotsky, cioè.. quindi, tutte queste cose che tu effettivamente fisicamente hai manipolato, diventano dei tuoi modi di pensare e di risolvere

problemi. Quindi ti ripeto: Perché no? Su tutti i livelli. Ecco.

55 I: Certo, certo. Io ti ringrazio, sei stata davvero gentilissima e mi ha fatto tantissimo piacere

56 A: Anche a me, scusa se non siamo andati diciamo sulle domande, non le avevo proprio studiate bene.

57 I: No ma in realtà il quadro.. c'è stato tutto, e anzi preferisco di più che venga fuori le cose a cui uno tiene, perchè poi, tra l'altro, il problema per me del questionario è un po' questo, no. Che è difficile poi invece andare a vedere quali sono poi le cose che contano davvero. perchè tu fai una sorta di tante domande a cui uno può dare più o meno peso. Invece la bellezza dell'intervista è proprio questo, che escono fuori le cose che contano.. Poi, uno cerca magari di riempire quei gap nelle cose che gli interesserebbe sapere però è bellissimo questo

58 A: sì, sì anche tra, diciamo, risposte scritte.. ho pensato, di trovare.. mi metto a scrivere delle risposte ma già tra scritto e orale, così.. quando ci si parla, probabilmente avrei risposto in maniera molto diversa e meno personale, perché ti avrei più fatto..diciamo, un elenco di cose, che se vuoi ti posso fare anche, però forse..così è più, più quello che, diciamo, io penso e che.. senza citare tot studi, proprio alla luce della mia esperienza, ovviamente delle cose che ho studiato, però di quello che io ho vissuto e penso adesso, quello che mi rappresenta, quindi prendila così.

59 I: Certo, ed era esattamente quello che mi interessava quindi ti ringrazio davvero, per la disponibilità e per il tempo, e le cose interessanti che mi hai detto.

60 A: Ti ringrazio

61 I: Spero che ci rincontreremo e di portare dei buoni aggiornamenti su..sulla ricerca

62 A: Brava, c'era scritto nel consenso informato che avevo diritto di chiederlo. Allora io penso che eserciterò il diritto.

63 I: Ce l'ho voluta inserire ad hoc questa cosa, perchè penso che sia una cosa eticamente molto corretta. Cioè, io ti coinvolgo in una cosa e hai il diritto di avere..

64 A: Quindi fammi sapere quando hai cose.

65 I: Certo, grazie ancora. Buona giornata e a presto.

66 A: Saluti ai tuoi vari relatori.

67 I: Grazie, grazie mille.

68 A: Ciao, buona giornata.

69 I: Buona giornata.

1 Ferdinando Arzarello

2 F: Bene, la vedo.

3 I: Buongiorno, io sono Alessandra Boscolo, la ringrazio per la sua disponibilità ed effettuare questa intervista. E' davvero un piacere poter parlare con lei. Le vorrei intanto presentare un pochino il tema, che riguarda appunto un'indagine appunto le convinzioni, le implementazioni degli insegnanti nelle classi di attività laboratoriali che prevedono la centralità dell'utilizzo del corpo e del movimento e [sono attività con..]

4 F: [Ogni tanto perdo] qualche parola

5 [..]

6 I: Dunque, il progetto si interessa delle attività didattiche che prevedono una partecipazione attiva dello studente in modalità laboratoriale, coinvolgendone le funzioni percettivo-motorie tramite il movimento, la manipolazione con.. (0.3) con materiali, strumenti o semplicemente, diciamo, con il movimento del corpo, al fine di esplorare i <concetti matematici>. In particolare, una parte del progetto prevede una indagine sulle convinzioni che si accompagnano all'implementazione in classe di questi, di questi approcci e di questo tipo di attività. Una questione centrale, da determinare è, (0.4) tenendo conto della necessità di concisione e chiarezza esplicativa, che sono caratteristiche essenziali nella stesura del questionario, soprattutto nella parte iniziale di presentazione del tema.. (0.4) La prima domanda che vorrei farle è se hai in mente una definizione che potremmo utilizzare per definire queste attività, che sono l'oggetto dell'indagine, in modo che siano accessibili agli insegnanti.

7 F: Eh.. un bel problema. (0.4) Si può fare riferimento a.. (0.6) Io parlo se.. (0.3) mi limito a cose che conosco che sono sull'insegnamento della matematica, quindi, non so di altri discipline eccetera.. (0.3) quindi valuti sempre questo limite, per esempio, anche le scienze eccetera, (0.3) io non sono esperto di insegnamento delle scienze, prima cosa, e seconda cosa io non sono un insegnante della scuola, io insegno all'università e ho contatti con molti insegnanti, >ho seguito sperimentazione, eccetera,< però non sono mai.. (0.3) come dire.. (0.4) non sono proprio un insegnante dentro alla classe, entro nelle classi >come osservatore, come ricercatore eccetera, eccetera< ma non come insegnante, anche se delle volte faccio quelle..(0.4) il ruolo di insegnante, intesa col collega che insegna in quelle classi. Ecco, una definizione è piuttosto difficile da dare. Così..(0.4) può far riferimento a delle teorie, eventualmente, e nell'ambito di quelle teorie proporre dei tentativi di definizione. Però, io credo che la cosa migliore sarebbe <fare degli esempi agli insegnanti>, anche se, naturalmente, come dire, una definizione potrebbe essere opportuna. (0.4) Allora, per quanto riguarda una teoria, una delle tante teorie a cui si può far riferimento, in quel caso è il.. (0.4) come dire.. (0.3) quello che si chiama <apprendimento multimodale>, cioè il fatto che diciamo.. (0.4) un aspetto è quello per cui tutto il nostro corpo, in qualche modo, (0.3) non soltanto per.. come dire.. l'aspetto cartesiano di divisione fra *res cogitans* e *res extensa* non funziona insomma, (0.3) <soprattutto nell' apprendimento-insegnamento>. La *res cogitans* e la *res extensa* sono intrecciati profondamente tra di loro. (0.6) E il..(0.3) Per esempio, io mi occupo, mi sono occupato della funzione diciamo <dei gesti>, per esempio, in matematica. (0.5) Ecco allora lì, ci si è resi conto che il gesto non è soltanto un qualcosa che accompagna, per come dire, un sovra più che accompagna il parlare, è qualcosa di abbastanza importante e di intrecciato col pensiero, (0.4) e soprattutto c'è il fatto che, spesso, c'è una.. (0.3) come dire, una discrepanza o una differenza, meglio, fra quello che può essere detto, che è detto, sia dall'insegnante, sia dall'allievo, e quello che è tra virgolette gesticolato. Si chiamano *mismatch* queste cose. Ecco, ci sono degli studi interessanti di una collega americana che si chiama Goldin Meadow, che parla di *mismatch*, in questo caso. (0.4) Ci sono anche altri modi di chiamare questa cosa. (0.5) Comunque vuol dire quando, in qualche modo, cioè, non c'è la..(0.4) come dire, (0.3) la perfetta coerenza fra quello che dico e quello che gesticolo, come gesticolo e quello che gesticolo. Naturalmente il gesto è qualcosa che deve essere interpretato, anche il linguaggio ma, come dire, la cosa è più difficile. Ecco, quello è un segno di apprendimento e del fatto che il carico cognitivo, in qualche modo, viene alleggerito, per cui se.. (0.3) rispetto a una situazione in cui io abbia solo il linguaggio, il linguaggio soltanto sia in perfetta.. (0.3) abbiamo un *match* perfetto fra <linguaggio e gesto>. (0.4)

Questo è un aspetto. (0.3) Poi ci sono, come dire, se si va a vedere le teorie dell'insegnamento e dell'apprendimento, (0.4) il fatto di, come dire, (0.3) tutto quello che aveva detto Piaget, a parte la questione del.. (0.3) delle fasi eccetera, eccetera che può essere messa un pochino in discussione, il fatto che.. (0.4) <il ruolo che il corpo, la manipolazione, gli strumenti hanno nell'apprendimento>, in particolare nell'apprendimento della matematica, è importante. Questo è un aspetto quindi, che parte da..(0.5) diciamo, dalla contrapposizione fra quelli che dicono che, (0.4) come dire, (0.3) si è tutto testa o quelli che dicono che si è solo corpo, in un certo senso. Quindi, (0.4) in qualche modo (0.5) Cartesio e Hume sono all'origine di modi di pensare, ma poi ci sono ovviamente, c'è passata tanta acqua sotto i ponti. In particolare Kant, che con la sua intuizione ha.. (0.4) poi naturalmente c'è stato Piaget, oggi abbiamo questi.. (0.4) queste modalità di pensare all'insegnamento apprendimento, in particolare Vygotsky (0.6) Tenga conto che, appunto, il.. (0.4) che Vygotzky ha dato un contributo piuttosto importante a questo modo di intrecciare, appunto, <il corpo con il linguaggio, il pensiero eccetera>. (0.3) Questo è un aspetto. (0.4) L'altro aspetto è che (0.5) il fatto che siano intrecciati, è, come dire, (0.4) spesso si ha l'idea che, "vabbè, (0.4) ti faccio fare delle cose manipolative all' inizio e poi (0.4) arriva il momento <trionfante della ragione e del pensiero astratto>". (0.3) Ecco, anche il pensiero astratto si intreccia di continuo e profondamente con questi aspetti (0.5) corpo-sintonici, chiamiamoli così, in cui ci sono gli aspetti embodied più coinvolti. (0.3) E questo lo si verifica in particolare (0.5), per esempio, ci sono degli studi fatti da un altro studioso di (0.3) questo tipo di cose, che si chiama David McNeill, che ha analizzato i discorsi che fanno matematici, <ricercatori matematici>, quando parlano di matematica e lì si vede che ruolo del corpo, in particolare della gesticolazione, oltre che dei segni scritti, per esempio su una lavagna, e del linguaggio verbale, ovviamente, >che certamente continua ad esistere<, e (0.6) sono rilevanti, insomma. Quindi, anche questo (0.5) questo non va dimenticato. C'è un celebre articolo, che magari conosce, di una medaglia Fields, Thurston, che è apparso alcuni anni fa, >se vuole poi le do le indicazioni precise, ma magari lo conosce già<, in cui questi aspetti sono messi molto in evidenza. (0.3) Cioè, come dire, noi siamo abituati a pensare alla matematica come quel <prodotto confezionato alla fine della ricerca> e per cui è tutto organizzato in modo molto astratto eccetera, eccetera ma il modo con cui ci si arriva, e questo vale non solo per gli allievi, ma anche per i ricercatori, è molto più complesso e coinvolge tutti questi aspetti. Quindi io metterei in risalto più che altro questi aspetti, anche se, come sempre in queste cose, appunto, non è il discorso sulla.. (0.3) sulla.. (0.3) sul ruolo dei manipolativi eccetera, (0.5) naturalmente si basa su varie teorie. E', come dire, (0.4) in matematica abbiamo vari sistemi di assiomi: >c'è la geometria euclidea, la geometria iperbolica, la geometria ellittica e altri tipi di geometria<. Sono sempre geometrie, ma ognuna tratta le figure, lo spazio, le relazioni fra queste in modo diverso. E così è anche qui, insomma, per questo aspetto. Cioè non c'è il.. (0.3) <la teoria> unica e totalizzante, e totale di questi.. (0.3) <di queste modalità di apprendere e insegnare>. (0.4) Continuo a dire <apprendere e insegnare> perché sono due aspetti, anche questo va messo molto in risalto con.. (0.3) con gli insegnanti, e (0.5) risalta bene dai lavori di Vygotsky, perché c'è per, (0.5) come dire, per motivi terminologici, di linguaggio. (0.4) Perché il termine *Obuchenie*, in russo, ha questi due connotazioni, di apprendere e insegnare insieme, mentre noi distinguiamo l'apprendere dall'insegnare. Ecco questo è, di nuovo, un altro aspetto che andrebbe messo..

8 I: Evidenziato. Perfetto

9 F: Si sentiva?

10 I: Tutto perfettamente.

11 F: Va bene, purtroppo non possiamo vederci, ma ok..

12 I: Si, anche a me dispiace. Allora, inizialmente mi ha parlato, no?!, che la cosa migliore sarebbe presentare con degli esempi, (0.4) e ne sono pienamente convinta anch'io. Per questa ragione però, mi chiedevo, appunto, in (0.3) in voce dell'esperienza con gli insegnanti, se ci sono degli esempi magni, diciamo, da poter presentare in maniera da poter chiarire (0.4) di che cosa stiamo parlando, per vari livelli scolastici. (0.7) Per esempio, in riferimento alle scuole primarie, in riferimento alla scuola secondaria di primo grado e secondaria di secondo grado. Degli esempi che, diciamo, sono comunemente noti e riconoscibili dagli insegnanti riguardo a esperienze di questo tipo.

13 F: Sì. Eh ma ce ne sono (0.8) Bisognerebbe (0.4) dunque, io posso darle degli esempi che fanno riferimento a ricerche che ho fatto io, o che abbiamo fatto con chi lavora con me eccetera. Ne abbiamo i vari livelli scolastici, per esempio, io ho in mente una ricerca fatta da (0.3) che è pubblicata senz'altro. (0.4) Il problema è che, in questi casi, occorre il video: c'è un bambino, ci sono degli..degli studenti, occorre il permesso allora scuola.. Bisogna nascondere, eccetera eccetera, e quindi sono sempre esempi, soprattutto.. Le mani per fortuna per adesso non ce le fanno nascondere, (0.6) che quindi hanno dei limiti, nel senso che si riesce a fare e a non fare. Le cose che.. (0.4) a cui.. (0.7) perchè poi negli articoli che si scrivono, poi questo si riduce a delle foto con, appunto poi, la faccia nascosta, eccetera eccetera, perchè la cosa che ti dà (0.4) la cosa viva sarebbe.. (0.4) sarebbero i video, che ti mettono in moto, (0.3) ti mettono [in evidenza..]

14 I:[in azione, certo]

15 F: Ecco però (0.5) questo è già più.. (0.4) Perchè io ne ho, e sono video per i quali ho il permesso, nei vari casi, dei genitori, a seconda dell'età, o anche degli allievi stessi, ho anche video a livello universitario però (0.4) sono (0.4) per la ricerca personale..

16 I: Certo, ai fini della ricerca personale, per cui sono stati prodotti

17 F: Quindi il fatto di diffonderli poi, (0.4) non so io cosa voleva fare, ma metta, (0.4) eh (0.5) insomma così *coram populo,* (0.5) insomma, (0.5) per questa cosa che (0.5) a cui lei forse sta pensando, (0.4) è un po' più delicata la cosa, e quindi (0.4). Si, ci son tutte queste leggi e noi non le abbiamo ancora tra le più ristrette, (0.4) le più restrittive. (0.5) Gli Stati Uniti, per esempio, è ancora più terrificante la cosa, perché bisogna compilare un mucchio di scartoffie, solo per poterne parlare, addirittura, quindi non per (0.5) per presentarli, ecco. Quindi, non lo so, questo è un po' difficile. Quindi lei può fare riferimento, (0.4) io posso darle questi articoli, in cui ci sono queste cose, (0.5) penso delle cose, (0.3) le dicevo prima, c'è un esempio di (0.4) bambini, (0.7) abbiamo esempi di bambini delle elementari, di bambini, (0.6) di studenti delle superiori o anche esempio di insegnanti, in questo caso non sarebbero italiani, ma che.. (1.2) in cui si vede il ruolo fondamentale che il corpo (0.5) da per la elaborazione del proprio pensiero, nella risoluzione dei problemi, eccetera eccetera. Naturalmente negli articoli che lei può leggere su questo, danno delle descrizioni e c'è anche quelle foto. Quelli sono pubblicati e quindi lei potrebbe [sicuramente mostrarli con riferimento eccetera]

18 I: [potrebbero essere utilizzati]

19 F: e invece i video è sempre una cosa molto delicata, insomma.

20 I: Certamente

21 F: Però d'altra parte senza video capisco di meno, ecco. (0.3) Il..(0.8) La cosa che invece potrebbe essere interessante, è il fatto di fare, (0.4) con questi insegnanti, (0.6) adesso io non so come organizzi la sua ricerca, se è solo un questionari:o (0.4), vabbè, (0.6) ma se lei intende fare delle attività in classe, è molto utile che (0.6) col permesso, con tutti i permessi, eccetera eccetera, e queste restrizioni che le dicevo, quindi li vede poi solo lei e chi collabora con lei e gli insegnanti coinvolti, (0.4) allora può fare questi video mentre l'ins.. (0.3) mentre avviene, mentre l'insegnante insegna, fa un pezzo, eccetera eccetera, e poi tornare con l'insegnante a rivedere queste cose, a discuterne insieme, da vari punti di vista, in particolare da quel punto di vista dell'apprendimento, insomma. Ecco, questo sicuramente è <qualcosa di molto utile>. (0.7) Le faccio.. (0.3) Le faccio i tre esempi a cui, (0.4) uno non l'ho ancora accennato, ma, glielo dico: per esempio, io ho in mente un esempio in cui c'è, (0.4) non so se conosce, c'è un famoso, (0.4) tra virgolette, gioco, fatto coi bambini a matematica, che è stato introdotto da Guy Brousseau, che è un grande (0.4) didatta della matematica francese, che si chiama *La Corsa a 20*. (0.4) E' sostanzialmente un gioco tra due bambini che devono arrivare.. (0.5) Cioè vince chi arriva a dire venti, (0.4) però il primo dice un numero, e l'altro può aggiungere o uno o due, (0.5) si può anche fare delle varianti, insomma.. (0.4) E poi deve regolarsi, insomma, (0.3) vince chi riesce ad arrivare a 20, e quindi quello vince il gioco, (0.4) invece di venti se poi è 30 o 100, allora non ha molta importanza. (0.6) Ecco, li c'è la descrizione della.. (0.4) del modo con cui un bambino è arrivato a questa cosa, in cui si vede

effettivamente come in questo il fatto dei segni, del (0.4) dei gesti, delle parole, abbiano un ruolo importantissimo. Un altro è, per esempio, con studenti di (0.5) didattica della matematica, quindi studenti di matematica, della magistrale in matematica, che seguono il corso di didattica e devono risolvere dei problemi geometrici. I filmati mostrano.. (0.3) E addirittura loro, siccome lì era un problema di geometria nello spazio, si.. (0.3) cominciano a usare delle matite, delle penne per raffigurare le rette e ragionano su quelle, e senza quelle non riuscirebbero anche a elaborare la soluzione del problema. (0.3) Un altro contesto è quello quando c'è di mezzo un software. (0.4) Allora, ci sono molti esempi, molto belli in cui, (0.4) per esempio, (0.5) non so se lei.. (0.3) quanto è a conoscenza di questi software, per esempio il lavoro.. (0.3) oggi si usa molto, visto che è [*free*..]

22 I: [GeoGebra]

23 F: Ecco, Geogbra, (0.4) lo conosce allora. No, allora lì,(0.3) come prima c'era *Cabrì Geometre* e insomma..(0.6) Oppure negli Stati Uniti c'è *Sketch Pad,* eccetera eccetera. Comunque, sono tutti software che sono basati, essenzialmente (0.4) c'è un'attività, una modalità di utilizzarlo, che è il cosidetto trascinamento, il *tracking*

24 I: [Si]

25 F: [No?!] Per cui io costruisco una figura e poi muovo, (0.6) trascino un vetice, un lato, eccetera eccetera. Ecco, (0.6) l'interazione che c'è <con questa cosa, con questa modalità> è importantissima nell'elaborazione della soluzione. (0.4) Studi più raffinati, e questi.. (0.6) Anche qui si può.. (0.5) posso darle le indicazioni, (0.7) fanno riferimento a.. (0.5) diciamo sono studi, come dire, (0.4) di laboratorio in un certo senso, fatti con studenti, comunque, in cui non c'è solo questa analisi (0.5) del *traking*, (0.4) ma anche il fatto di come, (0.5) con l'*eye-traking*, non so se lei sa [cosa vuol dire]

26 I: [Si]

27 F: Ecco, allora, (0.3) con l'*eye-traking* hanno visto come i ragazzini, insomma, (0.3) i giovani studenti si.. (0.5) si comportano con le loro saccadi, il modo dove guardano nello schermo e <mentre muovono> col *traking,* eccetera eccetera. Anche questo ti fa capire quanto complessa sia <l'attività di soluzione di problemi, di elaborazione>, di quello che si chiamava >poi giustamente> il pensiero astratto della matematica. (0.4) E poi ho esempi di insegnanti.. (0.3) di insegnati che, (0.5) anche lì, che risolvono dei problemi che affrontano <per la prima volta>, in cui, anche lì, (0.3) ci si accorge di che ruolo giochi il corpo nella soluzione e quindi il..(0.3) <la multimodalità con cui mi rapporto alla matematica>, che è fondamentale.

28 I: Che è la multimodalità di espressione oltre [che di..]

29 F: [Si, si di comportamento], di comportamento. (0.4) Cioè, ci sono..(0.3) non solo di quello che dico ma quello che.. (0.4) Per esempio, lì era un problema di..(0.5), quello a cui penso in questo momento, ma comunque trova pubblicazioni su questo, di..(0.5) di..(0.6) soluzioni di problemi, (0.3) un problema in cui la questione era di trovare..(0.4) poi c'era un.. (0.4) c'era un grafico, c'era da interpretare questo grafico che raccontava di.. (0.3) è come un profilo altimetrico, no?! Eccetera, eccetera. (0.5) E lì, ci si accorge di quanto rilevante nella discussione fra i due insegnanti sia il riferimento, (0.5) il modo con cui io mi impadronisco di questo grafico e lo interpreto <usando tutto il mio corpo>, ovviamente le parole ma anche (0.6) gli sguardi, i gesti, eccetera eccetera.

30 I: In quest'ottica mi domando, (0.7) è importante porre a scuola delle attività che incentivino l'utilizzo del corpo (0.4) tramite manipolativi, strumenti, per (0.4) anche, probabilmente, amplificare l' utilizzo di..(0.5) e la consapevolezza dell'utilizzo di questo tipo di relazione corpo-mente [nel..]

31 F: [Si] (0.3) E non solo nel..(0.4) nelle nostre facoltà. Nostre, (0.4) nostre dell'essere umano, insomma. (0.9) Abilità, facoltà, eccetera, (0.4) è quella (0.8) dell'imitazione. (0.4) Ecco, <l'insegnamento per imitazione> è qualcosa di fondamentale, ne parlava già Darwin, (0.3) del modo in cui (0.6) i giovani di macaco (0.3) imparano per imitazione. Ecco, (0.4) questa faccenda dell'imitazione è stata, come dire, >"eh, impari per imitazione, non va bene. devi imparare solo con la testa, no?!, altrimenti imiti.."<.(0.3) In realtà è fondamentale. (0.4) Allora, il fatto che l'insegnante, in qualche modo, volente o nolente, perché nessuno di noi mentre..(0.5) <mentre spiega, mentre

interagisce con gli allievi in qualunque modo facendo matematica>, >ma credo anche in altre discipline<, io parlo per la matematica, (0.5) ecco, (0.4) il fatto di <come si comporta>, >non solo delle parole che dice<, ma anche di come, (0.4) in qualche modo, (0.3) <opera alla lavagna>, (0.5) per esempio, tipicamente in matematica si usa la lavagna, (0.3) o adesso si usa la LIM,o insomma (0.5) ci sono varie modalità. (0.3) Ecco, questo è fondamentale. Gli allievi, in qualche modo, (0.3) >anche senza rendersene conto e senza che se ne renda conto l'insegnante< acquisiscono e si impadroniscono di queste cose, di queste modalità. (0.4) E non è soltanto, come dire, (0.3) ti imito, (0.5) come dire, perché il.. (0.7), il..(1.1) Adeguo i movimenti del mio corpo, o delle mie braccia, o delle mie mani a quelli dell'insegnante. (0.5) Le faccio un esempio, lei se deve..(0.4) quando..(0.6) in qualche modo, >che non c'entra con la matematica<, almeno così direttamente, per (0.5), come dire, (0.5) immagini di apprendere <una canzone, un qualche brano musicale>. (0.4) Beh, il fatto che io,(0.4) sia chi lo esegue sia chi.. (0.5) Guardi quanto si agitano, (0.4) anche ormai, (0.3) anche i pianisti ormai, che una volta era vietatissimo, >dovean stare come statue di sale<, mentre suonavano era ritenuto sconveniente.. (0.8) I pianisti anche, (0.4) e non parliamo di musiche tipo (0.6) il jazz, eccetera eccetera, in cui il corpo entra in modo pieno nell'esecuzione. (0.4) Ecco, il modo in cui io apprendo, tra virgolette, un brano musicale, (0.3) è qualche cosa di profondamente legato al modo con cui apprendo col mio corpo. (0.4) Ma lì il ritmo.. (0.4) beh, ma i ritmi <ci sono anche in matematica>: quando io, per esempio, cerco di comprendere una successione numerica come, come va avanti, così, (0.6) è qualcosa che.. (0.4) E allora là, il fatto di avere l'insegnante che, in qualche modo, accompagna queste cose con i suoi gesti, oltre che le sue parole, eccetera eccetera, (0.5) e questo succede anche se sono, se sto facendo qualcosa con dei software, è qualcosa che nell'allievo entrano, (0.6) E.. (0.3) e non è soltanto, appunto, una cosa esteriore. Appunto, questi studi fatti ultimamente sui neuroni *mirror,* eccetera, (0.8) e quindi.. (0.3) è un fattore di empatia che si stabilisce e che, (0.5) come dire, (0.3) mi permette di comprendere, nel senso, appunto, proprio del termine, (0.5) nel senso etimologico della parola comprendere, (0.3) quello che l'insegnante in quel momento sta, tra virgolette, <spiegando> (0.3) e non lo sta spiegando, lo sta in realtà, tra virgolette, interpretando. (0.9) Ecco, questo è qualcosa che va, in qualche modo, (0.5) considerato. E poi ci sono anche cose più raffinate, una volta che l'insegnante, in qualche..(0.3) è riuscito a entrare in questo ordine di idee, allora diventa un attento osservatore. (0.3) Lo è già, senza che se ne renda magari conto, ma diventarne cosciente è un passo ulteriore di quello che..(0.3) dei comportamenti, delle interazioni degli allievi, e in qualche modo, (0.3) tra virgolette, riesce a leggere questo questo linguaggio multimodale, nel quale tutti noi siamo immersi.

32 I: Diciamo di leggerlo nei suoi studenti, [di interpretarlo]

33 F: [Nei suoi studenti]. Non solo di interpretarlo, <ma di interagire tramite questo con loro>. Ci sono delle cose abbastanza interessanti che già, come dire, di.. (0.3) senza a volte rendersene conto, facciamo. Per esempio succede che, questa cosa che le dicevo sul *mismatch*, cioè sul fatto che il gesto e il parlato (0.3) non siano copia conforme uno dell'altro, (0.5) succede spesso che l'allievo dice magari addirittura delle bestialità con le parole, (0.4) ma poi tu puoi renderti conto, da come si comporta con i suoi gesti, con il suo..(1.2) anche come fa il trascinamento sul.. (0.3) sullo schermo, (0.7) e ti rendi conto che: "Ah, forse sta arrivandoci in qualche maniera". E allora cosa succede? (0.3) Succede che il.. (0.5) l'insegnante può trarre vantaggio di questo, e allora può usare questi doppi registri, <del gesto e del parlato>, per, (0.2) come dire, mentre da un lato..(0.3) lo chiamiamo gioco semiotico questo. (0.6) Mentre da un lato incoraggia l'allievo perché copia il suo gest.. imita, ripete il suo gesto, (0.3) quindi l'allievo, se l'insegnante ripete quello che dico, naturalmente non in que tono " Eh, Pierino, <allora dici che due più due fa 5?>". No, vuol dire: "Bravo Pierino..", però lo faccio col gesto, e il parlato magari lo usa per (0.3) raffinare, per dire <quel qualcosa o quel (0.4) quel qualcome che invece l'allievo non era riuscito a dire>. Vedo che siamo riusciti a vederci di nuovo

34 I: Si, c' ho provato perché (0.3) è molto meglio parlare a una persona che a un computer

35 F: Eh, ha ragione. Vede, (0.4) vede l'embodiment è questo.

36 I: ((Risata)) Si. Assolutamente. E a questo punto c'è una questione che è abbastanza.. (0.4) abbastanza complicata, e cioè: quali.. (0.8) <Quali sono le convinzioni che un insegnante dovrebbe accompagnare al.. (0.4) all'insegnamento>, che tiene conto di questa proposta di

considerazione appunto dell'embodied in matematica. Cioè, da una parte, convinzioni ma anche <le considerazioni, le consapevolezze, le conoscenze> che si dovrebbero accompagnare a..(0.5) durante queste attività, da parte dell'insegnante.

37 F: Ma, lei ha già usato due parole molto significative nel chiedermelo, che sono le <convinzioni> e le <conoscenze>.(0.6) Spesso,(0.4) tutti noi,(0.3) possiamo avere delle <convinzioni> che non sono basate su, come dire, scientificamente basate su conoscenze. Le nostre (0.5) le nostre credenze, (0.4) le nostre convinzioni, sono dovute spesso a fattori <culturali>, a tante cose.(0.3) Per esempio, un aspetto è quello su.. (0.8) come dire,(0.3) sulla teoria che ci sono quelli che,(0.6) come dire, >quello non capirà mai niente di matematica perché è negato<, quello invece c'ha il bernoccolo, no?! (0.4) Questo non è basato su.. (0.4) su fatti, come dire, comprovati, (0.4) sono convinzioni che uno ha. Allora, (0.4) se lei va a chiedere..>ho una tesi dottorale, proprio su questo<, su insegnanti che..(0.3) <molto bravi>, (0.3) che partecipano a questi <corsi> che facciamo e >bla bla bla bla<, in cui l'aspetto.. (0.6) Ecco, esce fuori questo. In cui naturalmente si suggeriscono e si discutono.. Non solo per questo che riguarda il.. (1.4) la multimodalità, ma tanti argomenti, insomma, di matematica, >per come insegnarli<. E lì, insomma, si fa una cosa che chiamiamo (0.9) metodo della ricerca variata, >ma questo non importa<, qualunque cosa sia. Allora, loro sono, come dire, (0.4) <con la testa sono d'accordo su questo> che è una cosa molto.. (0.5) Però poi ci siamo resi conto che loro >lo fanno solo con alcuni dei loro studenti<, (0.4) cioè quelli che loro reputano <adatti>,(0.4) quelli bravi, tra virgolette. (0.4) E loro, la cosa più incredibile è che motivano questo sulla base dell'inclusività, che sembra una contraddizione. (0.5) Perché sono inclusivi nelle loro convinzioni perché <agli altri allievi>, che reputano meno bravi, propongono (0.4) delle modalità molto più direttive. Cioè lì, per esempio, <lo scoprire>, eccetera eccetera, il far sì che sia l'allievo che scopre in reazione a una situazione eccetera, che loro approvano pienamente, però quando poi hanno a che fare con quelli allievi, che sono poi la maggioranza, secondo.. (0.3) con una discreta maggioranza, (0.5) che non hanno questo, (0.6) tra virgolette, bernoccolo per la matematica, che sono poco dotati, no? (0.4) <Le doti naturali>, (0.8) un'altra convinzione.(0.6) Propongono un insegnamento <fortemente guidato per schede>: (0.5) "fai questo, poi fai quello, poi fai quello, poi fai quello. (0.5) Perché sennò gli altri non capiscono", (0.4) dicono. Qualunque cosa intendano per <capiscono>. (0.4) Quindi, c'è questo aspetto delle <convinzioni>, (0.4) che gioca in modo fondamentale, (0.3) >ma non gioca solo per gli insegnanti, gioca anche< per gli allievi. (0.5) Cioè il fatto che io, in qualche modo sia convinto, (0.4) che mi sia convinto, (0.5) per tante ragioni, (0.4) che per me la matematica..(0.3) "ma proprio non la capisco, insomma, (0.3) sono negato per la matematica". (0.9) Questo, (0.5) addirittura si sente di persone (0.4) di una certa cultura, che hanno fatto..(0.4) che hanno una laurea, eccetera ecettera: (0.6) ">Eh io non ho mai capito niente in matematica<". (0.6) Lo dicono, [no? E' una convinzione].

38 I: [E' quasi un vanto spesso].

39 F: E' un vanto però..(0.3) No?! (0.5) Magari.. (0.6) Però io >faccio sempre il commento<,(0.5) dico: (0.4) "Ah lei è <anumerato>". (0.4) La parola spesso è un pugno in faccia, (0.4) perchè dice:(0.3) "Eh vabbè,(0.4) che cosa vuol dire?"(0.3) Dico: "C'è l'<analfabeta>, >che è quello che non sa nè leggere nè scrivere<, e c'è l'<anumerato>, quello che.. (0.4) Mi ha detto lei che non sa niente di (0.5) numeri, di matematica."(0.7) Questo colpisce un po'. Ma insomma, questa è una battuta. Comunque funziona, eh, se le capita, (0.4) provi a vedere. La parola è.. (0.4) porta con sé, (0.5) appunto, un modo di inquadrare la faccenda che non è quella che (0.5) era <delle convinzioni del soggetto in questione>.(0.4) Ecco, allora, cosa succede? Succede che, rispetto agli insegnanti, c'è questo aspetto qui, dei (0.4) beliefs, no?! (1.0) Che, in qualche modo, (0.7) è forte, (0.3) è qualcosa che è, come dire: "<Ti do ragione con la testa ma col cuore..">

40 I: Nella pratica [di insegnamento]

41 F: [Nella pratica],(0.3) si. E pensi che contraddizione vivono questi insegnanti. Adesso, non è che abbiamo risolto il problema eh! (0.4) C'è il bisogno di (0.5) mediazioni, di cose, eccetera eccetera, (0.3) e questo è un altro aspetto nella faccenda. (0.3) E quindi, non lo so [adesso io]

42 I: [Ma è un problema], secondo lei, di <consapevolezza delle pratiche>? (0.6) Cioè, [di mancanza di formazione, consapevolezza]

43 F: [Si, ho capito. No, purtoppo] no, è un problema di, (0.5) appunto <beliefs, convinzi:oni>. Cioè queste sono profonde in me, quindi, (0.6) come dire, (0.4) io posso costruire intorno tutti (0.4) i castelli teorici, (0.3) i costrutti più elaborat:i, più sofisticat:i (0.6) ma se io sono convinto che <per l'inclusività>, (0.6) quindi non per respingere, >perché uno dice “Beh allora respingi< quelli che secondo te non.. (0.4) e si cura solo gli altri”. No! Questi hanno, (0.4) come dire, sono mossi dall’idea, (0.3) dal fine opposto, cioè io voglio essere inclusivo, ma per essere inclusivo voglio, devo fare. Non sono contento di farlo, ma bisogna spezzare il pane della scienza in questo modo, con schede fortemente direttive per cui loro..(0.3) Poi loro ti dicono: "No quegli altri, si si quelli bene. (0.3) Dai la situazione problema, falli ragionare eccetera eccetera, però per essere inclusivo devo fare quelle altre cose".(0.3) Cioè è una contraddizione che..(0.3) che hanno, no?! (0.4) Però la risolve.. Allora lei ha un bel dire l'inclusività, “Ma come? Sono inclusivo: faccio in quel modo” e quindi si rimane senza armi, no?!, di fronte.. (0.4) E come, adesso..(0.3) non c’entra.. (0.3) c’entra ma..(0.4) insomma, è come quello che dice "Io non sono razzista"

44 I: [Ma..]

45 F: [E poi ci sono..](0.3) Ma non dice neanche il ma! Poi ti accorgi e.. (0.8) capisce? Le convinzioni sono tremende, no?!,(0.4) che in qualche modo non.. (0.2) sono basate su fatti, non su considerazioni razionali. Quindi è una battaglia non facile perché le possono dare ragione <con la testa> ma poi..

46 I: Quindi in un certo senso, diciamo, che (0.6) anche il proporre questo tipo di attività, diciamo, a livello teorico (0.4) sarebbe inclusivo come modalità di insegnamento però nella pratica poi spesso si presenta invece [come..]

47 F: [Ti dicono]: “Se glielo propongo non lo capiscono”, (0.5) diciamo, il pensiero è questo, lo esplicitano anche e quindi io..(0.4) cosa uso? Uso quell'altra roba che avevamo appena concluso essere del tutto inutile perché non..(0.2) non produce <pensiero, non produce ragionamento>, eccetera eccetera, (0.4) e quindi c'è una contraddizione

48 I: Ma ci accontentiamo di quello, in un certo senso

49 F: Si ma no, sono convinti di..(0.3) insomma si.. (0.3) E sono volontari di corsi di aggiornamento. (0.5) Non sono quelli biechi.

50 I: Certo, certo. [Non c’è una resistenza a livello teorico, è qualcosa..]

51 F: [No no no], sono aperti all’innovazione, tra virgolette, (0.6) <in teoria>,(0.4) e sono convinti di essere aperti all’innovazione, però..

52 I: E quindi, diciamo, non è un problema di conoscenze, ecco

53 F: Eh no, no. Questo no. (0.4) Lei non so se conosce i lavori di rosetta Zan, [che è un..]

54 I: [Sì, io ho studiato a Pisa nella triennale]

55 F: [Ah ecco], lei è di Pisa, allora la conosce, (0.3) la conosce bene. (0.3)Eh..(0.4) e lei ha fatto molto rispetto agli allievi ma ha fatto molto anche rispetto agli insegnanti e ha scritto vari libri, Insomma, (0.5) su questo.. (0.6) sicuramente può in qualche modo..

56 I: ..andare a vedere

57 F: Vada a vedere.

58 I: E invece, diciamo, (0.6) a livello di limiti che si presentano nella scuola, per (0.8) <presentare le attività>, tenendo conto di questi fattori (0.3) embodied, (0.3) in maniera forte

59 [...]

60 I: Dicevo, di quali possono essere, appunto, i limiti nel proporre questo tipo di attività e anche il tipo di limiti che può avere questo tipo di interpretazione, diciamo, e di focus rispetto alla didattica della matematica

61 F: Mah, dunque, i limiti sono, (0.4) da un lato, pratici, se vuole. (0.3) Perché, in effetti.. (0.5) Beh.. (0.3) bisognerebbe poi discutere a lungo, comunque, sono modalità che richiedono un certo tempo in classe..(0.3) in classe. (0.4) E questo è un altro dei cavalli di battaglia che..(0.3) l'insegnante: “<devo fare il programma>”, no?! Che poi, se va a vedere, la parola programma non esiste nella nostra legislazione, ci sono le indicazioni, che..(0.3) adesso, se lei, da buona toscana mi insegna, tra dire programma e dire indicazioni (0.2) c'è una notevole differenza, no?! Però..(0.3) "Devo fare questo in seconda, devo fare questo in terza". (0.4) No, non è così (0.4) <dittatoriale> quello che c'è nel curriculum teorico che abbiamo. (0.5) Fa parte della tradizione.. (0.4) ed è la tradizione quella che influisce in modo forte. (0.4) I libri di testo, (0.3) e questi anche spingono pur.. (0.3) e anche lì, (0.4) lì la situazione non è tanto di esser:e..(0.4) avere convinzioni, (0.3) ma son molto più terra terra del fatto che non vogliono cambiare molto e si portano dietro..(0.5) Io, ai miei tempi, quando, nel secolo scorso, facevo il liceo (0.5) avevo un famoso libro di algebra, (0.3) matematica, che si chiamava (0.4) <Palatini Fagioli>. (0.3) Io lo rivedo, esiste ancora, (0.4) non lo chiamano più autori Palatini Fagioli, (0.3) l'hanno, (0.5) come dire, imbellettato, (0.3) ma è sempre lui che va avanti. E questo la dice lunga sui (0.3) mutamenti ne.. (0.3) Poi ci sono anche i libri di testo diversi, eccetera. Comunque c'è questo aspetto qui, <il tempo>. (0.4) Che, come dire, (0.4) anche lì poi è un fatto..(0.8) è un po' come quando io devo dire..(0.6) Non vorrei essere irriverente, (0.3) visto che lei frequenta scuole cattoliche, (0.3) ma il fatto che io ti dia da recitare <42 Ave Marie> e allora voglia arrivare alla fine. (0.4) No, (0.3) non è quella la preghiera, no?! (0.2) Penso. (0.3) Così il fatto di essere arrivati al fondo mi mette in pace come insegnante, ma l'allievo chissà [cos'ha..]

62 I: [Appreso]

63 F: Appunto, (0.4) poco probabilmente. Però eh..(0.2) fa parte di nuovo di quelle convinzioni, (0.5) stavolta, soprattutto, esplicitate perchè sono basate su queste argomentazioni, sui.. (0.3) appunto, tra virgolette, i programmi, e sul fatto che..(0.4) e che poi si sposano con quelle altre convizioni ch:e..(0.5) in cui si lega il fatto di: "gli allievi meglio che siano guidati con le schede, eccetera eccetera",(0.5) e tanto più se ci sono ragioni di tempo, (0.3) così io risparmio tempo, perché: "il tempo non c'è, (0.4) mi fan fare troppe cose nella scuola e io faccio come posso, insomma". (0.7) E quest:o..(0.4) e questo è un aspetto.(0.3) L'altro aspetto è che, (0.3) in effetti, come dire, più.. (0.5) più un qualcosa di..(0.4) ma.. (1.4) di, di..(0.5) anche di teorico, (0.3) perché le.. (0.6) le teorie per l'apprendimento della matematica che esistono, (0.4) sono anche di varia natura, (0.4) hanno, come dire, un fondamento, (0.5) che ci sono anche gli assiomi diversi, insomma, (0.5) ecco. Quindi, se pensa al costruttivismo, (0.4) da un lato, (0.3) per cui >devo assolutamente non dire niente all'allievo, deve fare tutto lui<, no?! (0.3) Adesso esagero, comunque è così. Oppure ha un approccio più (0.3) socio-costruttivista, in cui c'è l'interazione, quindi (0.3) ha un approccio molto vygotskiano, (0.4) in cui l'insegnante insegna davvero,(0.3) ma insegnare vuol dire non quella cosa lì di fare le schede, ma eventualmente di interagire con gli allievi in un certo modo. E allora, capisce che (0.3) chi fa questo tipo di cose, lì.. (0.3) hai.. (0.4) si presta a queste (0.3) teorie, (0.3) che sono teorie, certo, ma anche basate su una (0.7) [tradizione, fatti empirici, fatti..]

64 I: [una validazione scientifica]

65 F: S:i, si appunto. (0.4) Non è che ce n'è solo una. Quindi, (0.4)in qualche modo, c'è la possibilità di basare i propri comportamenti secondo qualche teoria che, in qualche modo, rispetto a questo non..(0.3) non è così d'accordo. Insomma, non è così (0.5) in sintonia.

66 I: Quindi, ecco, ci sono anche dei limiti che, insomma, possono essere [comunque]

67 F: [anche, come dire], tra virgolette, [seri]

68 I: [reali]

69 F: Che vengono non dal bieco insegnante che dice che vuol fre le schede, eccetera eccetera.

70 I: E uno dei principali limiti che vengono riconosciuti, ad esempio, quale..(0.3) quale potrebbe essere? Quello di non essere, per esempio, <adatto a tutt:i>?

71 F: Sì, quello è più una convinzione che altro. (0.3) No, (0.4) c'è un aspetto che, secondo me,

abbiamo, perché è un fatto culturale. (0.3) Cioè qui è Cartesio, ancora, (0.5) cioè la sua divisione, l'ho nominata all'inizio, (0.3) *res cogitans, res extensa*, secondo cui (0.3) noi avremmo solo la ghiadola epiquitaria che li collega. ((Risata)). Si ritiene <che il fatto di coinvolgere un allievo in queste attività più, tra virgolette, manuali, eccetera, con l'attenzione a questi comportamenti, (0.3) non entri profondamente nella *res cogitans*>, in qualche modo. (0.3) Adesso, io glielo dico usando il linguaggio di Cartesio, ma questo, in qualche modo.. (0.4) Per esempio, il fatto dell' astrazione no?! (0.3) Il fatto che la matematica è astratta c'è, (0.3) e si basa spesso su questo approccio che dice: "ti inizio tranquillamente con l'esempio, che è (0.4) concreto, eccetera eccetera, (0.5) >ma poi c'è bisogno< del salto, insomma. (0.5) Devi, in qualche modo, giungere alla formulazion:e..(0.5) alla forma, agli aspetti formali. (0.5) >E devi giungere alla formula, devi giungere a questo, quell'altro..<". (0.3) Non che non si debba fare la formula, ma il fatto è che la formula spesso è profondamente intrecciata con questi..(0.3) ha le radici in questi comportamenti (0.4) e invece, spesso, si pensa: "No adesso arriviamo alla formula e lì (0.3) ti voglio", e quindi lì(0.3) ti giudico, lì (0.3) capisco se hai capito, eccetera eccetera. Quindi c'è questa <dualità>, ecco, (0.3) la dualità che in qualche modo colpisce, (0.4) in senso anche profondo, <il modo con cui io mi comporto in classe>. (0.4) E anche questo, capisce, è sottile perché, (0.7) come dire, (0.4) non è che io dico.. (0.3) inizio subito "Dicesi (0.5) questo e quell'altro". N:o. (0.5) Ti faccio..(0.4), però poi bisogna fare il salto. (0.5) C'è il salto (0.3) e il salto è quello ch:e, (0.5) in qualche modo…

72 I: In un certo senso, diciamo che il limite è anche in che cosa vado ad osservare, [cioè dove io..]

73 F: [..cioè]. Il fatto che io non riesco a..(0.2) Se io ho questa idea del salto, e quindi c'è l'astratto completamente..(0.3) Che può essere, sì, insomma..(0.4) Cioè addirittura questo non c'è in Piaget, cioè anche se andiamo a vedere Piaget, no?! (0.2) No, lui.. (0.3) il pensiero logico arriva dopo ma è fortemente basato su quello che lui chiama pensiero riflettivo, ecco. (0.3) E invece (0.4) spesso si ha l'idea che il pensiero astratto sia qualcosa che (0.6) [che elaboro]

74 I: [di scollegato], che può essere diciamo, tirat:o..(0.3) tirato su semplicemente con un esercizio astratto

75 F: Si, e lì..(0.4) e lì io voglio che tu sai quello, (0.3) e ti giudico su quello, eccetera eccetera. (0.3) Però allora io non sono in grado di cogliere. (0.3) Se io, (0.3) se ho quest'idea del dualismo, non riesco..(0.3) Ma non perché sia stupido, ma perché non fa parte delle mie corde, (0.2) >di nuovo un fatto culturale, di convizioni eccetera<, (0.3) il fatto che io colga dentro a queste.. (0.3) a questi modi di.. (0.4) formali, (0.3) delle cose che invece sono di meno. (0.4) Non so se lei ha mai letto Chatelet, cioè.. (0.4) Adesso non mi ricordo bene il titolo, comunque Chatelet,(0.3) non so, è un pensatore francese che ha fatto, ha scritto un bellisimo..(0.2) Dunque, c'è la parola *enjeux* nel suo testo, (0.3) adesso non mi ricordo accidenti. (0.3) Comunque se clicca in Google "Chatelet e engeux" viene fuori. Lui ha guardato il modo con cui.. (0.3) in particolare ha fatto un'analisi storica. Mi ricordo, per esempio, Cauchy,(0.3) ha presente? Non so, lei..(0.3) ah, quindi lei, se capisco bene, è laureata in matematica

76 I: si

77 F: Auindi si ricorda, no?!, i residui,(0.4) il calcolo dei residui, no?! (0.3) Allora, (0.3) lui ha esaminato proprio il modo con cui i disegni di (0.3) questi testi che sono stati prodotti da Cauchy e da altri ancora, (0.2) che sono rimasti poi nella didattica universitaria, (0.3) che si fa quella.. (0.3) quell'arco intorno,no?! Per andare a calcolare il residuo, poi si fa l'integrale, eccetera eccetera. (0.2) Ecco allora lui è andato a vedere come questo modo di rappresentare le cose si porta con sé questi aspetti che le dicevo, che in qualche modo.. (0.3) E quindi lì ce n'è una traccia, quindi è questo *enjeux* che viene rivelato da questi, no?! (0.3) Perché noi non abbiamo il video di Cauchy che spiegava il teorema dei residui, no?! ((Risata))

78 I: Anche se sarebbe stato interessante.

79 F: E sarebbe molto interessante averlo. Ma, insomma..(0.3) E questo.. (0.5) Ci sono video di.. (0.3) di illustri fisici, matematici, (0.3) alcuni li abbiamo che..(0.3) ti accorgi proprio di questo modo, come dire, (0.3) appunto *embodied*, con cui loro, ti raccontano e ti spiegano le cose e vedono quindi anche le cose e pensano di.. (0.3) Certo poi per scrivere il lavoro scientifico devo, come dire,

depurare di tutto, ma è il punto finale, il prodotto finale quello. Lo devo..(0.3) anche se poi non arrivo mai a fare quello che, (0.2) come dire, mettere tutto in un linguaggio estremamente formale, eccetera eccetera. (0.4) C'è sempre un alludere a modalità intermedie, no?! Non è che.. (0.3) altrimenti avrei qualcosa tipo.. (0.3) un po' come quando lì, Russell aveva mostrato come mai 2 + 2 fa 4, no?! Ha fattoun mucchio di righe lì nel.. (0.3) per..(0.3) perchè gli avevano chiesto, lì "Ma questi assiomi a che cacchio servono? Eccetera eccetera",(0.3) "2+2 fa 4, (0.2) ve lo faccio vedere: tra tra tra" e l'ha scritto. (0.4) Però nessuno fa così, (0.3) perchè non si capisce più niente. (0.3) Il fatto, appunto, <non si capisce più niente>. (0.5) Cioè, per capire qualcosa io ho bisogno di questa.. (0.3) coinvolgimento del.. (0.4) del mio corpo, del mio pensiero, in queste cose. (0.4) Naturalmente può darsi che io abbia elaborato delle..(0.2) dei formalismi che..(0.3) Allora è come un accorciamento che ho fatto dentro di me. (0.2) Il matematico ha questo accorciamento, a livelli più o meno elevati, che però, per chi apprende, non c'è ancora, insomma. E quindi è come un tappeto arrotolato e io devo srotolarlo per l'allievo in qualche modo, (0.2) dove c'è questo legame profondo fra gli aspetti concreti, manipolativi eccetera e gli aspetti (0.3) più formali, insomma.

80 I: Perfetto. Io la ringrazio enormemente per questa chiacchierata.

81 F:Spero di non averle fatto perdere troppo tempo.

82 I: Assolutamente, è stato davvero molto molto interessante, la ringrazio ancora. Se possibile le scrivo per quei riferimenti di cui mi ha parlato.

83 F: Eh, ecco, mi ricordi ancora, che io adesso mi son già dimenticato quali erano i riferimenti. Se però lei.. lei ha registrato, mi pare

84 I: Si, certo

85 F:Quindi..

86 I: Quindi glielo scrivo

87 F: Mi faccia l'elenco insomma, io poi glieli do volentieri.

88 I: Mi farebbe incredibilmente piacere, davvero. E la informerò degli sviluppi futuri.

89 F: Si, se mi manda poi la sua tesi, (0.3) se mi manda la sua tesi, sarò lieto di leggerla.

90 I: La ringrazio davvero e le auguro un buon proseguimento di giornata e forse ci sarà occasione di rincontraci.

91 F: Si, perchè no. E intanto auguri per la sua carriera, la sua tesi e tutto quanto.

92 I: Grazie davvero.

93 F: Arrivederci.

94 I: Arrivederci.

1 Maria Alessandra Mariotti

2 M: Buongiorno, mi sente?

3 I: Buona sera. La sento benissimo. La ringrazio per questa possibilità.

4 M: Figuriamoci, è un piacere.

5 [...]

6 I: Il mio oggetto di studio principale sono appunto l'insieme delle attività laboratoriali, esplorative, quindi con un coinvolgimento molto attivo dello studente che (0.6) coinvolgono anche la sua..(0.3) il suo movimento, o con l'utilizzo di artefatti o semplicemente del suo corpo con percorsi o con manipolativi di vario tipo, sia virtuali che fisici. E ci stanno dentro tante cose, (0.8) ci stanno dentro le attività nella prospettiva enattivista, (0.3) della pedagogia enattivista, (0.7) un po' come le portano avanti anche Abrahmson e Bakker, (0.5) poi ci stanno le cose legate più all'embodied cognition, (0.6) poi ci stanno anche però le didattiche manipolative con artefatti dove però lo scopo è quello esplorativo. (0.5) Quindi è un interesse, diciamo, generale verso questo tipo di attività che hanno un'attenzione particolare per (0.3) l'attività esplorativa laboratoriale (0.4) e l'utilizzo del corpo e del..(0.3) della percezione sensori-smotoria in queste attività. (0.8) Diciamo, (0.5) il mio problema grosso in questo momento, da un punto di vista della ricerca, è (0.9) trovare il modo di dare una definizione che sia chiara e riconoscibile, (0.5) da un punto di vista teorico, (0.3) ma soprattutto da un punto di vista comunicativo, per <parlare e presentare agli insegnanti questo tipo di attività>, con una modalità, delle parole, una definizione che sembri a loro riconoscibile (0.5) e chiara (0.7) ed esplicativa del.. (0.4) dell'insieme delle attività che vado a considerare. E in particolare, dovendo..(0.8) all'interno del progetto la fase momentanea è quella di definizione di un questionario, (0.7) in cui brevemente presento questo tema nella parte iniziale. (0.6) E quindi, ho un obiettivo, (0.5) diciamo, di concisione e chiarezza per esprimere, appunto, l'insieme di queste attività. Allora mi chiedevo se (0.6) avesse per caso delle idee su una possibile definizione (0.6) e anche un possibile modo di presentare questa attività, (0.6) anche conoscendo di più, probabilmente, (0.9) conoscendo molto il mondo dell'insegnamento e(0.7) avendo avuto rapporti con gli insegnanti (0.8) e conoscendo di più anche i vocabolari degli insegnanti e quali sono i punti di riferimento.

7 M: Ma in questo questionario (0.8) cosa gli vorresti chiedere?

8 I: [Allora principalm..]

9 M: [Che informazioni vorresti] tirare fuori? (0.7) Perchè ho l'impressione che, effettivamente, dietro..(0.5) tu stai abbracciando un ventaglio molto ampio anche di.. (0.3) di approcci teorici, (0.4) tra loro anche abbastanza lontani e (0.7) e quindi per descriverli a un insegnante, dipende anche da che cosa vuoi comunicargli. (0.4) Quindi, se (0.6) fosse il problema: (0.8) voglio presentargli un, come si dice, (0.5) un percorso. (0.4) Questo, diciamo, allora devi pensare più che altro come vuoi tu chiarire i tuoi obiettivi e i metodi che vuoi utilizzare per raggiungere i tuoi obiettivi, però questo lo vedrei più molto più facile, (0.5) nel senso che è più facile comunicare quello che uno ha in testa quando ha progettato un certo intervento >anche perché poi lo esemplifica su quello che vuole fare<, (0.6) e quindi diventa più semplice condividere con un insegnante <sia l'obiettivo sia la metodologia>. (0.99 Ma (0.5) volendo fare delle domande, eh, (0.7) questo diventa sempre difficile. (0.7) I questionari sono tra le cose più (0.6) tremende che si possano trovare, nel senso che (0.4) è molto difficile farsi capire e, (0.4) in generale, quelli che funzionano sono quelli che arrivano dopo lunghe interviste, (0.5) un lungo periodo di interviste nel quale si mette a punto questo..(0.6) anche le proprie idee insomma. (0.4) Quindi si fanno..(0.3) si riesce a fare delle ipotesi <anche un po' più chiare di che cosa ci si aspetta>. E allora le domande si riescono a fare in maniera più (0.5) secca, in modo da poter avere una certa fiducia che la risposta sia veramente la risposta alla domanda che stai facendo. (0.4) Perché ti assicuro che i questionari sono veramente <infidi, (0.5) infidi>. (0.8) Con gli insegnanti p:oi..(0.7) Con i ragazzini è più facile, ma con gli insegnant:i.. (0.4) son tremendi. (0.7) Perché loro pensano una cosa e ne dicono un'altra. (0.4) Ma sempre! (0.8) Ma non lo fanno per male, (0.5) perché hanno una quantità di.. (0.4) poi gli insegnanti italiani, figuriamoci!

(0.3) Sono sempre complessatissimi di essere sotto giudizio. Quindi anche se uno vuole veramente sapere la loro opinione, (0.5) niente! (0.3) Cercano di capire cos'è che secondo te è corretto

10 I: È Desiderabile

11 M: E’ desiderabile. Quindi è veramente difficile. Per cui, insomma, (0.3) mi metti un po' in difficoltà. nel senso che in realtà bisognerebbe capire meglio cosa vorresti sapere da loro. 80.29 Parliamo un po', in soldoni, che cosa.. (0.3) prova a fare una una domanda, una di quelle che.. (0.4) e guardiamo se riesco a entrare nel.. (0.4) per aiutarti a entrare nel tuo modo di.. (0.3) quello che vuoi chiedere.

12 I: Certo.

13 M: Vediamo un po’.

14 I: Allora diciamo l'interesse macroscopico è cercare di capire quali sono le convinzioni che gli insegnanti accompagnano all'utilizzo in classe di attività, per esempio con artefatti, o di percorsi anche motori in palestra, per esempio pensando a scuole primarie. (1.2) Quali sono gli obiettivi che ti aspettano di raggiungere, ad esempio, proponendo questa attività? Quali sono le convinzioni e il tipo di strategie didattiche che mettono in campo quando propongono queste attività?

15 M: Domande del tipo: (0.4) "Secondo te- secondo lei, secondo te dipende da come..- Perché (0.3) è importante coinvolgere il corpo nelle attività didattiche? (0.3) Oppure (0.4) senza perché, prima: "Secondo te è importante coinvolgere il corpo nel.. (0.3) nell'attività didattica?" (0.4) Perché se io penso alla posizione del tipo embodied cognition, che in in italiano si traduce malissimo perché (0.3) cognizione incorporata è veramente un’oscenità, (0.3) quindi io proporrei di non tradurla, eh, ma di usare una perifrasi che voglia dire coinvolgere.. (0.6) che si capisca che devo coinvolgere il corpo. E..(0.7) e quindi chiedere se è importante o meno, ed eventualmente chiedere, (0.4) per esempio, <se dipende dall'età>.

16 I: Esatto

17 M: Perché io credo sia la base, che ce la portiamo da Piaget letto m:ale, (0.4) tutte queste.. (0.5) Piaget per l'infanzia, per la vecchiaia, insomma, queste cose veramente terrificanti (0.7) e che però ormai sono entrate nel tessuto sociale. E’ come se.. (0.4) forse non sanno nemmeno che (0.6) fu colpa del povero Piaget, a suo tempo, ma è entrato nell'anima del.. (0.3) degli insegnanti che con le mani si fa..(0.3) si fa nella primaria, se va bene in po' alla secondaria, semmai al primo grado e poi basta. (0.7) Non si..(0.4) E questo anche i ragazzi eh, (1.0) sono così, non.. (0.7) Se tu provi con gli universitari a fargli delle.. (0.3) così, (0.4) ma anche soltanto evocare qualcosa che possa essere un modello concreto, (0.3) <da fabbricare>, (0.5) oppure un'immagine, una metafora, che coinvolge qualcosa (0.7) di manipolabile (0.6) te la rifiutano:(0.7) "Come, (0.3) ma questa roba da bambini? Ma (0.3) scherziamo? (0.5) Ci piglia per scemi." Ecco, così. (0.4) Quindi vuol dire che è dentro la testa delle persone, (0.7) e ci arriva perché poi, ecco, con il mondo moderno..(0.3) Basta guardare la televisi:one, le..(0.4) Vai sul sito delle m:amme, (0.3) che sanno già tutto cosa gli devi fare. (0.3) Quindi, figuriamoci.. (0.4) Quindi le insegnanti a maggior ragione. (0.3) Quindi, cercare (0.5) le convinzioni. (0.5) Ma io andrei su cose molto, molto di base. (0.4) Quindi coinvolgimento della motorietà, (0.6) motorio, diciamo. (0.3) Quindi per insegnanti di scuola primaria, se uno parla del senso motorio, tanto tanto forse ti capiscono, per cosa..(0.3) di cosa stai parlando. Se cresci nelle..(0.3) nel livello scolastico, (0.5) meglio descrivergli di più, per esempio, non so, <simulare un perc:orso (0.5) oppure i gesti>, per esempio, chiedere (0.4) come, (0.3) se guardano i gesti dei propri allievi, se non li guardano, (0.3) se pensano che questo non sia una cosa importante o sia una cosa importante. (0.4) Ecco, (0.7) però io ti suggerirei di fare qualche intervista (0.4) prima di fare il questionario. (0.3) Perché, secondo me, (0.4) anche per chiarirti le ipotesi che ti fai nella testa (0.4) su quali sono le convinzioni. (0.3) Perché in qualsiasi ricerca, ma in particolare quella che vuoi fare, diciamo, attraverso i questionari, (0.3) bisogna avere già delle ipotesi ben chiare nella testa, (0.4) che poi le puoi buttare via, eh (0.4) non è che deve.. (0.5) Ma l’ipotesi chiara (0.4) è quella che ti dirige nella costruzione del questionario e poi nella sua analisi. (0.5) E quindi formuli la domanda in un modo che: se mi rispondono così, (0.3) non dico chiusa ma quasi, (0.4) se mi

rispondono così allora la mia ipotesi è chiusa, (0.2) se non mi rispondono così, vuol dire che non è giusta e allora vorrà dire che è una convinzione diversa e così via. Quindi.. (0.3) io ho l'impressione che.. (0.7) E raccontarlo, (0.3) facendo degli esempi senz'altro. (0.3) Quindi, (0.4) intanto la parola artefatto (0.3) non la usare, (0.4) perché tanto quella non te la capisce nessuno. (0.3) Piuttosto.. (0.5) Sì perché, (0.3) che vuoi, (0.4) se ti devi mettere a spiegargli cosa è un artefatt:o..(0.6) E poi non è.. (0.4) secondo me non rende l'idea. (0.5) Forse la differenza può essere fra (0.4): <materiale quotidiano e materiale invece progettato>, materiale didattico, progettato per. (0.5) Che può essere, appunto, (0.3) che ne so, materiale Montessori, (0.4) che alcuni conoscono per sentito dire, ma pochi lo hanno praticato anche perché, se non vai nelle scuole montessoriane, (0.4) non mi risulta che lo si è.. (0.5) nemmeno lo si trovi. (0.3) E.. (0.6) di solito le maestre italiane hanno abbastanza.. (0.4) usano abbastanza materiale povero, di quello che ti trova per.. (0.7) Alla scuola secondaria di primo grado, (0.4) tranne qualche ispirato che segue un po' la Castelnuovo, (0.3) che magari..(0.5) Tutti i gruppetti che vanno, che so, (0.3) al laboratorio Cenci, tanto per farti l'idea, (0.5) allora chiaro che loro conoscono tutto l'armamentario (0.3) e che hanno anche, probabilmente, elaborato tutto un loro modo di (0.4) <costruire e di proporre agli allievi materiale>. (0.4) E questo sarebbe interessante: scoprire queste persone. (0.4) E lì però bisogna.. (0.4) io farei una differenza fra (0.6) <chi pensa che la matematica sta nell'oggetto>, (0.5) e quindi l'oggetto io lo propongo perché lui è..(0.3) è un modello concreto, esterno, (0.3) nel quale io riconosco e contemplo la matematica>. (0.9) Questo è un po' l'atteggiamento del matematico contemplativo, (0.6) che va dal matematico di professione che si eccita con le.. (0.3) con le.. (0.3) con le esposizioni di matematica, (0.7) al ragazzino.. (0.7) Secondo me la Castelnuovo ce l'aveva abbastanza questa..(0.3) questo..(0.4), che più che (0.6) <manipolare (0.4), era proprio lo scoprire certe cose che mi venivano svelate>, (0.5) non tanto.. (0.3) anche dall'azione, per forza, (0.3) lei era..(0.3) era giuiana, quindi lei partiva dalla scuola attiva eccetera eccetera, (0.6) però io ho avuto sempre la sensazione che <non fosse tanto legato proprio (0.4) al movimento (0.4) ma piuttosto al riconoscimento nell'oggetto>, (0.4) e quindi c'è molto anche la costruzione dell'oggetto. (0.8) E quindi (0.4) la costruzione dell'oggetto, (0.5) l'esplorazione e poi la costruzione, (0.3) dovrebbe andare di pari passo a una convinzione, (0.5) >però non so quanto gli insegnanti poi ne sono coscienti di questo<, comunque magari implicita, (0.4) del fatto che <la matematica è incorporata nel nell'oggetto>. (0.4) Che è un po' l'opposto di quello che è (0.6) l'embodied cognition. (0.4) <Non è incorporata nel..(0.3) nel mio corpo, (0.7) è.. (0.3) è nell'oggetto e io in qualche modo, familiarizzando con l'oggetto, la faccio mia>. (0.5) Perchè, anche se lo manipolo, però è perché le.. (0.6) le.. (0.4) i vincoli dell'oggetto sono tali che io riconosco la..(0.8) Quindi..(0.6) sono un po' distinzione di lana caprina eh, (0.7) però, (0.4) in questo caso, (0.3) l'attività dell'allievo non la vedrei così legata alla..(0.5) a questa <unione tra corpo e conoscenza>, (0.3) che è tipica dell'embodied cognition, (0.5) e piuttosto invece su (0.3) <l'azione e la riflessione sull'azione, (0.4) che invece è tipica piagetiana>, (0.5) che però con l'embodied cognition non c'ha a che fare (0.5) se non col fatto che il soggetto <fa delle cose>, (0.4) però sono due (0.3) atteggiamenti, (0.4) cioè due modi di guardare alla cognizione che sono diversi fra loro. (0.7) Ripeto, (0.4) ora queste fra noi ce ne possiamo discutere e sono interessanti, (0.3) possiamo anche dire "mi riconosco più in questa posizione piuttosto che in quest'altra e.." (0.5) Però se vuoi andare a capire cosa gli insegnanti pensano, (0.6) eh, allora io li spronerei un po' di più a raccontare che co.. (0.4) <quale attività degli allievi pensano sia importante (0.5) e quale sia il ruolo che ha, eventualmente, un oggetto, (0.5) io parlerei in generale di un oggetto (0.5) che è stato progettato con fini didattici (0.5) oppure semplicemente utilizzato dall'insegnante per far fare delle cose agli allievi>. (0.4) Ecco, capire queste.. (0.9) Poi tra <l'oggetto, diciamo, con una progettazione didattica e (0.5) uno strumento (0.4) che nasce e viene prodotto, e qui sarebbe di più l'artefatto, dal.. diciamo, (1.2) dal matematico (0.5) o comunque da chi poi ne tira fuori della matematica>, (0.7) anche questo è un altro..(0.3) un'altra..(0.4) Ma non so quanto se ne rendan conto, (0.3) però potrebbe essere interessante anche andare a vedere quanto si rendano conto della differenza fra.. (0.5) che ne so, i regoli in colore, (0.6) prendo le cose più banali eh, (0.4) e un compasso. (0.9) Perché sono due oggetti che (0.6) anche dal punto di vista, diciamo, storico e matematico sono molto diversi fra loro. (0.4) E quindi, insomma, (0.7) queste cose non so gli insegnanti quanto sono consapevoli, (0.5) e questo potrebbe essere anche interessante. (0.9) Quali usano? (0.5) Io mi ricordo >tanti anni fa avevo fatto fare una tesi< (0.4) ma nella notte dei tempi, (0.5) proprio sull'analisi del materiale. (0.7) Allora usava ancora tanto il materiale strutturato, (0.9) e mi ricordo che questa fanciulla si era molto.. (0.3) aveva fatto tutta una catalogazione di materiali.. (0.8) Quindi questo aspetto di..(0.6) Ti dovresti intanto fare.. (0.4) lo avrai già fatto insomma, (0.4) una tua catalogazione su come.. (0.4) come si connettono i vari materiali classici, diciamo, (0.4) rispetto ai punti di vista. (0.5) Poi dovresti forse tradurre cosa ci si fa (0.4) rispetto al punto di vista, (0.3) e quindi, poi, da come gli insegnanti ti dicono cosa ci fanno, (0.3) potresti risalire a qual è la loro concezione di quell'oggetto con fini didattici. (0.3) Ecco, questo potrebbe essere un modo per indagare. (0.4) Non gli chiederei in maniera esplicita (0.3) cosa ne pensano della cognizione incorporata, (0.4) perché secondo me ti guardano come fossi cinese.

18 I: Sì. Diciamo che la mia prospettiva è proprio quella, cioè (0.9) io diciamo, (0.4) per come l'ho strutturata al momento, avevo questo tipo di approccio: dunque una parte dove.. (0.6) in una parte iniziale cercavo un modo per descrivere l'insieme di possibilità di (0.5) attività che coinvolgono l'utilizzo del corpo, che possono essere utilizzate in una maniera esplorativa e laboratoriale, quindi, (0.8) ad esempio, in maniera differenziata per scuole primarie e secondarie, (1.2) per esempio presentando una sorta di esempi di materiali magari conosciuti, su cui anche si conosce magari il modo di agire, (0.4) per esempio le applicazioni di GeoGebra, (0.3) sulla scuola secondaria, (0.5) oppure, (0.4) per esempio, nella scuola primaria o materiali appunto montessoriani, o l'utilizzo, per esempio, di (0.4) touch count o comunque altri (0.5), da un punto di vista virtuale, diciamo, altre applicazioni che permettono la manipolazione, (0.5) oppure l'utilizzo di strumenti anche come compasso, come.. (0.8) che possono essere utilizzati anche in una chiave anche esplorativa. E (0.9) diciamo, mi piaceva chiedere, (0.6) in una prima parte, quali sono le convinzioni rispetto all'utilizzo di questi materiali e di queste prospettive

19 M: Eh ma come gliele chiedi? (0.5) Non è che si può chiedere una convinzione, (0.4) bisogna che tu la tiri fuori. (0.4) Scusa se ti do del tu, perché tra ricercatori bisogna darsi del tu, quindi anche tu dammi del tu, non ti peritare. Bisogna che tu trovi una domanda (0.4) indiretta.

20 I: Certo

21 M: Perché (0.8) 99 su 100 non sono consapevoli, e quindi non..(0.7) O magari poi non saprebbero nemmeno bene che cosa dire, (0.4) magari hanno le loro convinzioni, (0.4) ma in genere le convinzioni sono qualcosa che sfugge, (0.5) va definita dal ricercatore a posteriori rispetto a certe domande. Quindi come.. (0.6) che cosa penseresti di domandargli?

22 I: Ad esempio se (0.4) l'idea di proporre attività, che siano laboratoriali e che utilizzino il corpo, tramite strumenti o senza strumenti, (0.5) se, (0.4) ad esempio, pensano sia adatta solamente ad alcuni gradi scolastici, (0.6)se, ad esempio, credono che sia (0.4) una pratica inclusiva, (0.5) se credono che sia adatta solamente a certi, (0.7) diciamo, stili d'apprendimento, in un certo senso, (0.9)quali sono i limiti che vedono [nell'utilizzo di..]

23 M: [Per esempio l'idea che sia..] Io penso che per tanti, (0.3) per tante persone, l'idea che, (0.9) e che va d'accordo col fatto che si fa con i più piccolini, è che, (0.8) diciamo, (0.3) è più motivante. (0.6) Classico discorso vago, che vuol dire: (0.4) "L'accettano più volentieri i ragazzi, (0.9) perché fanno delle cose. (0.7) Li tiene più impegnati, in certo senso" (0.6), sempre però io avrei rispetto che non siano così convinti che sono (0.5) fondamentali per l'apprendimento. (1.2) Nel senso che poi (0.4) qual è il contributo alla concettualizzazione.. (0.8) Perchè io, vabbè, li faccio esplorare, (0.4) però alla fine l'esplorazione dovrà avere come obiettivo una concettualizzazione. (0.8) Allora (0.3) che cosa..(0.5) <che contributo da (0.4) aver coinvolto il corpo (0.4) nella formazione di un concetto astratto> (0.4) come quello, che ne so, di (0.5) boh, di numero, (0.3) di somma o di (0.5) quant'altro, insomma, anche coi più grandi anche quella (0.49, che ne so, (0.3) di cerchio (0.4) e così via. (0.9) Perchè non sono sicura che gli insegnanti abbiano chiaro che serve per capire qualcosa di..

24 I: Certo

25 M: per formarsi un concetto,(0.4) ma pensino che tutto sommato.. (0.7) Per questo poi ti dicono (0.5) che lo farebbero volentieri il laboratorio ma non c'è tempo, (1.2) perché è un lusso

26 I: Perchè non pensano che sia possibile [da quello]

27 M: [Perché non pensano che sia fondamentale per..] Dicono: "Tanto quelle gliele spiego io (0.5) e

poi loro ci ruzzano un po', (0.4) ci giocano un po' (0.4) e così si divertono e (0.5) son più contenti". (0.4) E così è un po', (0.7) non so come dire, la gita premio fare laboratorio. (0.5) Quindi queste domande proprio sull'attività di (0.9) laboratoriale, che vuol dire fare cose in piccoli gruppi, problemi aperti, problemi che sono di.. (0,4) non di routine, (0,5) che non..(0.3) che non prevedano di aver già studiato delle strategie, eccetera eccetera. E loro ti diranno: "Si, sono importantissime", e quanto le fai? (0.4) E allora ti diranno: "Sì, se va bene una volta.." (0.4), quanto? Una volta al mese? Una volta ogni tre mesi? (0.4) Eh, (0.3) se li vai a quantificare vedrai che, frushh, (0.3) tutta l'importanza crolla (0.3) miseramente.(0.5) E lì, (0.4) vedi anche indirettamente che non è che diano grande [valore]

28 I: [E infatti, diciamo], l'altra idea è di chiedergli sia il, (1.6) come posso dire, i prodotti che pensano poi di poter osservare, no?!, a partire dal proporre in classe. (0.3) Che tipo di.. (1.2) ora mi viene solo in inglese, (0.3) di *learning outcomes*, ((risata)) [pensano di poter avere nel proporre queste attività]

29 M: [Sì, vabbè di, di..]

30 I: E dall'altra parte, appunto, se li applicano, quanto li applicano, (0.3) quanto spazio gli dedicano, (0.3) che tipo di valutazione pensano di accompagnarli. (0.3) Cioè, in questo penso di far emergere, ecco, (0.3) le convinzioni, (0.4) in maniera, appunto, non esplicita, non è: "che cosa ne pensi di..?".(0.4) Però vedendo un po', provando a calarlo un po' nella pratica, (0.3) che poi non avrò nessuna informazione sulla pratica ma sul, diciamo, dichiarato della pratica, (0.3) che mi dice qualcosa sulla convinzione, in un certo senso.

31 M: Sì, fagli quantificare quante volte usano una certo tipo di pratica, eh, (0.3) perché (0.5) tra il dire e il fare c'è di mezzo il mare eh. (0.4) Regolarmente hanno..(0.4) insomma, (0.6) quindi già sulle attività di tipo laboratoriale penso che abbiano tutti qualche piccolo dubbio, (0.4) che non.. (0.3) che non confesserebbero in maniera aperta, però se poi uno gliele fa un po' quantificare (0.8) e anche dire quali sono, gli aspetti.. (0.7) secondo loro, gli aspetti negativi

32 I: I limiti, assolutamente si. (0.3) I limiti dell'attività, che possono essere appunto la difficoltà nella gestione della classe..(0.3) Io ho..(0.3) mi son creata dei profili in questo senso su quali sono queste possibilità, (0.3) però appunto mi piaceva anche sapere un po'..(0.4) un po' è stato dedotto anche dallo studio della letteratura, (0.3) ci sono tanti, tanti studi, per esempio, sui beliefs sull'utilizzo dei manipolativi, (0.7) il fatto è che io ho voluto ampliare non solo ai manipolativi ma a due componenti: (0.8) quella di utilizzare, sì, la manipolazione, (0.4) ma non puntando, tra virgolette, il dito sul materiale, ma su entrambe le componenti, (0.3) quella dell'utilizzo di un materiale e del corpo e della percezione, (0.3) e dall'altra parte anche però (0.7) non soltanto come rappresentazione, (0.4) come sussidio didattico, (0.5) ma come..

33 M: Come componente della costruzione del concetto, [è chiaro].

34 I: [Esatto]

35 M: Questa è la parte più.. (0.5) che comunque (0.3) mi sembra che c'è una specie di continuo (0.3) in questa idea del..(0.4) dell'uso <del concreto>, (0.5) come si dice no?!, "facciamo un esempio concreto".(0.4) Visto che la matematica, poveretta, non c'ha proprio niente di concreto, (0.5) ed è quindi costretta sempre a rifugiarsi nel concreto per parlare con gli altri, (0.4) quindi dai segni che ti servono per parlare e poi per comunicare comunque, ma anche poi nei supporti di tipo più, (0.8) diciamo, ad esempio, (0.3) i supporti per il calcolo, queste cose che sono tradizionalmente state una..(0.5), tra l'altro, all'origine di concettualizzazione matematiche importanti. (0.4) Ora poi che abbiamo tutto questo profluvio di roba digitale, (0.3) di <materiali digitali>, (0.3) il cui uso però, onestamente, insomma, lascia il tempo che trova. >Perchè poi ora quando, finalmente, tutti si sono potuti rifugiare nella LIM< (0.6) che è l'oggetto più lontano da quello che si poteva pensare, ha semplicemente rimesso il mestolo in mano all'insegnante (0.4) e ai ragazzini gli ha levato persino la possibilità di prendere appunti, (0.3) che brutta cosa potesse essere, comunque, era una forma di partecipazione. (0.3) Adesso non prendi neanche gli appunti, (0.4) tanto poi te li manda in pdf. E questo già 40-50 anni fa Umberto Eco lo diceva benissimo a proposito delle fotocopie, che ancora puzzavano, e diceva "Adesso che c'è le fotocopie la gente non legge più, fotocopia. (0.6) Ha fotocopiato, (0.4) è come se l'avesse letto", (0.4) in un bellissimo

articolo di Umberto Eco sulle fotocopie che, ti ripeto, >veramente quando le fotocopie puzzavano perché le facevi così, perchè si facevano ancora su quella carta orrenda, che faceva venire il mal di testa<, (0.4) e però aveva capito tutto. (0.5) Adesso noi siamo pieni di .pdf, (0.6) li leggi? (0.3) No, (0.4) però ce li hai. (0.5) “Mandami un pdf, mandami un PDF”. E quindi un ragazzino, in tenera età, viene abituato al “mandami un pdf”. (0.4) Allora, anche quella partecipazione, (0.3) che era anche parecchio motoria, perchè se devi scrivere ti devi anche applicare, eh, (0.4) la scrittura è un forma di, di..(0.3) cognitiva, (0.4) di impegno cognitivo meraviglioso per imparare. (0.5) “Forza, (0.3) levato anche questo”

36 I: Poi c’è lo sforzo anche di rappresentazione che spesso con i concetti matematici, (0.5) cioè anche quella componente

37 M: C’è tutto: (0.3) imparare tutte le parti, (0.4) la libertà di rappresentare e le convenzioni delle rappresentazioni. (0.3) <La rappresentazione è fondamentale>, (0.3) proprio perché la matematica è astratta e quindi poi, alla fine, per qualunque cosa hai bisogno di <inventarti una forma concreta>. E allora, a questo punto, inventarsi la forma concreta dovrebbe far parte del.. (0.5) e invece no. (0.4) Tanto c’è l'insegnante che ti fa il disegnino su su GeoGebra, possibilmente il filmino che così è più contento, (0.3) poi te lo manda e uno sta sempre lì, (0.5) sempre più passivi ‘sti ragazzini. (0.3) Allora se l'insegnante pensa di aver utilizzato le tecnologie, le nuove tecnologie, (0.3) che poi nuove, figuriamoci, sono nuove come me, (0.4) convinto però di essere à la page perché usa la LIM, (0.3) abbiamo finito, ecco. (0.5) Perché, (0.4) onestamente, <per come si era partiti>, sembrava che tutti i nostri problemi potessero essere risolti perché c'erano le tecnologie poi, alla fin fine..(0.7) Comunque l'aspetto del corpo, secondo me.. (0.8) Il fatto che sicuramente la convinzione che è relegato, diciamo, (0.7) il suo supporto.. (0.6) l'attività corporea come supporto anche alla concettualizzazione (0.5) può darsi che tu lo trovi con insegnanti fino alla scuola primaria, dopo, ecco, (0.4) io farei l'ipotesi che è un po' più difficile, però è interessante andare a vederlo. (0.5) Quelli del superiore sospetto che non scendono mai nemmeno dalla cattedra, ecco.

38 I: Quali sono le convinzioni degli insegnanti, (0.3) così ipotizzando, (0.4) quali potrebbero essere le convinzioni degli insegnanti, diciamo, sia di scuola primaria, ma soprattutto di scuola secondaria, che ostacolano l'entrata nella scuola di questo tipo di attività e di concezioni, no?, >dell'importanza di mettere al centro anche il corpo degli studenti in un ruolo attivo< e di rapporto con rappresentazioni, strumenti in maniera attiva?

39 M: Ma, (0.4) io penso che molta della matematica che si insegna a partire dalla scuola secondaria anche di primo grado, tranne ripeto alcune eccezioni, (0.5) <è una matematica molto legata a un linguaggio simbolico,(0.4) operativa sul simbolo>, quindi è di procedure sui simboli, procedure coi numeri, procedure con le lettere..(0.5) La geometria è sparita, per esempio, (0.8) praticamente sparita. (0,5) Io ho degli studenti della magistrale di matematica che veramente non hanno la più pallida idea di geometria elementare, (0.3) niente, è scomparsa completamente. (0.6) Quindi, la geometria..(0.3) Io invece faccio sempre molta, molta..(0.3) Perché la geometria <è spazio (0.5) ed è esperienza, (0.4) ed è esperienza (0.3) anche corporea (0.7) e, (0.6) naturalmente con tutti i suoi limiti perché >è chiaro che noi abbiamo l'esperienza di tipo motorio che è fortemente affetta dal verticale e la giacitura orizzontale<, quindi è chiaro che poi con la geometria io devo superare certe.. (0.4) certe concettualizzazioni profonde, (0.3) che sono concettualizzazioni del nostro mondo, (0.4) con la gravità, (0.7) quindi non è tutto oro quel quel che è luce, eh. (0.7) E qui c’aveva ragione la buona Castelnuovo che diceva che <“Bisogna vedere con gli occhi della mente”>, (0.6) perché poi non è mica detto che tutte, (0.3) tutti questi oggettini da manipolare siano la panacea. (0.8) Calma, (0.9) bisogna vedere che cosa ci fai. (0.3) Quindi non è cos:ì..(0.5) Per esempio, io ricordo un lavoro di tanti anni, insomma, (0.4) diversi anni fa, su problemi di conteggio, (0.6) per esempio, conteggio di vertici, facce e spigoli di solidi, (0.4) anche questo, >indipendentemente dall'età eh<, (0.5) adulti e bambini avevano difficoltà molto vicine, (0.6) avere l'oggetto in mano e contare i vertici di un dodecaedro, soprattutto se non sai che è un dodecaedro, (0.5) è quasi impossibile, (0.8) perché avere un oggetto in mano ti, (0.5) come dire, <ti spinge spontaneamente a girarlo>. (0.4) Lo giri e perdi il conto subito, (0.5) lo devi organizzare. >Ci ho fatto la mia tesi di dottorato e poi ho continuato a lavorarci un po' su queste cose<. (0.3) No, (0.5) lo devi organizzare, (0.3) e quindi la prima organizzazione è quella fisica normale, (0.3) quindi giacitura orizzontale e verticale. (0.6) I solidi che non sono facilmente organizzabili, (0.3) solidi un po' puntuti, messi in modi stran:i.. (0.6) eh, fai fatica. (0.5) Allora, la cosa migliore anche se lo hai

disponibile è di tenerlo fermo (0.4) e di pensarlo. (0.6) E questo è quello.. (0.3) e quindi ci sono dei lavori sulle manipolazioni, >penso anche dopo che io me ne sono occupata che già confermavano queste<, (0.3) queste osservazioni. (0.3) Quindi, in realtà, anche la manipolazione c'ha delle sue, (0.6) diciamo, dei suoi limiti e delle sue..(0.8) oltre alle sue potenzialità. (0.7) Quindi, è un po'..

40 I: Diciamo i limiti, i limiti principali sono dati modello utilizzato rispetto all'obiettivo che vogliamo raggiungere o sono limiti anche intrinseci del materiale rispetto a quello che poi può essere lo sviluppo del pensiero?

41 M: Mah, (0.4) non saprei rispondere, soprattutto mi sembra una domanda impostata in maniera troppo generale.(0.3) Perché uno deve vedere anche l'obiettivo. (0.4) Nel senso che, (0.3) il concreto, (0.3) il mondo fisico (0.4) ha, come dire, (0.4) dei suoi obiettivi di apprendimento. (0.7) Noi siamo bravissimi, attraversiamo la strada anche in città molto, (0.3) molto complesse, come può essere Napoli o Istanbul, (0.5) non calcolando i sistemi di equazioni differenziali >che potrebbero modellizzare tutti quei moti che mi vengano addosso<, (0.3) non lo faccio. (0.5) Però vuol dire che ho interiorizzato, concettualizzato in maniera molto raffinata il moto, (0.4) e il moto mio relativo rispetto al moto degli eventuali oggetti che mi vengono intorno, ma (0.5) >rispetto al mio obiettivo<, (0.4) che è quello di attraversare la strada. (0.5) Ma questo con la matematica non c'ha mica nulla a che fare, (0.9) non è che siccome io attraverso la strada allora io ho capito cosa è una equazione differenziale. (0.8) Calma eh, (0.7) perché poi, (0.59 che un adulto esperto dica “Oh guarda, (0.3) se dovessi modellizzare questa situazione >dovrei costruire un sistema di equazioni differenziali<” va benissimo, (0.3) magari poi non lo saprebbe nemmeno fare, (0.7) ma <tra il concetto matematico raffinato, (0.3) con la sua concettualizzazione, la sua sistematizzazione teorica, (0.6) il suo metterlo in, diciamo, (0.4) in sistema con tutti gli altri, (0.8) cioè questa è la matematica>. (0.5) Allora, l'idea è: (0.4) come posso mettere insieme le due cose? (0.6) Cioè com'è che posso sviluppare (0.6) dei raffinati sistemi cognitivi legati al mio corpo e poi..(0.7) Eh, poi è l'insegnante dovrebbe avere chiaro com'è che questi si legano alla matematica. (0.5) E avere chiaro poi com'è che posso far lavorare gli allievi (0.3) dal muoversi (0.4) verso la matematica, (0.5) perché poi a me mi interessa la matematica. (0.8) Cioè (0.4) che il bimbino di Abrahmson faccia avanti e indietro con i suoi, così ((movimento della mano sinistra e destra, chiuse a pugno, in direzione verticale, di moto alternato)) (0.8) A parte che io li ho visti, (0.39 li ho visti fare perché io ero a Berkeley quando ha cominciato a lavorare su questa roba, quindi poi con Dor siamo in amicizia, (0.4) quindi conosco bene quel sistema di..(0.3) degli aggeggini, (0.5) anzi la griglia da metterci dietro gliela avevo suggerita io ((risata)). (0.5) Gli dissi: "Se ci metti la griglia può darsi che gli venga in mente di misurare qualcosa, perchè sta a fare così”((movimento sul piano verticale delle mani chiuse a pugno, in moto alternato)). Poi in realtà diventano bravissimi, (0.3) perchè poi i ragazzi figuriamoci, (0.3) son bravissimi, (0.6) ma da quello (0.5) alla proporzionalità come concetto matematico (0.3) io ci vedo un passaggio lungo, (0.6) e questo è tutto in mano all'insegnante, (0.7) non è in mano a Dor, che quando ha visto che funziona così, che loro riescono a..(0.4) in qualche modo a costruire qualcosa nella loro mente, senz'altro, che gli permette di accordarlo, (0.5) e io ci riconosco la proporzionalità perché la so, (0.4) loro semplicemente vanno bene, così come vanno bene col joystick per mandare le macchinine “ahmbbrrrrr”, (0.39 benissimo. (0.4) Ma, sai quanta matematica c'è dietro le macchinine che si rincorrono in un giochino elettronico? Tantissima, (0.5) però se io voglio prendere il giochino elettronico, le costruzioni…(0.4) ipotizzare le costruzioni cognitive dietro eccetera, eccetera, (0.6) e poi arrivare alla matematica, (0.5) c'ho tutto una trasposizione didattica da fare di questa roba (0.4) e non posso lasciare l'insegnante a dire, (0.4) solo, (0.5) perché non si può, (0.4) >non se ne rende nemmeno conto<

42 I: Di cosa ci sarebbe bisogno, diciamo come guida, in un certo senso, [per legare..?]

43 M: [intanto ci vuole un'analisi], diciamo molto, molto (0.5) raffinata del legame fra <i costrutti cognitivi che stanno dietro all'eventuale (0.3) attività che io propongo 0.5) e la loro messa in corrispondenza con i concetti matematici che io poi vorrò..(0.6) ho come obiettivo didattico>. Beh, prendiamo l'esempio lì, (0.3) allora io c'ho in testa, (0.4) voglio fargli capire che c'è una relazione di..(0.3) fra cosa? (0.4) Allora che loro percepiscono questa relazione (0.4) e questo è molto importante, (0.4) sono d'accordissimo, (0.5) e quindi intanto sentono che c'è una..(0.5) un legame fra questi due..(0.4) Allora, (0.3) questi due movimenti, (0.6) e che io ho un certo senso di equilibrio quando i due movimenti si accordano. (0.5) Allora questa è la parte diciamo (0.4) cognitiva, (0.7) la parte matematica è il..(0.3) non può venire altro che da una misura, (0.5) >perché si io non misuro i

numeri non ce li ho< (0.6) e se voglio la proporzionalità io ho bisogno di avere una misura (0.5) perché io non ce l'ho (0.4) <fra movimenti>. (0.3) Allora, (0.3) quando io comincio ad avere questa percezione, (0.3) vado a misurare e a questo punto ci hai qualcosa che è molto di più che darti una tabella di numeri che si corrispondono in una proporzione, perché tu interpreti (0.3) <con i numeri (0.4) una sensazione intrinseca (0.3) di relazione fra variabili>. Quindi, il tuo movimento..(0.5) fra l'altro il movimento è, secondo me, (0.5) la potremmo chiamare proprio veramente <la metafora fondante della variabile>, (0.5) perché il movimento è spazio-tempo quindi mi da proprio l'idea della variabile. Quindi io c'ho questa percezione della variabile, la percezione del legame fra due variabili e (0.3) un legame che (0.3) >deve mantenere un equilibrio<. Questo è il nodo, (0.4) detto in maniera cognitiva, (0.5) poi lo traduco nella matematica. (0.3) Allora nella matematica dico, (0.7) beh, la variabile movimento la trasformo in uno spazio, >perché poi li devo muovere contemporaneamente quindi il tempo lo levo<, (0.4) è uno spazio e lo vado a misurare, (0.5) e tutto questo lo traduco in un rapporto e <il rapporto mi diventa il concetto matematico che corrisponde a questo senso di (0.4) equità>, non so come dire. (0.5) Che poi è vero che il senso della proporzione, (0.3) che poi è il senso dell'equità, (0.4) è ciò che è giusto. (0.5) Tanto è vero che la proporz.. (0.3) l'idea di proporzione è la quintessenza della giustezza, no?!, anche la probabilità, (0.5) in fondo (0.6) perché quel modello ci soddisfa? (0.4) Ci soddisfa perché è un modello che, (0.5) attraverso il rapporto io rendo giustizia, insomma, delle..(0.6) degli eventi, ecco, (0.4) qualche cosa di questo genere. (0.6) Ora, si fa per chiacchierare, (0.5) se si va sul cognitivo si chiacchiera parecchio ((risata)), (0.8) Insomma, (0.7) beh, (0.8) io nel mio linguaggio, poi, parlerei di potenziale semiotico (1.2) e, (0.4) per forza mi piace mi piace il concetto di potenziale semiotico (0.6) perché mette insieme la parte, (0.4) diciamo, legata anche proprio ai (0.6) costrutti cognitivi che emergono (0.4) ma anche ai significati matematici che voglio, (0.3) perché quello io (0.9) non ci credo che uno ha capito cos'è la proporzionalità soltanto perché..(0.4) perché mette d'accordo le manine. (0.3) No ecco, (0.4) non è la proporzionalità, (0.4) io ce la vedo la proporzionalità perché sono un adulto esperto, (0.3) ma il ragazzino si diverte, (0.4) si diverte e basta, (0.7) dovrò io fare in modo da farglielo trasformare. (0.8) Tanto è vero, per fare un esempio, (0.3) se si prende un altro movimento, che è quello dei punti in una geometria dinamica, (0.6) allora se io uso un mouse e (0.6) faccio una costruzione, (0.6) io muovo un punto e l'altro (0.4) si muove in corrispondenza. (0.7) In questo caso qui, io ho una distinzione forte fra le due variabili, (0.5) e quindi ho il concetto di dipendenza funzionale, (0.5) mentre se io muovo contemporaneamente le due, (0.5) allora io ho queste idee di relazione fra le due variabili e (0.3) costanza, (0.3) perché la costanza è data dall'aver ottenuto un certo equilibrio fra i colori. (0.2) Allora, questo (0.3) tipo di analisi, però, l'insegnante che lavora con queste cose <deve averlo fatto proprio>, (0.3) altrimenti <non ci leva il ragno dal buco>. Quindi io penso che restano quel livello di (0.8) “Si, si divertono”, (0.4) “Fanno cose”, (0.3) >come c'era quella che diceva “Vedo gente, faccio cose”, no?!< ((Risata))

44 I: ((Risata)) Nanni Moretti

45 M: Eh, no, insomma, capito?! (0.3) Il laboratorio è “Vedo gente, faccio cose, così” ((Risata)). (0.9) Ma sia gli insegnanti che gli allievi eh, (0.8) son contenti, eccetera eccetera, (0.4) poi si torna in classe e si fa le espressioni, (0.7) perché questa è la matematica. (0.5) Del resto se dai un'occhiata ai libri, (0.9) siamo lontani come veramente, (0.6) non lo so, (0.9) le mille miglia, (0.4) le mille miglia. (0.5) I libri sono tutti fatti di procedure da imparare, (0.3) formule, più tutte le inverse, (0.3) >per carità di Dio, tu non abbia a fare lo sforzo di ricavarti una formula inversa da una formula diretta<. Quindi se c'ha tre variabili c'hai tre formule, tutte messe lì, (0.4) e tutti gli esercizi sono catalogati per imparare queste procedure. Allora questo, (0.5) siamo agli antipodi, però (0.8) lo sai che alla secondaria superiore la distribuzione delle adozioni è (0.7) 50%, >non ti dico i titoli perché non me li ricordo eh<, però 50% (0.7) un solo sesso libero, (0.6) un altro il 30% e (0.5) l'altro 20% c'è un po' di altri libri di varie case editrici. Ecco, allora, (0.4) di fronte a questa uniformità, (0.5) che è di questo tipo perché io ho fatto fare delle analisi su procedurale e concettuale, (1.3) leggendo e facendo gli esercizi, (0.6) qual è la concezione che ti costruisci? (0.5) Procedurale. (0.4) Perché se anche tanto tanto ti danno una definizione che è relazionale, immediatamente te la riformulano in maniera procedurale. (0.9) Quindi solo procedure si impara. (0.7) Allora, far capire all'insegnante quello che si diceva prima, (0.8) che <se io mi muovo in un certo modo, eccetera eccetera>..(0.8) Eh insomma, (0.4) ci vorrebbe una formazione molto, molto tosta degli isnegnanti.

46 I: Quindi diciamo che un livello ponte, o un sistema di favoreggiamento, in generale, per

l'inserimento di queste attività dovrebbe essere una attività (0.4) professionalizzante e (0.5) formativa dove, per primi, diciamo, gli insegnanti fanno, per esempio, esperienza.

47 M: Devono fare queste esperienze, sennò non è cosa eh. Queste non si possono raccontare. (0.9) Non si può raccontare un'esperienza così, cioè non si può dire che cosa può sentire un ragazzino, (1.3) bisogna che uno se lo sia provato per conto suo

48 I: In prima persona

49 M: In prima persona, (0.6) assolutamente. (0.4) Deve avere proprio.. (0.3) e avere provato (0.4) e riflettuto (0.4). E questo assolutamente. (0.3) In questo, per esempio, vedi, (0.4) i laboratori, diciamo così, (0.3) tradizionali della..(0.5) della tradizione della Castelnuovo, in questo senso sono bravissimi, (0.4) perché loro fanno questi laboratori (0.59 dove gli insegnanti vanno e fanno cose. (0.5) E questo secondo me è fondamentale, (0.4) non è cosa che si può raccontare, (0.9) perché ora, poi, (0.6) io ho fiducia che se uno capisce e entra dentro un modo di ragionare poi riesce anche ad immaginarsi qualche cosa di.. (0.7) personalmente, qualche cosa da proporre agli allievi anche di diverso da quelli che..(0.4) Però, no?!, (0.6) anche quest'idea del, (0.5) diciamo, (0.4) <della cognizione incorporata, dell'embodied cognition>, è qualcosa che (0.7) non è così facile da far passare, eh. (0.8) No, non è facile.

50 I: Ma anche l'individuazione, magari, dei punti di rottura della rappresentazione rispetto a quello che è il concetto

51 M:Certo

52 I: Cioè il fatto che c'è (0.7) un un limite in quel senso che va gestito, perché a un certo punto (0.4) per primo lo studente si accorgerà (0.5) del limite della rappresentazione rispetto a quello poi che è l'evoluzione del concetto quando passa all'astrazione, quindi è un passaggio molto delicato da attraversare, (0.4) senza dubbio.

53 M: Io c'avevo delle belle discussioni in classe quando si lavorava sul progetto funzioni, (0.4) basato su quell'idea che dicevo prima del (0.3) <sentire la dipendenza funzionale> usando le costruzioni come..(0.5) come elemento che sta per la funzione (0.4) e quindi mi legga il movimento di punti. (0.7) E lì c'è delle belle discussioni in classe, dove (0.3) l'insegnante con grande fatica cerca di far uscire fuori significati interessanti di variabili, di variabili indipendenti, legate a queste esperienze di movimento dei punti, che naturalment:e..(0.4) Che tra l'altro poi lì è anche molto vicino alla.. (0.8) alla matematica anche, in un certo senso, non so come dire, l'idea di punto (0.5) come variabile, (0.4) come prototipo per la variabile, in matematica è fondamentale. (0.5) Se vuoi poi gestire in una maniera (0.3) corretta e soprattutto produttiva l'idea di grafico di una funzione, se non lo vedi come una traiettoria, (0.4) come di un punto che si muove (0.6) e vedi le variabili sugli assi che si muovono, (0.7) se non hai dinamizzato il tutto, (0.3) non capisci mica nulla di grafici di funzioni. (0.5) Quindi, come li lego alle formule eccetera eccetera.(0.4) insomma, lì <è veramente un lavoro molto fine, dove la componente motoria, nel senso proprio di quello che io faccio e vedo (0.5) e come lego ciò che faccio con ciò che vedo, è fondamentale>.

54 I: Quindi di esperienza fondativa del concetto, diciamo

55 M: Si si si, assolutamente. (0.4) E fondere le traiettorie e rimettere insieme, perché poi (0.5) tu hai questi punti che si muovono, (0.7) e ti assicuro che capire che, (0.7) distinguere il movimento dallo spostamento, (0.6) lo spostamento nel senso <sposto qualcosa (0.4) oppure si sposta>, (0.4) sopratutto questo gioco sulle parole, (0.5) eh, diventa (0.5) molto, (0.3) molto importante per gli allievi (0.4) perché gli fa distinguere i vari concetti. Quindi, insomma, (0.5) c'è tanta roba da farci. (0.5) Ma bisognerebbe che gli insegnanti (0.3) facessero esperienza, (0.3) ci riflettessero, (0.3) si convincessero, (0.4) perché non è facile anche convincersi. (0.8) E quindi sì, penso che sia giusto che tu vada a scuola a scoprire meglio che cosa ne pensano di queste cose.

56 I: E quali possono essere le, (0.4) diciamo, in un certo senso, le (0.9) convinzioni che più allontanano da una, anche, predisposizione..

57 M: Non so se parlerei di convinzioni

58 I: No, infatti, non convinzioni

59 M: Non lo so, nel senso che forse non le saprei formulare in termini di convinzioni. Io penso che per molti insegnanti, (0.5) loro, (0.7) come dire, (0.6) io di solito uso questa metafora

60 I: Li cambierei fattori di resistenza, [mettiamola così]

61 M: [Chiamiamoli così]. Ma più che di resistenza secondo me sono di (0.5) inconsapevolezza. (0.4) Cioè, in generale <gli insegnanti non sono consapevoli che dietro (0.4) al, diciamo, (0.6) a quello che loro pensano sia la comprensione di un concetto ci sono processi estremamente complessi e, (0.5) diciamo, che si spalmano nel tempo>. (0.7) Hanno una visione molto bianco e nero, (0.4) che va di pari passo con la convinzione che "se glielo spiego, (0.4) hanno capito tutto. (0.6) Se non hanno capito, non mi hanno ascoltato." (1.3) Sono dei miei tormentoni, (0.3) i miei studenti lo sanno, che io dico sempre: quando morirò sulla mia lapide voglio scritto <“Non credeva nella spiegazione”>. (0.7) ((Risata)) Non ci credo, non ci posso far nulla, (0.3) perché la spiegazione può arrivare a 1,2, 3 e (0.4) il resto ti piglia sulle palle. (0.5) Allora, eh, (0.5) allora perché non può non funzionare la spiegazione? Perché è basata su cosa quello sa. (0.5) Io non posso spiegare a uno se >quella che normalmente si chiama la base della comprensione<, non la condividiamo. (0.3) Ecco, l'insegnante spiega, (0.4) è convinto, (0.3) >anzi tutte le volte poi ricominciano da capo, no?!<, (0.8) è come il principio degli egizi, no?! (0.3) Tutte le volte si ricomincia con gli egiziani, a storia. (0.4) E a matematica uguale, (0.3) tutte le volte si ricomincia coi numeri, (0.3) >e si pensa che questi non abbiano mai visto un numero prima<, però <come glielo spiego io (0.5) non ce n’è>, (0.4) e quindi tranquillo, si ricomincia..(0.7) Allora vuol dire che gli manca <il senso dello spessore della complessità (0.4) e del fatto che in realtà un concetto si evolve e si mette alla prova e deve essere ri-settato di volta in volta>. (0.5) Quindi, io mi metto a fare un'attività, c’ho tutto il mio bagaglio di conoscenze e (0.3) quello che è la mia esperienza è sempre filtrata da tutto quello che io già so e la devo mettere (0.3) in pratica. (0.5) Beh, allora l’insegnante invece pensa che gli dà una definizione e quello ha capito tutto. (0.4) E in generale cerca la definizione (0.3) più pulita, (0.3) quella più pulita è quella più stringata, (0.5) perchè la matematica poi (0.3) così è. E dopodiché, prendiamo..(0.5) Restiamo sul concetto di funzione, che secondo me è veramente <paradigmatico> per tutte le follie dell'insegnamento. (0.4) Noi si usa dare la definizione insiemistica >che, lo dice la parola stessa<, (0.4) è arrivata poco più di un secolo fa, (0.6) come se nessuno avesse avuto un pensiero funzionale prima, (0.4) figuriamoci, (0.3) bah. (0.6) Allora, (0.3) dove però io ho distrutto..(0.5) diciamo, il linguaggio insiemistico è statico, (0.3) non c'è più dinamismo, (0.4) quindi l'idea di variabile è ridotta a <“elemento che appartiene a un’insieme”>. (0.5) Allora, (0.4) che idea di variabile può essere quella che è formalizzata da <“elemento che appartiene all insieme”>? (0.4) È un'idea molto, molto..(0.5) Chiaro che l'esperto poi la sa fare, (0.5) dopo, (0.5) la sa rimettere in moto la variabile, (0.5) ma perché si è fatto prima dei concetti che ha, poi ha riconosciuto nella definizione di <elemento che appartiene a un insieme>. (0.4) Ma nella definizione di elemento che appartiene a un insieme (0.3) non c'è l'idea di variazione, (0.3) non c'è. (0.6) Quando studiano le lettere, (0.4) se va bene sono scatoline (0.5) dove ci metto dentro qualcosa quando è necessario. (0.9) Ma anche qui, (0.3) dove ce l'ho l'idea di variazione? (0.3) Non ce l'ho, quindi non l'ho costruita (0.4) e quindi quando ne hanno di bisogno <non lo possono usare>. (0.4) L'insegnante invece gli dà la definizione insiemistica di funzione (0.3) e pretende poi che quello poi la modellizzi e la usi in fisica. (0.9) Il fisico poi giustamente gliela fa in un altro modo, e poi anche lui si rassegna, gli da la formula e quello poi dopo fa tutti i pasticci e diciamo <“Ah vedi, non sanno fare il calcolo dimensionale, le grandezze di qui, di là.”> >Ma figurati, poveretto, ha imparato quella formula che sta lì come se fosse< (0.6) un lampadario appeso e meno la tocco e meglio è (0.3) perché se la tocco troppo non sono mica sicuro che sia ancora quella bona, (0.4) capito?! E quindi (0.5) tutto fermo, tutto.. (0.5) >E tu li vuoi far esplorare.< (0.4) Ma che esplorano poveretti? Che ti ripeto, non riescono nemmeno (0.5) a mantrugiare una formula, (0.5) per carità, (0.3) gliene devo dare più di 15 formule diverse: (0.4) “Cercavi l’ipotenusa? Allora usa questa!”, (0.3) “Cercavi il cateto? Allora usa questa qua”. (0.3) Insomma, ti ho fatto ridere, sei rimasta ferma, come ((Risata)) (2.4) insomma, hai capito? (0.4) Hai capito lo spirito?

62 I: Si, si.

63 M: Ecco, allora, (0.6) per stanare gli insegnant:i (0.4) io ho l'impressione che bisogna, (0.3) per esempio, fargli delle domande sulle definizioni. (0.7) Per esempio qualche cosa di molto semplice, (0.4) chiedergli <se hanno una definizione che loro amano di più, (0.4) che danno sempre quella, (0.5) che rapporto pensi che ci sia fra una definizione.. (0.3) o dargliene due e chiedergli quale delle due gli piace di più, (0.5) mettendone una un po' più legata, diciamo agli aspetti [anche alle caratteristiche]>

64 I: [gli aspetti costruttivi]

65 M: [gli aspetti cognitivi], (0.3) costruttivi (0.5) e una un po' meno.. (0.6) insomma snidare questa, (0.3) questa fiducia, che io credo abbiano, nel fatto che (0.5) <se io gli ho dato una definizion:e (0.5) il concetto passa>, (0.4) non che la definizione arriva alla fine

66 I: Ma questa sorta di (0.4) inconsapevolezza è, in un certo senso, del tutto innaturale, (0.4) perché fondamentalmente ognuno su se stesso poi ha fatto un processo di apprendimento per arrivare poi a insegnare.

67 M: Se lo scorda, (1.3) se l'è scordato. (0.4) Questa è la mia ipotesi di fondo. (0.8) Ti ho perso, ti ho perso, [ti ho perso].

68 I: [Io ti sento benissimo].

69 M: No dico, (0.3) secondo me se la perdono negli anni. (0.4) Non hanno più..(0.3) non hanno più ricordo del.. (0.5) Se non ce li hai fatti riflettere non hanno più ricordo della complessità. (0.3) Io lo vedo anche coi miei studenti di Didattica della matematica, che sono da sempre, (0.4) ora, a parte qualche anno che ho sospeso, sono stati studenti di matematica, (0.5) e quindi gente che la matematica la dovrebbe sapere, (0.5) ma la sa in un modo cos:ì, (0.7) come dire, (0.4) così poco riflessivo, (0.5) molto pratico, (0.6) quindi non ci riflettono mai su (0.3) <cosa c'è dietro ad un concetto>. (0.3) Io per esempio comincio sempre il corso facendo gli esempi di Fishbein, (0.3) sì, sai, <sulle intuizion:i, sui modelli primitiv:i, su queste cose che in un certo senso..> (0.7) A parte non si ricordano nemmeno l'idea che (0.5) la moltiplicazione si introduce come addizione ripetuta, (0.5) non se lo ricordano assolutamente (0.5) : <la moltiplicazione è la moltiplicazione>, (0.5) non c'hanno mai pensato, (0.4) cioè ci avranno pensato (0.5) ma non se lo ricordano. (0.4) E quindi a quel punto, per esempio, facendoli riflettere s:u, (0.7) e facendogli vedere, per esempio, come gli allievi fedeli al modello primitivo dell'addizione ripetuta poi fanno delle..(0.5) dicono delle cose assolutamente assurde (0.6) e loro.. (0.4) questo gli fa spesso (0.6) proprio da shock. (0.7) Fli fa da shock e allora li senti "Ma allora dietro..(0.3) dietro a un concetto ci può essere <di tutto di più>, (0.4) ci può essere tante cose che sono (0.3) stratificate e non te ne rendi più conto". (0.3) Ecco, allora questo è un modo, in un certo senso, per aprire la strada (0.4) ai processi cognitivi, (0.5) e gliela devi aprire, (0.3) perché sennò non..(1.2) è come se non avessero la (0.8) [cons..]

70 I: [L'urgenza]

71 M: La consapevolezza che dietro a un concetto c'è..(0.6) Banalizzano molto il processo di (0.3) apprendimento pensato come "Adesso ti so ripetere questa cosa, (0.3) oppure, adesso nemmeno più quella, (0.4) ti do un esercizio standard, (0.3) tu me lo fai, (0.3) allora vuol dire che hai capito"

72 I: Quindi c'è una convinzione, che è quella che davvero tramite (0.4) un insegnamento, fra virgolette, [dove io controllo]

73 M: [trasmissivo]

74 I: la procedura, io ho.. (0.4) son convinto di dare (0.4) la possibilità di apprendere in modo (0.5) epistemologicamente corretto, diciamo, la matematica?

75 M: Si, si. (0.3) Questa è fortissima. (0.4) Ripeto, vai..(0.3) guarda un po' di libri di testo. (0.6) Se guardi..80.3) se no ti mando..(0.4) ti mando il pdf di una..(0.3) dell'ultima tesi che ho fatto con una ragazza di Trento, figurati, che.. (0.4) Dove abbiamo analizzato, (0.3) >l'altro anno perché c'era il covid quindi non si poteva far nulla<, abbiamo analizzato i libri di testo proprio su questa distinzione fra <procedurale e concettuale>, (0.4) cioè la distinzione fra, diciamo, (0.4) relazionale, (0.4) definizione relazionale, concetto relazionale (0.4) e concetto procedurale

76 I: Alla Skemp, diciamo

77 M: Si, esattamente, diciamo, Skemp. (0.5) Poi è stata rivista variamente, (0.3) poi per esempio c'era la posizione di Tall, >perchè non è che le procedure non contano, (0.4) per carità di Dio<, c'è la posizione per esempio di David Tall (0.5) che vede..(0.5) che aveva coniato, (0.6) >che secondo me era una cosa intelligente ma non è stata sviluppata molto<, l'idea (0.4) di procetto: (0.4) <il concetto e procedura fusi in un quello che lui chiama (0.3) il procetto>. (0.8) Perché le procedure, (0.4) in realtà le procedure sono parte del concetto. (0.5) Il concetto di divisione, se tu non hai l'idea che stai operando in un certo modo, (0.49 come te lo fai? (0.3) Non te lo puoi mica fare astrattamente (0.5) perché moltiplichi per l'inverso, che vuol dire? Niente. (0.4) E quindi Fishbein, (0.3) anche lui parlava di aspetto intuitivo formale e algoritmico. Quindi quest'idea (0.3) di cosa.. (0.5) Gli algoritmi e il concetto c'hanno una (0.6) relazione dialettica fra i due, (0.4) l'uno supporta l'altro, (0.7) però se uno invece insegna solo procedure, (0.5) eh, (0.6) i concetti ti svaniscono, (0.3) evaporano in un certo senso. (0.7) E.. (0.7) questo mi ricorda l'università, (0.4) si domandava "Cosa sono gli autovalori?", (0.5) "Allora, gli autovalori sono le radici del polinomio caratteristico". Allora, con questo avevi già detto "Questo non ha capito nulla e possiamo passare alla domanda successiva", perché lui aveva <una concezione procedurale degli autovalori> (0,6) e dopo di chè non ci facevi nulla, (0.5) potevi anche domandargli cosa era un autovettore, ma c'era forte, forte la probabilità che restasse un po' così e dicesse "Quelli che mi ritrovo quando vado a calcolare.."(0.4) e con ciò avevi.. (0.5) ecco. Quindi..(0.6) nessuno esente eh, (0.5) non siamo esenti. Allora..(0.5) Ma la procedura è..(0.4) <un conto è fare cose (0.79 e un conto sono..(0.4) apprendere procedure delle quali di solito non sai niente, (0.5) non sai che cosa..(0.6) da dove vengano, (0.4) le impari e basta>. (0.6) Infatti, non so, ci sono anche tutti i lavori della Rosetta Zan su questa (0.6) convinzione dei ragazzini che la matematica..(0.7) per essere bravi in matematica bisogna essere Pico della Mirandola, (0.4) avere memoria immensa (0.6) perché bisogna ricordarsi <tutte le possibili procedure>. (0.6) Ecco.

78 I: Sicuramente, la cosa che però..(0.8) Questa è la visione dominante, (0.6) dai libri di testo, (0.9) la visione dominante anche nel, (0.6) in un certo senso, nel dichiarato o comunque nel (0.7) dichiarato inconsapevole dell'insegnante, (0.5) che pensa al programma, che pensa al ad avere i risultati di tipo procedurale e a inferire con quelli sulla conoscenza matematica dello studente. Però, (0.5)) da un certo punto di vista comunque negli insegnanti c'è un grande senso di frustrazione rispetto (0.6) ai libri di testo e (0.5) anche all'insegnamento spesso e volentieri, (0.7) ad avere difficoltà a far accedere molti studenti ad un apprendimento che sia soddisfacente, (0.5) diciamo, in un certo senso, da parte dello studente. (0.4) Allora questo aspetto di (0.5) inconsapevolezza, legato poi ad un'insoddisfazione, (0.8) mi figuro male come possano coesistere, in un certo senso.

79 M: Eh, coesistono. Io, per esempio, tante volte gli dicevo "Ma scusate ma.."(0.7) quando gli proponevo qualche cosa, (0.4) e li vedi restii eh (0.9) Io la prima volta che sono..(0.3) avevo un gruppo di insegnanti qualche anno fa ma bravi, (0.3) erano veramente bravi, (0.3) e volevo portarli a fare qualcosa che poi dopo si chiama laboratorio, ma insomma sostanzialmente di utilizzare i problemi aperti, (0.69 quindi problemi in cui non fosse, (0.4) non solo non di routine, (0.3) ma soprattutto aperti, (0.4) >cioè dove non si capisce qual'è la procedura<, un vero..(0.8) un problema in sostanza, >perché se sai già come lo devi risolvere non è un problema, (0.4) questo Rosetta ce l'ha insegnato proprio bene<. (0.6) Allora, (0.4) la prima coraggiosissima, (0.6) che poi abbiamo lavorato tanti anni insieme in cosa anche abbastanza raffinate, (0.3) la prima coraggiosissima mi disse testuali parole: "Beh, insomma, il venerdì c'ho l'ultima ora, non hanno mai voglia di far nulla (0.6) e proverò a dargli questo problema", che avevamo discusso come problema. (0.7) Ecco quindi poi da lì si è aperto tutto. (0.3) Però erano veramente.. (0.7) Perché l'insegnante ha anche un fortissimo senso..(0.4) Io lo piglio in maniera positiva, (0.5) senso di responsabilità, (0.5) cioè cambiare qualche cosa rispetto a quello che (0.3) normalmente si fa, (0.3) i genitori si aspettano che io faccia, (0.4) e questo non è poco eh, >perchè i genitori ci hanno una loro idea, che se quella dell'insegnante fissa i genitori ancora peggio eh<, (0.6) i colleghi, (0.5) devi avere le spalle quadre se vuoi fare qualcosa di diverso eh! (0.8) Ma quadrate f:orte. (0.9) Ora lascia perdere se tu li vai a trovare: "Ah, facciamo un esperimento per un mese, si fanno.." (0.4) Intanto ti diranno "Ma fallo te". (1.3) In questo, per esempio, che l'insegnante ceda la propria classe, io vedo già 80.7) qualcosa di..(0.3) che mi dà sospetto (0.4) perché in genere uno non dovrebbe cedere la propria

classe, (0.9) invece spessissimo non hanno questo..(0.7) E poi comunque è una cosa che si fa, (0.4) è episodico, di solito.. (0.5) Però poi comincia a dire, (0.3) se gli chiedi due o tre giorni in più, allora comincia a dire “Eh ma io c'ho da fare il programma, (0.3) non l'abbiamo ancora fatto”, >chissà cosa dovranno fare poi, perchè poi..< (0.6) non lo so fino a che punto sono convinti di un fallimento personale eh

80 I: Quindi ci sono sicuramente limiti del contesto, (0,4) che sono limiti rispetto alle aspettative forse (0.7) normative, da parte dei genitori, da parte anche dell'istituzione scuola in certo senso, però poi forse c'è una componente, appunto, personale di..

81 M: L’insegnante poi trova sempre qualche buona scusa (0.4) e poi comunque, (0.8) non c'è niente da fare, (0.7) l'ultima.. (0.3) l'ultima spiaggia è che non c'hanno il pallino (0.4), “non è portato per la matematica piccinino e insomma, (0.4) bisogna aver pazienza!". (0.6) Quest'idea che..(0.3) stupida, (0.3) che per fare la matematica devi essere portato, (0.4) per fare la storia no, (0.5) non s’è capito. (0.3) A storia non studi, (0.3) a matematica un po' non studi però sei anche poco portato quindi..(0.8) Che poi magari ci saranno anche quelli portati, come si dice, (0.4) >ma quelli portati l'insegnante dovrebbe sapere che lui è del tutto inutile, perché tanto erano portati quindi..(0.3) te devi portare quegli altri<, (0.49 ma invece questa è una cosa che.. (0.5) insomma.. (0.3) Comunque ci son tante.. (0.4) la matematica è veramente un po' strana, ecco, come materia eh. (0.8) Un po' diversa anche dalle altre, da questo punto di vista, (0.49) sulla sensazione di inadeguatezza che può avere un insegnante. (0.8) Un po' lo vedo, per esempio, dal fatto che tanti vengono a fare i corsi per i crediti del TF24, (0.5) degli strani ingegneri che poi non sono riusciti a far niente, e uno gli dice “Ma perché volete andare a insegnare?”, (0.5) “Ma sì, la matematica, sono sempre stato bravo in matematica”. (1.7) La scuola è fatta anche di questo, (0.3) è fatta di tutto, ecco, (0.8)quindi poi il campione che sceglierai non so come risponderà, ecco, (0.5) però guardando così, (0.6) la media..

82 I: Potrebbe essere così, diciamo, che a un certo punto non c'è abbastanza neanche riflessione e conoscenza su questi temi, (0.4) oltre a una diffidenza generale che può essere anche della convinzione che non, (0.4) che non funzionino (0.3) o che siano inadatti

83 M: Che sono balle, poi si perde tempo. (0.39) Poi crescendo “si perde tempo”. Eh sì,ovvio, (0.5) è chiaro che se te dai un problema di esplorazione, un problema aperto, gli devi lasciare <il tempo> ai ragazzi, (0.4) <il tempo deve essere rilassato> perchè sennò non ti viene in mente niente. (0.5) E devi avere anche <il tempo di fargli cambiare contratto didattico>, perché se tu entri in una classe e pretendi di dargli un vero problema così, (0.5) ti si rivoltano contro (0.3) perché loro sono abituati, dicono “Non ce l’hai mai dato, non l'abbiamo mai fatto questo”. (0.3) Capito? (0.4) Tu gli devi cambiare veramente un modo di guardare alla matematica e alla matematica scolastica. (0.39 Se io ho sempre.. (0.5) se io vengo da una scuola media dove ho fatto solo conti, (0.7) anche se cambi ciclo, (0.4) arrivi alla scuola superiore, primo anno, e tu puoi fargli.. (0.8) a farli ragionare, spesso ti trovi in difficoltà.(0.7) Cominci a chiedere il perché, (0.6) <è deflagrante>, (0.5) ci devi andare piano. (0.7) Io ho sempre detto ai miei insegnanti "Andateci piano, (0.3) cominciate con piccole isole, (0.5) lasciateli fare anche cose più routinarie perché così non si (0.5) destabilizzano troppo", (0.3) perché se li destabilizzi troppo poi dopo (0.3) ti rifiutano.

84 I: Quindi c'è una resistenza anche interna

85 M: Oh si, fortissima, (0.3) fortissima. (0.5) In generale poi sul problema più libero, così, (0.5) quello che era bravo, che è bravo, (0,3) che di solito è più diligente, così, (0.5) eh, è molto meno attrezzato, (0.3) perchè lui va subito a cercare le cose che dovrebbe saper fare e quindi lui c'ha un blocco di fronte all'idea di un problema che.. (0.4) e dopo se tu sei abituato che se dopo 30 secondi, un minuto non hai la risposta subito, sei scem:o.. (0.6) eh guarda, non è che.. (0.9) Paradossalmente quello più..(0.4) di solito creduto più tontaccione, (0.3) che magari tontaccione non è per niente, (0.3) in questi casi <fiorisc:e>, perché.. (0.6) E lì infatti, cercare problemi che non siano troppo legati..(0.7) delle volte anche cercare problemi che non siano (0.3) riconoscibili come problemi di matematica. Cioè, (0.3) <chiaramente non di matematica>. (0.4) Allora, (0.3) poi chiaro che il secchione, quello tremendo, si rifiuterà perché dirà "Ah..", (0.6) però gli altri ti vengono dietro, (0.3) e allora se non c'è bisogno di un grande background di cose da sapere, eh, (0.5) poi possono veramente liberare la testa, (0.4) e allora rispondere in maniera più fruttuosa.

86 I: Quindi, in un certo senso, possono essere considerate anche pratiche considerate più inclusive, da questo punto di vista,

87 M: Molto, molto. Si, si

88 I: perché ribaltano un po’ anche le ovvietà e anche (0.4) il senso di autoefficacia probabilmente

89 M: Certo, moltissimo, moltissimo. (0.3) E molto spesso recuperi così degli allievi, (0.3) quelli classici che rifiutano la matematica. (0.5) Però è un lavorino delicato, (0.3) non facile, (0.3) perché te li devi un po' accattivare, ecco, <quindi gli devi dare qualche cosa che veramente li coinvolga, che sia sufficientemente semplice da poterli..> (0.5) >semplice soprattutto dal punto di vista matematico<, che non richieda delle conoscenze scolastiche troppo..(0.6) troppo forti, (0.3) perché allora tutti si sentano coinvolti nel.. (0.8) nel risolverlo. (0.6) Insomma, (0.3) non è semplice, ecco.

90 I: E come tipo di interazione, tra virgolette, che l'insegnante può..(0.6) può mettere in campo? (0,4) [Cioè è..]

91 M: [Lasciarli liberi]

92 I: Esatto, [cioè]

93 M: [Il più possibile.] Quindi, (0.4) e fare forza (0.6) perché l'insegnante è incredibile come..(0.6) come si sente di doverli comunque supportare: "No no no no, (0.4) fatti vostri."(0.5) A gruppetti, (0.3) piccolo gruppo è la situazione migliore, perché poi da solo, (0.3) individualmente uno può restare un po' (0.5) così. (0.2) Invece l'ideale è il piccolo gruppo, (0.4) misto, (0.3) dove c'è quello un po'..(0.4) un po' più bravino, quello un pochino meno e..(0.5) e poi cose che sian:o.. (0.5) che siano fattibili. (0.4) Cioè l'idea..(0.3) in questo penso che l'idea di Brousseau della..(0.3) diciamo di quali sono le caratteristiche perchè ci sia (0.39 >la famosa devoluzione del problema, che deve essere un problema comprensibile, (0.39 che deve essere un problema in cui qualcosa sei.. (0.3) tutti sono in grado di fare e di dire, ecco.< (0.4) Poi si può, (0.3) naturalmente quando la classe è abitu:ata (0.3) puoi anche mirare molto più alto e chiedere cose anche molto più..(0.5) però per.. (0.4) All'inizio c'è <sempre da superare una *empasse*>

94 I: Una resistenza iniziale. E dopo questo, diciamo, (0.4) meccanismo, lasciare, (0.4) diciamo abbastanza la gestione libera perché si sviluppi. (0.3) Ma poi è importante riprendere un discorso, (0.3) una riflessione da parte dell’insegnante?

95 M: Eh si. Allora l'idea, (0.3) di solito quello che si fa, è, (0.3) per esempio, dato un problema, (0.4) >allora intanto farò quella che poi si può chiamare, no?!, una discussione di bilancio<: (0.4) allora li metto tutti insieme e i vari gruppi devono..80.4) devono riportare che cosa hanno fatto. (0.3) La consegna, in genere, è importante che la consegna sia: (0.4) comunque cercate di dare una risposta comune, (0.5) poi si ammette anche che all'interno del gruppo si diano risposte differenziate, ma ci devono essere dei buoni motivi, (0.5) diciamo. (0.3) E ciascuno..(0.4) cioè il rappresentante deve saper ripetere anche le risposte di quelli che non si sono messi in comune, (0.4) quindi questo.. (0.5) questo sforzo di capirsi, (0.3) che è fondamentale perché è fra loro, e in genere i ragazzi poi non hanno difficoltà a capirsi fra loro. (0.8) Quindi non mi posso aspettare troppo dal punto di vista dell'<evoluzione del linguaggio>, (0.5) perché è vero che la comunicazione porta, (0.5) stimola (0.6) a verbalizzare e anche ad argomentare, (0.4) però non mi fa..(0.5) Specialmente quando i ragazzi partono da delle situazioni non (0.5) non..(0.7) non di pratica (0.4) di queste situazioni, (0.8) spesso non funziona così bene. (0.4) Si capiscono benissimo, (0.5) con poche parole (0.5) magari molto poco evolute, (0.4) e magari anche si trovano subito d'accordo su cose che non ci incastrano niente, ecco, (0.8)non speriamo troppo. (0.6) Però tutti devono essere rispettati (0.5) e quello importante. (0.3) Nel senso che se io <do valore a quello che dici, anche se l'hai detto tanto per d:ire>, (0.7) intanto non puoi..(0.4) >non puoi ammettere che l'hai detto tanto per dire<, 80.39 perché se io ti piglio sul serio te devi stare al gioco che tu sei serio, (0.3) e comincia a passare l'idea che io prenderò <sempre sul serio quello che mi dici>. (0.3) E se io ti prendo sul serio, (0.4) va di pari passo con “tu devi essere capace di sostenere quello che hai.. (0.3) che dici”. (0.7) Se lo hai detto proprio a caso alla fine sostenere diventa difficile. (0.3) Allora è chiaro che bisogna andarci delicati, (0.4) però questo rispetto e dire

che se una cosa l'hai detta io penso per principio che ci hai pensato. (0.5) Poi quando si mettono tutte insieme si comincia la discussione. (0.3) Qui è la cosa più difficile, (0.4) infatti quando si comincia a lavorare con gli insegnanti (0.4) imparare a gestire le discussioni è complicato,(0.4) eh perché l'insegnante prende subito [l'effetto imbuto]

96 I: [A guidare]

97 M: Eh, l'effetto imbuto (0.6) che li chiappo e poi li infilo tutti dove..(0.6) dove..(0.7) E poi comincio a dire cos'è giusto o sbagliato, (0.3) fai parlare..(0.3) parla Giovannino e dici "Braaaaavo" e quindi, (0.8) insomma, (0.6) tutto questo invece no. (0.3) Per esempio finchè t:utti non hanno detto la loro, zitti come…(0.4) o al massimo sollecitare, (0.3) ecco. (0.4) Quindi ci sono delle tecniche abbastanza complesse nella gestione delle..(0.6) E questo, (0.4) per esempio, ci stiamo lavorando. Ora (0.4) c'è una collega, Antonella, di Bari, (0.3) Antonella Montone,(0.4) ora stiamo facendo un lavoro insieme, (0.3) lei sta lavorando con i suoi allievi sia della didattica della magistrale di matematica, sia per i corsi della..(0.3) alla primaria, a Scienze della Formazione Primaria, (0.7) sulla gestione delle..(0.3) delle discussioni. (0.4) E quindi farli discutere e poi fargli osservare la discussione, (0.3) analizzare la loro propria discussione (0.5) per riuscire a individuare le strategie dell'insegnante, eccetera, eccetera. (0.5) Ma è difficile.

98 I: Sempre per il discorso della riflessione proprio su..(0.5) cioè riflettere anche sul ruolo dell'insegnante (0.6) nel gestire la discussione?

99 M: Certo, e qualla diventa..(0.3) perché soprattutto se voglio fargli fare quelle cosine raffinate (0.4) di legare queste loro costruzioni profonde,(0.5) legate alle loro sensazioni (0.7) del corpo e del movimento e proprio della..(0.5) della..(0.4) lo bisogna che, come insegnante, <sia consapevole di questa e cerchi di fare riflettere gli allievi per portarli a legarlo alla matematica>, perché poi la matematica sarà (0.3) astratta, decontestualizzata, depersonalizzata (0.4) ma (0.3) dovrà conservare questo profondo legame con..(0.3) con le intuizioni, (0.4) io..(0.3) a me piace comunque chiamarle (0.5) intuizioni di carattere (0.4) motorio, insomma. (0.5) E questo è importantissimo, si si, (0.3) questo io sono convintissima perché la matematica ce ne ha tante di queste cose profonde

100 I: E sono cose che, diciamo, servono a tutti? O servono (0.3) principalmente a chi non ha, (0.6) principalmente o esclusivamente a chi non ha accesso a queste cose per vie (0.3) già più formalizzate, tra virgolette? Cioè, nel senso, da una parte abbiamo detto sono approcci più inclusivi nel senso che, sicuramente, tirano dentro quelli che, di norma (0.6) fanno più.. (0.3) più resistenza a un approccio più trasmissivo e più, (0.8) anche procedurale, in un certo senso, però (0.6) sono anche importanti invece per fondare un pensiero nella..(0.3) in chi mi risponde bene?

101 M: No no no.<Il pensiero è così>. (0.4) Noi pensiamo anche con tutta la nostra esperienza. (0.3) Diciamo, spesso non ne abbiamo consapevolezza. (0.5) Allora, dal punto di vista del, diciamo, della..(0.4) educativo, (0.5) un approccio di questo tipo <prende sul serio il fatto che si debba, si potrebbe dire, (0.5) progettare delle esperienze, (0.4) per essere sicuri che queste.. (0.6) che questa base sia vissuta dagli allievi>, (0.5) e io direi anche che se ne prendano un po' consapevolezza, (0.7) perché effettivamente io ho l'impressione che tanti, che sono anche bravi, intuitivi, da un punto di vista matematico, può darsi che abbiano (0.5) avuto, (0.3) chissà come o chissà quando, un certo tipo di esperienza che li ha aiutati in questo senso. (0.3) Ecco, questa però è un'ipotesi che non saprei bene come..(0.5) Oerò, per esempio vedo che.. (0.4) lo ricordo, per esempio, io sono stata compagna di università della Maria De Do, non so se tu l'hai mai incontrata, Maria De Do è.. (0.3) sarà andata in pensione anche lei, a Milano, (0.5) lei era figlia di un matematico, molto bravo, Modesto De Do, >che tutto aveva meno che la modestia, però era bravo< (0.5) e io avevo lei, e poi avevo altri due compagni di corso che erano figli di matematici. (0.4) Allora, la Maria, per esempio, aveva.. (0.3) si vedeva benissimo che era stata educata, non so come, quali attività specifiche, (0.5) lei però, per esempio, era una che..(0.4) lo ho imparato da lei a fare gli origami, ecco. Lei faceva questi origami, dopo di che a lezione facevamo le rane e si faceva le corse con le rane fatte..(0.3) i ranocchini fatti.. (0.4) e lei aveva tutta questa manualità, che chiaramente era venuta dalla sua infanzia e dal suo..(0.2) suo padre era un geometra, (0.3) di quelli come erano un tempo, (0.5) quelli che la geometria la sapevano. (0.5) E..(0.5) io non lo so, mo ho sempre avuto il sospetto che lei avesse avuto un'educazione di tipo proprio così..(0.5) <far

cose> (0.4) creative ma anche, proprio,(0.6) insomma come ti rendi conto del..(0.3) della struttura di un poliedro quando lo costruisci con le cannucce e i nettapipe (0.5) fin dall'infanzia, (0.4) non è la stessa cosa di un altro che magari l'ha preso in mano ma non c'ha mai fatto nulla, (0.5) e se non li ha neanche mai presi in mano, fa come i miei studenti, (0.3) gli domandi se le diagonale di un cubo sono perpendicolari, (0.4) vanno tutti dritti e tutti ti dicono di sì (0.5) e che le vedano anche che sono perpendicolari. (0.3) Questa, (0.4) questa è l'intuizione geometrica che hanno i nostri studenti della magistrale di matematica, (0.4) che secondo me, se questi vanno a insegnare, cosa.. cosa potranno insegnare?

102 I: Eh, è sempre stata anche la mia impressione, poi penso che l'ambiente di Pisa, in un certo senso, ti porti a confrontarti con tanti figli di matematici e quindi, questo sospetto..

103 M: è un sospetto perché, secondo me..(0.3) Ecco, chiaramente, per esempio, con mia figlia non ha funzionato per niente >perché mi ha sempre mandata a quel paese, lei poi ha fatto..(0.3) è amante della letteratura< e quindi..(0.3) vabbè, insomma, era una lotta in famiglia, quindi..(0.3) non.. (0.5) Però, non so come spiegare, ma io penso che certe esperienze siano veramente molto importanti, (0.5) sono convintissima, (0.4) sono convintissima (0.6) e ancora non si è studiato fino..(0.3) bene fino in fondo <come renderle veramente (0.5) didatticamente efficaci>. (0.6) Cioè, dal punto di vista cognitivo, secondo me, tante cose si sono capite, (0.5) ma adesso si tratta di vedere come si può trasformare questa, (0.4) diciamo, ipotesi (0.4) sul funzionamento (0.5) in termini di <partecipazione del fisico, diciamo, della..(0.5) del corpo alla costruzione dei concetti, (0.5) ma come poi si implementa in classe, ancora, secondo me, non è così chiaro, ecco>. (0.5) Perchè, per esempio, le cose che facciamo noi sono molto specifiche su degli artefatti molto specifici (0.5) e sul funzionamento di questi artefatti, (0.7) ma l'aspetto così, diciamo, più legato (0.6) alle costruzioni profonde del.. (0.4) non l'abbiamo utilizzato fino in fondo, ecco. (0.4)Quindi..

104 I: Che manca un po', diciamo, un ponte tra la parte della della comprensione dei sistemi cognitivi, neuroscientifici diciamo, no?!, se vogliamo dire, no?!, psicologica-neuroscientifica (0.3) e la parte, invece, didattica (0.4) di comprensione, ecco, del..

105 M: Sì, come si lega..(0.5) i passaggini ancora.. (0.4) Ti dico, se penso all'uso dell'abaco, alle..(0.3) agli schemi d'uso dell'abaco (0.5) e come questi si trasformano in significati matematici, questo l'ho chiaro e te lo saprei descrivere. (0.7) Già quelle cose che ti dicevo sulla percezione della..(0.3) della..(0.4) della dipendenza funzionale, lo vedo già meglio, perché anche quello c'ho riflettuto parecchio (0.5) e l'ho visto come può uscire fuori, (0.6) come questo, per esempio, si può allegare ad una concezione per esempio causale e ha una concezione di dipendenza logica tra proprietà, quando si faceva.. (0.6) Ecco. (0.4) Però vedo delle isole per adesso, almeno personalmente, (0.4) delle isole.

106 I: Si

107 M: Quindi, finchè le cose non ce l'abbiamo un po' chiare bene noi, anche andarle a raccontarle agli insegnanti penso sia un pochino difficile eh. Io sempre cerco di avere le idee abbastanza, (0.3) spero di averle, insomma, (0.5) cerco di averle chiare sennò, insomma, (0.5) non riesco a raccontarle e a convincerli.

108 I: Quindi, sicuramente, diciamo, una cosa che ci sarebbe bisogno di fare per cercare di portare nella scuola queste cose, sicuramente, fare più ricerca anche su..(0.5) su questi aspetti, per poterli poi presentare

109 M: si e trovare anche delle pezze d'appoggio per convincerli (0.5) gli insegnanti. Perché, (0.5) come fai a convincerli? (0.7) Cioè cercare come fare a convincerli che <questi processi profondi sono veramente legati all'apprendimento della matematica> e quindi, in qualche modo, legate anche a quelli che per loro sono degli obiettivi. (0.5) Perchè, ora, non è che proprio tutti..(0.5) tutti vedono come unico obiettivo applicare le formule, (0.6) poi alla fine però utilizzano quello per valutare. (0.6) Anche questa è una cosa di cui non sono mica consapevoli. (0.8) Ma tu come valuti che questi hanno capito una cosa? (0.5) "Sai io gli do questo problema, (0.4) io ci vedo il concetto dietro.." (0.6) e io dico "E io ci vedo una procedura dietro, (0.5) loro fanno la procedura, come fai a sapere che c'è il concetto dietro la procedura?". (0.9) E quindi gli insegnanti sono un osso duro, sì.

E quindi la ricerca io credo che debba elaborare anche (0.6) <delle evidenze per riuscire a convincere gli insegnanti che certi processi avvengono (0.6) e che, quando avvengono (0.5) mi portano ad avere successo anche rispetto a quelli che loro considerano>

110 I: Le valutazioni standard

111 M: Le valutazioni standard. (0.9) E così smetteranno di dargli da fare 350 equazioni tutte uguali. (1.5) Perché uno dice, eh.

112 I: Perfetto. Io, la ringrazio

113 M: Ho chiacchierato un sacco, mi dispiace che ti ho fatto perdere tempo.

114 I: No, al contrario, mi dispiace tantissimo a me. Io, ovviamente, è il mio argomento di interesse per cui ne parlerei..(0.5) e lo sviscererei..

115 M: Ma figurati, guarda, sentiti libera di compulsarmi quando vuoi, io sono felice. E' la parte del mio lavoro che io adoro, quella di lavorare con gli studenti sulla ricerca, quindi, guarda, mi ha scritto ora uno che vuol venire, spagnolo che fa il dottorato che vuole venire da me a lavorare, o si è appena dottorato un altro Danese, molto carino, bravo da morire, a fine agosto ci abbiamo la scuola dei dottorandi europei, che è molto.. la faccio ormai da tanti anni e quindi..

116 I: Lo YESS-11!

117 M: Lo YESS-11, brava.

118 I: Ci sarò.

119 M: Ci sarai? Oh, che brava. Bene, bene, allora ci sarò anche io e quindi ci rivedremo, e quindi.. (0.5) Questo te lo dicevo per (0.7) non sentirti, anzi (0.6) se poi c'hai il questionario, se poi vuoi che ci diamo un'occhiatina insieme, anche per ragionarci un po' sopra io son felice, non ho problemi. Veramente, senza, (0.5) come si dice, senza impegno.

120 I: Per me volentieri, a me farebbe moltissimo piacere, sicuramente

121 M: Queste sono le cose che mi piacciono, mi divertono (0.8) e poi questi aspetti sono veramente molto importanti, (0.6) molto belli e quindi.. (0.6) La parte di..(0.5) Penso che sia giusto quello che fai, di cercare di guardare dalla parte degli insegnanti, perché altrimenti i nostri..(0.4) le nostre ricerche non servono a niente, perché se non si riesce a capire come pensano (0.9) e quindi poi a mettersi in relazione con loro, perché sennò uno ti dice "Predica bene e razzola male. (0.3) Dice, devi sapere come pensano i ragazzini se no non puoi metterti in relazione con loro, ma anche con gli insegnanti (0.7) bisogna che uno entri nel loro mondo, ecco", (0.4) e quindi importantissimo, brava.

122 I: Perché diciamo che a me interessava tantissimo lavorare con gli studenti, perchè ho passione proprio nel vedere, no?!, proprio il legame fra questi processi cognitivi e la nascita del pensiero matematico, come si legano fra di loro, e questa cosa è stato il mio principale amore, diciamo, per questo filone. Però, un po' con la pandemia, che è stata una costrizione, in un certo senso, di dare una piega diversa alla mia ricerca dottorale, però anche alle ricerche che aveva iniziato a fare in letteratura, tiravano sempre fuori questa evidenza di una ricerca che non dava.. che dava un generico valore positivo a questo tipo di approcci, senza però riuscirlo a declinare in una maniera per cui poi i professori fossero, e i maestri, insomma gli insegnanti in generale, fossero soddisfatti nell'implementazione, soddisfatti dell'efficacia, si aspettassero anche forse i tipi di.. di risposta giusta a quello che portavano in classe e, in questo senso qui, mi è sembrato proprio urgente cercare di capire, anche se sarà probabilmente in modo, appunto, non non significativo, però forse minimamente rappresentativo, se ci sono dei profili da analizzare per capire poi come uno ci può lavorare sopra. Nell'articolo di Abrahmson e Bakker cioè un proprio una specie di regolamento

123 M: Si, è vero

124 I: Su come si può far proporre queste attività agli insegnanti, ma penso che prima ci sia una cosa a

priori che sia quella, appunto di capire qual è il loro punto di partenza perché sicuramente..

125 M: Anche ricordati che loro hanno in testa e stanno facendo questo lavoro con gli insegnati in una scuola che è m:olto diversa dalla nostra, (0.4) m:olto diversa. (0.5) Non solo l'organizzazione della scuola (0.5) ma gli insegnanti sono diversi, (0.4) e quello che viene ritenuto, in un certo senso, (0.6) un obiettivo per loro, (0.3) può essere molto diverso che per noi, (0.3) per i nostri. (0.5)Tu guarda l'atteggiamento dei nostri insegnanti già solo per.. (0.4) Prendi gli Invalsi, (0.7) cosa c'hanno gli Invalsi, poverini? (0.5) Eh, c'hanno che somigliano troppo al Pisa (0.6) e il Pisa è stato pensato su un quadro teorico che non è italiano. (0.8) Infatti mi ci hanno antipatica quelli dell'invalsi, ma io gliel'ho sempre detto, perché io.. (0.5) io glielo dicevo a fin di bene, >ma siccome non vogliono sentirsi mai criticare, ma io glielo dicevo a fin di bene<, (0.4) dico: "Voi dovete cercare di far capire che cosa, (0.6) qual è il vostro obiettivo! Che peraltro è giustissimo, (0.5) però io non posso semplicemente andare, con un po' con questa aria di sufficienza, e anche di, come dire, tutto quello che non è così son fesserie", (0.4) perchè poi quegli altri si chiudono a riccio e poi ci sono i pacchi così di libri Prepariamoci agli Invalsi, (0.3) che è proprio il contrario di quello che potrebbe essere. Perchè io di nuovo mi rimetto nella, nella, nella.. (0.4) nell'ottica di addestrare i ragazzini, (0.3) questa volta gli addestro all'Invalsi. Poi siccome anche loro, la fantasia un pochino poi finisce che difetta, (0.3) anche loro sono diventati abbastanza di routine, (0.4) però l'approccio era completamente diverso da quello italiano. Eh, allora stiamo attenti, perché.. (0.5) allora quello che può essere quindi il metodo mi sembra giustissimo, (0.5) cioè devo trovare un modo di parlare con gli insegnanti cercando di farli entrare nella mia filosofia, cioè nel come io penso che..(0.6) e anche spiegargli,(0.6) io sono convinta che gli va spiegato un minimo di teoria, fra virgolette, (0.6) perchè la professionalità è fatta anche di una parte teorica (0.5) oltre che di una parte pratica, (0.3) quindi insegnante deve avere dei..(0.4) così, (0.5) delle pezze d'appoggio teoriche che gli spiegano di cosa si sta parlando, sennò, tutto magico. (0.4) Che poi uno degli errori, credo io, del rifiuto in fondo e di non saper sfruttare in maniera idonea le nuove tecnologie è fortemente legato al fatto che la gente poi in fondo (0.5) sembrava che l'unica cosa che ci fosse da capire è imparare come funzionavano e quella..

126 I: E non ci studia.

127 M: Ma il problema (0.5) non è solo capire come funziona, cosa devo pigiare, eh, (0.7) ma come lo devo adoprare. (0.9) Mi ricordo uno dei primi.. si, c'era un bel giornalino, perché allora Geogebra non c'era, c'era Cabrì, (0.7) poi quelli di Geogebra hanno copiato tutto, l'hanno fatto gratis e hanno distrutto Cabrì,(0.5) e la storia è andata così. (0.6) Però c'era un..(0.3) c'era Cabriolet che era un po' così, un quadernino, un foglio, un piccolo giornalino in francese o poi c'era (0.6) Cabrì IRSAE, l'IRSAE di Bologna aveva..(0.5) in parte traduceva Cabriolet, in parte faceva delle cose.. (0.6) Pigliava dei contributi dagli insegnanti. Bene, un giorno mi leggo una cosa e insomma, finiva così. Allora, "Fermatevi..", (0.5) perché lì si poteva mettere una specie di chiodino di modo che tutti i punti che erano variabili, che volevi, li potevi fissare, (0.5) che era un po' l'idea di parametro, se ci vogliamo divertire con i significati matematici, no?! Un punto variabile, lo blocco con una specie di.. (0.3) si vedeva proprio come un chiodino, un piccolo chiodo. (0.4) E questa metteva il chiodino d'appertutto e commentava: "Che sapete come sono gli studenti, quelli poi muovono tutto e poi sennò non se ne esce". E allora, uno che riusciva a scrivere un articolo su Cabrì, concludendo che poi gli studenti muovevano tutto (0.4) e questo gli andava impedito, (0.4) gli ho detto meglio che..

128 I: Che abbia una immagine ferma

129 M: Eh, scusa, (0.5) e naturalmente "il chiodino lo levo io, quando lo devo levare, perché io sono l'insegnante e vi faccio vedere". Allora, hai capito? Proprio (0.4) siamo lontani le Millemiglia. (0.8) Insomma, anche lasciare.. (0.3) questa idea di libertà però guarda che gli insegnanti ce l'hanno (0.5) dura eh. (0.7) Quindi anche qualche domanda proprio su quanto li lascio liberi, (0.4) "Come reagiresti se l'alliev:o, non lo so, (0.4) anche su un esempio particolare, (0.4) se l'allievo, diciamo, non segue quello che.."

130 I: Io, per esempio, ho provato a fare questa cosa, se.. non vorrei rubare altro tempo, però se c'è disponibilità

131 M: Tanto non ho nulla da fare, non si può andare nemmeno in giro

132 I: Dunque, io per esempio avevo pensato di fare questa cosa: presentare una vignetta, una domanda vignetta, nella quale dicevo che una insegnante presentava per la prima volta, quindi c'era comunque il fatto che c'è una certa difficoltà, no?!, anche nella reazione da parte degli studenti che uno si aspetta, perché è la prima volta che pone attenzione ad una attività che sia laboratoriale col coinvolgimento del corpo, dove fa risolvere un problema, che l'avevo declinato diversamente per la primaria e per la secondaria, diciamo, per la primaria è,diciamo, ricollegabile a utilizzare dei quadratini per lavorare con la proprietà distributiva, e invece, nella scuola secondaria, parallelepipedi per la formazione del cubo, per far vedere come si scompone, per la formula del cubo del binomio. E durante l'attività i ragazzi sono inizialmente incuriositi dal materiale, però poi l'insegnante propone una serie di Task, con tempistiche ben precise, una scheda tecnica per la risoluzione dei problemi, e finisce che utilizzano, gli studenti, nella stragrande maggioranza, le procedure di calcolo foglio e matita per portare avanti quel tipo di risoluzione, al posto di provare a utilizzare la strumentazione che gli è stata data è presentata inizialmente in maniera laboratoriale, e di, come studenti, ehm.. come insegnanti, di mettersi nella posizione di questo insegnante che si sente frustrato dal fatto che non ha funzionato secondo lui l'attività che ha proposto, e analizzare quanto, con una scala Likert di accordo e disaccrodo, quanto è d'accordo con varie, per esempio, considerazioni a riguardo. Per esempio: aver dato tempistiche strette, non aver lasciato tempo di familiarizzare con il materiale, ha forzato il fatto che loro tornassero su quello che sapevano già fare, con delle metodologie su cui sono più sicuri? O.. insomma un po' di considerazioni, per esempio in questo modo, per far uscire un po' di convinzioni su come portare in classe queste

133 I: Sì, per esempio sulla scheda, e questo..(0.4) Le schede gli piacciono da morire, (0.8) e smozzicano tutte le.. (0.6) Quindi delle domande su: "Come si.. (0.4) come si costruisce una scheda?" (0.5) Cercare di capire, per esempio, a quale livello di suddivisione dei processi che loro mettono nelle richieste della scheda, (0.5) se una cosa.. (0.8) Ora non so come si potrebbe formularlo, però: io faccio una domanda, (0.6) "Una? (0.4)Ne faccio due? (0.4) Quante ne faccio? (0.5) Da cosa dipende quante domande faccio?" (0.4) Perché questa è una delle..(0.3) degli aspetti..(0.8) Spesso.. (0.4) perché se io suddivido il processo risolutivo, o comunque un processo che devo mettere in atto per rispondere al compito, (0.5) e lo suddivido in tante task, ciascuna delle quali le sa rispondere, (0.5) questa è la maniera migliore per far sentire tutti soddisfatti, ma dal punto di vista..(0.5) Perché lui sa rispondere sempre. (0.3) Ma il problema è che, per esempio, il controllo sulle domande, sugli step, eh, (0.4) ce li ha solo chi li ha formulati gli step. (0.8) E quindi capire quanto di questo sono.. (0.7) E quindi chiedergli: "Quando preparo una scheda di lavoro, come suddivido? (0.4) Do una domanda sola? Ne do 2? (0.3) Ho un numero predeterminato di domande? (0.4) Qual è il criterio che uso per stabilire quante..?". (0.8) Insomma, riuscire a snidarli su questo aspetto del suddividere in step, che abbiano..(0.7) che mi garantiscono che ogni volta so rispondere, >che è quello che si fa sempre anche quando si fa gli esami<, (0.6) poi in fondo si fa: "Hai visto che lo sapevi!"

134 I: Dimostra che è uno spazio vettoriale

135 M: Eh si, poi Dindirindirindirin, "Hai visto che lo sapevi". (0.4) Ecco, e quello..(0.5) quello naturalmente, (0.3) in quella situazione: "sì, ha visto che lo sapevo". E vabbè, ecco,(0.5) e con ciò tutti contenti: si è passato l'esame. (0.3) Per esempio, il mio esame di meccanica razionale, me lo ricordo ancora dopo 50 anni, e io non..(0.3) non ho mai capito cosa mi hanno chiesto. Ho preso 27, quindi oh, qualcosa gli avrò risposto ma io non ho capito cosa mi ha chiesto. Mi è rimasto tutta la vita questo chiodo: cosa mi avrà chiesto?

136 I: Io, per esempio, ho sempre avuto l'impressione, una cosa forse, che è brutto da dire, ma io ho sempre avuto l'impressione di avere sempre capito di più gli esami che, in assoluto, forse ho avuto più difficoltà a fare, rispetto a quelli che mi sono riusciti bene. Questa è sempre stata una cosa chiara nella mia testa, che non ci sia mai stata corrispondenza fra la conoscenza profonda

137 M: Eh sì perché a volte quando si ha qualcosa di profondo è vero che si sa che non si sa, eh, perché ci si pone molti più problemi sul tema che si ha sotto mano, mentre su qualcosa su cui poi uno si è fatto un'idea, non è.. come si chiama l'effetto.. insomma i nomi, quello studiato in psicologia che meno ne sai e più sei sicuro, cioè la tua opinione Bam, la butti così, il mondo è pieno eh, perché ormai parlan tutti così, no?! Qualunque cosa tutti sanno sempre tutto. Beati loro

insomma. Adesso sono diventati tutti virologi, sanno tutti che cosa succede, beati loro, eh.

138 I: è vero

139 M: è vero, se nelle cose insomma, ci sei penetrato più dentro, sei anche più problematico e più insicuro insomma nel nel nel porti, Ora però non è che noi vogliamo destabilizzare gli insegnanti, ecco, vorremmo però un pochino più di consapevolezza della complessità dei processi cognitivi che stanno dietro a una.. così, anche a quello che poi normalmente si chiama apprendimento, io preferisco insegnamento-apprendimento perché poi è difficile

140 I: dividere

141 M: che si possa sciogliere. Però io vedo che se poi uno glieli fa un po' toccare con mano, si affascinano. Io, di solito, insomma, quando nel mio corso di Didattica, se poi gli riesci ad acchiappare, li riesci a fare un po' penetrare, però.. c'è l'altro passo, che poi devi diventare tu insegnante capace di porti questi problemi anche da solo, e questo è difficile, e questo è difficile. Io penso che la ricerca, penso che dovrebbe essere veramente meno prescrittiva, meno anche propositiva diciamo, che spesso si fanno dei progetti molto dettagliati, si danno dei materiali molto ben strutturati, e alla fine poi, come dicevi tu, può capitare che se l'insegnante non è entrato dentro lo usa male, e poi mi muore in mano e allora è finita poi, dopo..

142 I: Si sfiducia

143 M: si sfiducia, e quindi è difficile. Poi non ci sono scuole e quindi..(0.3) è ancora più difficile. No alla scuola primaria qualcosa si fa. (0.5) Secondo me infatti la scuola primaria, (0.4) secondo me, dovresti vedere qualcosa di meglio alla scuola primaria, (0.4) perché ormai sono più di 10 anni che ci abbiamo una laurea per i maestri, qualcosa nella preparazione è arrivato. (0.5) Mentre nella scuola secondaria, soprattutto in quella di secondo grado, (0.3) proprio sono sfiduciatissima. Anche perché insomma (0.5) 40 anni io me li sono ciucciati all'ingresso dell'università cosa arrivava, (0.3) quindi c'ho le idee chiare di (0.4) cosa arrivava alle facoltà di Scienze. (0.5) Quindi quegli altri non oso pensare veramente. (0.4) Vedi come..(0.5) come educazione del cittadino, figuriamoci.

144 I: Va bene, io a questo punto

145 M: Io allora te l'ho detto, quando hai bisogno chiama e vedrai che io rispondo.

146 I: Ti do del tu, mi è molto strano

147 M: mi fai onore

148 I: però ti ringrazio davvero tantissimo

149 M: Ma figurati, un grande piacere. Fammi sapere, perchè son curiosa

150 I: Va bene.Sicuramente

151 M: Sicuramente, arrivederci.

152 I: Arrivederci, buona serata

153 M: Buon lavoro, buon lavoro

154 I: Grazie mille

1 Margherita D’Onofrio

2 A: Buongiorno

3 M: Buongiorno. Ho fatto un po’ di pasticci che volevo aprire invece ho chiuso

4 A: no, ci mancherebbe. Anche io stamani ho avuto problemi grossissimi con ZOOM. Dalle 11 provavo a fare l'invito ma non, non riuscivo. Si vede che è una giornata un po così.

5 M: Sì. Bene. Ma questo è ZOOM gratuito, quello che dura 40 minuti?

6 A:Sì.

7 M:Ah OK.

8 A:Però in realtà dura soltanto 40 minuti, quando ci sono più di sei persone, o tre persone, mi sembra.

9 M: Ah, ho capito.

10 A: quindi volendo, quando si..si parla in due non c'è problemi se sforiamo di un pochino.
11 Allora, intanto molto piacere di conoscerla.

12 M: Altrettanto, altrettanto.

13 A: E grazie davvero per, per la disponibilità, insomma, e la partecipazione alla ricerca, senza dubbio. E.. Per il resto, mi presento e presento anche brevemente, magari, la.. la ricerca in maniera che possa avere anche un quadro un pochino più chiaro, ecco, di quale è il contesto in cui si scrive. Dunque, io sono una matematica.

14 M: Ah, Bene.

15 A: Io sto facendo una tesi di dottorato dentro il dipartimento di pedagogia sperimentale della LUMSA in un dottorato internazionale che ha la partnership con la ACU Australiana.

16 M: E dove, dove si è laureata?

17 A: Io ho fatto la triennale all’Università di Pisa e la magistrale all'Università di Tor Vergata. Matematica proprio.

18 M: sì, sì sì.

19 A: Con una tesi in didattica della geometria, perché questa inclinazione è da tempo che l'ho presa. E in particolare, diciamo, l'argomento della mia, del mio dottorato, si focalizza su quelle che sono le attività dove gli studenti sono coinvolti con la loro percezione, con il loro movimento o utilizzando degli artefatti, o delle degli strumenti, o degli oggetti manipolativi, fisici o virtuali, dove c'è una grande interazione però, diciamo, fra il fra gli studenti e la tecnologia, oppure anche il semplice movimento del corpo, come può essere, per esempio le attività nella palestra di stampo geometrico..O di questo tipo.

20 M: Si si.

21 A: E, diciamo.. L'indagine mira a indagare

22 M: per un po', l'avevo persa.

23 A: Ah.Riparto.

24 M: Adesso va bene.

25 A: Ah OK, dicevo, l'indagine mira in particolare a.. andare a carpire quali sono le percezioni che hanno gli insegnanti rispetto a queste attività. In quest'ottica è particolarmente importante il punto di vista degli esperti. Mi sente?

26 M: Sì, sì, sì, sì,

27 A: degli esperti, e lei è coinvolta, diciamo da questo punto di vista, perché sono una sorta di tres d'union fra quello che è il mondo della ricerca, e delle indicazioni, diciamo, appunto, curricolari educative, e quello che è il mondo della scuola. Quindi sono capaci di darmi una chiave di interpretazione, diciamo abbastanza calzante per.. per l'ottica di ricerca che.. che ho preso. Quindi, diciamo questa breve intervista avrebbe due domande iniziali che sono proprio per cercare di risolvere un problema interno alla ricerca, che è quello innanzitutto di occuparci di comunicare con gli insegnanti con parole che siano, non parole della ricerca, ma parole che possono essere più comprensibili agli insegnanti. Per cui se è d'accordo inizierei con.. Con

28 M: Si, si. Io vorrei dire anche due parole su di me.

29 A: Ah, certo che si.

30 M: Nel senso che io, si.. intanto sono un'insegnante, sono stata insegnante di matematica e scienze della scuola media e faccio parte da, da sempre di un'associazione che si chiama centro di iniziativa democratica degli insegnanti. All'interno di questa associazione c'è stato un gruppo, soprattutto il CIDI di Firenze che si è occupato del rinnovamento, del rinnovamento dell'insegnamento per, come dire, per fare in modo che la scuola sia di qualità per tutti. Ecco, questo era l'obiettivo. E da più di vent'anni lavora soprattutto nel primo ciclo e quindi io mi occupo del primo ciclo, della scuola superiore io non mi occupo, non me ne occupo, non me ne sono mai occupato e non non ho intenzione di farlo. Ehm.. faremo, come dire..costruire, come dire, costruire un curricolo vero, innovativo e che abbia quegli obiettivi che ho detto prima. Ecco, diciamo che questo è stato anche l'attività, possiamo chiamarlo proprio di ricerca, anche, no?! Che è avvenuto all'interno di questo CIDI.

31 A: Certo.

32 M: Anche se io non sto a Firenze, sto a Roma, però avendo avuto uno scambio con il CIDI di Firenze, mi sono ritrovata molto bene con quello che stava facendo, quindi pur essendo a Roma ho lavorato molto e sto lavorando con loro. Ecco, questo volevo dirle perché poi quello che dirò è anche frutto di questo lavoro collettivo.

33 A: Sicuramente, infatti io sono mi sono interessata proprio, diciamo, a lei in quest'ottica. Cioè io avevo fatto delle ricerche sul profilo e, dato che ho intervistato oltre accademici un'insegnante ricercatore riferì.. in riferimento, diciamo alle scuole superiori, mi interessava anche un punto di vista, invece, sulla scuola primaria di qualcuno che fosse stato appunto coinvolto in un progetto simile. Per questo, mi è interessato particolarmente il suo profilo.

34 M: Adesso posso rispondere a quella sua domanda, la prima domanda rispetto alle parole.

35 A: Sì, esatto

36 M: Da dire, eh, per comunicare con gli insegnanti. Eh, allora, il problema è.. è complicato. Perché da una parte, attraverso le parole, noi vogliamo, come dire, far capire di che cosa dobbiamo trattare e dall'altra il problema è vedere se dall'altra parte ci sono gli strumenti per capire quello che la.. il mio.. e la.. il mio linguaggio ha prodotto. E allora su questo io ho pensato a un titolo che qualche volta diamo quando andiamo a fare questi incontri, ma.. “In laboratorio, per un insegnamento significativo della Matematica”. Questo potrebbe essere un titolo di un corso, per esempio no?! Oppure di una relazione. Oppure “La matematica vista attraverso gli occhi delle indicazioni nazionali”, proprio perché le indicazioni nazionali, secondo noi, soprattutto quelle di matematica, sono veramente molto, molto belle e là dentro ci sta quello che la ricerca didattica ha prodotto in questi 50 anni, quindi, come dire, per noi le indicazioni nazionali sono veramente un, come dire, un lume no?! E far capire anche agli insegnanti che noi lavoriamo attraverso quello che ci dice la legge, non stiamo fuori dal.. dalla legge. Ecco, però se vogliamo andare per parole chiave, cioè nella comunicazione di un messaggio nuovo, oltre la parola laboratorio, e oltre la parola significativo, ci sta anche la parola linguaggio. Linguaggio nel senso, come.. Poi lo vedremo dopo, se c'è tempo glielo spiego bene, meglio in altre, in altre domande questo... come il linguaggio è fondamentale nell'acquisizione dei concetti e proprio nell'evoluzione del pensiero,

anche in matematica. Quindi, diciamo che queste sono le parole chiave con cui noi ci possiamo presentare oltre, naturalmente,.. ma nella parola laboratorio ci sta sia tutta l'attività manipolativa, e per laboratorio non intendiamo il posto delle meraviglie, come era inteso una volta, ma un posto in cui si, si manipola, si pensa, si fanno delle ipotesi, si gioca a seconda dell'attività, a seconda degli anni, a cui, insomma, degli anni dei bambini, quindi insomma, ecco varia un po questa..questa.. Però non è il posto delle meraviglie, il posto delle meraviglie in un'altro senso: è il posto delle scoperte. E il bambino deve operare queste scoperte, quindi perciò nella parola laboratorio c'è tutta questa attività a cui lei faceva riferimento prima, quando il bambino deve essere protagonista, quindi con le mani e con la, e con la.. con gli occhi e con la mente, deve essere protagonista. Ecco, diciamo questo.E questo passaggio dall'insegnamento tradizionale a questo lavoro, a questa.. va beh.. questo che ci dicono le indicazioni, ecco, diciamo così, è, è molto, è molto difficile, è molto difficile. Perciò è chiaro che noi dobbiamo farci capire però è complicato perché ci vogliono tante condizioni che poi vedremo nel discussione.

37 A: Certo, ma io mi chiedevo.. ehm.. secondo lei ci sono dei particolari esempi di attività di questo tipo che sono comunemente riconoscibili..

38 M:Ecco, entriamo proprio nel, nel Clou della nostra, del nostro lavoro, perché ci sono sicuramente e voglio, mi sono presa degli appunti proprio per dirgli anche bene alcune cose.

39 A:Sì, grazie

40 M: In contrapposizione alla nostra proposta, cioè quello che avviene tradizionalmente, glielo dico con le parole di Niggins e Taiger nel “Fare progettazione”, che sicuramente conoscerà, ok. Allora, loro dicono:”Il libro di testo è come una ciclopedia, oppure un almanacco, un resoconto analiticamente organizzato dalle conoscenze degli adulti in una area di studi. Apprendere semplicemente dei riassunti delle conoscenze in una determinata area e come impartire, imparare il baseball dai risultati del campionato pubblicato sui giornali”. E' chiaro che questo è per tutto l'insegnamento trasmissivo. Per la matematica, oltre a questo, c'è proprio quella modalità di fare, intanto riferimento soprattutto all'aspetto numerico, e poi, è come se l'aspetto algebrico analitico, la riduzione della riduzione, si fa fin nella scuola..nella scuola primaria, ma sempre regola-applicazione, regola-applicazione. Ecco, questo è quello che avviene normalmente. Invece quali sono queste attività che possono produrre un apprendimento più significativo? Diciamo che noi nel CIDI, da anni, costruiamo dei percorsi, non delle attività.. dei percorsi non delle attività. Ecco, io parlerei più di percorsi che non delle attività, perché le attività, negli anni, se ne sono state fatte tante, però molto slegate fra di loro. Cioè magari è molto carina quella attività, però rimane lì e poi il resto lo faccio tale quale. Questo è successo. Io, siccome ho insegnato, proprio ho cominciato a insegnare nel 76 e quindi quando c'era tutto questo fervore di cambiamento, volevamo la scuola dell'obbligo, l'innalzamento, insomma.. Eh, e lì era così, era così. C'era questo desiderio di cambiamento, però non c'era, come dire, un percorso intero. Anche perché dall'università, e ancora oggi questo succede,.. Perché che cosa, che cosa è avvenuto? Che le intenzioni nei corsi di formazione sono state enunciate, queste intenzioni, però poi di fatto veniva lasciato all'insegnante il ruolo di, come dire, costruirsi un percorso. L'insegnante da solo non ce la fa. Questo è un dato di fatto. E possono andare anche a 10 corsi, ma se non c'è un esempio di come può essere un percorso, io lo chiamo rivoluzionario, ma nel senso che cambia proprio tutto, in cui cambia il tuo ruolo, cambia il ruolo dei bambini, cambia il ruolo della disciplina. Eh, allora questo, questo non ce la fa, l'insegnante da solo non ce la fa. C'è bisogno di un aiuto. E allora, tra il dire e il fare, c'è di mezzo il mare. Questa è sempre stata la la questione. E quindi tutte queste enunciazioni da parte di esperti anche molto bravi, anche che si sono occupati della didattica delle.. della matematica, però poi non hanno prodotto, come dire, materiali utili. Molte volte, molte volte quando qualcuno si è cimentato in questa operazione la proposta era anche molto, era anche tradizionale, come dire, più legata all'attività che non al bambino. Il pensiero era più sulle attività che non sul bambino.Vabbè, poi magari, se poi dopo ha tempo di guardarsi qualcuno dei nostri percorsi le darò qualche qualche indicazione. E quindi questo.. questa importanza del percorso gliel'ho detto. Adesso, le voglio leggere, per capire un pochino l'importanza di questi percorsi, quello che è stato scritto in un progetto che ci sta nella nella Regione Toscana, no?! Che si chiama LSS, Laboratorio dei Saperi Scientifici. E uno dei criteri che abbiamo li immesso, perché poi c'è il collega del CIDI di Firenze che fa parte di questo progetto LSS quindi siamo un tutt'uno. Dice: “Da qui la necessità della progettazione di percorsi di apprendimento che devono essere individuati sulla base di

paradigmi culturali fondanti da un punto di vista epistemologico e adeguati alle strutture cognitive e motivazionali degli studenti, alle varietà, si da attivare forme di comprensione profonda che concorrono allo sviluppo di capacità autonoma di ragionamento.” Oh, allora qui che cosa si vuol dire? Che la disciplina deve essere vista da un'altro punto di vista, cioè quali sono i saperi essenziali e qual è la gerarchia tra questi, tra questi saperi? Quindi va rivista la disciplina proprio da un punto di vista epistemologico e il primo passo è proprio la revisione del.. della disciplina. Ecco, questa è un'operazione molto difficile per l'insegnante da solo. Intanto perché nella scuola primaria non ci sono le competenze matematiche, ma anche nella scuola media, anche chi ha fatto matematica, non solo chi ha fatto scienze, anche chi ha fatto matematica ha la difficoltà. Perché questa, come dire, queste trame concettuali della disciplina all'università non si fa. Mia figlia ha fatto matematica recentemente, diciamo, si è laureata un anno fa e questo lavoro non è stato fatto da nessuno. Teoremi, teoremi, teoremi, teoremi e poi perdi il filo del discorso. Ecco, e quindi c'è bisogno.. C'è bisogno di questo lavoro. E quindi, questo è, questo è il motivo per cui queste attività sono fondamentali, questi percorsi sono fondamentali, poi vediamo come sono ricchi di attività, queste, queste.. questi percorsi, ma non solo di attività, non solo.

41 A: Certo, ma in che senso? Diciamo, cioè, l'importanza per la scuola di questo tipo di attività, nello specifico, in che direzione va nei confronti dell’apprendimento?

42 M: cioè tu hai un percorso che ti produce una concettualizzazione, o più concettualizzazioni, di.. insomma.. di più cose in quel percorso, però deve avere un inizio, deve avere una fine, deve.. deve esserci una domanda che è un problema, da un punto.. cioè deve essere un problema, devi problematizzare la questione, quindi ci deve essere la domanda, il bambino deve rispondere.. Ma può essere anche un'attività la domanda, può essere una domanda a cui rispondere e quindi tu fai un laboratorio col pensiero, ma può essere anche un'attività su cui deve ragionare e da cui deve trarre le sue.. le sue deduzioni, le sue ipotesi, fare le sue ipotesi. Oh, vabbè, glielo sto anticipando adesso, pensavo di dirlo dopo questo, ma glielo dico prima. Significa.. come devono essere fatte questa attività? Oh, c'è una prima fase, appunto, di una proposta su cui ragionare o di un problema, quindi va problematizzata una questione. Poi se sono piccolini è chiaro che si privilegia maggiormente l'attività, maggiormente il gioco, man mano che si va avanti questo, come dire, c'è uno scambio maggiore.. ma, dall'inizio, si comincia con un'altra attività fondamentale che è quella della scrittura individuale. Dopo aver dato la questione, da osservare, da descrivere, da fare, c'è, cioè, i bambini devono... devono scrivere quello che pensano veramente su quella questione lì, senza l'influenza dell’insegnante e senza l'influenza del voto, perché quello, come dire, devia tutto il discorso, non esprimerà mai il suo pensiero autentico il bambino se sa che deve avere 10 o deve avere 5, deve avere 3, ma anche se non è il voto ed è un giudizio. Cioè, non ci deve essere il giudizio su questo, in questa fase. Ci sono i momenti in cui bisogna dare anche, come dire, una valutazione, ma è altro da percorso. Poi, una volta che l'insegnante raccoglie queste risposte, le organizza per tipologia di risposta e le mette in discussione: le raccoglie, le mette alla lavagna, cioè scrive quelle caratteristiche, insomma del quelle più significative in qualche modo, non le corrette le significative, oppure le scrive alla LIM, le fa vedere alla LIM. E si comincia la discussione su quelle risposte lì e non per alzata di mano. Dopo ci sarà la..cioè, nella discussione l’insegnante farà intervenire un po’ tutti, ma magari una volta gli uni e una volta agli altri. Ma che succede nella nella discussione? È lì che viene una costruzione condivisa del.. del sapere. Perché dice: “sì, io sono d'accordo su questa cosa/ non sono d'accordo”. “Ho detto così per questo motivo e non per quest'altro”. Facciamo l'esempio, si dà, l'avevo pure messo qui, una.. secondo te, quale aspetta? Che adesso mi rivedo la domanda che non me la ricordo bene.. Se hanno la stessa.. Si danno 2.. un rettangolo e un quadrato isoperimetrici a tutti i bambini e hanno questo.. questo artefatto, diciamo artefatto, chiamiamolo, questi modellini di rettangolo e di quadrato. Secondo te quale delle due figure è più grande? Questa è la domanda; viene fatta in quarta, quinta questo percorso, perché quello, quello, diciamo pure importante è a che età fai queste cose. E allora lì che cosa faranno? Misureranno, chi dirà il perimetro perchè misurerà il perimetro, penserà che la grandezza cui si fa riferimento è quella del perimetro, chi invece sovrapporrà e allora poi si mettono in discussione queste due ipotesi, e allora lì si ragiona a che cosa stava facendo riferimento e allora che cosa intendiamo per chi è più grande. E poi la seconda domanda: “Ma secondo te come facciamo a sapere quanto uno è più grande dell'altro?” Ecco, questo è, è la domanda ed è il problema. Quindi dentro la matematica c'è anche la problematizzazione, quello che viene chiamato problem solving. Poi io non lo so, io lo dico poi se quello ha un'accezione particolare..io non lo so,

però chiamiamola come risoluzione di problemi significativi, autentici non quello che sta sui libri e sono..

43 A: Sono falsi problemi.

44 M: Si, ci siamo capiti, insomma, cosa intendiamo per situazione problematica.

45 A: Certo

46 M: Quindi, eh, la matematica deve essere tutta data in questo modo, poi dopo la discussione collettiva c'è un momento di revisione della, della propria risposta e quindi si aggiunge, si corregge, si toglie qualcosa e lo fa individualmente il bambino. Poi l'insegnante, almeno nella scuola primaria, fa una scheda, come dire del, del, del, del pensiero a cui si è giunti e quindi del concetto a cui si arriva, corretto, con.. se c'è anche una piccola definizione viene anche scritta li, e questa, e questo foglio viene dato a tutti i bambini e che avranno sul, sul, sul quaderno. E diciamo.. allora, diciamo che questo, però, questo non è un percorso, cioè ci sono tante domande all'interno del percorso. E poi è chiaro che si daranno esercizi di rinforzo, anche altre attività. Cioè ci sono queste domande significative e poi ci sono anche delle attività che possiamo chiamare, sì, di rinforzo a quel concetto a cui si sta lavorando.

47 A: Certo, e che ruolo gioca diciamo la percezione e il movimento degli studenti all'interno di questo quadro? Cioè, questa è la parte ovviamente di struttura didattica, però, per esempio, i diversi materiali, le.. le diverse rappresentazioni, la diversa interattività che possono avere gli studenti con quello che hanno a disposizione, che ruolo giocano all'interno di questo..?

48 M: Beh, importante, fondamentale, è fondamentale perché.. è chiaro che qui ho presentato, ci stavano questi due modellini, però se noi pensiamo a tutto il lavoro sul numero, è pieno di artefatti e proprio ce ne sono.. guardate, quello è bellissimo, proprio. Perché si va dal, dal dado, eh però dal dado costruito diversamente. C'è un dado, ma sopra per esempio, si mettono 5 su ogni faccia, 5 pallini vuoti, poi una faccia si riempie solo l'uno per dire che è l'uno, nell'altra faccia ci sta due pallini vuoti e 3.. 2 pallini pieni e tre vuoti, e così via. E quello simboleggia proprio la mano, No?! Quando cioè le dita piegate sono i pallini vuoti, mentre il pallino pieno simboleggia il dito alzato. Ma ci sta anche il conta mani, cioè c'è proprio una mano costruita e con quel conta mani loro possono lavorare. Ma sto dicendo proprio due.. faccio due esempi banalissimi. Ci sono gli.. c'è l'abaco a bicchieri, con le cannucce, quindi è un abaco, io lo chiamo anche abaco trasparente, perché lì viene mantenuto.. vengono fatti i fascetti da 10, vengono raccolti quelle e uno e un fascetto, ma dentro contiene le 10 unità e quindi.. E..e allora poi, da questo, piano piano, dopo che ha lavorato tantissimo, eh, poi comincia a passare all'abaco ad aste, ma ci passi in un secondo momento. Quindi hai voglia.. siamo.. si è pieni di materiali in queste attività. E questi materiali, in genere, si tende a darli.. cioè, ogni bambino deve avere un.. il suo materiale, cioè quando si può, quando non si può ci sono delle.. dei dei materiali che hanno.. degli strumenti che hanno.. ehm come dire, non possono essere dati a tutti quanti, allora si dà.. e poi, naturalmente i primi anni c'è tanto l'attività ludica. I bambini.. ehm per esempio per fare.. quando si comincia la sottrazione.. ehm.. ci sono le sedie, ci sono i bambini e allora i bambini.. La domanda può essere questa: “ci sono 10 sedie e 12 bambini”, oppure il contrario, “12 sedie e 10 bambini”, “bastano le sedie per tutti i bambini?” Fai prima la domanda, poi i bambini, dopo che hanno dato la risposta.. ci sono dei bambini che dicono che non bastano perché pensano che bastare.. magari viene da altre esperienze che qualcuno ha fatto.. che ci deve essere sempre una corrispondenza biunivoca, no?! Che i bambini devono essere sempre tanti, allora soltanto se i bambini sono tanti quanto le sedie, allora può esserci.. possiamo utilizzare la parola bastano. E allora poi l'esperienza si fa: si portano, si mettono in fila le sedie, o sparse, questo boh, lo decide l'insegnante e si siederanno i bambini e vedranno se sono sufficienti oppure no, e quindi la parola bastano acquista un significato diverso da come loro l'avevano magari pensato in quel momento, quelli che hanno detto no, non basta, no?! “Perché le sedie sono 12 e i bambini sono 10”, così rispondono alcuni. Ecco, questa è un'altra cosa fondamentale, perché la scrittura individuale? Perché solo lì viene fuori il pensiero vero del bambino, e siccome nessuno dice “Tu hai sbagliato” in quella fase lì, ma non lo si dice mai, cioè c'è solo un confronto, il bambino vede che la sua scrittura viene presa in considerazione come quella del compagno che magari immagina più bravo.

49 A:Certo

50 M: E sono pari, e questo è l'obiettivo di tutto questo, è avere fiducia nei propri pensieri. Questa è la cosa fondamentale che si raggiunge con questo tipo di lavoro. Con l'insegnamento tradizionale, si, i più bravi andranno per conto loro, ma quelli pure senza di me andrebbero avanti, quindi non c'è bisogno del nostro lavoro. Certo ci sono i bambini con gravi disagi, però lì.. cioè l'importante è fargli fare una progressione di sviluppo del pensiero. Eh, ma per la maggior parte dei bambini, diciamo per la fascia media, l' insegnamento tradizionale è la morte, è la morte dei loro pensieri, cioè veramente una cosa che non.. Cioè non ce lo possiamo più permettere. Con questo tipo di lavoro, in cui viene preso in considerazione il suo pensiero, e quindi lo può confrontare con quello degli altri, eh.. secondo me è anche di grande emozione per gli insegnanti, solo che, ehehe è complicato ahahah.

51 A: E quali sono i motivi per cui è complicato? Andando un po' a..

52 M: Sì, abbiamo sorpassato un po'... I motivi per cui è complicato, perché dentro questi percorsi.. adesso glielo dico cosa ci sta: "La costruzione di percorsi significativi realizza la complessità nella pratica". E' chiaro che è una questione complessa perché l'insegnante deve avere competenze disciplinari nella.. come abbiamo detto prima, deve rivedere la sua disciplina, psicologiche, pedagogiche e didattiche. Per avere tutto questo ci vuole una formazione adeguata, formazione che non è così, non è così. E questi percorsi.. ehm.. sono complessi, proprio perché la.. come dire, il rinnovamento è complesso. E allora, dicevo, glielo leggo questo, perché è detto molto bene e poi ci ragioniamo su: "La costruzione di percorsi significativi realizza la complessità nella pratica, perché le varie dimensioni del percorso, quindi disciplinare, epistemologico, didattico, psicologico, pedagogico, si devono fondere in un tutto armonico". Eh, è chiaro che non è che dice questa è la pedagogia, questa è la psicologia.. "Motivante per lo studente, significativo nello sviluppo delle competenze. Tutto ciò è possibile se è già in fieri nella bozza iniziale del percorso, ma si realizza poi, soltanto per mezzo di progressivi aggiustamenti e raffinamenti conseguenti a tanti anni di sperimentazione riflessiva. Il perfezionamento di questi percorsi non ha in un certo senso mai fine". Queste sono le parole di Carlo Fiorentini. No?! Come l'ha descritta lui questa cosa.. I percorsi oggi sono ancora.. vengono rivisti. C'è un gruppo di colleghe che lavorano a questo e c'è una revisione continua. Cioè anche un gruppo ristretto, che non è il gruppo con le insegnanti.. cioè: c'è il gruppo a cui uno fa un corso di formazione con questi percorsi, ma c'è un gruppo ristretto che continua a riunirsi per rivedere i percorsi che ha pensato 15 anni fa. Ma questo significa dare vita a questo lavoro, altrimenti è una cosa che sta lì e muore. E nel momento in cui viene rifatto, viene rivisto, viene analizzato ma è anche.. ci sono, come dire, in base alle esperienze di altre cose che hai fatto puoi aggiungere un pezzettino o togliere, a seconda delle reazioni che ha avuto questo percorso con i bambini. Ecco, perciò questi percorsi sono significativi. Molte volte qual è la difficoltà che si incontra? E' che gli insegnanti sono pure strani, nel senso che fanno pedissequamente il libro di testo, il sussidiario seguono e poi se c'è una proposta loro si sentono come se dovessero fare delle piccole variazioni e metterci qualcosa di proprio là dentro. Non capiscono che il proprio lo metti proprio nel momento in cui lo stai attuando e tante volte non vengono capiti, non vengono capiti. Perché? Guarda, sono sempre.. cioè, non sono difficili da capire, ma quello che c'è da capire è la diversità del tuo ruolo e del ruolo dei bambini. Non è l'attività che non capisci, ma qual è il ruolo dei bambini in questo e qual è il mio ruolo. Io devo stare zitta, mi devo proprio mettere uno Scotch, no?! E non devo parlare, ma devo far parlare loro. Io devo essere chi organizza, non chi "fai questo, fai quest'altro!". Lo so, perché io.. cioè, siamo tutti stati insegnanti, e quindi sappiamo come funzionano queste cose, ci viene, pure con i figli facciamo errori madornali, che dobbiamo sempre insegnare e invece no, cambia, cambia il ruolo. E questa è la difficoltà maggiore, cambiare questo modo di vedere la disciplina e i ragazzi e stessi: "Ma come, se non parlo che succede?".

53 A: Praticamente i ruoli in gioco, diciamo no?!

54 M: I ruoli gioco in gioco.

55 A: Questa è una grande difficoltà da parte degli insegnanti quando si interfacciano con questo tipo di attività. E, diciamo..Questo per quanto riguarda un discorso proprio rivolto verso gli insegnanti, quali dovrebbero essere le le convinzioni che li dovrebbero guidare, diciamo, in questo percorso? Quali convinzioni, quali anche..sicuramente conoscenze, ne abbiamo già parlato, no?! Varie,

devono essere psicologiche, deve essere pedagogiche, devono essere anche disciplinari, molto specifiche

56 M: Ma deve essere anche motivante per loro, cioè ci deve essere una motivazione. Ci può essere una motivazione esterna ed una interna, secondo me. Quella esterna é data dalle indicazioni che dicono questo, non dicono altro. Non dicono che devi fare il problemino, sempre lo stesso, devi cerchiare le parole chiave in modo da.. cioè che ti sembra che stai agevolando il ragazzo, ma gli stai chiedendo la mente, no?! E quindi le indicazioni parlano di tutt'altro, ok?! E poi la motivazione interna, è dal fatto che tu vedi l'insuccesso e di fronte all'insuccesso ti devi interrogare, non puoi dire soltanto che è colpa dei genitori, è colpa dei bambini, è colpa della società. Ci saranno anche queste variabili, ma sono variabili indipendenti da me. E quindi io cosa posso fare?

57 A: Certo

58 M: Eh, è questo. Cosa posso.. Posso provare un'altra.. e quando la provi non esci più, perché vedi proprio gli occhi ridenti, vedi proprio un'altra cosa nella classe. E riesci a coinvolgere anche i bambini con difficoltà in questo modo. Quindi ecco, secondo me queste sono le motivazioni, però ci sta una frase che mi sono dimenticata di prendere, che è bellissima e ha scritto una collega sempre del CIDI. Lei dice, in un momento doloroso della propria vita, si è resa conto che anziché fare in modo da uscire, di uscire da questo dolore, mi crogiolavo nel dolore, perché il dolore è più rassicurante rispetto al nuovo. Questo succede agli insegnanti: il dolore dell'insuccesso è più confortante della paura del nuovo.

59 A: Assolutamente, e quindi..Uhm, diciamo.. quelle che dovrebbero essere, diciamo, queste motivazioni esterne e interne per quali motivi, diciamo, possono fare o non fare presa sugli insegnanti? Perché evidentemente.. Ora le le indicazioni nazionali sono state..

60 M: Perchè non sono aiutati gli insegnanti. C'è una proposta..Allora intanto diciamo che con l'autonomia, più di venti anni fa c'è stato un fraintendimento, secondo me, colossale. Questo già prima era avvenuto eh. Come se il rinnovamento della didattica significasse da una parte l'ampiamento dei contenuti e anche proporre nella scuola, a qualsiasi età, gli ultimi contenuti, come dire, le ultime scoperte della disciplina. Ecco questo proprio è un errore magistrale. L'altro è l'ampiamento della proposta complessivamente, l'ampiamento, diciamo proprio del curriculo, l'ampiamento. E quindi i progetti, progettificio, io lo chiamo, non progetti, no?! Perché di tutto di più nella scuola! Si era arrivati addirittura a questa aberrazione di ridurre l'ora di 60 minuti a 50 per poter fare più cose, che potevano sembrare laboratoriale solo perché non erano, diciamo, quelle dentro le discipline e la disciplina è rimasta sempre la stessa, nessuno l'ha toccata. Quindi ci si è concentrati sul superfluo e non sull'essenziale. E quindi.. E su questo non c'entrano gli insegnanti. Si, gli insegnanti, perché hanno avuto anche questi input da ispettori, da questo, da quell'altro.. Adesso poi non ne parliamo, nel momento in cui questi ampliamenti curricolari sono diventati fonte di piccolissimi guadagni, ma piccolissimi guadagni, incentivi.. perché se tu fai parte di un progetto ricevi l'incentivo, altrimenti no, se lavori sulla tua disciplina e dai l'anima non prendi niente. Allora, anche questo la dice lunga.. Quindi diciamo che nessuno si è occupato veramente, a livello ministeriale, di capire come può avvenire questo cambiamento. E poi varie agenzie formative propongono di tutto di più. Poi adesso ci sta la matematica.. la scuola capovolta, la cosa senza zaino di qua, senza zaino, di là e poi vai a vedere… Ma andiamo a vedere che cosa.. cioè facciamo anche... Io non dico che uno deve sparare su tante cose ma andiamo a vedere che cosa produce. Perché se, come dire, tutto questo si fa per i ragazzi, andiamo a vedere che cosa succede, se hanno prodotto effettivamente, facciamo una ricerca seria su queste proposte. E questo non viene fatto. E allora l'insegnante è confuso. Segue un corso con noi, un corso con un'altro e poi non sa che cosa fare, fa un potpourri e non si capisce niente. Però poi.. perché per fare questo lavoro c'è bisogno, cioè abbiamo verificato noi, che: dove ha funzionato? Ha funzionato, dove c'è stato un gruppo di insegnanti della scuola, seguiti da una persona esterna, con questi nostri percorsi, cioè tu gli devi dare, se qualcuno ne fa un'altro che ben venga se ha le caratteristiche, come dire, delle innovazioni vere.Eh e lo devi sostenere l'insegnante, in questo, cioè ci devono essere 3, 4 incontri l'anno con l'esperto, che può essere un'insegnante, può essere anche chi nell'università se n'è occupato, e con l'insegnante esperto ma deve durare almeno 4, 5 anni. Guarda, c'è stato un.. all'inizio quelli di LSS hanno fatto, e infatti ha avuto tanti risultati in questo progetto, davano 5.000 € alla scuola per tre anni, ma cosa doveva succedere? Dovevano

dare.. gli insegnanti dovevano fare formazione, dovevano riunirsi fra di loro, quindi costituire un gruppo, riunirsi fra di loro, fare formazione e il primo anno era sufficiente questa e comprare anche dei materiali con questi soldi. Quindi ritorniamo anche al discorso dei materiali. Il secondo anno dovevano documentare questi percorsi che loro attuavano nella scuola, quindi finiva la la parte di studio solo, ma era un'altra volta formazione, però dovevano essere seguiti proprio nei percorsi che loro realizzano e dovevano mandare 5 percorsi in regione. Eh, è chiaro, era impegnativo. Solo in questo modo loro potevano avere il finanziamento il terzo anno. E anche il terzo anno, dovevo mandare altri 5 percorsi. Adesso questo finanziamento così importante è finito, però c'è una..Oddio, quando ci si riunisce, come si chiamano? Che ora non mi viene il termine.. Vabbè, una rete, una rete di scuole, in cui continuano a lavorare e ricevano tipo 1.000 € l'anno se mandano un percorso, o 1, 2, insomma, proprio per mandare.. per avere ancora questo lumicino acceso. Ecco per mantenere vivo il lumicino. Perché altrimenti arriva.. cioè nella scuola poi arriva un'altro insegnante, quello ha avuto il trasferimento, è andato alle superiori e cade tutto. È un equilibrio molto labile, perché si regge anche questo sull'insegnante che sta là dentro, non solo sull'esperto, ma sugli insegnanti che stanno là dentro. Devono esserci due o tre che spingono in quella direzione, che hanno capito profondamente la proposta. E quindi questi sono i motivi per cui non.. cioè dove ha funzionato si sono realizzate queste situazioni.

61 A: Certo, e quali sono..

62 M: Aggiungo solo una cosa. Quello che ha avuto più successo è proprio questo LSS, perché c'è stato l'aiuto dell'amministrazione con questi.. con questo finanziamento.

63 A: Con degli incentivi

64 M: È chiaro, perché la scuola da sola, intanto si sente sempre il dovere, i presidi che devono fare un corso di formazione per tutti. Quindi facciamo un corso sulle competenze, facciamo un corso sulle valutazioni in generale. Ma dopo che ha parlato due lezioni delle competenze in generale, ma vogliamo entrare nel merito delle questioni? Eh, ma per entrare nel merito non puoi fare in tutte le discipline, ogni disciplina lo deve avere. Addirittura no?! Cioè io molte volte all'inizio faccio un incontro due con tutti gli ordini di scuola dell'istituto comprensivo, quindi infanzia, primaria e medie. Poi faccio degli incontri separati. Anzi, qualche volta metto primaria, prima e seconda elementare, terza, quarta e quinta da sole e la scuola media da sola. Perché c'è una specificità ed entriamo nel merito delle questioni che sono poi.. che stanno dentro i percorsi.

65 A: Perché diciamo che l'importanza è non tanto teorica, frà virgolette, nella formazione, ma negli esempi

66 M: Tra il dire e fare. Dal dire al fare.

67 A: Una rappresentazione di quello che è poi il lavoro che va fatto in classe.

68 M: Sì, sì, c'è bisogno di esempi. Assolutamente. Appunto, come dicevo, non di attività singole.

69 A:Sì, sì.

70 M: Eh, perché molte volte vengono date queste. Purtroppo l'università in questo ha tanta responsabilità. Eppure nella matematica c'è una tradizione didattica che le altre discipline si sognano. Se io penso alle scienze, eh, la matematica ha fatto passi da giganti su questo, anche perché a livello internazionale c'è sempre stato un interesse, uno studio su questo, no?! Quindi, è chiaro. Però lo stesso l'errore è stato quello di.. non sul piano reale o sul piano teorico, ma di lasciare l'insegnante fare da solo. Dice “Io, mica posso fare l’insegnante eh!” Eh, lì sta anche il nodo.

71 A: E quali possono essere, diciamo, dei fattori che vanno a favorire questo, questa implementazione nelle classi di queste attività?

72 M: Ci vuole anche il sostegno dell'amministrazione, secondo me.

73 A: Quindi ci vuole una struttura, diciamo, che sostenga.

74 M: Sì, sì. Però deve essere anche.. tutto questo deve avvenire nella scuola. Questo è importante. Cioè, allora: queste colleghe si riuniscono al CIDI, ok, ma ognuno c'ha la propria scuola, ma all'interno della propria scuola hanno fatto un lavoro di cooptazione. Perché all'inizio l'insegnante che si interroga.. perché ci sono stati sempre gli insegnanti che si sono interrogati anche sul come mai questi risultati nonostante il mio lavoro, no?! Cioè, quindi si sono rivolti anche ad associazioni, come la nostra del CIDI e lì, nel momento in cui tu vedi che insomma, bene o male c'è un'elaborazione di questi problemi, ti riunisci anche con colleghe che stanno nelle altre scuole, ma se vogliamo parlare, ed è importante questo, perché appunto è stato fatto proprio un lavoro di ricerca su questi.. ci sono letture condivise, ci sono.. Insomma, non è.. Quando io gli ho detto anche della questione del linguaggio. deh, ci sta tanto Vygotskij dentro, non è che uno se l'è inventato e basta. Insomma, c'è tanto studio dentro questi, dentro questi percorsi. E quindi, diciamo, si fa forza questo gruppo che sta in un posto in cui c'è uno scambio anche con persone che stanno in altre scuole o con esperti che possono essere dell'università o, come in questo caso, del CIDI. Però l'istituzione comunque deve accompagnare questo lavoro, che deve essere continuo, almeno per 4, 5 anni deve avvenire e poi ancora, perché veramente, essendo poi minoritari nella scuola, il resto facilmente prende il sopravvento. Nella scuola c'è una macchina, un rullo compressore che distrugge tutto. Perché dall'altra parte c'è, un po' per le motivazioni interne ed esterne, l'abbiamo detto, però dall'altra parte c'è un.. chi non.. dice: "ma io faccio il mio lavoro e basta, di che mi devo occupare?" No?! C'è una parte che pensa così: "C'è un problema, tu pensi che c'è bisogno di fare qualcosa, io questo non lo penso". Però questo impedisce anche gli altri di fare qualcosa, perché nel momento in cui hai fatto qualcos'altro c'è un confronto e questo confronto fa sempre male.

75 A: Quindi c'è una resistenza.

76 M: Non so se sono stata chiara in questo.

77 A: Certo, c'è una resistenza interna, fra virgolette.

78 M: Eh, molto, molto. C'è una responsabilità politica, di politica scolastica, e dico in genere, e c'è una responsabilità individuale.

79 A: Certo.

80 M: E adesso, purtroppo, da quello che mi dicono i colleghi e le colleghe nelle scuole, questo frastuono, questo rumore di fondo è aumentato, è diventato proprio un frastuono che ti allontana da quello che fai tutti i giorni.

81 A: Certo.E questo, diciamo, si lega un po' a.. Ovviamente sono tante, no?!, le motivazioni per cui uno può avere disinteresse, no, verso fare attività di questo tipo, che può essere appunto un investimento personale che uno non vuole dare, ovviamente, però, ci potrebbero anche essere delle convinzioni, fra virgolette, negli insegnanti, sulla efficacia di queste attività..

82 M: "Si è sempre fatto così che vuoi cambiare?" Eh, questa è la cosa. Perché il cambiamento significa che ti devi impegnare, da una parte, dall'altra ci sono questi..Vabbè, non posso fare nomi adesso, vengo registrata quindi non posso fare nomi, che vagheggiano su questa scuola di una volta, no?! E dicono che le conoscenze sono la base di tutto, è come se qualcuno potesse.. cioè, nel proporre l'alternativo, una scuola diversa, come se questa si potesse fare senza le conoscenze. Eh, ma quali conoscenze? Devo fare Dante nella scuola media? O devo lavorare sulla lingua? No, faccio una cosa che non c'entra niente con me.

83 A: Certo, certo, si si. Ma d'altra parte, l'altra faccia della medaglia è questa: che tipo di convinzioni deve avere un'insegnante per portare queste cose in classe? Convinzioni proprio sulle attività, sul funzionamento di queste attività, sul tipo di strategia didattica ad adottare su.. Anche, diciamo, avesse le idee chiare, no, da un punto di vista della ricerca di quali sono le motivazioni teoriche per cui..

84 M: No, l'insegnante si deve convincere che il bambino apprende.. devi metterlo in grado di apprendere da solo. Però loro.. cioè, quando si dice questa cosa, viene fraintesa. Cioè è delicata la questione, non è, non è facile, perché se fosse stato facile l'avremmo già raggiunta. Significa

che il bambino deve.. gli devi dare il tempo di pensare, di riflettere su quello.. sulla tua proposta. Deve poter manipolare, deve poter strappare questa cosa, deve poter agire su quella cosa e avere un pensiero su quella cosa che sta manipolando, che può essere un problema, può essere un bastoncino, può essere una cosa qualsiasi, può essere un gioco che sto facendo, ma deve avere la possibilità di riflettere. Ma anche nella.. già nella scuola dell'infanzia i bambini devono riflettere su quello che stanno facendo e devono avere anche la possibilità di poter, anche se ogni 15 giorni, di raccontarlo alla maestra, lì non c'è la scrittura, ma di raccontare alla maestra cosa ha pensato di quel gioco lì, quali sono le regole del gioco, se la capite o meno. Deve avere la possibilità di mettere in moto il suo pensiero, ecco questo è la cosa più difficile per l'insegnante, perché non l'ha mai fatto neanche l'insegnante. E questo è.

85 A: Non lo ha mai fatto come studente?

86 M: Né come studente e né in altri contesti, non ha fatto mai un'esperienza di questo tipo.

87 A: E quali potrebbero essere dei fattori, delle strategie per..

88 M: Appunto, un lavoro di esempio, e questo l'abbiamo detto, e poi una formazione diversa. Una formazione.. vabbè, quella iniziale deve essere diversa perché adesso lasciamola stare, non ci occupiamo di quella, ma quella è fondamentale, perché si è visto che quelle poche persone che hanno fatto la SISS, in cui funzionava la SISS, già ha prodotto insegnanti diversi rispetto ad altre situazioni in cui non c'è stato proprio niente, in questo momento non ci sta proprio niente. Invece la formazione in servizio, ecco, come deve avvenire? Deve avvenire, come le dicevo prima, non sporadica, non una tantum, ma sulle discipline, sulla rivisitazione delle discipline e ci deve essere un accompagnamento e anche, ma non lo sappiamo se, come dire un.. un riconoscimento agli insegnanti per questo lavoro che fanno anche.. all'inizio vanno incentivati un pò a mettersi in gioco, a fare un lavoro di diverso tipo. È vero che uno non può limitare le proposte perché non è che stiamo in una, come dire, in un democrazia che non è democrazia ma è una imposizione, ci deve essere la possibilità di scelta, però se tu appoggi.. Cioè una, come dire, una scelta fino a un certo punto, perché se tu hai delle indicazioni che sono così belle, ma le vuoi fare accompagnare o no? Veramente e significa accompagnare e no che io devo continuare a parlarne e basta. Significa che devo trovare gli strumenti perché quelle indicazioni diventino pratica didattica.

89 A: Ecco quindi gli strumenti sarebbero una formazione..

90 M: E come metti in moto questo.. questa formazione continua: con questi momenti sporadici, no, sporadici, voglio dire, all'inizio magari sanno più intensivi, però periodici con insegnanti, esperti o chi si occupa di di questo.

91 A: Certo.E come invece, diciamo, limiti che possono essere visti nel portare questa attività in classe, quali possono essere limitazioni, diciamo, che vengono percepite riispetto a queste attività?

92 M: Limiti determinati dal, dal tipo di materiali e delle attività non ce ne sono proprio per la matematica ma neanche per le scienze, ma per le assenze può esserci qualcosina, ma anche lì siamo riusciti a fare dei laboratori, come dire, delle attività e dei percorsi in cui il laboratorio.. c'è solo qualche percorso un po complicato, in cui devi mettere in moto anche degli strumenti un pochino più complessi che potrebbero creare dei problemi, tipo la combustione, ma se la fai bene, insomma.. Potrebbe creare problema a qualche insegnante perché deve accendere il fuoco oppure.. Perché poi l'insegnante non è aiutato in questa.. È lasciato completamente solo, anche quando deve fare queste attività, eh, diciamo la verità. Per la matematica i limiti determinati dai materiali non ce ne sono, perché tu puoi far fare un gioco anche dentro la classe, se sposti i banchi, puoi portarli fuori, puoi portarli in giardino, in palestra, poi insomma, se devi.. soprattutto sto parlando dei bambini più piccoli, con quelli più grandi la manipolazione è soprattutto manuale, soprattutto manuale, soprattutto manuale e quindi si può fare, si può fare. Quindi questi limiti non sono, sono sono di altro tipo, quelli che abbiamo visto prima.

93 A: Quindi non ci sono dei limiti che sono dell'attività stessa, ma sono sempre dei limiti dati da circostanze.

94 M: No dell'attività stessa, sono determinate dal ruolo che hanno i protagonisti di questa, come dire,

della relazione insegnamento-apprendimento.

95 A: Certo.Certo. Allora io penso di averle domandato tutto, però se vuole aggiungere qualcos'altro la ascolto volentieri, mi interessa.

96 M: Sì, allora la convinzione, cioè sì, però questo gliel'ho detto..vabbè, questo gli avevo detto, abbiamo parlato di tutto. Io penso proprio di sì. Ho detto anche, sì, anche del rumore di fondo ne ho parlato. Sì, pure io penso che però le cose che avevo appuntato in base alle domande penso ne abbiamo parlato. Non so se sono stata esaustiva.

97 A: Sì, incredibilmente sì, sì sì, assolutamente.

98 —--

99 Anzi, a questo punto, siccome questa è l'ultima intervista, che che che conduco, diciamo, sia in Italia che in Australia, le posso già dire che sono delle problematiche che sono sentite anche all'interno del mondo della ricerca e.Eh? Quindi hanno sì perché in realtà diciamo, ci sono vari gruppi di ricerca, ora che che è proprio lavorano a stretto contatto con gli insegnanti.E hanno la percezione proprio di questi limiti che che anche che anche lei evidenziato, per cui quello che mi che mi auspico di fare con questa, con con questa ricerca e metterli un po in luce, perché si possa si possa.Tentare di.Di dare risposta già, insomma, fare una dimostrazione.Tra virgolette, con qualche risultato, Eh? Beh, certo, certo può essere un punto. Può essere un punto di partenza sul quale costruire, diciamo in maniera mai. l'Australia, in collaborazione con l'Australia. Questo, diciamo, è stato principalmente un vincolo del fatto.Che il mio dottorato e un dottorato internazionale, per cui io devo avere un partner che deve essere internazionale. La mia idea è stata di prendere un contesto che fosse così distante e così diverso, ma anche nelle politiche educative e.Nel nelle tipologie di scuole.EE anche nella matematica perché hanno una tradizione matematica che è differente dalla nostra. Loro lavorano molto di più sulle idee.Un misto fra tra quello che può essere una matematica più modello cinese e quello americano. Quindi diciamo, c'è una tradizione che è un po diversa da quella europea, che invece è molto, per esempio geometrica.Per esempio, i nostri spingono molto di più sono modellizzazione, la statistica queste parti qui della matematica.E il confronto con un contesto molto diverso, diciamo può essere molto illuminante su quali sono anche delle.Dei fattori e delle variabili culturali.Che che che sono dei fattori sia.Positivi che negativi nell'utilizzo di queste attività nelle scuole che magari analizzando semplicemente un contesto italiano o anche semplicemente un contesto europeo, potrebbero non emergere perché sono talmente condivise che non si vede la differenza.Zitta.Quindi uscire un po da un contesto. Gli australiani hanno anche il problema del con gli insegnanti come noi oppure no? Hanno grossi problemi con gli insegnanti, mi mi me ne parlava una ricercatrice la settimana scorsa, per esempio, col fatto che spesso loro, quando non hanno insegnanti.Di una determinata disciplina e di matematica diciamo hanno carenza anche loro di insegnanti, spesso e volentieri mettono ad insegnare un'altro insegnante che è disponibile.Senza formazione specifica e questo crea degli enormi problemi.Eh si.A livello questo è proprio fondamentale a tutti i livelli scolari.Lì parlava di. Nella scuola primaria ce l'abbiamo anche noi, questo problema no.Noi non abbiamo una formazione specifica, però diciamo che non è che si riciclano gli insegnanti.Beh, nella scuola primaria si.Sì, però non c'è una formazione specifica. Invece il. Il concetto è che la hanno delle formazioni specifiche.Ah OK, però poi li riciclano. E questo è quasi peggio, no, perché?Almeno noi diamo fra virgolette per scontato che se uno ha fatto una laurea, diciamo scienze della formazione, qualche ora di formazione sull'insegnamento della matematica se l'è fatta. Ma Simone invece sei specializzato.In una formazione particolare, per esempio, del.Non lo so della lingua straniera.Probabilmente non ha fatto poi un percorso, neanche.Base sulla matematica e poi alla fine si ritrova a insegnare quella cosa lì perché avanzavano delle ore. Però, per esempio, tanti anni fa, siccome mio marito era esperantista.E insomma, parlava esperanto e quindi era anche un tutore della vabbè, insomma, andava ai convegni tutte queste cose e quindi contatti internazionali, tanti e.In Ungheria, per esempio, una sua amica e insegnava ungherese e matematica.No, questo sì, perché anche in Germania hanno una doppia disciplina, non hanno una disciplina unica, lingua e matematica. Sì, sì, però hanno una doppia formazione. Università, norma si si si quelli che fanno gli insegnanti hanno messo tipo di formazione.Quelli che fanno diciamo delle università che vogliono per diventare.Insegnanti di livelli, tutti hanno la scelta ad una doppia materia. Io me ne sono accorta questa estate che ho fatto una scuola internazionale con con i ricercatori che

venivano da da tutta Europa. e i tedeschi sempre chiedevano a tutti qual è la tua seconda materia?Di formazione e nessuno ce l'avevo, perché noi in Italia abbiamo soprattutto chi ha fatto una cosa disciplinare, come io che vengo da da da matematica. Noi abbiamo una formazione massimo, matematica e fisica, matematica e scienze. Però insomma.Diciamo se.Vicino Eh non è complementare.Eh 7?Io la ringrazio davvero tanto della disponibilita e mi. Insomma sei interessata? Le le invierò comunque risultati pubblicazioni, sicuramente no. Sono molto interessata molto perché poi intanto mi saluti anche Gabriella.Assolutamente assolutamente. Lo faro ora la Risentirò vicino vicino a Natale, perché è sempre impegnata in tantiss.Cose però lo so, lo farò senza dubbio volentieri, la che mio marito e sua madre.E lavoravano nella stessa università, ah.Questo è il legame allora sì, Eh Eh.Perché io non sono arrivata, diciamo per per per la via universitaria a contattarla, ma ci sono arrivata in maniera autonoma, perché?Io?Conosco un'insegnante, Elisa Galanti, che lavora con il.Sotto i cieli di Firenze diciamo, e quindi da da sono arrivata dal dalla zona di Firenze dall'Alto.No, questo lo sapevo, questo lo sapevo, sì, comunque mi ha. Mi ha fatto davvero molto piacere.Sì, anche a me, anche a me, allora intanto complimenti e spero di essere stata come dire utile.Utilissimo. Sì, la ringrazio. Ancora uno sguardo su questa situazione nostra italiana e poi mi fara avere i risultati di questa ricerca.Certo, la.Che buone feste si anche a lei? Assolutamente buona fine e buon principio, ma auguriamoci proprio il buon principio vero, ci sarebbe bisogno di un anno un po diverso. Lei dove vive a Pisa? No, io ora sono a Roma, però diciamo vivo un po a metà.Fra Roma e la Toscana, io sono della Toscana, zona mare, diciamo provincia di Livorno.Ah OK, però insomma si, mi divido un po a metà fra questi due contesti è che c'ho la famiglia, la c'ho il il mio ragazzo là e poi c'ho invece la parte di lavoro EE gran parte dell'amicizia e qua per cui c'ho una vita a metà. Lo so, tutti quelli che cambiano.C'è questo problema? Sì, sono venuta dal profondo sud, quindi.Capisce bene la prospettiva.Il nostro bene.Va bene, allora arrivederci, arrivederci, grazie.

1 Maria Giuseppina Bartolini Bussi

2 I: L'audio c'è, il video c'è.

3 M: io la vedo e la sento benissimo.

4 G: Ora, dunque, io mi sono salvata sullo schermo le domande. (0.4) Allora: (0.3) Quale terminologia utilizzerebbe per definire le attività oggetto di indagine in modo chiaro e facilmente accessibile per gli insegnanti? Dunque, (0.3) direi che la parola più universale, almeno nella concezione degli insegnanti italiani, per quello che ne so, è quella di laboratorio. Cioè laboratorio che viene da una tradizione, per esempio, anche del (0.3) Movimento, questo dell' MCE, per ciò che riguarda gli insegnanti della primaria, (0.4) e per ciò che riguarda gli insegnanti della secondarie è assai meno diffusa (0.4) questa idea e (0.3) spesso viene associata al laboratorio di informatica, (0.4) poi quest'anno c'è stata la DAD che ha sconvolto tutto, ecco, quindi a questo punto..(0.4) Però insomma, secondo me, l'idea di laboratorio potrebbe essere..(0.3) potrebbe essere interessante. Se lei poi va su Matematica 2003, [c'è..]

5 I: [Un estratto]

6 G: Un paragrafo, non tanto lungo su l'idea di laboratorio, no?!, che invece è stata pensata per la secondaria, perché Matematica 2003 riguarda il biennio della scuola secondaria.

7 I: E, diciamo, per focalizzarsi sul fatto che ci sia un coinvolgimento corporeo, (0.4) quali possono essere dei riferimenti..?

8 G: Il coinvolgimento corporeo è, in qualche modo, immediatament:e implicato nel momento in cui noi introduciamo anche degli artefatti fisici o virtuali, no?! Perché, insomma, questi non vengono comandati con la mente. Questo, insomma, quindi (0.4) il coinvolgimento corporeo c'è

9 I: Quindi parlare dell'introduzione di artefatti potrebbe essere una.. (0.3) una chiave, diciamo, [per..]

10 G: [Certo, questo secondo me sì.] Secondo me sì. Diciamo che la cosa può essere molto banale per gli insegnanti dei piccoli, infanzia e primaria, perché loro ovviamente direbbero "Beh ma certo! Ma cosa faccio con i bambini? Posso fare solo questo, no?!", con quelli della secondaria, invece, secondo me l'idea del corpo non è..(0.3) non è così banale. Ecco, insomma, (0.4) quindi probabilmente bisogna poi vedere (0.5) <che cosa loro intendono>. Cioè io ho visto che, (0.3) forse glielo dicevo già l'altra volta, ma che in alcune sperimentazioni che sono state fatte (0.4) in Italia, anche al sud, (0.3) sul Lesson Study, (0.5) allora, abbiamo visto proprio questa differenza: che anche nella zona di Torino, della Val d'Aosta, così, avevano fatto..(0.4) avevano tentato delle ipotesi trasversali, cioè con insegnanti dei vari gradi scolastici e allora l'idea della (0.4) manualità e della coinvolgimento attivo tendeva a prevalere fino alla primaria, (0.4) eventualmente secondaria di primo grado, dopo, >la secondaria di secondo grado<, aveva invece la prevalenza l'idea del concetto e del significato matematico, che quindi è un <oggetto mentale>, ecco. Quindi secondo me (0.5) è [abbastanza..]

11 I: [Mi scusi], una domanda: anche proprio, diciamo, nella differenza dell'utilizzo degli artefatti?

12 G: Mah, (0.4) dipende da quali artefatti si prendono in considerazione perché, per esempio, (0.6) noi, >ma quando dico noi<, (0.4) il mio gruppo, ha lavorato per molto tempo, insomma, per molti anni anche su artefatti fisici, quelli che noi chiamiamo ad <alta manipolabilità>, (0.3) cioè le macchine, queste cose qua insomma..(0.7) Che quindi diventano..(0.4) diventano..(0.4) che se non li usi col corpo non sai come fare. Poi c'è, in realtà, anche l'applicazione agli ambienti di geometria dinamica, (0.5) tipo Cabrì, ma adesso molto Geogebra, queste cose qua. (0.4) Però lì, (0.4) diciamo che l'idea è che <a volte l'uso del corpo può essere quasi un po' nascosto> (0.6) perché.. (0.3) E poi è molto mediato, no?!, mediato dal mouse (0.4) e così.. (0.3) Se uno però usa dei tablet, oppure degli schermi interattivi, (0.3) effettivamente lì (0.4) <la manipolazione può diventare anche m:olto, (0.3) molto più diretta>. (0.4) Sì, io non lo so francamente, >ma è interessante comunque vedere come gli insegnanti, in generale<..(0.3) Il vostro campione da quanti dovrebbe essere costituito, (0.5) avete un'idea?

13 I: Non tanto, perché in realtà è un po' in dipendenza anche di quello che sarà poi il campione australiano, quindi dobbiamo cercare di vedere se riusciamo ad avere dei (0.4) dei numeri, non confrontabili, però in un certo senso (0.6) che si possano mettere in relazione.

14 G: Si, io dico che, in fondo, (0.4) ma questo lo dicevo già l'altra volta, (0.5) che a Roma, (0.4) anche se poi io non ho mai molta fiducia nelle tradizioni che si conservano, (0.3) in fondo c'è stato storicamente (0.4) il gruppo di Lombardo Radice e Castelnuovo eccetera, e poi c'è stata anche una forte presenza del Movimento di Cooperazione educativa, >per i più piccoli<, (0.6) e quindi questa idea della geometria o della matematica, in generale, anche fatta con le mani (0.4) <dovrebbe essere più diffusa, (0.4) ma non lo so>. (0.3) Perché in realtà io..(0.6) non mi risulta che sia mai stata fatta un'indagine seria per capire quanto gli insegnanti della scuola italiana siano a conoscenza di queste che sono dei delle nostre glorie a livello internazionale. (0.3) Cioè, (0.4) in generale, le persone, (0.7) i ricercatori stranieri pensano che tutti gli insegnanti italiani siano come Emma Castelnuovo insomma, (0.3) che è una roba che è un po', (0.9) è un po' così. Tanto è vero che, quando 15 anni fa ormai, perché 2006-2007 così, è uscito il nostro libro sulle macchine, (0.9) in qualche modo è stato un buttare il sasso nello stagno, (0.6) la gente ha scoperto improvvisamente che c'erano questi..(0.5) questi aggeggi, che facevano parte della storia della matematica, in modo anche molto forte, (0.3) e tra l'altro erano stati ripresi già in maniera molto forte dalla Castelnuovo e da Lombardo Radice, quindi.. (0.5) E però erano (0.4) <estranei>, o gli insegnanti erano estranei a queste cose, (0.3) quindi non lo so. (0.4) E parlando dell'Australia, (0.3) ma anche lì ho i miei dubbi, perché io sono stata una volta correlatrice di una tesi di dottorato della..(0.4) mi sembrava che si chiamasse Gill Vincent, (0.4) comunque (0.3) non lo so se lei ha avuto modo di maneggiare il mio libro sulle macchine, quello che ho scritto con la Michela Maschietto

15 I: Si

16 G: Deve essere citata anche quella.. (0.3) anche quella autrice li deve essere citata negli esempi che noi facciamo. (0.5) Perché lei aveva..(0.6) lavorando in Australia, aveva appunto fatto una ricerca, >che mi sembra a livello di secondaria di primo grado<, (0.3) sui sistemi articolati. (0.3) Però la differenza sostanzialmente era questa: che noi, <nella pura, (0.4) ideale versione italiana>, anche..(0.3) anche del documento UMI-CIIM, (0.3) pensavamo agli oggetti matematic:i non come quelli della vita quotidiana, mentre lei lavorava, per esempio, con gli oggetti della vita quotidiana. Questo è un aspetto culturale diverso, no?!, cioè, nel senso che (0.4) lei, per esempio, studiava come è articolato un asse da stiro. (0.4) E quindi diceva: le gambe sono fatte cos:ì..(0.5) Mentre noi studiavamo, non so, le macchine di Decartes, le macchine di Newton, e così via, insomma. Quindi..(0.5) ed era una scelta di tipo diverso, perché <noi volevamo giocare sul fatto che, in fondo, queste macchine avevano fatto parte anche della storia della matematica> e che quindi per noi il significato andava..(0.4) era già in qualche modo <contenuto nell'uso della macchina>. (0.4) Mentre se uno prende una..(0.4) non so, anche pensiamo a quei cestini da cucito, quelli delle nonne, no?!, (0.4) quelli con quei tre cassett:ini che si muovevano

17 I: Si

18 G: Sono sistemi articolati quelli, ma non hanno..(0.4) non sono stati applicazioni della matematica, ma sono nati, forse, per una storia diversa, ecco. Quindi..(0.5) Però questa (0.3) Gil Vicent, mi sembra che si chiamasse, (0.5) se lei va a rivedere il libro >probabilmente c'è qualche riferimento<. (0.4) Oerò io non lo so, (0.3) anche lì, (0.5) >perché mi sembrava che anche lei lavorasse un po' come< persona, in qualche modo, isolata, (0.3) cioè non mi sembrava che fosse una cosa così diffusa nella tradizione. (0.5) Poi c'è stato qualcun altro che ha studiato queste cos:e, (0.4) dividendosi tra quelli che le studiavano da un punto di vista culturale, per esempio.. (0.4) cioè <culturale matematico>. Per esempio, il mio collega (0.4) Masami Isoda del Giappone, che lui (0.3) le rifaceva con il lego gli strumenti che facevamo noi, (0.7) e invece <più spesso> queste cose venivano abbinate al modelling, (0.4) e il modeling è abbastanza di moda in Australia, però non so fino a che punto con gli strumenti come questi, insomma, macchine o cose di questo genere. Noi abbiamo proprio studiato (0.4) <l'oggetto come precursore della matematica>, (0.8) perché, anche qui, (0.3) era interessante,perché a volte la matematica si pensa, (0.3) le applicazioni della matematica, >questo i matematici, no?!<, (0.3) qualcosa viene prima, <che è la matematica>, e

dopo vengo le applicazioni. (0.3) Mentre nella storia noi ci accorgiamo che molto spesso sono venute prima le cosiddette <applicazioni della matematica e dopo la teoria matematica>, (0.4) e quindi..

19 I: Il famoso circolo virtuoso, come lo chiama Lucio Russo.

20 G: Si infatti. (0.6) Il problema..(0.3) il problema è che secondo me queste cose qui sono rimaste un po', anche in Italia, nel (0.7) <circolo dei ricercatori>. Non credo, (0.4) non so fino a che punto siano diventate patrimonio degli insegnanti, (0.3) quindi non so quale di queste visioni sia più accessibile, facilmente accessibile agli insegnanti. (0.4) Forse la cosa migliore..(0.5) La cosa migliore è proprio chiedere a loro <che cosa intendono per laboratorio di matematica>. (0.4) Perché probabilmente alcuni di l:oro diranno che è un laboratorio di computer, >penso sopratutto a quelli della secondaria superiore<, (0.8) altri, forse quelli dei più piccoli, parleranno di <materiale strutturato>. (0.7) Però anche il materiale strutturato, invece, <ha avuto una nascita>..(0.7) Beh, storicamente ci sono state, (0.3) non so, le indagini anche di Froebel, (0.3) Pestalozzi, (0.3) e così.. (0.5) Cioè proprio, (0.4) che erano legate a proprio a <un coinvolgimento attivo dell'allievo> e.. (1.0) non so, lo stesso abaco, (0.4) tutte queste.. (0,5) Materiale strutturato in generale. (0.3) Questo però naturalmente diventa più familiare agli insegnanti della primaria. (0.3) Ma se c'è una domanda zero, (0.3) diciamo, no?! (0.5) Che dice uno: “Ma, insomma, se noi volessimo usare la parola laboratorio, cos'è che ti fa venire in mente (0.3) la parola laboratorio di matematica?” Non so, (0.4) hai una frase, (0.3) hai tre righe, quattro righe per scrivere che cosa ci fa venire in mente la locuzione <laboratorio di matematica>. (0.3) Perchè io non sono sicura (0.3) che ci sia dentro anche il coinvolgimento attivo dell' allievo. (0.4) Questo potrebbe essere, però (0.6) lì dipende se voi intendete anche, una volta fatto il questionario, fare una restituzione agli insegnanti, discutendo con loro, (0.3) potrebbe essere introdotto durante la restituzione. Cioè perché in fondo il fatto che siano degli <oggetti (0.4) manipolabili>,(0.4) penso a quelli fisici, (0,3) <dovrebbe richiedere il coinvolgimento diretto del corpo dell' allievo>, (0.3) ecco insomma. Ma poi ci sono anche altre cose..

21 I: Spesso l'esperienza parla invece di (0.4) utilizzo come..(0.3) come sussidio didattico, diciamo, (0.3) come qualcosa a scopi espositivi, illustrativi, come una rappresentazione e non che preveda il coinvolgimento del corpo. E questo è un punto abbastanza complesso da..(0.5) da analizzare in un certo senso. Perché non c'è una definizione chiara, che definisca lo scopo con cui vengono portati in classe

22 G: No. Tra l'altro, devo dire, che noi, (0.4) proprio siccome su l'idea di laboratorio e (0.4) su come questi artefatti fisici possan:o..(0.5) Che poi, per noi, erano <artefatti culturali>, (0.5) quindi vuol dire <artefatti immersi nella cultura matematica centen:aria, (0.3) millen:aria> (0,3) e così via, insomma. (0.7) Noi avevamo lavorato molto su questo, (0.3) e diciamo che proprio quello che ci serviva (0.4) era il fatto che questi artefatti culturali erano sempre dialogici, (0,3) cioè, come dire, (0.3) io li potevo leggere <sia come oggetti fisici finalizzati a uno scopo est:erno>, (0.4) pensiamo, per esempio, al compasso. Uno dice: “Vabbè, io posso prendere il compasso e usarlo anche con i bambini della scuola primaria per costruire delle composizioni di cerchi, (0.5) posso proporgli un un'opera d'arte di Kandinsky e poi dopo ispirandomi a quella fargli fare tutte queste cose qua” (0.5) E lì però, (0.5) eh.. (0.4) La finalità è un prodotto esterno, (0.4) che magari gode di simmetria, (0.3) tutte queste cose qua. (0.4) Nel momento in cui invece io cerco di passare dall' uso tecnico del compasso (0.3) a un uso più teorico, (0.3) allora devo andare verso una definizione che potrebbe essere (0.3) alla Erone, (0.5) che vuol dire: quando uno..(0.4) quando io ho un segmento, (0.3) che è vincolato a uno dei suoi estremi, (0.5) e lo faccio girare nel piano, (0.3) il secondo estremo mi descrive un cerchio. (0.3) Che non è la definizione di cerchio che da Euclide, (0.3) Euclide da una definizione statica. (0.7) Però questa visione del compasso è una visione dinamica (0.5) e che però tende al teorico, (0.4) perché dopo io sulla base di questa definizione posso attaccarci tutta la geometria. (0.8) E quindi naturalmente l'insegnante..(1.2) Un esempio che io faccio sempre è quello del..(0.4) c'è una vignetta, insomma, si può fare, (0.3) in cui c'è un insegnante che dice a un bambino “Va bene, allora adesso ti do un segmento, (0.4) riesci a costruirmi un triangolo equilatero (0.5) che abbia quello come lato?” (0.3) Allora il bambino si gratta la p:era, (0.39 e così, si mette (0.4) e a un certo punto fa, (0.3) punta il compasso, magari dice “Adesso faccio vedere che le cose le so” (0.4) e poi che cosa fa, però, (0.4) fa due archetti. (0.3) Due archetti, che è come viene fatto nei libri di tecnica, no?! (0.3) E quando trova il punto di incrocio, (0.4) punta il compasso nei due

estremi, no?!, (0.5) e dopo lo connette. (0.4) E allora la professoressa, questa anziana professoressa un po' tradizionale, dice “Ma perché equilatero?” E lui dice “Ma prof non lo vede che è equilatero? E’ equilatero”, e lei dice “Ma perché è equilatero?”. (0.5) Lei ha in mente la definizione teorica, no?! (0.6) e anche la proprietà transitiva, (0.3) perché dice “In fondo tu hai preso la lunghezza del lato, e poi hai fatto il primo archetto di cerchio, secondo archetto di cerchio, (0.3) e quindi per la proprietà transitiva tutti e tre lati sono..(0.3) sono uguali”. E..(0.4) Però da questo punto di vista è come un dialogo tra sordi, (0,7) cioè l'allievo (0.3) dice che in fondo si vede, no?!, e non capisce perché l'insegnante sia così tanto interessata (0.3) a un perché, (0,3) un perché che infondo è una motivazione di natura teorica. (0.5) E quindi il problema diventa (0.3) quello, semmai, (0.3) all'interno di un laboratorio..(0,4) Cioè laboratorio può essere inteso in vari modi: (0.3) un conto è laboratorio di modelling, (0.5) oppure il laboratorio in cui ho come scopo i famosi <problemi di realtà>, (0,3) di produrre qualcosa per il mondo, (0.4) e almeno c'è un'altra interpretazione (0.3) che è il laboratorio matematico in cui Invece io ho intenzione di usare anche degli oggetti fisici però per discutere, per introdurre <degli oggetti matematici>. (0.4) E lì però il dialogo rischia di diventare (0,3) difficile ecco, insomma.(0.4) Però francamente io non..(0,3) qui si va sull'orlo delle concezioni, no?! Perché gli insegnanti (0.6) è interessante capire loro che cosa vorrebbero, (0.4) cosa penserebbero con “laboratorio di matematica”. Io la metterei una domanda zero.

23 I: Sì, è interessante si

24 G: Cioè, prima di inventarci una terminologia, dire “Ma insomma, caro insegnante, hai mai sentito parlare di <laboratorio di matematica>? Sì, no, forse eccetera. (0,4) E tu come lo descriveresti questo laboratorio di matematica? Quali sono le sue finalità? Da che cosa è costituito?(0.3) Perché c'è poi anche il laboratorio in cui invece io invece di strumenti, di artefatti fisici, posso usare testi storici, (0,3) per esempio, (0.4) e fare un'analisi, non so, di un brano di Eulero, di..(0.6) così, (0.7) naturalmente con allievi un po' più grandi. (0.3) Però noi anche nella scuola primaria abbiamo lavorato, per esempio, con dei brani di Euclide confrontati con quelli di Erone, proprio per far cogliere ai bambini la differenza tra..

25 I: [Punti di vista]

26 G: [La genesi]. La genesi del cerchio e la..(0.3) invece la osservazione del cerchio come oggetto già esistente e che..(0,3) di cui io vado a studiare le proprietà. (0.5)Sì, altrimenti qua si va, si fa un po' un buco nell'acqua, ecco, cioè, non lo so, (0.4) si fa un salto nel vuoto. (0.3) Quale terminologia (0.5) facilmente accessibile per gli insegnanti? (0.4) Chi lo sa. (0.3) Pensa che potrebbe essere utile fornire degli esempi? (0.3) Si, sicuramente, (0.3) sicuramente. (0.3) Può servire a chiarire la parte precedente.(0.3) Allora quali esempi ritiene che siano comunemente noti e riconoscibili dagli insegnanti? (0.3) Beh, uno può essere il compasso, <come oggetto che io metto all'interno del laboratorio di matematica>, (0.5) o riga e compasso, no?!, cioè la famosa coppia, (0.5) diciamo, di Euclide, (0.3) che poi Euclide non li nomina mai, ma insomma comunque (0.8) diciamo, (0.3) gli artefatti che io posso utilizzare per fare le costruzion:i (0.5) alla Euclide. (0.3) Però attenzione perché anche lì, non so, (0.3) io per esempio quando sono andata in Cina, (0.3) vicino a Xian, >questa è una cosa che mi è rimasta molto impressa<, un po' perché era vicino a Xian >dove c’è la meravigliosa armata di terracotta<, un po' perché è un sito archeologico, (0.3) Bampoo si chiamava, vicino a Xian, (0.3) che risaliva al 6-7 mila Avanti Cristo. (0.4) E lì, venivano descritte, sulla base di quello che è stato trovato, (0.3) venivano descritte i modi di costruire le capanne, che erano rotonde, per quello che è stato ritrovato, insomma, (0.4) cose fossili e così via, (0.4) che era naturalmente il modo standard, (0.3) cioè quello di avere una corda, una liana, un qualche accidente puntato nel terreno e poi dopo girare. (0.4) Cioè praticamente costruirsi un compasso rudimentale, no?! E poi l:ungo la circonferenza di fare dei buchi, (0.5) e infatti li hanno trovati proprio i buchi in cui si infilavano poi i pali e dopo sopra questi pali si andavano a costruire la capanna, ecco, insomma. (0.4) Quindi degli (0.3) oggett:i.. (0.4) questi sono però non tanto legati a una costruzione matematica, <quanto a produrre qualcosa per il mondo esterno>.

27 I: Uno scopo applicativo.

28 G: Sì esatto, (0,3) esatto. Quindi però, per esempio, il compasso può essere un esempio che comunque è noto e quindi si potrebbe anche fornire questo esempio, (0.3) altri esempi presi, per

esempio, dalla dall'aritmetica potrebbero essere (0.3) abaci e..(0.8) Sì, (0.5) per esempio abaci sì, (0.5) questo sì, per la costruzione della notazione posizionale, (0.4) e poi se vogliamo spingerci invece un po' più in là, anche con studenti della scuola secondaria, (0.3) si potrebbero pensare anche i software di geometria dinamica, (0.3) perché li, sulla base di costruzioni fatte, poi, (0.3) con la possibilità del movim:ento eccetera, (0.3) si vanno a esplorare delle cose. (0.3) Insomma, quindi si possono fornire degli esempi. (0.7)Però non tutti sono noti a tutti, (0.4) cioè, per esempio, (0.3) mentre il compasso possiamo dire che è noto a tutti

29 I: Si, è trasversale

30 G: Sì, (0,4) i software di geometria dinamica, per esempio, gli insegnanti della primaria no, (0.3) non credo tanto. (0.5) Ritiene che sia importante utilizzare queste attività a scuola, (0.3) perché? (0.3) Certo, è molto importante, (0.3) ma io qui eh, come dire, gioco in casa, no?! Cioè, io dico che, (0.4) secondo me..(0.3) secondo me, la matematica, <essendo una disciplina che ha una sua storia>, (0.3) a me piacciono molto questi esempi che fanno riferimento alla storia della matematica, perché (0.4) la matematica che noi conosciamo oggi (0.4) è stata anche costruita a partire da questi esempi. (0.5) E quindi, <tra l'altro>, (0.3) non sempre in maniera consapevole. Cioè c'è tutta l'area del tracciamento di curve, (0.5) qui faccio sempre riferimento al nostro libro sulle macchine, (0.3) che in fondo è stata l'anima della geometria algebrica. (0.3) Cioè la geometria algebrica è nata da lì, (0.5) cioè non è il viceversa, >che la geometria algebrica poi ha prodotto i tracciatori di curve<, perché i tracciatori di curve erano noti dall'epoca di Euclide. (0.7) Anche se, (0.5) naturalm:ente, non..(0.4) La cosa interessante è questa, no?! (0.3) Che da un certo punto di vist:a, (0.5) il fatto che esistessero degli..(0.4) sistemi articolati, (0.3) delle cose varie che consentivano di tracciare delle curve, (0.5) faceva sì che in qualche modo venissero identificati come una <categoria di oggetti matematici>: (0.3) a forma di fi:ore, (0.3) a forma di questo, (0.3) a forma di quell'altro..(0.5) Ma è stato solo, (0.3) e però ognuno veniva battezzato (0.3) con il nome del suo inventore; (0.4) non so, (0.3) <la lumaca di Pascal>, (0.3) perché la lumaca di Pascal? (0.3) Perché è descritta in un testo di Pascal, e quindi ognuno aveva una sua individualità. (0.3) <La concoide di Nicomede>, che serviva per la trisezione dell'angolo, e così via. (0.3) Nel momento in cui è arrivata la geometria algebrica, <con il trattamento algebrico proprio>, (0.3) cioè con le equazi:oni eccetera, eccetera (0.4) tutti questi oggetti sono diventati parte di un'unica categoria, (0.4) e lo studio è stato unificato, cioè nel senso che si sono iniziati a studiare (0.3) i punti singol:ari, (0.3) queste cose qui..(0.5) Allora, (0.3) che cosa succede? Che nella tradizione didattica universitaria, (0.3) <adesso>, (0.3) tranne che in alcune sedi illuminate, (0.4) parlo di corsi di laurea in matematica, (0.4) di solito si fa <la geometria algebrica con le equazioni> (0.5) e poi al massimo, ogni tanto, c'è un disegnino (0.3) e si dice: “Beh, vabbè, così.” (0.5) Però si perde di vista <l'oggetto in sé>, (0.4) cioè è come se questa diventasse un'applicazione della matematica. (0.5) Mentre, ancora Cartesio, ma (0.3) Newton, (0.3) Newton stesso fa la classificazione delle curve del terzo ordine e (0.6) che poi prelude alla trattazione algebrica, da un certo..(0.4) E lo stesso Cartesio, (0.5) beh insomma, (0.4) voglio dire, (0.3) si parte <dall'oggetto nella sua fisicità, (0.3) nella sua.. (0.4) nella percezione che io ho di questo oggetto>, no?! (0.3) E quindi, secondo me, all'università andrebbero sempre fatti due percorsi in parallelo, (0.6) cioè a dire, (0.4) ti faccio vedere alcune curve, (0.4) e tu potrai vedere che ci sono delle curve che s'assomigliano. (0.3) Per esempio, (0.3) <le coniche>, (0.3) in realtà è molto diversa un'ellisse da una parabola o da una iperbole, (0.4) perché l’ellisse è limitata e le altre sono illimitate, (0.4) e magari ci sono poi delle curve di ordine superiore che invece uno pensa che (0.5) magari una curva del <terzo ordine>, in quanto magari ha un punto doppio, assomiglia molto a una curva del <quarto ordine>, (0.3) invece sono di due famiglie diverse: (0.4) una rappresentabile con un'equazione di terzo e una con un'equazione di quarto. (0.3) Allora la geometria algebrica consente di distinguerle (0.4) per le loro proprietà algebriche, (0.3) mentre da un punto di vista puramente percettivo-visivo (0.3) sembrerebbero assomigliarsi. (0.5) Eh, però queste cose qui non è che gli insegnanti, (0.4) anche laureati in matematica, le sappiano.

31 I: No assolutamente.

32 G: Eh, quindi, allora, il problema è (0.4) >che non possiamo aspettarci che il nostro campione sia< molto..(0.4) E anche gli australiani, no assolutamente, (0.3) perché poi queste qui sono idee molto europee, no?!, (0.3) quelle che io adesso sto trattando. (0.3) Però, secondo me, sarebbe

importante che queste attività entrassero <sia nella formazione degli insegnanti, (0.3) che poi nelle attività a scuola>, (0.4) perché consentono di avere un <approccio multiforme> (0.5) a un significato matematico. (0.3) Cioè non legarlo solo all'equazione, (0.3) per esempio, (0.3) non legarlo solo all'apparenza, (0.3) >ma in qualche modo diventare capaci di< connettere queste cose. (0.3) E allora il significato matematico diventa più complesso (0.6) e aiuta a sviluppare meglio le euristiche, (0.4) perché a questo punto qui, in un'euristica, se io inciampo e ho un altro punto di vista posso andare (0.5) dall'altra parte, no?! Penso alla scuola secondaria (0.5) superiore. (0.8) Nella scuola primaria e secondaria di primo gr:ado, (0.3) anche queste cose sono presenti, (0.3) ma in qualche modo tende forse a prevalere l'aspetto manipolativo, ecco, (0.7) che poi è anche un aspetto che a lei interessa, quindi insomma..

33 I: Quindi, [l'importanza]

34 G: [Tra l'altro, francamente..]

35 I: [è anche radicata] a questo aspetto manipolativo molto di più, diciamo, alla scuola primaria che secondaria, (0.3) diciamo..

36 G: Sì perchè gli insegnanti pensano che queste cose siano utili (0.3) per i bambini piccoli. (0.5) Allora il problema più grosso è quello di riuscire a convincerli che sono utili anche per gli studenti gr:andi. (1.2) Questa è la prima cosa <da sfatare>, insomma, no?! (0.6) Che infatti noi abbiamo lavorato molto sulle macchine proprio perché le macchine erano in fondo un oggetto da scuola secondaria superiore, (0.4) perché, sì, (0.3) puoi cominciare anche usarle alla scuola secondaria di primo grado, però poi non riesci a svilupparne gli aspetti matematici, insomma, (0.5) butti qualcosa lì ma.. (0.8) Però io sono un po' pessimista sul fatto che gli insegnanti..(0.4) per gli insegnanti queste cose abbiano significato. Ma (0.5) già trovare che loro non le conoscono (0.3) è già un risultato.

37 I: In un certo senso sì, (0.3) o perlomeno è una cosa che, tra virgolette, tra ricercatori ce lo diciamo, (0.9) però non..(0.4) non sappiamo davvero qual è il punto di vista, (0.5) che cosa conoscono davvero e poi che cosa dichiarano in un certo senso.

38 G: Difatti questo aspetto dell'indagine parallela tra <Australia e Italia>, (0.3) >ma non Italia in generale<, Roma, (0.3) proprio perché a Roma c'è stata questa scuola diciamo di Lombardo Radice, Castelnuovo eccetera, >che a volte più conosciuto all'estero che non in Italia<, (0.5) ecco, (0.9) potrebbe succedere che gli insegnanti itali:ani.. (0.5) l'insegnante quadratico medio sia più simile all'insegnante australiano (0.5) che non a Emma Castelnuovo. (0.5) Eh, insomma, (0.4) potrebbe succedere questo. (0.6) Cioè che magari è privo di..(0.4) Io ne ho trovat:e..(0.5) insomma, (0.3) negli anni in cui mi occupavo di queste cose, avevo trovato qualche.. (0.6) qualche tesi di dottorato, (0.5) era difficile, (0.3) però qualche tesi.. (0.5) Per esempio una negli Stati Uniti di David Dennis, (0.4) che aveva studiato, proprio da un punto di vista storico, le cose fatte (0.4) da Decartes, insomma. (0.6) Poi abbiamo avuto un'appendice nostra, (0.4) cioè nel senso che era una messicana che è venuta in Italia, è stata con noi un po' a studiare, poi è tornata l'ha, (0.3) ha ordinato i nostri..(0.4) le nostre macchine, (0.4) poi sono andata là io a far gli esperimenti con lei a scu:ola eccetera. Però anche lì erano..(0.4) erano cose molto episodiche, insomma. (0.3) A me faceva piacere che cominciassero a essere conosciute (0.8) ma non c'era questa convinzione. (0.6) Anche perché ha sempre vinto, (0.3) dopo l'era Burbakista, l'idea che la matematica (0.3) <seria> (0.3) fosse quella mentale. (0.3) Ecco, insomma, (0.3) non quella manipolativa. (0.7) E questo chiaramente va un po' contro anche una delle sue ipotesi, cioè all'importanza del ruolo del corpo. (0.3) Adesso diciamo che è un p:o' (0.4) cambiata, no?! (0.5) Ed è stato merito dei software di geometria dinamica, no?!, che in fondo hanno consentito di introdurre questa attività di percezione, di manipolazione nella scuola. (0.4) Ma io non sono tanto sicura che, a parte qualch:e (0.3) raro caso di insegnanti particolarment:e..(0.6) particolarmente port:ati, interess:ati eccetera, (0.4) che queste idee [siano..]

39 I: [siano filtrate davvero]

40 G: Esatto. (0.5) Quali sono le convinzioni che dovrebbero guidare gli insegnanti nel proporre questa attività in classe? (0.3) Le abbiamo già dette, cioè l'idea che la matematica non è una disciplina puramente mentale (0.3) e che c'è quindi una componente doppia della matematica,

(0.3) almeno doppia diciamo, che fa riferimento a delle attività di natura (0.6) fisica, (0.3) manipolativa, (0.4) e poi <a delle riflessi:oni dal punto di vist:a..(0.4), aiutate dal linguaggio eccetera, per andare a (0.5) ricostruire>, diciamo così, quelli che sono i significati matematici.

41 I: Quindi diciamo che la cosa importante è che ci sia questo atteggiamento riflessivo, ecco, che si abbina [al..]

42 G: [Sì ma] soprattutto che l'insegnante <sia convinto (0.4) che è utile questa attività di tipo manipolativo>, perché se in fondo l'insegnante (0.4) la percepisce come: "Adesso cominciamo da questo e poi scherziamo un po'", (0.3) penso a un insegnamento classico delle coniche, no?!

43 I: Si

44 G: Un insegnante che introduce le coniche magari anche in maniera..(0.4) con degli strumentini per disegnare, eccetera, (0.4) e poi dice "Vabbè, adesso invece <andiamo a fare matematica>, no?! E facciamo le equazioni delle coniche come sempre" (0.3) E' come se, a un certo punto, tutto quello che è stato fatto prima (0.4) venisse sminuito, no?!

45 I: Si, ci venisse messo un.. (0.4) una linea di separazione, "Adesso si fanno le cose serie"

46 G: Sì, "Adesso invece, (0.4) ragazzi, adesso si fan le cose serie". (0.3) Allora noi avevamo questo laboratorio, (0.3) dico avevamo perchè adesso poi col covid, ma anche prima del covid, insomma, era un po' andato in disuso. (0.3) Adesso ne abbiamo varie versioni in tanti angoli di mondo, (0.3) avevamo anche un professore, per esempi:o, (0.4) a Empoli, (0.3) che ricostruiva lui i modellini delle coniche, eccetera eccetera, e poi alla fine quando è andato in pensi:one, e siamo rimasti in contatto, poi un giorno ci ha detto "Io farei una cosa, io vi porterei miei modellini, perché qua sono quasi solitari, non li usa più nessuno. Li metteremo vicino ai vostri". (0.3) Infatti è venuto e ci ha portato questi modellini, <bellissimi>, fatti con una cura e così sono anche lì. (0.3) Avevamo questo laboratorio in cui venivano allievi, soprattutto della secondaria superiore, gli si davano delle (0.5) <schede di esplorazione>, ma (0.3) <del modello fisico>, (0.5) e poi alla f:ine, (0.4) alla fine si tiravano fuori anche delle 80.5) proprietà matematiche, (0.3) ma le schede esplorative riguardavano il modello fisico, (0.4) e non era: "Adesso smettiamo di scherzare" (0.6) a un certo punto. (0.3) No, (0.4) perché era tutto intrecciato, era tutto intrecciato. (0.4) La cosa aveva un grande successo con gli studenti, aveva successo anche con gli insegnanti (0.3) perché venivano scaricati dalla responsabilità e.. [...] Comunque queste cose le abbiamo descritte in tanti posti, ma diciamo che il luogo più (0.4) completo dove sono descritte è nel libro sulle macchine matematiche, ecco questo.

47 I: Sì, la cosa che mi colpiva è il fatto che, appunto, la scheda.. (0.4) Cioè, c'è l'utilizzo delle schede, (0.3) però le schede sono schede di esplorazione

48 G: Certo

49 I: Più che essere di task, diciamo, tra virgolette risolutivi, e questo diciamo..

50 G: Son schede di esplorazione, (0.4) di esplorazione. (0.3) E devo dire che noi abbiamo fatto queste cose prima che venisse elaborata l'idea di laboratorio dall'UMI. (0.4) Dopodiché, io non ero in quella commissione, però le macchine i ricercatori italiani le conoscevano tutti (0.4) e quindi hanno messo anche l'esempio delle macchine dentro..(0,5) che ovviamente mi ha fatto anche molto piacere, ma insomma, (0.4) dentro, nel..(0.4) in quel capitolo sul laboratorio. (0.3) Però è una visione di laboratorio che ha la sua radice sostanzialmente nelle visioni italiane di Enriques, (0.3) in quella di Klein, primo presidente dell'ICMI, che scrive delle cose proprio sulle macchine. (0.3) Ma non macchine come modellizzazione, *modelling*, (0.4) ma macchine per risolvere problemi matematici. (1.0) Però questo non fa parte della tradizione della formazione degli insegnanti, (0.8) quindi, non lo so, voi quando avete ben capito cosa pensano gli insegnanti, dopo avete anche intenzione di fare anche i cosiddetti <studi (0.6) di innovazione>, (0.3) cioè introdurre delle cose, o vi fermate lì, cioè ad analizzare le concezioni?

51 I: Il focus, a questo punto, si era spostato sul..(0.5) su un'analisi, diciamo, più in superficie con un questionario, (0.3) successivamente, a seconda della disponibilità e di quello anche che riusciamo

a trovare, qualche intervista invece più in profondità di qualche caso specifico di (0.4) insegnanti che magari fanno delle cose in classe e quindi è interessante andare a vedere che tipo di cose fanno e con che ottica, (0.8) e poi successivamente c'era l'idea di introdurre (0.5) un'attività che è ispirata ai problemi montessoriani, (0.3) problemi di geometria, (0.3) che è un'attività che non viene effettuata neanche dentro le scuole montessoriane, perché sono comunque per.. (0.3) per ragazzi più grandi, intesa come quarta e quinta di scuola primaria o primo anno e secondo anno di scuola secondaria di primo grado, (0.4) per andare a vedere, ecco, quali sono..(0.5) a questo punto penso l'ottica sia principalmente le..(0.6) le convinzioni degli insegnanti rispetto poi all'attività portata in classe (0.4) e il punto di vista degli studenti sull'attività.

52 G: Sì, io non..(0.8) non sono tanto sicura. (0.3) Forse questo glielo anche già detto, ma probabilmente dipende dalla mia ignoranza. Tra l'altro la settimana scorsa, per caso facendo zapping, sono capitata su (0.5) non mi ricordo che canale, in cui c'era la (0.8) rivisitazione della fiction fatta dalla Rai sulla Montessori, (0.9) cioè la storia poi della sua vita, romanzata e così via, (0.4) in cui si faceva vedere anche come lei lavorava con i cosiddetti deficienti del manic:omio, insomma, queste cose qua. (0.5) Io non sono tanto sicura, (0.5) però lei li ha Scoppola, che la Montessori avesse <davvero una concezione così profonda della matematica>, (0.3) cioè oppure se lei, siccome era partita con i deficienti, tra virgolette, poi era andata comunque sui bimbi piccoli, (0.6) c'era questa idea di (0.7) esplorare i primissimi passi della..(0.4) della matematica, no?! (0.3) Non lo so se lei..(0.4) Va bene un medico, sicuramente persona di cultura, così, ma se lei si era interrogata davvero delle cose che potevano essere fatte anche con allievi più grandi, (0.3) perché lì l'idea di arrivare a mordere davvero il significato matematico diventa più forte. Io questo non lo so, (0.6) la mia sensazione è che la Montessori si sia limitata ai..(0.3) Perché poi a un certo punto le han dato un calcio nel sedere ed è andata via dall'Italia e si è messa a lavorare in altri posti. (0.3) Per esempio lei ha avuto molto successo in Olanda, (0.4) ma in Olanda (0.4) il centro del… (0.7) il centro Freudental (1.2) ha avuto comunque un approccio che molti lo paragonano a quello di Emma Castelnuovo, ma in realtà era più legata a un'idea di *modelling*. (0.3) Quindi come..(0.3) Cioè, non c'era la profondità, nonostante che Freudental sia stato un grande matematico, ma i suoi studenti, i suoi seguaci, (0.4) non si sono messi a studiare (0.4) i significati matematici, ma piuttosto..(0.4) cioè sì, (0.3) l'hanno fatto, (0.5) però era più un discorso di modellizzazione. (0.8) E quindi tipo <matematica nella realtà> e cose di questo genere. (0.4) Infatti lo si appaiava a Emma Castelnuovo. (0.4) Ma Emma Castelnuovo aveva invece una tensione diversa, era figlia di Guido Castelnuovo, e quindi lei voleva arrivare ai significati matematici. (0.8) Quindi io sulla Montessori francamente io lì non so, (0.4) lei c'ha sicuramente lì Scoppola, che penso che abbia le idee molto chiare su quello che è la Montessori, (0.5) è stata la Montessori. (0.8) Io ho visto che anche le.. (0.6) però le recenti riproposizioni delle scuole montessoriane, tra l'altro io sono stata coinvolta perché a Modena volevano crearne una e poi.. (0.5) C'ha dei problemi la scuola montessoriana, perché (0.4) gli insegnanti che ci devono lavorare dentro devono avere il diploma dell'Opera Nazionale Montessori e quindi (0.5) confligge con tutte le graduatorie e cose di questo genere.

53 I: Certo, certo. No, ma indipendentemente dalla..(0.4) diciamo, dalla struttura montessoriana e dalla proposta montessoriana in toto, (0.4) io diciamo mi sono ispirata da questa attività che è un'attività, (0.4) che si chiama di problemi proprio, (0.4) e che sono problemi di natura geometrica sulla equidecomponibilità di superfici principalmente (0.8) e arrivano a delle conclusioni che non sono tanto banali, (0.4) per esempio una forma, (0.5) con il materiale sempre, (0.3) per esempio una generalizzazione del teorema di Pitagora con i triang:oli, al posto dei quadrati. (0.3) Ci sono questo tipo di spunti matematici, che non sono di una matematica <non elementare>

54 G: Certo

55 I: >Perché comunque si tratta sempre di matematica elementare<, (0.3) però hanno una profondità di (0.4) rigore, fra virgolette, e di struttura matematica dietro, che è un bello spunto da cui partire per costruire un'attività, secondo me. (0.4) Quindi per questo, ecco, era stato preso in considerazione

56 G: Però diciamo che questo sarebbe non con delle sperimentazioni fatte a scuola, ma diciamo ancora a livello di formazione insegnanti, se capisco bene.

57 I: Sì, diciamo che originariamente non era pensato così onestamente, poi c'è stata la pandemia e,

ovviamente, i tempi sono andati molto diversamente. Inizialmente io sarei partita dal proporre un'attività e poi, dopo, tutto ciò che ne seguiva

58 G:Certo

59 I: Però le cose, insomma, sono andate in un'altra direzione e mi sto molto invece appassionante a questa, (0.5) diciamo, questo punto di vista che..(0.3) che penso possa avere la sua utilità, (0.4) che è quello di andare a capire che cosa c'è, invece. un po' di più, nella pratica scolastica (0.4) e quanto c'è, tra virgolette, c'è uno scollamento tra quella che è una percezione (1.3) per i gruppi di ricerca, ecco, diciamo, che si..(0.5) che si avvicinano a degli insegnanti che sono comunque insegnanti selezion:ati..(0.8) Anche il mio campione sarà volontario, per cui ci sarà certo comunque una sorta di selezione, ma andando un po' più anche lontano, ecco, dai gruppi di ricerca, o vicino, (0.4) quanto è la variabilità del..(0.3) dell' applicazione? Su che cosa si concentrano? Quali sono le cose che..(0.3) che sono note e perché? Cioè, dove viene spostata, ecco, l'asticella (0.4) per decidere, per esempio, se proporre in classe un'attività, non proporla. Cercare di inquadrare un po' questa dimensione, ecco

60 G: Diciamo che una..(0.3) una cosa chiave mi sembra di leggere, (0.4) anche di leggere negli appunti che precedono le domande, è quella delle convinzioni degli insegnanti. (0.3) Allora qui lei consulti la Silvia, (0.4) la Silvia è anche molto attenta, molto..(0.3) Lei poi dopo si è andata..(0.3) è andata verso le concezioni di natura culturale, (0.4) quindi soprattutto anche quelle che legano.. (0.4) legano, mettono in connessione, così insomma, così, culture molto lontane (0.8) ma anche il fatto di confrontare la cultura dei ricercatori con quella degli insegnanti è un'altra bella sfida. (0.7) Perché noi quando parliamo pensiamo che questo sia ovvio e poi invece ci accorgiamo che gli insegnanti pensano tutt'altro, (0.3) o che magari sostengono a parole "Ma questo è quello che.. (0.3) è esattamente quello che faccio io" e poi se vai a vedere nella pratica non è vero. (0.7) E quindi ci sono..(0.6) E comunque qui penso che..(0.4) Silvia ha lavorato molto sui..(0.4) Questo sulla primaria però, (0.3) su insegnanti, anche i nostri, di primaria, (0.3) futuri insegnanti e insegnanti. Comunque..(0.8) poi, (0.3) quali caratteristiche che riguardano l'implementazione di queste attività a scuola ne determinano l'efficacia didattica? (0.3) Io qui sarei più, (0.8) diciamo (0.7) propositiva, (0.3) cioè dicendo che <se noi crediamo che l'oggetto matematico abbia in sé tutte e due le componenti>, (0.3) cioè la componente sia di tipo manipolativo, di coinvolgimento del corpo, che anche quella di tipo mentale, <come minimo>, (0.5) allora noi dobbiamo scegliere degli artefatti che siano, come noi dicevamo una volta, <dialogici>,(0.4) cioè che da un lato (0.3) <spingano verso la manipolazione>, ma dall'altro siano anche <suscettibili di spingere verso la costruzione del significato matematico>. (0.4) Quindi, in realtà, restare solo attaccati alla manipolazione rischia di far perdere il significato matematico, passare troppo presto al significato matematico è un po' come dire "Ragazzi fino adesso abbiamo scherzato, adesso mettete via la riga e il compasso e ci mettiamo..(0.9) e ci mettiamo invece (0.8) a fare le cose vere, no?! (0.7) Le cose vere sulla carta a quadretti, ecco". (0.5) Tra l'altro lì, (0.4) l'esempio che io amo forse di più.. (0.5) Ma l' esempio che abbiamo trattato di più, (0.5) gli esempi che abbiamo trattato di più sono <l'abaco e il compasso>, (0.7) però c'è un altro esempio, molto bello, che viene poco utilizzato, anche questo però è stato un po' studiato anche lì a Roma, (0.3) da Ghione, (0.3) direi. Lei conosce?

61 I: Sì, io ho fatto..(0.3) cioè ho studiato a Tor Vergata, quindi è stato mio professore

62 G: Allora..(0.4) è quello dei prospettografi, (0.3) le <macchine per la prospettiva>. (0.4) Perché le macchine per la prospettiva sono state un altro tipico esempio in cui la pratica dei pittori ha preceduto la formalizzazione matematica, (0.3) cioè sono nate da un'applicazione della matematica. (0.9) Tanto è vero che questi sono degli artefatti, (0.4) e le attività che si fanno con questi, <tipicamente dialogici>. (0.3) Lei provi a immaginare che io metta un prospettografo in una classe, (0.3) questo è l'esempio principe e poi chiedo, avvio anche una discussione libera con gli studenti, (0.3) penso magari anche a studenti già un po' sensibilizzati della scuola secondaria. (0.4) Cercherò..(0.4) ci saranno quegli studenti (0,4) che ne vedono soprattutto gli aspetti di natura pratica "Posso disegnare per trasparenza, perchè metto l'occhio nell'oculare e poi dopo (0.5) col pennarello, e così via" (0.4) e questo è un uso, diciamo, (0.4) quello che Bartkowski chiama gli <artefatti primari> (0.4) cioè quelli rivolti verso il mondo, (0.3) che sono quelli che cambiano il mondo, no?! (0.4) Poi però posso anche andare a vedere quali sono, perché funziona così. (0,3)

Perché funziona così? (0.3) Per esempio noi abbiam fatto degli esperimenti con i bambini della scuola primaria, in cui si vedeva come (0.5) dei problemi dati ai bambini della scuola primaria tendevano a essere risolti, tra virgolette, in modo scorretto, (0.3) fintanto che non si riusciva a cucire questa idea della esperienza fisica con un qualche rudimento di matematica. (0.5) Non so, c'era disegnato, mettiamo..(0.6) Un esempio tipico era questo: (0.5) disegnato un tavolo in prospettiva, (0.3) che ovviamente non è né un rettangolo nè un parallelogramma, tanto meno. (0.4) E' un quadrilatero qualsiasi, a seconda di qual è il punto di vista, e così via. (0.3) E poi c'era: "disegna la pallina al centro del tavolo". E questi, zelantissimi, che cosa facevano? Ci avevano lì (0.7) l'astuccio, tiravano fuori il righello, facevano (0.4) il punto medio di un lato, il punto medio di quell'altro e così via, (0.3) e poi dopo cercavano il punto all'incrocio delle <cosiddette mediane>. Il problema è che la prospettiva non conserva le lunghezze, (0.6) e quindi loro facevano questa che, secondo loro, era una soluzione e che però <non reggeva (0.3) poi alla prova della macchina fotografica>, o eventualmente del prospettografo. (0.5) E allora lì, per saltarci fuori..(0.49 per saltarci fuori, c'era (0.6) o la soluzione fatta..(0.5) sempre empirica: (0.3) io metto il tavolo dietro il mio prospettografo e poi vado a tracciarlo sul vetro, e poi vado a pensare alla pallina al centro e a disegnarla, (0.5) ma questa è puramente empirica e non risponde alla domanda perché. (0.6) Oppure, mi accorgo che tra le leggi, diciamo così, che regolano il disegno prospettico, c'è quello che <punti allineati vanni in punti allineati>. (0.6) E allora dopo, se io c'ho quella regola lì, (0.4) automaticamente il punto di incrocio delle diagonali diventa il centro, (0.3) anche se le diagonali non sono diagonali di un rettangolo ma dell'immagine di un rettangolo. (0.4) Quindi, quello lì diventa una maniera per cucire insieme, >già a livello di terza, quarta, quinta primaria<, (0.7) di legare la teoria matematica insieme con <gli aspetti di natura empirica>. (0.9) Se riusciamo a tenere insieme queste cose qui (0.8) siamo sulla buona strada, perché vuol dire che stiamo costruendo dei significati matematici <che hanno dentro tutte e due le anime>

63 I: Tutti e due gli aspetti

64 G: è questo è il..(0.6) quali caratteristiche ne determinano l'efficacia didattica. (0.7) Cioè, (0.3) non solo il laboratorio come modellizzazione, (0.3) ovvero come implementazione nella pratica, (0.4) non solo il laboratorio come studio di natura teorica, (0.3) ma almeno tutte e due, (0.5) almeno, (0.4) come minimo .

65 I: E sopratutto, a quanto ho capito, una forte connessione esplicitata

66 G: Certo

67 I: Di riflessione profonda sulla connessione di questi due, come aspetti di un *unicum*

68 G: Certo. (0.5) Che tra l'altro, questo, in alcuni esperimenti che noi abbiamo fatto con allievi grandi, anche con studenti dell'università, (0.7) fanno vedere come in realtà proprio nel momento in cui viene coinvolto il corpo (0.4) ci si avvicina di più (0.3) al significato matematico, (0.4) <ci si avvicina di più>. (0.5) Cioè il corpo è come se, (0.7) in qualche maniera, (0.9) o sarà perché io sono nata geometra, (0.4) cioè io sono nata figurale, ecco insomma..(1.2) Quindi, per esempio, non so, l'idea di simmetria..(0.6) Se abbiamo, non so, una macchina che fa la simmetria. (0.5) Allora si vedono gli studenti che cominciano a dire "Beh qui c'è da questa parte una figura, ((il palmo della mano sinistra si dispiega sulla giacitura orizzontale nella parte di spazio a sinistra del corpo)) qui, da quest'altra parte una figura ((il palmo della mano destra si dispiega sulla giacitura orizzontale nella parte di spazio a destra del corpo)), (0.5) e le due figure si generano in contemporanea e sono simmetriche", (0.7) e il movimento simmetrico delle mani è quello che ci consente (0.4) di essere convinti, (0.5) prima ancora di essere (0.4) in possesso di una dimostrazione. (0.8) Però, torno a dire, io questo non sono sicura che sia posseduto da tutti gli insegnanti. (0.4) E infatti qui veniamo all'ultima: (0.3) quali sono i principali limiti dell'utilizzo? (0.3) Eh, i limiti sono la formazione degli insegnanti, (0.4) che gli insegnanti spesso (0.4) tendono a vedere soltanto una delle due anime, (0.3) cioè, come dire, l'anima pratica, (0.3) quella manipolativa, l'uso del corpo, queste cose qui, (0.4) che però deve essere abbandonata abbastanza presto, (0.5) perché poi dopo ragazzi non si scherza più, (0.5) dopo si fa matematica. (0.8) E quali sono i fattori ostativi? (0.3) Sono queste convinzioni sostanzialmente. (0.4) E quali i fattori che favoriscono l'implementazione di queste attività nella scuola? (0.3) Mah (0.8) i fattori che favoriscono l'implementazione è un insegnante che (0.5) ha delle convinzioni diverse, no?! (0.4) E che quindi (0.7) tende a riprodurre, in sostanza,

un'attività laboratoriale anche in matematica

69 I: Ma per esempio ci sono delle condizioni legate alle conoscenze, a delle consapevolezze, a dei livelli di guida anche didattica?

70 G: Certo, questo sicuramente. (0.5) Questo sicuramente. (0.6) E anche, vorrei dire, in certi casi, alla disponibilità di spazi fisici, (0.4) perché io non credo che il laboratorio debba essere fatto fuori dalla classe. (0.4) No, non credo. (1.2) Però diciamo che l'idea potrebbe essere quella che avere comunque un luogo protetto, (0.8) che in qualche modo segna anche il fatto che “Allora, ragazzi..”, (0.7) cioè che in qualche modo <segna il contratto>, no?! (0.5) “Adesso andiamo in laboratorio di matematica, quindi adesso lì (0.6) c'è una sospensione della valutazione, cioè voi siete liberi di dire quello che vi passa per la mente”, (0.5) è una..(0.4) non vuole dire che la valutazione non c'è più, (0.9) però che l'insegnante sospende, (0.3) perché se vuole incoraggiare la produzione libera, (0.4) l'associazione libera di pensieri, (0.5) non deve essere in atteggiamento valutativo. (0.7) [Poi arriva..]

71 I: [Quindi lei dice che] anche questo si deve associare diciamo all'efficacia, (0.4) cioè il fatto che non ci sia una..(0.4) una impostazione valutativa forte

72 G: Si, (0.4) si, (0.3) perché sì. (0.3) Perché..(0.5) Per esempio si deve imparare anche a valutare, (0.4) adesso mi viene in mente l'ultimo documento del MIUR, (0.3) quello sulla valutazione, (0.4) quello che è uscito a dicembre

73 I: Sulla scuola primaria

74 G: Si, sulla scuola primaria, no?! (0.5) In cui si dice che in fondo quello che è importante non è tanto valutare (0.3) i prodotti ma valutare i processi, no?!, che sono stati messi..(0.4) Allora è chiaro che..(0.6) però quello è solo per la scuola primaria.

75 I: Certo

76 G: Gli ostativi. (0.5) Ma secondo me gli ostativi sono sempre legati alla formazione degli insegnanti, perché noi abbiamo fatto, per esempio, un esperimento che purtroppo è rimasto..(0.8) era molto entusiasmante ma è rimasto un pochino (0.7) isolato nel tempo. Più che altro perché abbiamo avuto in alcuni anni dei finanziamenti molto grossi dalla regione Emilia-Romagna. ~~Cioè io avevo la fortuna di essere amica di una, di una senatrice che mi stimava molto, no?! E allora aveva parlato con l'allora assessore all’istruzione, che era la Paola Manzini, e io ero andata da lei dicendo “Ma noi abbiamo questo laboratorio delle macchine che secondo noi ha molte potenzialità perché, appunto, coniuga questi due aspetti, l’aspetto empirico con l'aspetto teorico..” e così via. Lei mi aveva dato l'impressione di una persona molto interessata, mi aveva detto “Mi piace moltissimo, allora adesso lo finanziamo”, ho detto “Bene”. Poi poveretta lei si è ammalata, insomma così, e quindi in realtà io ho lavorato molto con una sua collaboratrice (0.7) e poi ho finito lavorando con Bianchi, (0.5) quello che attualmente è ministro della.. dell'Istruzione, che era..(0.4) allora era assessore regionale, era diventato poi assessore regionale all'istruzione a Bologna. Tanto è vero che una volta che l'ho visto un po' di tempo fa mi ha detto “Hai visto che poi le macchine le avevo studiate”, dico “sì sì”, “Hai visto che l'ultima volta non ho detto tante cavolate?” (0.5) E infatti era così, perchè lui è un economista, no?!~~ E allora avevamo fatto una rete di laboratori di macchine (0.4) in tutta la regione, in tutte le province, (0.5) esclusa Forlì che si era chiamata fuori, non so perché, (0.5) avevano detto che loro avevano altri progetti. (0.7) E poi la rete era fatta da laboratori che avevano una dotazione di macchine, (0.5) selezionata da noi, (0.4) per cui era una una dotazione minima diciamo: (0.3) alcuni curvigrafi, un paio di prospettografi e così. (0.7) E poi della formazione, insomma, era anche una rete di insegnanti. (0.5) E poi avevamo fatto anche un incontro di tutti gli insegnanti che erano, non mi ricordo, 150 e così, alla fine a Rimini, (0.5) con un entusiasmo incredibile. (0.7) Ce n'erano dalla primaria alla secondaria di secondo di grado, (0.5) e lì effettivamente l'idea era passata. (0.5) Cioè quelli avevano avuto una formazione neanche tanto lunga, perché avevano avuto una formazione di tre, quattro, cinque incontri, insomma, (0.8) erano stati allenati a tenere i diari di bordo, (0.8) e così.. (0.7) Io avevo un’assegnista di ricerca, (0.3) all’inizio due, poi una assegnista di ricerca (0.3) che li ha seguiti a uno a uno come dei pulcini, (0.6) poi abbiamo pubblicato un libro presso la regione in cui erano

riportate molte..(0.5) molte esperienze fatte, (0.8) e lì aveva funzionato. (0.4) Cioè, (0.3) non è che non funzionasse. Anzi gli studenti lì si erano talmente tanto entusiasmsti che alla fine avevano fatto dei filmati, delle cose così, che poi sono stati caricati sul sito. (0.9) Quindi (0.5) è un problema di formazione, (0.6) un problema di formazione. (0.4) Però è un problema, come abbiamo poi verificato di nuovo anche con il Lesson study, che abbiamo seguito invece in questi ultimi anni.. (0.69 Non è che la formazione sia "Adesso ti faccio un incontro e poi ti mollo e poi tu vai ed esegui". (0.5) No no, (0.6) la formazione è una cosa più seria. (0.6) Cioè ci vogliono delle strutture universitarie che seguono queste formazioni e che li incoraggino e così via. (0.4) E quindi chiaramente (0.8) un fattore ostativo è (1.2) anche il desiderio di investimento (0.5) economico (0.4) e organizzativo (0.3) che il ministero ha intenzione di fare [su queste cose]

77 I: [in questa direzione]. E, diciamo, invece nella percezione degli insegnanti, quali possono essere i limiti percepiti?

78 G: Mah, nella percezione degli insegnanti, (0.6) finchè loro vedono questa cosa..(0.3) Cioè, noi abbiamo visto che in realtà, pensando all'ultimo esperimento, quello appunto fatto sul Lesson Study, che era più legato a tanti contenuti diversi, (0.5) gli insegnanti che stavano al gioco si entusiasmavano e poi andavano a loro volta propagandare in altre scuole l'idea di fare questi Lesson Study. (0.6) Infatti noi ce li trascinavamo dietro e dicevamo “Beh, vabbè, voi penserete che adesso io qui sono una formatrice di insegnanti che sta raccontando delle cose, (0.5) adesso facciamo parlare lei che invece è andata a scuola e vi spiega..” (0.7) E loro avevano un entusiasmo che li travolgevano tutti, no?! (0.3) Quindi creare questi..(0.4) queste comunità di pratica, le chiamano nella ricerca, no?! Queste comunità di pratica, in cui..(0.6) per esempio, intorno all'idea di <laboratorio di matematica>, (0.4) per esempio. (0,5) Che non vuole dire che c'è un unico modo di realizzarlo, anche questa è una cosa un po'..(0.5) Cioè chi fa il formatore tende per un po', finché è ingenuo, di pensare di produrre delle persone a sua immagine e somiglianza. (0.3) No, (0.5) in realtà ci sono alcuni capisaldi che devono essere dati, alcune concezioni base, (0.5) per esempio queste che dicevamo sulla dialogicità e così via. Dopodichè le persone sono libere di sperimentare

79 I: Certo

80 G: E magari, anzi, arricchiscono il corpus dei dati con la loro sperimentazione. (0.7) Io non..(0,4) non lo so, (0.5) cioè lì probabilmente potrebbe essere interessante che lei contattasse attraverso (0.6) qualcuno della Sapienza, (0.5) perché io so di più della Sapienza, diciamo, per ciò che riguarda le scuole secondarie superiori, (0.6) che ha avuto gruppi di insegnanti, (0.3) perché quelli sicuramente sono un pochino più sensibili. (0.4) Mentre (0.7) Roma Tre, (0.5) dunque, la Millan Gasca è a Roma Tre?

81 I: Si

82 G: Si, (0.6) ha lavorato di più sulla primaria. (0.7) Lei secondo me qui..(0.6) Non è che la primaria non dia problemi, però insomma io vedo più problemi nella secondaria, (0.6) perché l'insegnante è più convinto che la matematica..(0.4) ha più inculcato dentro nel cervello che la matematica è un oggetto mentale (0.3) e che quindi tutto ciò che (0.5) è legato al (0.7) non essere mentale (0.5) sia in fondo inutile

83 I: Inutile, inteso per la costruzione del pensiero o inutile inteso (0.4) per la risoluzione degli esercizi e per portare avanti il programma? Cioè la convinzione è una convinzione, (0.5) e questo è un punto nodale, (0.6) chiedo un'opinione, è una convinzione che hanno, una convinzione insita proprio nella natura, diciamo. della matematica che è un oggetto mentale, oppure che ai fini (0.5) di quello che deve essere insegnato, ed è importante che gli studenti acquistino alla fine del percorso scolastico, (0.5) è fuorviante, è una perdita di tempo, è qualcosa che può aggiungere, [diciamo un senso]

84 G: [si, in realtà le due cose alla fine hanno lo stesso effetto]. (0.8) C'è una visione sicuramente mentale della matematica, e poi c'è anche..(0.4) c'è anche una una visione che può essere più, (0.7) diciamo, di (0.7) processo, (0.4) quindi che partiamo dalla pratica e poi dopo, piano piano, diventiamo dei matematici, (0.3) ecco insomma, queste cose qui. (0.8) Però.. (0.8) E anche..(0.6) in fondo anche Emma Castelnuovo lavorava con le mani però i ragionamenti che facevano erano

ragionamenti matematici, cioè quelli che (0.5) venivano..(0.6) venivano portati avanti. (0.7) Cioè, io quando ho fatto anche dei laboratori con i miei studenti di formazione primaria, anche gli stessi insegnamenti, io dicevo “Quello che a me qui interessa non è che voi diventiate dei matematici, voi siete delle caprette che ne sapete poca di matematica, ed in più la odiate perché di solito nelle scuole superiori non vi hanno insegnato ad amarla. Allora, (0.4) intanto dobbiamo riconciliarvi con la matematica, (0.3) rendervi convinti che voi saprete risolvere delle cose, insomma è così, (0.5) e poi, (0.4) a questo punto qui, fare anche della pratica di quelli che sono dei tipici processi matematici, tipo: <generalizzare, particolarizzare, definire, dimostrare>, (0.5) queste cose qua insomma. (0.3) Questi sono i processi della matematica, non tanto ricordarsi cos'è l'apotema o quelle cose lì, ecco insomma.” (0.8) Lì è chiaro che dipende appunto da quello che uno..(0.4) da quelli che hanno avuto come docenti. (0.7) Devo dire che la Silvia lì è stata molto carina con me, perché quando ha intervistato gli studenti, (0.9) ne ha intervistati tanti tra l'altro di formazione primaria, (0.5) e lei alla fine poi mi diceva “Ma passa il messaggio, eh. (0.4) Passa, passa”. (0.4) Perché lei li intervistava in maniera anonima, ha fatto anche dei focus group e delle cose così (0.7) e le idee base della matematica, che erano quelle che io cercavo di veicolare nei miei insegnamenti, nella formazione, passavano.

85 I: Diciamo che la formazione

86 G: La formazione si. Lei può chiedere i dettagli a Silvia, perché Silvia, lei.. un altro degli aspetti, per esempio, a cui io davo molta importanza nei miei insegnamenti, ma questa era una scelta personale, che non è detto che sia di tutti, era l'aspetto culturale. Quindi per esempio che le.. i processi che sono studiati in certe culture non sono necessariamente gli stessi che sono studiati in altre. ~~Tanto è vero che ogni tanto catturo qualche pesciolino, quelli che mi dicono “Ma queste lezioni sulla Cina, sono così meravigliose..” L'ultima che ho catturato, fa il secondo anno adesso, m'ha detto “Prof mi sono piaciute tanto quelle lezioni sulla matematica cinese, ma io sono laureata in cinese”, cioè ha una magistrale in cinese, è qualcosa di più, l’ha proprio presa Ca' Foscari quindii.. parla bene cinese così, dice “Mi piacerebbe fare una tesi con lei sulla matematica cinese”, ho detto “Attenzione, io sono già in pensione quindi non so se riesco a dargli una tesi, però diciamo torni quando fa il quarto, quinto anno, quindi mancano ancora un paio d'anni, se io sono ancora nei pressi proviamo a sentire, al limite le trovo un collega che la copre come relatore e poi dopo lavoriamo insieme”, infatti io ho una pedagogista con cui lavoro molto bene, che è la Chiara Bertolini, lei mi ha detto “Ma sì, ma non ti preoccupare, te la prendo io, poi dopo tu fai da correlatore”, che magari io da relatore non è detto che possa perchè io non sono più in servizio.~~ Ecco, questo, per esempio, l'idea della matematica come dipendente dalla cultura, (0.5) questa, mi dice la Silvia, che è passata, (0.4) è passata. (0.4) Ecco questo è un miracolo, (0.3) è un miracolo. (0.4) Perché anche questo è uno stereotipo che i nostri insegnanti..

87 I: Assolutamente

88 G: Eh, allora, (0.3) allora..(0.4) Il problema è sempre nella formazione. (0.5) Cioè Silvia, tra l'altro, devo dire che in questa sua tesi di dottorato lei ha fatto interviste un po' a tutti: (0.3) ha intervistato i docenti tipo me, che dovevano spiegare qual era il senso dei tuoi insegnamenti e così via, (0.4) poi ha intervistato degli insegnanti in servizio, (0.4) ha intervistato degli insegnanti in formazione, qui, e degli studenti (0.3) e poi ho messo tutto in parallelo, insomma, per vedere se si può notare una certa evoluzione. (0.5) Però, torna dire, (0.3) si rivolge agli insegnanti della scuola primaria o ai formatori degli insegnanti di scuola primaria. (0.5) Io sono legata questo questa cosa, no?! E devo dire che mi sono sempre divertita molto di più coi futuri insegnanti della primaria che non coi futuri insegnanti della secondaria, ecco insomma

89 I: è un'altra un'altra formazione quindi, sì, le cose sono diverse

90 G: Eh si, anche perché poi i miei colleghi matematici, insomma, hanno una visione un pochino pietrificata della matematica

91 I: Fossilizzata, si, anche io avrei usato un termine così

92 G: E quindi..(0.5) Comunque Alessandra, non lo so, (0.4) queste sono le mie risposte alle domande, poi se lei ha bisogno ancora io non ho difficoltà, se ci sono altre..(0.5) ci possiamo anche risentire.

93 I: Intanto grazie mille, sono state un sacco ricche di spunti, e mi trovo d'accordo su tante criticità anche di quello che andrò a fare, per cui mi è stato davvero d'aiuto.

94 [...]

95 G: Forse l'idea è questa, no?! Che secondo me forse partire con il cannone su tutti i gradi scolastici è da un lato interessante, dall'altro rischia di diventare dispersivo, proprio perché ci sono delle caratteristiche molto diverse, legate proprio alle convinzioni, perché un insegnante della primaria dirà “Certo che devo partire dalla manipolazione, dall'uso del corpo, sono piccoli!”. (0.6) Eh, il problema è che questa è una interpretazione un po’ riduttiva. (0.3) Un insegnante della secondaria dirà “ Ma no, il corpo, insomma cos’è? Ma questi sono ragazzi eh! Dopo, sennò si mettono a ridere.” (0.4) Poi quest'anno c'è mancata la pandemia con la DAD che c'ha proprio dato una mazzata, no?!, perché a questo punto qui non si sono più sentiti coinvolti nella scuola nemmeno in didattica a distanza. Perché poi si parlava di perdite di 200mila studenti, insomma, una cosa cosa terribile. Questo non lo so se è comune anche all'Australia, (0.4) se l’Australia si è un po' salvata dalla pandemia.

96 I: Un po', quello che diceva il professor Geiger era che un po' loro erano molto più abituati a lavorare anche su cose assegnate a casa precedentemente, quindi c'era, fra virgolette, un po' più di abitudine ad una pratica di questo tipo, dall'altra parte comunque hanno avuto periodi di lockdown differenti dai nostri, comunque chiusure magari più ristrette, più locali, insomma, non è stato un fenomeno così nazionale, così lungo, anche forse, come il nostro. Per cui forse c'è una differenza anche nella percezione proprio dell'essere stati totalmente sprovveduti, no, davanti.. Perché tanta perdita è stata proprio nel periodo della prima pandemia, quello dove proprio non, non c'è stata una gestione che, insomma, che ha potuto essere inclusiva

97 [...]

98 G: Tenga di conto che, nella primaria, proprio questi 20 anni di tranquillità, (0.4) dal 98 sostanzialmente, più di vent'anni ormai, (0.4) sono 22-23 anni, hanno fatto nascere anche l'idea dei cosiddetti laboratori universitari e anche del laboratorio di matematica. (0.6) Cioè, voglio dire, che da un certo punto di vista non c'è stato solo l'insegnamento ex-cathedra, se così vogliamo dire, ma c'è stata anche l’esperienza laboratoriale. Nella SISS io non lo so, (0.5) possono esserci state queste esperienze ma sono sempre state così frammentate, episodiche, perché le SISS hanno avuto una una vita molto complicata, molto controverso e quindi..(0.4) Poi, per esempio, una scansione di categorie di persone. (0.4) Lei per esempio potrebbe cominciare a selezionare nel suo campione qualche insegnante giovane di primaria, che ha fatto il corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria, non che si è trovato dentro alla scuola per qualche via strana e così via, proprio perché l'attenzione che c'è stata nei corsi di laurea in Scienze della Formazione Primaria, se pur con differenze eccetera, è stata una una dominante nazionale. (0.5) Per esempio anche la Millan Gasca, per esempio lei, (0.4) io ce li ho i suoi libri, ogni tanto ne parlo eccetera. Ovviamente ha un approccio diverso dal mio, però questa attenzione c'è e non sono sicura che ci sia la stessa attenzione nella formazione degli insegnanti delle SISS, (0.5) anzi sono sicura di no, quindi non..(0.4) Comunque veda lei, poi quando ha più chiarezza o più domande mi scriva di nuovo e ci mettiamo..(0.4) e ci mettiamo d'accordo.

99 I: Spererei quasi quasi la prima perchè di domande ne ho già una valanga

100 G: Si, però diciamo anche che, si, il fatto di fare..(0.4) fare quest'analisi in qualche modo comparata tra un campione australiano e uno italiano, ma significa anche fare un approfondimento sui curricoli italiani e quelli australiani eh

101 I: Altrimenti

102 G: Perché altrimenti è sempre..(0.5) Noi l'abbiamo fatto per la primaria, per la primaria perché nella primaria era..(0.5) questa era molto evidente, ancora più evidente, il che è paradossale, no?! perché uno dice “Ma come, nel momento in cui andiamo verso la matematica dei matematici, a un

certo punto, quello della secondaria superiore o universitario, dovrebbe esserci più uniformità. (0.6) Forse, non lo so, (0.5) ma nella primaria sicuramente non c'è. (0.6) I curricoli australiani sono molto diversi dai nostri, 80.5) molto diversi e rispecchiano delle cose antiche, delle cose..(0.7) Non lo so, adesso ma sono state..(0.6) Secondo me è molto interessante anche tener dentro il campione della primaria perché questo punto qui potrebbe essere anche interessante appunto avere..(0.4) avere delle situazioni..(0.6) Io in effetti un po' i miei studenti li sporco, (0.5) li sporcavo quando avevo didattica della matematica perché non li tenevo mai dentro una capsula, insomma, cioè guardavamo anche i curricoli di altri paesi così provavamo a prendere una distanza critica insomma, per cercare soprattutto di capire come Il curricolo è un'espressione della cultura sottostante, no?!, (0.6) è inutile dire Il curricolo standard. (0.5) Non è standard, (0.6) non è standard

103 I: No, assolutamente. È molto interessante, tra l'altro, questa differenza

104 ~~G: Sì e io ne parlavo una volta con Key Stessy, che è stata per anni la direttrice del PISA, ed è australiana lei. la Key Stessy. Io le dicevo “Ma voi fate sempre delle domande che però tendono a spostare, perché, per esempio, la la scelta fatta dal PISA è della modellizzazione, o meglio, non è proprio una vera modellizzazione, ma comunque della matematica utile per il cittadino ma non per diventare un matemat.. per maturare il pensiero matematico ma per essere applicata nella realtà. E lei diceva “Ma se hai qualche bel problema da mandarmi mandameli”. Io dicevo “Noi abbiamo delle macchine che sono bellissime” però lei diceva “Tieni conto che noi come PISA, quando riceviamo delle proposte di problemi, le dobbiamo prima tradurre, poi le dobbiamo far testare a un campione pilota, no?!, perché a questo punto qui devono essere.. e anche qui però c'è già una contraddizione in termini, “a prescindere dalla cultura”, ma come fai a fare una valutazione a prescindere dalla cultura? E infatti non ha mai accettato niente, non ha mai accettato niente . Allora, alla fine, per avere qualcosa che possa andar bene per tutti ci sono le possibilità: o stai talmente superficiale che parli di buon senso, oppure, per esempio, gli studenti italiani vanno male perché loro non sono abituati ai problemi di realtà e quindi quelli.. quindicenni.~~

105 I: Assolutamente si. Ma infatti io quando parlai per la prima volta a Geiger di quello che pensavo di fare, io ero molto spostata sulla geometria e lui la prima cosa che mi disse è “Se si può sperare di trovare qualcuno che fa qualcosa di laboratoriale, di manipolativo all'interno della scuola, e poi ci si vuole aggiungere anche il carico della geometria, che voi in Europa lo portate come un'esigenza molto forte nella scuola, noi no probabilmente non trovi quasi niente. Quindi su qualcosa bisogna generalizzare, altrimenti..”

106 G: Poi l'Europa, anche l’Europa.. (0.6) Diciamo che l'Italia, in particolare, ha portato avanti abbastanza questo discorso, soprattutto nell'ambito della ricerca, (0.5) per esempio il Regno Unito assai meno, è stata più l'Europa continentale

107 I: La Germania

108 G: La Germania, anche la Spagna, da questo punto di vista. Quindi si, è vero, cioè da questo punto di vista..(0.6) Infatti quando io sono stata incaricata dall’ICMI di coordinare il primo ICMI Study sulla scuola primaria, che poi è quello sui numeri che abbiamo fatto, è uscito nel 2018 il volume, eh io ho combattuto finchè ho potuto perché io ho detto “Fatemelo fare sulla geometria. Non voglio farlo sui numeri e l’algebra” e l’allora il presidente mi disse “No Mariolina, no, perché dobbiamo trovare qualcosa che sia comune a tutti i paesi del mondo. Allora, la geometria non è comune a tutti i paesi del mondo, mentre l'aritmetica sì, e quindi facciamolo sull’aritmetica”. E questo è vero, cioè vero, la mia passione..(0.6) però è anche vero che la geometria è una parte.. (0.4) E poi non è soltanto una parte che caratterizza la cultura, (0.3) una parte della cultura europea, (0.6) ma è anche che in fondo il modello teorico della matematica sono gli elementi di Euclide, quindi è una nostra eredità greca. Per esempio anche in Cina invece no, la loro matematica è la scelta del numero, quindi..(0.5) E Infatti quando Matteo Ricci tradusse i primi sei libri degli elementi di Euclide la traduzione cinese è “Scienza delle quantità”, per farla accettare ai cinesi, altrimenti se l'avesse chiamata “Elementi di geometria” non l’avrebbe letto nessuno.

109 I: Sarebbe rimasto sul solito..

110 G: E poi ci sono anche altre cose molto interessanti..(0.5) Comunque niente, queste non c'entrano

col nostro discorso, è che io ho imparato tanto, tante cose andando in Cina. Quindi niente, le cose vabbè..(0.4) Allora ci risentiamo

111 I: assolutamente

112 G: quando ci sono delle novità

113 I: D’accordo. Grazie per tutta la disponibilità e la ricchezza dei commenti, insomma

114 G: Buon lavoro, va bene, arrivederci.

115 I: Arrivederci

1 Maria Mellone

2 I: Buongiorno, io sono Alessandra. Tanto piacere di fare la tua conoscenza anche a distanza. Intanto grazie enormemente per l disponibilità che è davvero preziosissima.

3 M: No, grazie a te per avermi contattatata. Il tema, diciamo della tua tesi, mi sta molto a cuore. Quindi sono contenta se in qualche modo posso darti una mano, (0.6) con questa intervista ma anche con altro se vuoi. [...]

4 [...]

5 I: Il mio interesse di studio sono le attività embodied, in un senso ampio. (0.4) Possiamo considerare la pedagogia enattivista, ma anche l'utilizzo di strumenti, ma anche il materialismo inclusivo. (0.5) Una prospettiva abbastanza ampia sulle pratiche embodied. E, (0.4) in particolare, appunto, sono alla ricerca di, (0.5) >per motivi anche di chiarezza e di concisione che sono dati dal l'utilizzo di uno strumento come il questionario che per sua natura ha bisogno di questi elementi<, di una descrizione, una definizione di queste attività che le renda, diciamo, <chiare, esplicite> e riconoscibili in maniera facile >da parte degli insegnanti, di gradi scolastici< differenti: >primaria, secondaria di primo grado e secondaria di secondo grado<. Allora mi chiedevo se (0.9) posso trovare una definizione che è inclusiva, abbastanza ampia, e abbastanza riconoscibile, <di questo genere di attività>.

6 M: Allora, io diciamo mi ero segnata le domande che avevi scritto nella mail e avevo immaginato diciamo delle possibilità. Ovviamente capisco il problema, (0.4) perché in qualche m:odo si tratta anche di una (0.4) cultura scolastica che non è molto (0.3) <lavorata>, insomma, nelle nostre scuole, (0.5) non è molto abitata nelle nostre scuole. Quindi c'è effettivamente difficoltà anche nell’intendersi quando uno parla di questo approccio, <per quanto ampio, per quanto flessibile uno possa intendere, (0.4) da noi (0.5) la didattica tradizionale impone una certa anche rigidità e visione di come avviene una (0.4) lezione di matematica> (0.4) e quindi c'è difficoltà (0.4) anche ad intendersi quando si parla con gli insegnanti di questa prospettiva. Quindi mi è piaciuto intanto il tuo interesse nel voler scegliere il termine giusto per farsi capire e per voler essere inclusivi e per voler anche lavorare, no?!, con gli insegnanti, (0.3) cercando anche di (0.4) un po' smuoverli. (0.4) Io avevo pensato: (0.5) <attività di laboratorio matematico, che prevedano l'utilizzo di artefatti manipolativi (0.7) o attività (0.4) che prevedono l'utilizzo del corpo intero>, (0.4) quindi gambe e braccia, (0.6) cioè io sarei anche abbastanza esplicita (0.3) nel menzionare parti del corpo che richiedono diciamo <grandi gesti e grandi azioni>, (0.3) se tu vuoi essere un po' più anche ampia, no?! (0.5) Attività di laboratorio, anche se il laboratorio matematico non è un laboratori:o.. (0.5) Per questo io direi esplicitamente: (0.3) <attività di laboratorio, che prevedano l'utilizzo di manipolativi>, tu hai scritto manipolativi nella mail, io direi artefatti di manipolazione e citerei..(0.5) >Ovviamente questo non ci garantisce di essere capiti da tutti, però comunque< citerei: (0.3) <abaco, (0.3) citerei materiale multibase, (0.3) citerei materiale Montessori>,(0.7) magari non tutti questi, però alcuni di questi qualche insegnante, anche se non li usa, può essere che magari li ha visti che si usano a scuola. Quindi può essere un modo per farsi capire che si intende che, insomma, uno le mani le deve usare per fare delle cose. (0.6) Poi ovviamente uno può anche citare, però è rischioso perché poi, dal mio punto di vista, si rischia di andare solamente su quel frangente, anche (0.4) magari <software multi-touch, con gli iPad, o con i tablet>, (0.3) ce ne sono di belli, (0.3) forse tu conoscerai anche le ricerche di Natalie Sinclair, (0.3) di Anna Baccaglini-Frank. (0.5) E d'altra parte.. (0.3) Ma tu c’eri al Seminario Nazionale di didattica della matematica che è stato tenuto da Francesca Ferrara?

7 I: No, non ero ancora dottoranda

8 M: Non eri ancora in questa comunità. E allora, (0.4) nel 2017, (0.3) se non sbaglio, c'è stato un Seminario Nazionale (0.4) al quale noi tra l’altro facciamo molto riferimento <anche quando studiamo con Gemma e Marina>, rispetto a rileggere, no?!, alcune cose che facciamo, con delle chiavi teoriche anche più (0.4) pulite, che ci aiutano intanto a (0.4) raccontare meglio le nostre intenzionalità nella progettazione, ma poi anche a leggere meglio quello che accade nei bambini. (0.4) Noi citiamo spesso questo Seminario Nazionale, in cu:i (0.6) lì in realtà, la nostra comunità, l’AIRDM, si è posta il problema anche di codificars:i, (0.4) codificare teoricamente, (0.3) e quindi

anche come glossario, no?!, alcun:e.. (0.3) alcuni modi di esprimere questo tipo di visione >sull'insegnamento, insegnamento-apprendimento della matematica<. Però con gli insegnanti io citerei (0.3), diciamo, queste..(0.4) questi artefatti. (0.4) E l'esempio di attività che richiedono il grande corpo io poi citerei (0.3) il <sensore di posizione>. (0.3) Non è detto che tutti l'abbiano visto, però anche riferendosi a (0.4) gradi scolastici, diciamo, più.. (0.5) con ragazzi più grandi, (0.2) >quelli della secondaria di primo e secondo grado<, (0.5) lì mi viene in mente che, insomma, (0.4) se qualcuno ha visto.. (0.4) solitamente lì lo si lo si utilizza per la fisica.

9 I: Sì

10 M: Però magari qualche insegnante di matematica è insegnante di matematica e fisica, (0.3) è un insegnante di matematica che c'ha il collega fisico che lo usa. (0.3) Sono molto rari, (0.3) anche se sono molto preziosi. (0.3) E.. (0.7) e quindi, forse, li citerei questi artefatti. (0.5) Perchè poi per quelli grandi non mi viene in mente altro. (0.3) Cioè mi verrebbe in mente la Thinking Classroom, ma sono cose di (0.4) nicchia, di ricerca. (0.5) Ma tu ci sei stata al seminario che ha fatto ora Peter?

11 I: Si

12 M: Anche se comunque è completamente un'altra storia, ovviamente, viverlo. Se poi ti capiterà di viverla una Thinking Classroom capirai che lui prevede l'utilizzo di tutto il corpo. (0.3) Perchè uno sta lì in piedi davanti [a queste..]

13 I: [Lavagne]

14 M: [No a delle jam board] del computer. (0.4) Uno sta lì, in piedi, vicino a (0.4) delle superfici verticali della Università, lì, (0.6) non permanenti, (0.3) quindi con dei pennarelli che puoi cancellare subito. E questo, comunque, è molto anche attrattivo, cioè permette che le persone subito si (0.4) si coinvolgano in questo problema matematico, cercando di argomentare, insomma, facendo un po' di calcoli, congetture varie.(0.5) Molto bella. (0.3) Quella, per esempio, è una (0.3) metodologia (0.4) di lavoro col problem solving matematico che (0.3) solitamente viene fatta con carta e penna, invece che con queste (0.6) queste (0.4) <scelte metodologiche> permette invece che ci sia poi (0.3) anche l'utilizzo di tutto il corpo, (0.3) perché stai lì in piedi, (0.4) poi stai con i tuoi (0.3) compagni di gruppo, gesticol:i. (0.5) Quindi, già il fatto che ti alzi, no?!,(0.4) stai un po' liberand:o. (0.3) Ma ti posso fare, invece.. (0.5) tu stai registrando, immagino.

15 I: Sì, però..

16 M: Posso farti già delle domande, (0.3) che sono curiosa anche su delle cose che fai tu (0.3) e perchè le fai?

17 I: Certo, certo sì.

18 M: No perchè mi chiedevo: uno, come mai hai scelto questo tema di ricerca

19 I: Si

20 M: E po:i, (0.5) diciamo, se tu hai esperienza di queste attività, (0.3) se ci credi, perché pensi che sia importante lavorare in questa direzione con gli insegnanti?

21 I: Allora ti.. (0.6) Posso darti del tu?

22 M: Sicuramente

23 I: Allora, (0.6) io diciamo che.. (0.5) Ti descrivo brevissimamente il mio percorso. Dunque, io da studentessa di matematica a Pisa (0.7) ho iniziato a pensare tantissimo a questioni che riguardavano la formazione dei concetti matematici, anche avanzati, (0.4) semplicemente riflettendo sul mio percorso. (0.6) E, in una fase successiva, (0.8) ho avuto modo di confrontarmi con dei testi di Laura Catastini, (0.5) che guardava da un punto di vista neuroscientifico, (0.5) >in un modo ancora primordiale perché era quando le neuroscienze, insomma, in Italia stavano appena prendendo campo<, però.. (0.8) come questo tipo di strumentazione poteva dare una

chiave di lettura sulla formazione dei concetti matematici di modelli mentali, (0.3) la manipolazione mentale e cose di questo tipo. E (0.4) mi sono molto appassionata, (0.3) dopodiché sono venuta invece a Tor Vergata e ho collaborato con Franco Ghione, (0.3) ho seguito il corso di Franco Ghione che era professore di Didattica qua, (0.4) ma soprattutto mi sono trovata a lavorare con Benedetto Scoppola, (0.4) che è professore lì a Tor Vergata di fisica matematica, però è il presidente dell'Opera Nazionale Montessori, (0.7) in particolare è quello che ha tradotto, cioè che ha messo insieme, diciamo, la psicogeometria montessoriana. (0.5) E grazie a lui ho iniziato (0.6) ad approcciarmi con questo, con questo modo di vedere proprio (0.8) la didattica, (0.4) e ho fatto un'esperienza poi di tesi magistrale in cui ho fatto un piccolo test geometrico dove ho realizzato io dei materiali e ho fatto (0.4) delle sperimentazioni, un po' stile piagettiano, diciamo, dei test di quel tipo là. E quindi ci credo <tantissimo>, perché ho visto,(0.4) anche semplicemente solo con l'esperienza mia, (0.5) avere a che fare con (0.3) bambini di terza elementare, si trattava in quel caso là, (0.6) <un modo di approcciarsi, (0.3) di risvegliarsi, (0.3) di meravigliarsi, (0.3) di abbracciare i concetti matematici> che è stato (1.5) davvero incisivo, diciamo, sul.. (0.8) sulla mia percezione. (0.4) E quindi, in questo senso, mi sono iniziata a interessare tantissimo a (0.9) comprendere quali fossero anche all'interno della (0.7) metodologia, (0.6) diciamo, montessoriana (0.5) i punti salienti che ne determinavano l'efficacia; (0.3) cosa si poteva trovare poi nella didattica, invece, non montessoriana, (0.6) che poteva avere dei valori aggiuntivi rispetto a questo, e quindi cercare di inquadrare (0.5) che cosa in questo tipo di dattica fa (0.4) davvero la differenza, (0.6) in un certo senso.

24 M: Io credo che in qualche modo anche noi stiamo lavorando parallelamente, (0.8) in modo differente però, (0.3) a questo tema. (0.7) Tra l'altro prima mi ero dimenticata di mensionarti anche i materiali Castelnuovo. (0.6) Cioè, io comunque citerei, >per cercare di abbracciare più insegnanti possibili<, anche gli artefatti.. (0.7) Lei non ha dato dei nomi. (0.4) Quelli erano gli artefatti, diciamo, che le utilizzava, (0.4) manipolativi, insomma, hai presente..(0.4) Dal geopiano, (0.5) insomma, con gli elastici, (0.4) ai poligon:i, (0.3) diciamo, i parallelogrammi (0.4) quelli articolabili, (0.3) che c'hanno quell:e..(0.6) i vertici, diciamo articolabili, per cui possono essere in qualche modo modificati (0.5) con questi movimenti. (0.7) E io penso che siano anche utili, (0.5) molto molto interessanti. (0.8) Per un altro verso anche io ho fatto, diciamo, >poi alla fine sono arrivata ad occuparmi di questo< per.. (0.6) per questioni varie, (0.4) per incontri vari. (0.7) Anche io per la mia tesi dottorato, in realtà, ho lavorato (0.6) a stretto contatto con, (0.7) in una scuola primaria, con un insegnante che era, (0.7) è del movimento di Cooperazione Educativa, (0.6) quindi si ispirava a Frenet. E quindi, diciamo, (0.4) loro sono molto attenti (0.5) alle attività, in cui il (0.6) discente, l'alunno, (0.5) il learner insomma, è molto chiamato a fare (0.9) e a pensare ma mentre fa, (0.7) magari anche dopo che fa. (0.6) E quindi sono molto attività basate (0.5), come dire, <sull'attività del discente>. (0.5) E ho avuto uno shock, (0.7) perché io comunque, (0.3) da studentessa di matematica, invece ero abituata a tutt'altro. E però mi viene da dire che noi poi, matematici, (0.6) ecco, (0.4) dobbiamo avere questi incontri che scioccano un po'. (0.3) Nel tuo caso è stato..

25 I: con me stessa

26 M: con te stessa sì, perché riflettevi su di te, e anche io riflettevo su di me, però non ero mai stata esposta invece a questo tipo di insegnamento. Quindi, quando..(0.3) se qualcuno, così, (0.3) se fossi io, giovane, (0.3) messa di fronte a un questionario che tu gli vai a somministrare, (0.5) quindi giovane laureato in matematica, (0.6) quando tu mi fai questi riferimenti, io, (0.3) non avendoli vissuti, faccio fatica a capirli. (0.2) Ora li capisco e ci metterei delle..(0.4) Quindi, io credo, che quando fai un lavoro del genere, (0.4) la verità è che tu ti (0.5) confronterai con delle persone che comunque non capiranno. (0.6) Cioè, (0.4) chi ha avuto esperienza di qualcuno di questi artefatti, (0.4) in qualche modo di qualcuna di queste esperienze, diciamo, di apprendimento attivo, (0.6) allora magari dici un nome diverso, però lui (0.4) collega la tua domanda alla sua esperienza. (0.6) Chi non l'ha mai avuta, eh, (0.8) secondo me sarà in difficoltà. (0.4) Quindi probabilmente risponderà con questa lente.

27 I: Quindi c'è un problema, diciamo, proprio sì, legato alla chiarezza, ecco

28 M: Sì, secondo me è un tema, (0.8) per cui la tua domanda mi è piaciuta molto.

29 I: Ecco. Poi, sì, (0.8) diciamo, questa era la questione della definizione, diciamo, della presentazione e quindi anche degli esempi. (0.6) Poi, invece, la cosa che (0.7) nel merito, (0.3) poi, la cosa che mi (0.4) interessava poi sapere, come punto di vista proprio, (0.3) sia da ricercatrice, (0.3) che da insegnante, (0.3) e da persona che ha a che fare con gli insegnanti, (0.5) se (0.6) queste (0.4) tipologie di attività nella scuola sono importanti, (0.4) e per quali motivi principalmente sono importanti.

30 M: Sì. Infatti me l'ero segnato. (0.4) Allora, (0.5) voglio soprassedere sull'importanza anche, in qualche modo, testimoniata dagli studi neuroscientifici che tu hai citato. (0.5) Quindi, tutt:i, (0.3) in qualche modo, gli approcci teoric:i (0.4) a partire dall'embodied condition, (0.3) e che poi si vanno a declinare variamente anche in questioni più (0.3) <di neuroscienze>. (0.3) Io credo che siano, diciamo, (0.5) molto importanti per diverse ragioni. (0.5) Uno, (0.4) rispetto al discorso che (0.2) tu rendi più efficace il processo di insegnamento e apprendimento, (0.3) nella misura in cui stai creando, diciamo, delle.. (0.5) una situazione di benessere, (0.6) che uno potrebbe dire (0.9) "Lo metto in secondo piano", diciamo, (0.4) rispetto a (0.9) il risultato cognitivo, ma secondo me è un benessere che, (0.4) invece, è molto collegato all'efficacia (0.3), poi, della (0.3) comprensione del concetto. (0.3) >Tu parli di concetto quindi riprendo una tua parola. Io solitamente non parlo di concetto<, però mettiamoci su quest:a (0.3) linea qua. (0.5) E anche, diciamo, di sviluppo di (0.4) atteggiamenti (0.4) positivi (0.3) nei confronti della disciplina, che secondo me, al momento, sono di primaria importanza.(0.3) Anche una visione corretta, (0.3) ed epistemologicamente corretta della disciplina, (0.3) rispetto ad altre strade <tradizionali> (0.4) che invece prevedono comunque <l'esecuzione di esercizi codificati>. (0.4) Quindi c'è sicuramente, in qualche modo, la possibilità di lavorare in maniera più significativa, (0.4) in cui lo studente è effettivamente attivo e protagonista della costruzione della sua conoscenza perché, (0.3) in qualche modo, già la (0.6) <messa a punto di materiali che prevedano l'esplorazion:e>.. (0.5) Io però, da questo punto di vista, mi distacco un po' da Montessori. Io non sono un'esperta, però io penso anche che i task attorno agli artefatti siano importanti, quindi sono un po' più..(0.4) vado sulla scia della mediazione semiotica, Bartolini Bussi e Mariotti. (0.3) Quindi (0.4) mi piace tantissimo la cura che c'è nei materiali Montessori, e tra l'altro mi sto convincendo che (0.3) tutte queste <grandi (0.5) visioni>(0.4) e poi anche sviluppo di materiali, (0.4) sono sempre connessa a delle situazioni di difficoltà, (0.4) che però poi diventano strumenti che (0.3) amplificano e migliorano l'efficacia, anche in situazioni in cui magari queste difficoltà non sono presenti. Quindi (0.4) credo molto.. (0.3) Noi lo stiamo facendo, per esempio, con i contesti antidispersione. (0.5) Quindi, >l'altro motivo per cui secondo me sono molto importanti< è che sono molto inclusivi. (0.5) Ma perché sono inclusivi? (0.5) Perché sono il meglio. (0.4) Quindi già il fatto che tu ti stai ponendo il problema di riflettere su (0.4) che cosa significa, diciamo, approcciarsi alla costruzione delle rappresentazioni dei numeri, (0.3) al concetto di numero attraverso le rappresentazioni con dei raggruppamenti, (0.3) dei materiali che già prevedono i raggruppamenti per 10, (0.3) quindi già sei messo su quella strada e (0.5) quando devi fare delle operazioni con i numeri li fai in colonna per quel motivo. (0.3) Insomma un materiale che ti permette di entrare <in connessione con il concetto matematico>, con le sue rappresentazioni, (0.3) con le rappresentazioni, diciamo, che si usano (0.4) più comunemente,(0.5) secondo me, insomma, stai facendo il tuo lavoro. Il problema è che fino ad ora non è stato fatto, (0.3) e si dava un po' per scontato e si. (0.7) secondo me, riperpetuavano dei copioni di lezioni di matematica tradizionali che però non mettevano, (0.5) non solo il bambino in condizione di essere protagonista, (0.3) ma anche l'insegnante di essere protagonista della sua professione. (0.4) Cioè, io, (0.5) ecco, guarderei anche (0.6) al ruolo dell'insegnante che deve cambiare (0.5) ed è questa, secondo me, la sfida più grande. (0.4) Noi abbiamo tantissimi materiali già predisposti, altri li potremmo predisporre, ma (0.4) deve cambiare proprio <l'idea di insegnante>.

31 I: Anche in riferimento proprio all'insegnamento stesso quindi, non solo nell'ottica dell'apprendimento dello studente.

32 M: Assolutamente.(0.8) Sì. E' proprio.. (0.4) cambia il processo di insegnamento-apprendimento. (0.4) Cioè (0.3), avere, diciamo, una visione dell'attività matematica che prevede l'utilizzo di questi artefatti (0.6) cambia, intanto, <la conoscenza (0.3) che deve avere> l'insegnante.

33 I: certo

34 M: Ma anche la sua visione d'insegnamento, (0.4) cioè che dovrebbe cambiare. E (0.8) e dall'altra

parte <un insegnante regista (0.6) di queste attività fatte con questi manipolativi (0.7) o anche attività a corpo intero>. (0.6) <Io metto anche, per esempio, (0.5) io non lo so se tu hai avuto modo di entrare in contatto con le prospettive..> (0.4) Tu sei stata a Roma, però a Tor Vergata, invece alla Sapienza, (0.5) con Nicoletta Lanciano, (0.4) quindi (0.3) anche (0.7) esperienz:e.. (0.5) Io, per esempio, ora che ho fatto il corso di Didattica della Matematica in Formazione Primaria, (0.4) ne ho anche parlato di esperienze in geometria con (0.4) le ombre del sole, (0.4) quindi lì..(0.3) <In cui comunque c'è bisogno di artefatti>, (0.4) perché lì per esempio tiri fili per collegare il punto del corpo rispetto al punto corrispettivo nella sua ombra, no?! (0.5) <Quindi tirare questi fili che diventano i raggi paralleli>, (0.3) creo comunque queste..(0.4) queste visioni. (0.3) Quindi anche lì, in realtà, (0.3) <c'è una gestione di artefatti>. (0.3) Ma artefatto comunque è un'espressione ampia, (0.4) che ha al suo interno tante poi sfaccettature. (0.4) Pure lì sono con tutto il mio corpo, (0.5) immerso stavolta nella natura, (0.4) quindi utilizzo <la natura come (0.3) artefatto di apprendimento>. (0.7) Anche lì, insomma, sono cose bellissime, che.. (0.5) che ti appassionano, (0.3) che prevedono l'utilizzo di un corpo che si muove. (0.3) Bambini, ragazzini che sono vivaci, no?!, nella loro età. (0.5) Non è un corpo che ostacola, (0.3) ma un corpo che viene messo, diciamo, (0.5) al centro (0.4) dell'esperienza. (0.3) Quindi lo porto fuori, nel prato, (0.6) fa un'azione di osservazione (0.4) e anche di congettura di quello..(0.3) di quello che vede, (0.4)quindi un'attenzione differente. (0.7) Questo è un po' diverso, diciamo. (0.5) Mi senti?

35 [...]

36 M: No comunque, insomma, sicuramente (0.8) lo vedo..(0.5) Infatti in una delle domande del punto dopo, (0.3) mi ero segnata questa cosa che ti volevo dire. (1.5) Mi senti?

37 I: Adesso sembra di si.

38 M: Comunque, diciamo, io metterei molto (0.7) la riflessione sul ruolo dell'insegnante.

39 I: Ok, e (0.5) in particolare, allora, rispetto al ruolo dell'insegnante: (0.3) quali sono, diciamo, (0.4) le convinzioni che si devono accoppiare con la presentazione di queste attività. (0.8) Con questo intendo sia le considerazioni, le consapevolezze, le conoscenze, che dovrebbero, (0.4) tra virgolette, accompagnare la presentazione nella propria didattica di queste attività, (0.3) la presenza, (0.4) nella propria didattica, di queste attività.

40 M: Allora, io..(0.5) Scusami se ritorno ancora una volta alla cosa di prima e poi mi ricollego a questa domanda. (0.3) Rispetto il perché, anche, è importante includerle, (0.7) e poi mi collego alle condizioni degli insegnanti, (0.8) l'altro motivo è che credo che (0.6) negli ultimi, diciamo, 100 anni, (0.7) la nostra visione della matematica e dell'apprendimento della matematica (0.8) <passa molto attraverso il codice linguistico, (0.7) il codic:e (0.3) simbolico, (0.5) comunque, diciamo, fatto da (0.4) stringhe di segni (0.8) matematici, (0.5) ma anche espressione linguistiche appropriate>. (0.4) E però immagino, invece, non lo so, (0.4) da ricercatrice, mi immagino, (0.3) anche in questo momento così sconvolgente, (0.4) che ci possa essere invece <un'intuizione che passa per il corpo>. (0.5) Che ora come ora non siamo ancora stati in grado, come (0.5) genere umano, a (0.6) veramente a utilizzare (0.6) a livello, diciamo, grande. (0.3) E quindi, anche questo, (0.3) io mi aspetto che sia anche uno sguardo verso il futuro. Diciamo, (0.4) un utilizzo del corpo che che ci permetta anche di avere delle intuizioni che altrimenti non avremmo. (0.4) Quindi non solo, diciamo, un fatto che è più efficace per <apprendere quei segni e metterci in una situazione codificata di conoscenze matematiche già ben prestabilite>, ma anche avere la possibilità, diciamo, di avere intuizioni, diciamo, che generano nuova conoscenza, (0.3) che non siamo ancora capaci di codificare per bene.

41 I: Come un'opportunità.

42 M: Si, un'opportunità si, (0.5) di conoscere qualc..(0.3) Però in questo l'insegnante, appunto dicevamo, è messo al centro. (0.6) Le convinzioni che potrebbero in qualche modo guidare l'insegnante ad aprirsi a questa visione diversa dell'attività matematica,(0.4) >perché è proprio una visione diversa<, sono che sono attività di grande benessere, (0.5) se, (0.3) diciamo, ben..(0.5) ben progettate, (0.3) sia per lui che per i ragazzi. (0.4) Cioè, io quello che ho visto, è che, solitamente, (0.4) quando si utilizzano queste (0.3) metodologie, questi artefatti, la differenza..(0.7)

Io ne ho viste diverse, ne ho visto diverse e ho parlato poi con diverse persone, (0.3) anche con maestre Montessori, (0.3) anche con persone che hanno utilizzato il sensore di posizione, (0.3) anche con persone che hanno fatto la thinking classroom, (0.3) persone che hanno usato Emma Castelnuovo etc. (0.5) Sono in generale persone che stanno meglio (0.4) in classe, (0.3) e che quindi lavorano anche meglio in matematica, e (0.3) e quindi, in qualche modo per convincerli, (0.3) perché bisogna anche convincerli gli insegnanti, (0.3) paventerei delle situazioni di maggiore benessere, (0.3) che loro poi sono un po' restii a crederci, (0.4) però forse, facendoglielo anche un po' vivere il beneficio di una giornata in cui tu fai delle cose, (0.5) quindi non è che stai solo a scrivere alla lavagna, (0.3) fai sempre le stesse cose, (0.3) ti scocci tu e loro, tra l'altro. (0.5) Quindi, in qualche modo, fa parte di un ritualità che tu pensi essere quella giusta, <quella che funziona>, (0.3) perché così sei stato abituato e così pensi che dovrebbe andare la scuola, (0.5) in quella direzione. (0.6) E (0.4) però, (0.3) appena invece sei messo in un'altra situazione, (0.3) capisci quanto può essere veramente bello stare a scuola, a fare cose, (0.3) a progettare con i tuoi (0.3) colleghi. (0.5) E poi, (0.3) l'altra cosa che forse può interessare gli insegnanti e li può convincere, (0.5) non lo so, che poi dipende dalla loro visione della loro professione e dell'insegnamento, (0.3) è quello di essere <estremamente inclusivi>.(0.4) Ma inclusive in senso largo, (0.4) cioè tu includi sia le difficoltà che le eccellenze, (0.3) se sai lavorare bene con.. (0.3) in questa prospettiva. Quindi (0.5) in qualche modo farei anche vedere questo aspetto. (0.4) E l'altra cosa (0.5) è provar.. (0.4) Solitamente, diciamo, (0.4) questi artefatti, (0.6) lavorano anche su (0.4) temi, (0.3) o su contenuti matematici, (0.3) su argomenti matematici, che a volte non sono proprio centrali, (0.3) in quello che gli insegnanti pensano essere il programma, (0.5) >anche se sappiamo che non esiste sto programma<, (0.3) comunque loro sono in mente che esiste questo programma. (0.3) E allora, forse, fargli vedere come le stesse..(0.4) invece, gli stessi contenuti matematici, tu li puoi lavorare (0.3) anche in quest'altra maniera, (0.4) può essere un modo per invogliarli. Intanto perché li stai facendo, effettivamente, apprendere nuovi modi per >guardare a quello stesso contenuto matematico<. (0.4) Quindi questo per loro già, secondo me, è gratificante, (0.6) perché stai dando a loro la possibilità di (0.3) <acquisire nuova conoscenza>. (0.3) Cioè, se tu fai vedere un materiale Montessori (0.3) a degli insegnanti <di matematica> della scuola primaria, (0.5) >ma anche degli insegnanti di matematica della scuola< media, (0.6) secondo me c'è proprio un piacere, (0.3) nel dire "Ah guarda", (0.3) perché pure loro, cioè, cominciano a capirci di più. (0.4)Tra l'altro lo vorrei fare anche io, (0.5) io non è che conosco tutti i materiali. (0.3) Quindi è, secondo me, una una conoscenza che è un peccato che non l'abbiamo noi tutti che ci occupiamo di questo. (0.4) Ovviamente non tutti possono fare tutto, quindi mi rendo conto, (0.4) però è un aspetto molto importante, cioè, mi pare proprio un peccato. (0.5) Tra l'altro, mo mi viene in mente la Montessori, (0.7) Montessori è molto conosciuta all'estero, ma pochissimo in Italia. (0.5) Poi c'è tutto anche, secondo me, la dimensione politica che mi sfugge, anche sull'Opera stessa, sulla formazione stessa, che (0.4) in qualche modo, mi viene da dire, che (0.7) chi ha brevettato questi materiali, un po' come si brevetta il vaccino. Secondo me le cose migliori dovrebbero essere non brevettate e libere. (0.4) [Quindi penso che ci sia]

43 I: [Assolutamente]

44 M: Penso ci sia anche questo tipo di problema. (0.3) Però, ecco, io penso che la convinzione dovrebbe essere questa: <che si capisce meglio, (0.4) di più, (0.3) in una situazione di benessere, (0.3) includendo più persone>. (0.3) Quindi c'è tutta una serie di vantaggi, (0.4) rispetto al fatto che sicuramente c'è un investimento di energia iniziale, perché queste cose le devi imparare, (0.3) le devi conoscere, (0.3) te le devi procurare, (0.7) devi incominciare a lavorarci su, (0.3) con l'inevitabile insicurezza che accompagna le prime volte che fai qualcosa di nuovo. (0.6) Quindi anche questo lavoro un po' psicologico su di te,(0.3) che non sei proprio quello che sa già tutto, (0.4) sa già dove andrà a finire la tua lezione con quel materiale, (0.3) quindi all'inizio sarà un po' sperimentale.

45 I: In questo senso, diciamo, che cos'è che potrebbe essere un agente facilitatore, ecco, per (0.9) fare implementare in..(0.4) nella scuola, questo tipo di attività?

46 M: Tu dici su larga scala? (0.9) Fare delle formazioni (1.4) in cui dai a disposizione un materiale gratuito, (0.7) in cui premi, (0.3) mi viene da dire. (0.3) Nella.. (0.5) nel nostro contesto culturale, devi premiare in qualche modo le persone che lo fanno, (0.8) se tu vorresti avere un impatto

grosso subito, no?! E..(0.9) e però poi anche lavorare su una visione, diciamo, (0.4) politica, del discorso, diciamo, dell'inclusione. (0.4) Tu..(1.2) non so come..(0.7) come fare a convincere. (0.2) Perché, tra l'altro, dipende dalla situazione. Perché ci sono insegnanti che (0.5) lavorano, per esempio, in contesti socio-svantaggiati in cui hanno bisogno di (0.5) armarsi, (0.4) e quindi, in questo senso,tu rispondi ad una loro esigenza, (0.4) dandogli (0.8),diciamo, delle..(0.8) Poi ci sono insegnanti che lavorano nelle scuole di élite, (0.5) e anche lì, (0.8) perché lì rispondi a un'esigenza, diciamo, del fatto che là (0.4) vada chiesto il meglio, (0.3) >per quelli che capiscono che cos'è il meglio<, quelli che si interessano al senso della matematica, no?! (0.3) Cioè, tu devi vedere pure, all'uscita, (0.3) l'insegnante che cosa vuole che si sia sviluppata: (0.8) <una conoscenza dei perché, (0.4) del senso dei concetti (0.6) o la capacità di fare delle cose che non hai capito bene ma le sai fare molto bene, (0.4) ma sei anche un..(0.5) un ottimo.. (0.7) un ottimo, come dire, (0.9) persona che riesce a fare delle..()0.4 degli algoritmi e delle.. (0.6) delle..(0.3) delle procedure standard senza però aver capito il perché.

47 I: un performer

48 M: Un performer, (0.3) non mi veniva la parola. Vedi però è in inglese, tra l'altro, (0.3) in italiano non mi viene. (0.6) Quindi un po' anche ti devi chiedere (0.4) rispetto all'obiettivo che hai. Non so.. (0.4) Io penso che, (0.4) intanto, l'intenzionalità dell'insegnante sia bene farla uscire fuori, (0.7) con..(0.5) Perché magari la tua intenzionalità è quella (0.5) anche di aderire, invece, ad una visione che tu hai del bravo insegnante, (0.3) che è in quei canal:i..(0.4) Cioè spesso, anche, (0.3) utilizzare questi materiali è un po' di rottura (0.4) con le pratiche che si fanno a scuola. (0.3) Quindi un insegnante può essere anche convinto che siano effettivamente più efficaci, ma ha paura di esporsi rispetto ai colleghi o rispetto al dirigente, con una richiesta che può sembrare veramente rivoluzionaria, no?! Allora, invece, preferisce stare un po' più nell'ombra a fare le cose...(0.7) E' molto un lavoro sull'insegnante, (0.3) sul suo ruolo, sulla sua visione.

49 I: E che tipo di visione si dovrebbe accompagnare, diciamo, al.. (0.8) all'utilizzo di queste attività? In che ottica, (0.4) con con quali (0.3) obiettivi, anche, diciamo..

50 M: La comprensione del <senso delle procedure>, (0.4) la costruzione della (0.6) comprensione di quello che si fa, (0.3) volta per volta, (0.4) il materiale ti aiuta, (0.3) e una riflessione che espliciti però, ovviamente, questo. (0.5) Quindi non solo il materiale, (0.3) ma anche poi >tutto il discorso che dicevo prima del quadro della mediazione semiotica della Bartolini Bussi< a me convince, perché c'è un artefatto, c'è una consegna con l'artefatto e poi c'è questa discussione matematica molto ricca, curata dall'insegnante, (0.3) che orchestra, diciamo, anche le scoperte che si fanno attraverso, diciamo, lo svolgimento del task con l'artefatto.(0.3) Quindi (0.7) deve accompagnare (1.1) l'utilizzo di questi artefatti (0.3) l'idea che l'apprendimento della matematica sia connesso alla costruzione dei perché e la comprensione, diciamo, il significato che (0.4) che c'è dietro ai concetti matematici, (0.4) se vuoi usare questa espressione.

51 I: E che tipo di (0.3) risultati attesi ci dovremmo, dovremmo..(0.5) in un certo senso, far.. (0.4) far aspettare a un insegnante? Perché, la mia impressione, ad esempio, è quella che spesso venga.. (0.3) venga forse frainteso il risultato che si può ottenere con questi materiali, e quindi poi è disincentivante, in realtà, quando uno non riesce (0.5) ad avere quelli che sono i risultati che si aspetta, in un certo senso.

52 M: Si, ma infatti per quello io parlavo di intenzionalità educativa.(0.4) Cioè effettivamente lavorare prima sull'obiettivo che ha l'insegnante, (0.3) perché questi materiali lavorano verso, appunto, una comprensione e una visione diciamo dell'apprendimento della matematica che va in quella direzione, (0.5) che quindi, se vogliamo, è anche <più faticosa rispetto ad altre>. (0.7) Perché tu stai cercando (0.5) ogni volta di tenere lo studente attivo a pensare quello che sta facendo, (0.3) a capirlo, (0.3) e quindi ti ci vuole anche magari più tempo, poi, per diventare un performer su un algoritmo, (0.3) però tu hai accompagnato alla performance dell'algoritmo (0.4) anche un individuo che riesca a dirti anche <il perché fa così>. (0.5) Quindi quella potrebbe essere, diciamo, una.. (0.3) un obiettivo che poi ti gratifica. (0.3) Quindi, rispetto a delle prove standardizzate di un certo tipo, il materiale non è, diciamo, per forza..(0.4) o comunque (0.3) anche queste attività (0.4) all'aria apert:a (0.4), io sono anche per l'outdoor education, (0.4) sono attività che richiedono molto tempo (0.5) e dietro, diciamo, alla.. (0.3) ad un concetto matematico, (0.4) a una costruzione (0.5)

di un task, (0.3) ci vuole molto tempo, no??!, anche l'esplorazione, eccetera. (0.4) Il ritorno che tu hai, anche rispetto a quella esperienza, rispetto a quella esplorazione del materiale, (0.4) il discente, diciamo, ha costruito(0.4) con senso quello che ha fatto, (0.6) se è stato poi, tra l'altro, aiutato anche a ricostruirlo questo senso. Quindi c'è poi anche bisogno di ritornarci sull'attività, (0.3) in vari modi, ci sono vari modi, varie tecniche. E (0.4) quindi può essere un po' quella (0.4) la risposta che uno si aspetta. Quindi, non essere quel performer veloce. cioè, (0.7) è accompagnata proprio da un'altra visione della matematica, capito? (0.5) Magari uno che utilizza materiali è anche più lento quando ti va a fare l'algoritmo scritto. (0.4) Se un'insegnante pensa che apprendere la matematica significa fare le moltiplicazioni o le divisioni fatte in un certo modo, ed è quello che si aspetta alla fine del suo insegnamento primario, (0.8) ovvio che il materiale, anzi, può essere anche una perdita di tempo. (1.2) Io credo che però, anche rispetto a certe prove, anche Invalsi, ma mi viene da dire.. (0.3) Io non sono una grande sostenitrice delle prove Invalsi, poi però devo dire che, secondo me, sono molto ben fatte e ci trovo diciamo un senso, (0.3) rispetto anche <alla possibilità di fare pressione> affinché un certo..(0.4) una certa visione della matematica poi entri nelle class:i.(0.6) Mi dispiace che venga fatta così, *tout-court*, perché andavano accompagnate, (0.3) perché sennò poi l'insegnante si sente un po' anche violentato e sconvolto. (0.3) Quindi, invece tu, stai creando un.. (0.4) un'innovazione in quello che chiedi in realtà nell'uscita della..dei ragazzi, lo fai accompagnando l'insegnante in questa innovazione. Quindi, sarei sempre molto.. (0.4) però per esempio molti materiali lavorano nel fatto che poi (0.3) un ragazzino non ha bisogno di essere addestrato alle prove Invalsi. Ma se si trova di fronte a delle situazioni in cui si riflette su alcune questioni, (0.3) il materiale l'ha aiutato a renderlo autonomo rispetto a queste riflessioni. (1.2) Quindi forse un lavoro così lo farei, anche di messa in parallelo: (0.4) "Ah, guarda. Abbiamo fatto questo.. (0.3) questa attività con questo materiale, guarda però, come in realtà è anche incorporato in questa (0.5) task degli Invalsi. (0.5) Non che ci interessa, che noi vogliamo addestrare all'Invalsi, (0.4) però siamo coerenti anche con quello che il sistema di valutazione nazionale ci chiede, quindi non è che ce ne stiamo andando da un'altra parte".

53 I: Quel tipo di consapevolezza, si. (0.4) E invece come, diciamo, tipologia di..(0.5) e insieme di strategie didattiche da accompagnare a questo tipo di pratiche per avere efficacia, (0.7) ci sono differenti strategie, che vanno bene per casi specifici? In generale, è più convincente un (0.4) certo tipo di guida didattica rispetto a un altro? Oppure cambia a seconda, ad esempio, dell'età? O del.. (0.59 del singolo caso, della singola classe? Cioè, come come si..(0.3) si rapporta, ecco, anche l'insieme delle strategie didattiche che un insegnante mette in campo quando (0.4) vuole affrontare in questo modo le attività da un punto di vista della valorizzazione dell'embodied?

54 M: Allora, se ho capito bene la domandam questa che mi fai è: quali caratteristiche che riguardano l'implementazione di queste attività a scuola ne determinano l'efficacia didattica?

55 I: Si

56 M: E' questa che però hai articolato ora rispetto a quello che ti ho detto io prima. Quindi l'hai cambiata

57 I: Sì, perchè mi è sembrato, in questo momento, più.. ((risata)) più denso di significato. (0.4) Perché se è sull'insegnante, no?!, il focus, allora a questo punto mi sembrava questo più interessante da capire.

58 M: Si infatti io, come risposta alla tua domanda di prima, avevo scritto che, se si parla di un'attività, non so si può prescindere dagli insegnanti, da come un'insegnante la gestisce. Quindi questo è quello è..(0.4) tu ne parlavi senza collegarlo all'insegnante. (0.7) Io metterei sempre l'attività collegata all'insegnante. (0.4) Ora invece tu mi hai fatto la domanda, che.. (0.4) Però ora (0.4) ripetiamola, (0.3) ripetiamola di nuovo così io la interpreto meglio.

59 I: Sì, Allora dicevo: quali strategie didattiche si possono accompagnare a una implementazione in classe di queste attività in modo da renderle efficaci? Se, queste strategie didattiche sono, in un certo senso, (0.4) >dipendenti dal contesto, dall'attività, dal singolo argomento, dalla singola classe< oppure c'è un..(0.4) in modo più generale, una certa direzione, (0.7) anche una sorta di guida, no?!, nel come uno deve provare a inserire nella didattica queste attività?

60 M: Allora, io penso che sicuramente dipende come conduce l'insegnante. (0.5) Intanto dovrebbe essere convinto che sta facendo qualcosa di bello, qualcosa.. (0.6)

61 Io credo che comunque prescinda dalla scuola, (0.7) dalla.. (0.3) dal particolare contenuto matematico. (0.7) Io farei proprio un discorso che l'insegnante deve essere convinto di stare facendo qualcosa, (0.3) portando qualcosa di importante ed efficace nella sua proposta didattica, (0.3) e che sia poi flessibile perchè sono comunque delle attività che possono portare a dei cambiamenti, del..(0.9) Non lo so, io vedo la formazione insegnanti come fondamentale.

62 I: Sì, quindi una flessibilità e una formazione i che sia in grado di gestire (0.7) questa flessibilità, in un certo senso

63 M: Si, deve essere una formazione sui materiali, (0.4) sulle prospettive, (0.3) con delle attività che uno può scegliere (0.4) che però ci siano anche degli esempi di conduzione (0.5) e qui ritorna il fatto che serve flessibilità da parte dell'insegnante, (0.3) richiedono il più possibile flessibilità. Cioè, prevedono, secondo me, (0.5) questo tipo di materiali e di attività delle caratteristiche contrapposte: (0.3) una programmazione che deve esserci, precisa, anche con criteri, una scaletta della lezione, molto chiara, non soltanto con gli obiettivi della lezione ma anche (0.7), poi uno può fare la descrizione del percorso che deve fare per raggiungerli, (0.6) in cui si può scegliere di fare un po' di attività manipolative, (0.3) un po' andare invece a dare compiti, (0.4) attività dove l'insegnante deve dare l'input attività e però deve essere anche molto chiaro che deve essere flessibile.

64 […]

65 M: Quindi va bene, dicevo insomma, attenzione alla progettazione però con flessibilità, mi viene in mente il design e il re-design (0.4) dei cicli. Vabbè, quella è la Design-based-research. (0.4) Però, anche rispetto invece proprio, come approccio alla progettazione didattica, (0.4) forse darei anche queste..(0.5) questi strumenti agli insegnanti, che.. (0.3) che ovviamente devono crederci, e quindi ci devono investire energie. (0.5) Tu in quel modo, insomma, stai richiedendo che ci investano molte energie, attivandoli appunto, e però, in qualche modo, io credo che (0.7) bisogna convincerli facendogli.. (0.5) facendogli subito percepire che questo loro investimento di energie c'ha un riscontro. (0.3) Intanto il fatto che stanno facendo qualcosa che è bello, (0.4) che piace anche a loro. (0.4) Quindi anche la bellezza, (0.5) anche la bellezza di questi materiali, no?!, di questi problemi solving che si possono fare con i materiali .

66 I: Si, e in questo senso qua, (0.4) diciamo, (0.3) i limiti, appunto, del..(0.5) nella ricerca di un'applicazione, sono sicuramente quelli del..(0.5) del grande impegno che è richiesto agli insegnanti, (0.7) senza dubbio. (0.4) Però, ci sono anche dei limiti che sono proprio limiti costitutivi di queste attività? Per esempio, che (0.4) hanno un margine di applicabilità? Che hanno un (0.4) margine nei risultati che si possono ottenere? Limiti (0.6) sia dal punto di vista della pratica didattica, quindi legati a condizioni più (0.7) più concrete, ma anche invece limiti (0.5) intrinseci nell'attività al fine dell'apprendimento, proprio.

67 M: Io non ne vedo. (0.5) Io personalmente non ne vedo. (0.8) Però ecco, io immagino che queste attività facciano parte di un percorso più ampio, (0.7) proprio una proposta più ampia, in cui c'è (0.49 anche magari un'attività di riflessione successiva. Cioè, io non limito l'attività di laboratorio, di manipolazione, all'attività in cui il ragazzo manipola, eccetera. Ci può essere anche un momento in cui quel tipo di esperienza viene ripresa (0.5) in una discussione, in un problema, in un esercizio carte e penna. (0.7) Cioè, immagino, ecco, una regia più complessa, (0.4) per questo non vedo limiti. (0.5) Non ne vedo proprio, (0.8) anzi, cioè, vedo solamente vantaggi.

68 I: Perfetto. E come, diciamo, azioni che uno potrebbe compiere in maniera.. (0.8) per favorire, (0.4) oppure azioni che..(0.4) che invece sono di ostacolo all'implementazione di questi metodi, (0.4) [ne vedi qualcuna?]

69 M: [Si, su questo c'ho riflettutto un po'], anche grazie a Peter Lijedhal, devo dire la verità. (0.6) Che quando è venuto da noi ha fatto questa cosa proprio di rottura, (0.5) questa cosa di farci alzare, no?! (0.8) E lui parla di queste norme istituzionali che sono assorbite in modo inconsapevole dagli insegnanti (0.7) che però sono semplicemente assorbite, (0.4) non messe mai in discussione. (0.5)

Cioè il fatto che tu, quando sei a scuola, devi stare seduto, (0.5) ti viene dato, (0.3) intanto da come è organizzata la classe in cui entri >e anche dal fatto che tu l'hai sempre vissuta così<, però, (0.3) in realtà, non c'hai mai riflettuto che tu in realtà quei due banchi li potresti proprio togliere e spostare, la classe la potresti completamente rivoluzionare, la puoi predisporre. (0.4) So che ci sono degli insegnanti che lo fanno, (0.5) per esempio, ci sono delle microculture. (0.7) Anche nella nostra regione, a Reggio Emilia, in cui gli insegnanti, (0.4) perché sono in qualche modo stati coinvolti, dagli anni 70, in delle situazioni anche culturali differenti, (0.5) sono abituati ad allestire le classi quando inizia l'anno. (0.6) Cioè gli insegnanti vanno qualche giorno prima, quando inizia l'anno, nelle classi di scuola primaria e allestiscono la classe: (0.4) fanno l'angolo tot, l'angolo così.. (0.3) No con i materiali Montessori [però..]

70 I: [La stessa], la stessa concezione, cioè di creare un ambiente adatto all'apprendimento.

71 M: Sì, lo stesso fa Peter. Quindi un ambiente adatto (0.5) con queste lavagne, (0.3) con i banchi spostati,(0.4) e ci sono tante riflessioni sul fatto che l'ambiente è questo <maestro invisibile> di cui nessuno ha consapevolezza, (0.4) e che invece andrebbe sfruttato. (0.5) Si parla proprio di <analfabetismo dello spazio> da parte degli insegnanti. (0.5) Ma questo, diciamo, proviene dal fatto che ci sono delle cose che non sono state messe a consapevolezza. (0.4) Quindi, io credo che qui, la formazione docenti, ancora una volta, può lavorare in questo modo, (0.8) rompere, diciamo, queste.. (0.3) questo incanto in cui tutti quanti siamo e per cui cioè (0.4) pensiamo che le cose debbano andare così, perché sono sempre andate così, la (0.5) la lezione matematica si fa così, (0.7) e quindi ci vuole qualcosa di rottura. (0.3) D'altra parte, mi viene in mente, chi già invece.. (0.4) Qualche insegnante che ha preso consapevolezza del fatto che, in realtà, è tutto da scrivere, (0.4) è tutto da dire, (0.4) ed è lui in qualche modo il protagonista di questo.. (0.3) di questo libro, (0.7) si può trovare ostacolato da dirigenti, (0.4) da personale ausiliario, (0.3) che se lui cambia la posizione dei banchi, (0.3) cambia le cose, (0.5) può essere ostacolato. (0.6) E dire: "Ma chi t'ha dato l'autorizzazione?"(0.5). Cioè, questo sicuro c'è.(0.8) Quindi c'è (0.4) un ostacolo da parte.. (0.5) deve essere <un sistema scuola già pronto ad accogliere questo cambiamento>, che viene richiesto da qualsiasi tipo di pedagogia attiva, io la chiamerei. (0.3) Cioè io ho capito che ci sono tanti filoni, differenti, che si esprimono in vario modo, che però.. (0.8) A iniziare da Dewey, (0.4) che io sto cercando di leggere, sto cercando di capire, perché poi non sono i nostri studi, (0.3) pure io sono una matematica, (0.4) ormai prestata alla didattica della matematica da tanti anni, (0.5) ma ci sono delle cose di base che mi mancano (0.8) e che però mi vorrei fare, (0.6) perché veramente ci credo tantissimo. (0.5) Ci credo tantissimo, ti ho detto, secondo me funziona in tante situazioni, (0.7) sia come inclusione che come eccellenza. (0.9) E non è un caso che, appunto, le scuole Montessori poi vengono..(0.4) sono esportate in tutto il mondo, (0.4) sono conosciute. (0.6) Perché, (0.4) insomma si capisce che è di valore. (0.8) Chi..(0.6) se..(0.8) <chi lo conosce poi lo capisce>, (0.6) però, (0.5) ti ho detto, con tutti (0.5) i limiti che ci possono essere invece da questa (0.6) anche brevettazione del metodo e dei materiali.

72 I: Certo, ok. Una cosa che proprio invece mi..(0.3) mi incuriosisce, diciamo, di per sé. Cioè, queste..(0.3) l'inclusione, in questo tipo di pratiche, da quali fattori è determinata? Dal fatto che ci sia, (1.2) ad esempio, libertà di esplorazione, dal fatto che ci sia (0.8) libertà nello stile, tra virgolette, di apprendimento che uno può applicare, dal fatto che si.. (0.7) si bypassa, diciamo, l'unico canale linguistico, come hai detto..

73 M: Quello, (0.5) secondo me quello, (0.4) cioè è proprio quello. Nel senso che, per esempio, nei nostri casi, quando noi ora stiamo facendo queste progettazioni per i progetti anti-dispersione, abbiamo a che fare con bambini che hanno delle carenze socio-culturali e che quindi, anche rispetto alle competenze linguistiche, hanno delle difficoltà: (0.5) spesso parlando solo il dialetto, (0.4) spesso quando si trovano di fronte a un problema di matematica è proprio la codifica linguistica, cioè il *word problem*, il problema matematico dato attraverso (0.3) solamente parole (0.4) che li può ostacolare. (0.6) Quindi, secondo me, by-passare la codifica linguistica da un lato, secondo me, permette maggiore inclusione. (1.3) Dall'altro (0.9) permette anche, come dicevi tu, un'esplorazione libera, >che è molto interessante<, diciamo, proprio nel rendere attivo il discente nella sua fase di esplorazione, e dall'altra ancora, (0.6) può dare ancora delle intuizioni, che uno non si aspetta. (0.5) Secondo me sono generativi (0.3) questi approcci, (0.5) cioè permettono alle persone di creare nuove..(0.4) nuova conoscenza. (0.3) Perché sono (0.6) già di per sé molto (0.4)

aperti a diversi tipi di esplorazione.

74 M: E diciamo, in quanto ai ruoli? Allora, sicuramente, il ruolo dell'insegnante è un ruolo che.. (0.4) che vedi centrale come.. (0.4) come ruolo all'interno (0.6) della gestione dell'attività, (0.3) già in fase appunto di progettazione, e poi in fase di (0.6) controllo, ecco, di come evolve. (0.5) Ma il ruolo, per esempio, dei pari, il ruolo del singolo studente, il ruolo del.. (0.4) del materiale, (0.5) come pesano nella dinamica?

75 M: No, no pesano. Tutti quanti c'hanno un valore fortissimo. Quindi (0.5) lui, (0.4) l'insegnante è il regista,(0.6) il materiale, sia inteso come materiale ma anche come spazio, (0.4) quindi organizzazione dello spazio è centrale, (0.5) e però è l'insegnante che comunque lo (0.6) predispone. (0.4) E il ruolo dei pari anche, (0.4) sempre però l'insegnante che gestisce la collaborazione tra pari e la (0.5) orchestra e la gestisce, no?! (0.4) Cercando in qualche modo, (0.6) sfruttando il più possibile di sfruttare la potenzialitàche ci può essere da una (0.6) <collaborazione tra pari>. (0.8) Però sono tutti elementi che fanno.. (0.8) Insomma, sono fondamentali. (0.8) Senza.. (0.6) cioè, non possiamo toglierli questi elementi, (0.7) nessuno.

76 I: Va bene, io penso che ho chiesto.. (0.4) Ci sarebbe da parlarne ancora tanto a lungo, però penso che ti ho chiesto più o meno tutte.. tutte le cose che mi urgeva, diciamo, affrontare in questo momento. (0.8) E grazie davvero.

77 M: No grazie a te. Poi, mi terrai aggiornata sugli avanzamenti della ricerca. (0.4) Tu a che punto sei ora del tuo dottorato?

78 I: Io sono al secondo

79 M: Ok

80 I: Però diciamo che allora, io ho fatto un percorso un po' strano, perché io volevo portare (0.6) un'attività nelle classi. (0.8) Poi con la pandemia, insomma, diciamo che la cosa è stata ovviamente, (0.6) è passata in secondo piano. E mi sono cominciata invece a strutturare un po' l'idea di ricercare anche il punto di vista degli insegnanti, (0.7) perché è un po' lì anche che, secondo me, sta il (0.8) il cuore della faccenda. Perché uno può portare delle.. (0.7) alla ricerca può portare magari risultati positivi di quello che viene fatto, anche in maniera forse quantitativa, e che quindi possono rinforzare, diciamo, proprio (0.5) la credibilità del metodo. Però poi uno deve.. (0.5) deve cercare anche di capire che cosa c'è poi nella scuola, quelli che sono invece contesti che naturalmente non sono coinvolti in progetti del genere. E' abbastanza interessante, da un punto di vista della ricerca, andare a vedere che cosa succede nelle classi dove lo fanno, (0.8) però è altrettanto interessante invece capire (0.7) qual'è anche un po' l'idea che invece c'è in generale su queste tipo di attività, (0.6) quali sono i limiti che vengono visti intorno a queste attività, sentire un po' la voce anche (0.4) proprio degli insegnanti (0.5) per capire che cosa si aspettano da queste attività e..(0.3) e questo mi sembra un qualcosa che..(0.5) che potrebbe essere interessante. E ho, (0.9) nel mio progetto di dottorato, (0.8) la collaborazione con l'Australia, per cui ho una visione che è multiculturale, con un contesto che è (1.2) molto distante dal nostro, e quindi (0.3) ho pensato che potesse essere, diciamo, una buona idea quella di andare a vedere questa..(0.7) questi tipi di interpretazioni anche quanto siano dettati poi da un contesto culturale, da (1.2) appunto un.. (0.9) Questi.. (0.7), non mi viene in mente come l'hai detto, però insomma [questo..]

81 M: [queste norme istituzionali]

82 I: Esatto, queste norme istituzionali, che non sono esplicite. (1.1) Penso che sarebbe molto interessante Se.. (0.4) se riesco a capire (0.3) anche solo la possibilità di profili (0.4), differenti, (0.4) a seconda del contesto (0.5) culturale o.. (0.5) o anche il contesto sociale, (0.3) o anche singolarmente (0.6), in questo senso.

83 M: Va bene, molto interessante. Poi mi dirai. E invece in Australia con chi sei in contatto? Io non è che conosco molti australiani.

84 I: Io.. (0.5) Il mio tutor l'ha è Vincent Geiger

85 M: Che dove sta in Australia?

86 I: A Brisbane nella Australian Catholic University.

87 M: Ok

88 I: E lui non..(0.5) Lavora principalmente sulla numeracy, ma anche sull'applicazione, diciamo, alla (0.8) modellizzazione matematica, (0.7) cose un po' distanti da questo.

89 I: Ti ringrazio del tuo tempo, della sua disponibilità e davvero del tuo aiuto in in tutti i sensi.

90 M: Grazie a te. In bocca al lupo

91 I: Crepi. E..(0.4) mi avevi chiesto una cosa sull'articolo che non avevo assolutamente..

92 M: Si, questa cosa sull'articolo di Bakker che mi avevi mandato, che non ho avuto ancora modo di leggere, ma tu sei in contatto con Bakker? Io sono molto incuriosita da Bakker.

93 I: Io ho letto su.. (1.3) Diciamo, io mi ero incuriosita al filone di Abrahamson e su questo.. (0.8) Per questo motivo ho visto questo articolo di Abrahamson e Bakker. (0.8) Però, quello è un punto di vista proprio di più sul.. (0.6) sul costruire pratiche di insegnamento che hanno a che fare con l' enactive. Quell'articolo lì, in particolare, e quindi mi è sembrato proprio calzante in questo senso.

94 M: A me ha molto incuriosito, (0.9) perché (0.8) io sono rimasta molto colpita dalla presentazione che lui ha fatto al seminario nazionale. (1.2)Non lo so, (0.8) mi sono sembrati.. (0.6) Beh, noi stiamo lavorando su questi temi anti dispersione da diversi anni ormai, sono 3-4 anni e.. E vabbè. (0.6) Poi, per altre strade, io mi sono interessata, (0.3) anche perché, appunto, per la mia tesi di dottorato, io sono stata a seguire per 10 anni delle classi che lavorano nella prospettiva (0.5) frenettiana, e quindi mi sono innamorata poi di questi approcci, e poi dopo, va bene, ancora altre esperienze sempre..(0.6) che definirei enattiviste. (0.6)

95 [...]

96 [...]

A parte che noi lavoriamo in questi contesti in cui vediamo che (0.5) i materiali sono fondamentali.(0.7) Cioè, se gli insegnanti avessero un po' di.. (0.6) di conoscenza e di formazione rispetto all'uso di materiali, ma sai quanti bambini non si perderebbero?(1.5) Quindi per questo..(0.5) va bene. Ti lascio che c'ho un altro incontro con uno studente alle 18. Già gli ho detto che faccio 5 minuti di ritardo

97 I: Scusami che ti ho fatto perdere tempo. Grazie

98 M: No, no, sono io che mi sono trattenuta ora ,no no figurati. In bocca al lupo.

99 I: Grazie mille davvero.

100 M: A te Alessandra, In bocca al lupo, ciao.

1 DOMINGO PAOLA

2 I: Nella mia ricerca sono interessata proprio a comprendere qual è la prospettiva degli insegnanti rispetto alla proposta e l'implementazione di attività che prevedono un coinvolgimento attivo del corpo degli studenti in modo esplorativo. Da notare che tengo nel.. un insieme di prospettive che possono essere quelli della.. del materialismo inclusivo di Natale Sinclair, oppure quello dell'embodied cognition, invece più legato agli aspetti della multimodalità, come nel gruppo di Torino, quindi una vastità di prospettive, dove però centrale è che il corpo non è una parte supplementare, complementare, ma è fondamentale proprio dell'attività in classe. Proprio nell'ottica di abbracciare tutte queste prospettive teoriche, ma nella volontà di comunicare con gli insegnanti, mi sono domandata quali potrebbero essere le parole e le terminologie, una possibile definizione da dare in modo da essere chiari e comprensibili, nell'ottica degli insegnanti, e volevo sapere il suo parere rispetto a questo.

3 D: Si, questo penso che sia un punto cruciale e di una difficoltà enorme, perché esiste veramente un grosso iato tra quella che è la ricerca didattica, lei lo saprà probabilmente meglio di me, la ricerca didattica di punta e poi quello che è il reale trasferimento in classe. Perché se non si è abbastanza entrati dentro a questi problemi, cioè se non ci si è scontrati lavorandoci proprio, quindi facendo ricerca, è molto difficile che si sia davvero interessati, al di là di un interesse che, per esempio, io potrei avere leggendo un romanzo, un bel romanzo. Mi interessa, eccetera, ma non entrerò mai.. difficilmente entrerò in contatto, non so, con un approccio di critica letteraria fatta a quel determinato romanzo che ho letto. E purtroppo, a mio avviso, è questo lo iato che separa la ricerca didattica di punta da quelli che sono poi.. Quello che gli insegnanti vivono quotidianamente in classe e quelle che sono le pressioni che sentono in classe. Quindi il discorso, per esempio, che il corpo sia fondamentale.. Perché quando abbiamo fatto ricerca didattica, appunto con Arzarello a Torino, eccetera, proprio io che pure ero abbastanza dentro a questi.. questi temi, argomenti, mi sono accorto solamente vedendo le mie di registrazioni insieme a Ferdinando, commentandole, eccetera, che mi veniva naturale fare un certo, diciamo, una certa azione, che era quella di accompagnare, a volte, le.. i gesti degli studenti. Per esempio, loro volevano dire, che ne so, una funzione cresce con la concavità rivolta verso l'alto, quindi la derivata prima è positiva, la derivata seconda è positiva, e dicevano "cresce sempre più", dicevano una cosa di questo tipo, no?!, "cresce tantissimo". Ecco, allora io cosa facevo: spesso accompagnavo lo stesso gesto, cioè ripetevo lo stesso gesto fatto dagli studenti, ma utilizzavo parole adeguate, cioè parole che facevano riferimento alla teoria. Il "sempre più" diventava "con derivata prima e seconda positiva" e, che ne so, una cosa di questo tipo, no?! E lo facevo in maniera inconsapevole. Arzarello.. Insomma, ce ne siamo accorti insieme, ma comunque Arzarello, no?!, me l'ha fatto notare e allora abbiamo costruito quel costrutto, diciamo, che si chiama *semiotic game,* cioè in cui l'insegnante, che è consapevole di questo aspetto, che si può lavorare in questa maniera, accompagna i gesti degli studenti. E però quindi.. Lo stesso gesto, fa lo stesso identico gesto, ma usa altre parole. E questo in qualche modo aiuterebbe l'evoluzione verso, come dire, un linguaggio più preciso, più adeguato, che fa riferimento alla teoria. Ecco una cosa di questo tipo, se viene fatta notare a un insegnante, si, può anche interessargli, ma molto probabilmente.. Almeno questo è capitato anche a me, perché io poi, insomma, con gli insegnanti parlo, faccio tante conferenze, tanti corsi, eccetera, vedo che c'è interesse nel momento ma poi, quando poi si tratta di implementarlo in classe, diciamo che si perde un pochino questa.. Quindi il fatto che il corpo non sia solamente uno strumento di comunicazione, ma anche uno strumento di pensiero e di costruzione inconsapevole di concetti, questa è una cosa che può interessare l'insegnante che poi va in classe e dice "Ok ma come lo traduco nella mia realtà?". Non è così semplice, ecco, fare in modo che questa idea che può essere anche intrigante, interessante per l'insegnante, venga poi in qualche modo perseguita e realizzata in classe. Diciamo che in classe si sta più attenti ad altri aspetti. Quindi è un punto cruciale, e quali parole utilizzare, eh, domandone da un milione di dollari. Probabilmente dipende anche.. Intanto bisogna vedere se ci sono delle parole che riescono a veicolare tutto quello che sta dietro una ricerca didattica. Non lo so, ecco, questo, e poi bisogna vedere su casi specifici. Ecco, per esempio, non so se il *semiotic game,* in qualche modo.. Quindi questo.. questo gioco in cui si accompagna il gesto, se basta una parola, uno slogan in qualche maniera, per interessare maggiormente l'insegnante o se invece bisogna andare in profondità e spiegare tutto quanto e vedere che è interessante e far tanti esempi e tante attività didattiche di questo tipo. Non so se ho risposto alla domanda, cioè non ho sicuramente risposto, ma insomma se ho centrato il problema

oppure no.

4 I: Si, assolutamente. La cosa, per esempio, che io pensavo, in maniera più.. più semplice, proprio senza scendere troppo nella profondità della ricerca, per cercare di vedere che cosa viene fatto a livello di coinvolgimento corporeo, cercavo delle parole, delle terminologie che mi.. Che facessero, tra virgolette "inquadrare l'importanza del corpo", oppure anche degli esempi. Per esempio: è importante fare degli esempi? Quali tipi di esempio sarebbe importante fare? Per esempio, sulla scuola primaria, un esempio potrebbe essere quello di Montessori o di Castelnuovo, che comunque avevano un coinvolgimento del corpo importante, con artefatti, con manipolativi, e sono abbastanza conosciuti diciamo; magari non nella profondità, ecco, del rapporto col corpo però sicuramente danno un'idea. O altrimenti percorsi di *coding* fatti nelle palestre, sono un altro esempio che magari gli insegnanti possono pensare. Ecco, nel.. nel suo caso, rispetto alla scuola secondaria, ci sono degli esempi di attività dove il corpo viene coinvolto che conoscono abbastanza gli insegnanti?

5 D: Ecco, che conosco abbastanza gli insegnanti e che abbiano facilità di reperirli non lo so, ma ce ne sono alcuni che sono, per esempio, basati sui sensori di posizione. E lì, veramente il corpo è profondamente coinvolto. Si vede proprio che nel movimento che fa.. In alcuni movimenti che fanno alcuni studenti, e che pure non sono capaci di tradurre in parole corrette, beh, si capisce che loro hanno profondamente compreso cosa vuol dire che una funzione sta, eh, sta crescendo con derivata seconda positiva, e quindi con la concavità rivolta verso l'alto, che una funzione è.. è convessa, che una funzione è crescente, perché se gli si dice "Muoviti in maniera tale che", loro son capaci a muoversi, lo fanno bene. Quindi è chiaro che, come dire, la conoscenza di questi argomenti c'è, ma inconsapevole, non riescono a tradurla in termini linguistici. Ci sono alcuni, invece, ragazzi che fanno molta meno fatica a tradurli in termini linguistici. E allora ecco che possono offrire agli insegnanti anche del.. degli strumenti per capire fino a che punto il livello di conoscenza sta diventando consapevole oppure no. Perché io penso che soprattutto, ma non solo nella scuola secondaria superiore, diciamo, il passaggio verso.. Da forme di conoscenza tacita e implicita a quelle più consapevoli sia un obiettivo essenziale da raggiungere, almeno in quella che è.. Che è la nostra cultura, diciamo così, occidentale, che è una cultura che riflette anche sulle proprie conoscenze, no?!, che argomenta, che.. che ha voglia di parlare di quello che si conosce e di confrontarsi su quello che si conosce. Quindi penso che sia un obiettivo essenziale. Ecco, il sensore di posizione, di movimento, sono oggetti formidabili. Non costano nemmeno tantissimo, ne basta uno per fare attività estremamente significative. Io ne ho portato uno spesso in giro, ma non so poi effettivamente quanti insegnanti li possono utilizzare. Eppure sono un formidabile approccio al concetto di funzione. Così come un formidabile approccio al concetto di funzione, ma qui è forse meno coinvolto il corpo, almeno il corpo nella sua interezza, sono più coinvolte le mani attraverso il contatto col mouse, beh, sono i software di geometria dinamica, oppure i Computer Algebra System. E' chiaro che, in quel momento, ma soprattutto nei software di geometria dinamica.. Cioè il discorso che io con la manina del mouse, no?!, prendo l'oggetto.. E' un po' come quello che Berthoz dice quando parla del senso del movimento, no?! Dice: ci sono i conduttori di aerei che sentono effettivamente attraverso le ruote il terreno, cioè lo avvertono, eppure sono le ruote che.. Non sono i piedi che toccano. Beh, loro lo sentono, hanno questa fortissima esperienza. Ecco, lo studente che impara, ma che impara a fare esplorazioni e qui.. Qui c'è un altro punto essenziale che bisogna far passare nella didattica, e che è responsabile, consapevole del proprio percorso, che è consapevole della responsabilità che ha nel proprio percorso di insegnamento-apprendimento. Perché se non ha questa responsabilità, se non avverte questa responsabile serve a poco. Beh, quello studente dopo un po' avvertirà il punto che sta prendendo, la funzione che sta prendendo. Eh, questa è la cosa.. è la cosa essenziale. Allora quelli sono strumenti formidabili, perché, per esempio, che questo gli insegnanti lo sanno, magari non ne sono così consapevoli, ma l'accesso agli oggetti matematici si ha solamente attraverso le loro rappresentazioni. Eh, io posso dire, posso definire cos'è una funzione: la definisco nel linguaggio insiemistico come <sotto.. particolare sottoinsieme del prodotto cartesiano>, ma è vuota come definizione per lo studente, devo riempirla con esempi, devo riempirla con qualcosa che sia più concreto, perché l'oggetto matematico è profondamente astratto, non lo posso né toccare né vedere, non posso fare niente. Però posso toccare, vedere e manipolare le rappresentazioni. Allora il Computer Algebra System o i software di geometria dinamica, mettono a disposizione diverse rappresentazioni contemporaneamente di uno stesso oggetto, per esempio, della funzione:

la rappresentazione numerica, la rappresentazione, diciamo così, simbolica con il linguaggio dell'algebra, le equazioni, e i grafici. Poi è vero che sono tutti simboli, eh, da un certo punto di vista, sono sempre simboli che si utilizzano, però sono simboli con uno statuto, diciamo così, sia epistemologico sia cognitivo, profondamente diverso. Perché i numeri sono concreti per gli studenti, li conoscono fin dalla scuola dell'infanzia, iniziano da bambini a dire 1,2,3, non iniziano a dire "a al quadrato meno b al quadrato uguale ad a più b per a meno b", quello ci arrivano dopo molto tempo. Quindi, anche se sono simboli, numeri e lettere, hanno uno statuto epistemologico e cognitivo molto diverso e lo stesso i grafici. Ecco, allora uno studente che lavora con un software di geometria dinamica, probabilmente corre meno rischi di confondere una delle rappresentazioni dell'oggetto, che ne so, la formula con l'oggetto, con la funzione. Se invece lavoriamo alla lavagna sempre con formule, tante formule, e qualche volta facciamo vedere un grafico, per lo studente la funzione sarà y uguale ad x al quadrato, non sarà quella una rappresentazione della funzione che ha lo stesso diritto come la tabella numerica e come il grafico. Ecco, quindi questa potrebbe essere forse un'idea che è abbastanza vicina a quello che gli insegnanti fanno in classe. E spiegare perché è necessario proprio lavorare all'inizio con questi software. Cioè, il software di geometria dinamica non deve essere qualcosa che io faccio per controllare se sono giusti gli esercizi che faccio a casa, come spesso viene veicolato, ma deve essere un qualcosa che aiuta lo studente a costruirsi significati, proprio attraverso l'uso di diverse rappresentazioni e a non confondere la rappresentazione con l'oggetto matematico. Questo è un esempio che io ho spesso portato e qui sento che.. Che gli insegnanti comprendono bene, sono abbastanza vicini a questo aspetto. E c'è un pochino il discorso del corpo, perché è chiaro che attraverso il movimento delle mani.. Conoscerà sicuramente Francesca Ferrara, loro avevano lavorato addirittura con l'*eye-tracker*, come si chiama, no?!, cioè con.. Addirittura quindi andavano a vedere quanto tempo gli occhi si soffermavano su una certa.. Quindi ci sono delle ricerche anche abbastanza approfondite su questi aspetti che fanno vedere come effettivamente l'aspetto percettivo motorio sia estremamente importante. E qui magari c'è un'altra riflessione, perché a mio avviso queste vanno accompagnate anche con riflessioni sul.. sull'atteggiamento dell'insegnante, no?! Perchè è chiaro che è molto importante. Qui c'è un.. A mio avviso, un bell'esempio, una bella ricerca che ha fatto Chiara Andrà, che è di Torino, adesso penso che lavori a Milano ma comunque faceva parte del gruppo di Torino, e lei parla di insegnante corpo e insegnante lavagna, non so se conosce la..

6 I: No

7 D: Eh, là.. E' molto bella, eh. Ha fatto un lavoro, poi l'ha abbandonato, a mio avviso invece è estremamente interessante e io lo utilizzo spesso quando parlo con insegnanti. Cioè, c'è l'insegnante lavagna che.. Ovviamente sono, come dire, idealizzazioni, classificazioni ideali che lasciano un po'.. Tutti siamo un po' lavagna, però è bene, diciamo, classificare, in maniera tale che così sappiamo in certi momenti dove siamo e come siamo più portati a essere. Bene, l'insegnante lavagna è colui o colei che si mette in quello spazio bidimensionale, e riempie delle lavagnate bellissime, che sono vere e proprie opere d'arte. In tutte le.. In tutte le esperienze, nell'immaginario collettivo di ogni insegnante c'è un insegnante dell'università o della scuola che riempiva queste lavagne benissimo, c'è sicuramente, quindi capiscono benissimo cosa si vuol dire. E capiscono che è una bella cosa. Io, per esempio, non sono mai riuscito. Inizio, a volte, quando faccio l'insegnante lavagna, inizio a scrivere bene ma poi non ce la faccio. Proprio sono portato in un'altra maniera a lavorare, però ci sono insegnanti che fanno delle cose bellissime e comunicano molto bene con alcuni studenti. Sono gli studenti più attenti, sono, come dire, nel medioevo si sarebbe detto sono proprio quelli che mandavano via i chierici quando questi non potevano dargli più niente, allora li mandavano via a calci nel sedere. E però ce ne sono pochi di studenti così, che sono motivati ad apprendere e quindi pendono dalle labbra dell'insegnante e vogliono capire, no?!, che sono motivati a capire, ce ne sono pochi. La maggior parte si perde se c'è anche un ottimo insegnante lavagna. E poi c'è l' insegnante corpo, che invece utilizza la profondità dello spazio, quindi si dimentica della bidimensionalità, entra nella.. nel campo d'azione dell'aula, va a rompere le scatole, sputacchia sugli studenti, si mette lì, una cosa schifosissima, eccetera. Però, in qualche maniera, è sempre lì a capire cosa gli studenti stanno facendo, non vuole vedere mani che coprono quello che.. Vuole vedere tutto quello che fanno. E quindi ha un rapporto con gli studenti in cui, diciamo, il contratto è quello "dovete dirmi quello che state facendo, non dovete nascondermi". E quindi io sono sempre lì a chiedere. E chiaramente lascia molto più in disparte quella sistemazione.. La sistemazione è lasciata un pochino agli studenti, a qualche momento

molto particolare. Ecco, per esempio, le nuove tecnologie, la didattica a distanza, in che rapporto ci mettono? Un bravo insegnante corpo, come si troverà nella didattica a distanza? Un bravo insegnante lavagna, come si troverà nella didattica a distanza? E con l'uso delle tecnologie, quando nel nostro spazio bidimensionale abbiamo non solo la *blackboard* ma abbiamo tutto quello che possiamo.. Software, eccetera. Così, io che sono insegnante lavagna me lo organizzo in maniera meravigliosa, questo spazio. Ma quanto mi seguono gli studenti? Ecco, questa è un'altra riflessione che potrebbe essere interessante. Forse creare un pochino d'attenzione ad aspetti un po' più raffinati, poi anche di ricerca. Perché, a mio avviso, per gli insegnanti che si dimostrano attenti, si può andare poi anche un pochino al di là e far capire, ecco, di cosa si sta occupando la ricerca, che ne so.

8 I: Sì, assolutamente. Ma.. E parlando proprio di convinzioni che dovrebbero avere gli insegnanti quando portano questo tipo di attività in classe: quali sono, diciamo, le convinzioni, le consapevolezze, anche gli atteggiamenti, che uno dovrebbe accompagnare alla proposta di attività, chiamiamole laboratoriali, che coinvolgono il corpo?

9 D: Questo, eh, purtroppo dipende anche tanto da quelle che sono le immagini della matematica che ciascuno di noi, più o meno consapevolmente, si porta dentro. Perché è chiaro che anche molta didattica universitaria, eh, contribuisce a fare della matematica un qualcosa di estremamente puro, raffinato, formale, distante anche da quella che è, come dire, l'applicazione quotidiana. Molta didattica universitaria, ovviamente non tutta la didattica universitaria, ma pensi, per esempio, quando si fa un corso in cui si presenta una.. Spesso accade, dal punto di vista assiomatico, no?!, una determinata a teoria. Quindi si parte proprio: definizione, assiomi.. Io ricordo un bravissimo insegnante, tra l'altro un ricercatore di primo piano a livello internazionale, non stiamo parlando di fringuelli eh, che era Lorenzo Robbiano, veramente, in algebra, un nome a livello mondiale, e ricordo che eravamo al primo anno, un mio compagno gli disse.. Lui diede una definizione e gli disse "Non ho capito", e Robbiano gli rispose "Le definizioni non si capiscono, si danno". Bam! Bloccati, no?!, al primo anno. Ecco, questo. Quest'immagine, chiaramente anche il carisma che aveva Lorenzo Robbiano, penso che abbia portato il 70, 80% di noi a dire "Le definizioni si danno, non si capiscono". E questo ce lo portiamo dentro; inevitabile, no? Perché, ripeto, non sono dette da, da.. Da una persona qualunque, sono dette da persone con.. E poi magari ci si scontra e si capisce, dopo un pochino di tempo, che se è vero che dal punto di vista, diciamo, di una teoria assiomatica, le definizioni si danno e non si capiscono, però ci sono dei motivi per cui si danno, si sono.. Nella storia si sono date certe definizioni, sono cambiate.. Insomma, si dà profondità a questo aspetto, no?! Però, quanto.. Qual è stata l'esperienza passata degli insegnanti? Che cosa si portano, più o meno inconsapevolmente, dietro? Ecco, io penso che, per quello che è la mia esperienza, ecco.. Poi è sempre da prendere con le dovute cautele perché, intanto non si potrebbe mai generalizzare attraverso l'esperienza anche se è vasta, e poi perché non è detto che si capisca esattamente quello che gli altri pensano quando si parla con gli altri. Però la mia impressione è che è molti, molti insegnanti in fondo pensino che la matematica sia essenzialmente, o meglio, la matematica matura sia essenzialmente definire, dimostrare, mettersi in una teoria assiomatica e infondo, dal punto di vista della teoria sistemata le cose stanno così, e quindi ci si abitua alla matematica. E quindi non è tanto che si capisce, si capisce abituandosi. Quindi facendo tantissimi esercizi. E questa tra l'altro è una strada che funziona con.. con i ragazzi in gamba, funziona con tutti gli.. Con tutti gli insegnanti ha funzionato così, che han fatto matematica, ha funzionato in questa maniera. Quindi l'esperienza nostra di.. di studenti, che noi spesso trasferiamo agli studenti che invece non sono come noi che ci siamo iscritti a matematica, ma ce ne sono tantissimi che non.. Ecco, bisogna pensare all'esperienza dei nostri compagni che non si sono iscritti a matematica, non alla nostra, quando insegniamo. E invece spesso, eh, pensiamo a quella, e allora uno dice "Gli do tantissimi esercizi, più ne fanno meglio è". E poi i ragazzi non li fanno, non sono abituati, anche se li fanno non ci pensano come.. Non provano nemmeno la soddisfazione come poteva provare uno che poi si è iscritto a matematica, che ha sempre avuto dei successi in questa. Quindi dipende tanto dall'immagine che hanno. E allora, ecco che, se l'insegnante, che in fondo ha questa immagine qua, radicata dentro, e magari in maniera inconsapevole, non vuole averla ma ce l'ha, e quando noi gli parliamo del corpo, dell'usare.. Si, eh, può essere interessato ma poi prevale quell'altra. E quindi dice "Vabbè poi però intanto è meglio che facciano esercizi, poi qualche cosa col corpo gliela faremo fare, però..". Quindi è difficile andare là a scrostare, se uno non diventa consapevole del fatto che quella esperienza e quell'idea che ti ha funzionato, per noi e

per alcuni nostri compagni che si sono iscritti a matematica, molto probabilmente non funziona per l'80% degli studenti, 90% che non si iscriveranno a matematica, ecco.

10 I: E perché invece dovrebbe essere importante portare le esperienze corporee? Cioè, che tipo di valore aggiunto da?

11 D: A mio avviso per il fatto che, io sono un po' come dicono Nunez e Lakoff.. Eh, l'idea è che inevitabilmente ogni.. Ogni conoscenza astratta trova.. Ma non solo lo dicono loro, lo dice anche David Tall in altra maniera, in maniera anche più vicina a quella che possono pensare gli insegnanti, ma ogni conoscenza astratta non può che basarsi su qualcosa di più concreto. E che cosa c'è di più concreto se andiamo.. Perché questa conoscenza astratta si è basata su qualcosa di più concreto, questo di più concreto, che è comunque astratto, si è basato su qualcosa di concreto, alla fine dove andiamo a finire? Non c'è niente da fare, andiamo a finire nel modo in cui il nostro sistema sensomotorio interagisce col mondo. E' questa.. E' lì che costruisco i concetti. E infatti Tall dice: si costruiscono quelle che si chiamano.. Lavorando sulle esperienze corporee, si costruiscono quelle che si chiamano radici cognitive. Ecco, su una radice cognitiva io posso fondare una conoscenza astratta ulteriore. Se mi manca questa radice cognitiva, se non sono in possesso di questa radice cognitiva, io costruisco sul nulla. Quindi posso simulare comprensione, svolgo bene gli esercizi, simulo comprensione, ma prima o poi se, diciamo, vanno a scavare un pochino sulla mia.. Non funziona. Mi accorgo che non mi oriento più, perché mi hanno cambiato leggermente le domande e io quindi non ho più le risposte. E questo, come far accorgere l'insegnante? Dovrebbero essere disponibili, per esempio, a fare alcune attività che la ricerca didattica spesso ha messo a disposizione. Per esempio, andiamo a vedere se davvero hanno capito questo concetto. Che tipo di domande poniamo per capire se hai capito questo concetto? Spesso sono domande diverse da quelle che gli insegnanti, diciamo, pongono ai loro studenti. E infatti molto spesso gli insegnanti che accettano cose di questo tipo dicono "Eh, ma riescono meglio i ragazzi che che hanno dei brutti voti. Come mai riescono meglio quelli e gli altri si innervosiscono? Quindi mi state destabilizzando la classe, state attenti!" Eh no, perché probabilmente quei ragazzi in gamba, che sono motivati ad apprendere, eh, qui allora che cosa fanno? Se tu gli hai posto sempre le questioni in uno stesso modo, eccetera, perché pensi che quello sia il modo corretto di.. E non gliel'hai cambiate tante volte, si sono abituati a rispondere a quelle e sono bravi, rispondono bene a quelle, ma se gli cambi leggermente le domande crollano. E' chiaro che un insegnante disponibile a mettere in forse, un pochino, quello che è il suo modo di lavorare, soprattutto quando funziona con alcuni studenti, insomma, non è facile. Non è facile.

12 I: E a livello proprio di strategie didattiche che sarebbe bene mettere in campo quando uno pensa di lavorare in maniera esplorativa col corpo, quali sono le principali, ecco, che.. Se ce ne sono, che un insegnante dovrebbe cercare di portare nella classe?

13 D: Innanzitutto la disponibilità a impiegare più tempo di quello che si può prevedere quando si pensa l'attività. E questa è un primo grosso ostacolo, perché l'obiezione che fa.. Che fanno tutti quanti gli insegnanti è: "Sì, ma poi c'è l'esame di maturità. Sì, ma io ho quattro ore, non ne ho cinque, sei, sette. Io devo fare un determinato percorso perché all'esame di maturità mi chiederanno queste cose e quindi il tempo non ce l'ho". Però, purtroppo, se non c'è questa disponibilità.. Perché è chiaro che se io devo, diciamo, mettere in atto delle attività che siano soprattutto esplorative, che consentano di costruire concetti, devo lasciare il tempo per esplorare, ma non solo per esplorare, devo lasciare il tempo perché si mettano a confronto le diverse esplorazioni. Quindi, tanto per fare un esempio di un'attività didattica ben strutturata, a mio avviso, di questo tipo, bisogna partire da un problema. Un problema che sia, diciamo così, in zona di sviluppo prossimale, cioè che non sia un esercizio che gli studenti fanno subito a risolvere, non voglio valutare se sanno fare quella cosa. No, io gli metto un problema in zona di sviluppo prossimale, che vuol dire che qualcuno è in grado di affrontarlo, pochi sono in grado di completarlo, magari uno o due, ecco, i più bravi, eccetera, ci sono sempre, ma la maggior parte fa solamente alcuni passi e poi si blocca. Ecco, questo problema. Però devo costruire i gruppi, e i gruppi non potranno essere fatti da studenti in gamba con studenti che hanno diversi livelli di preparazione, perchè in un problema esplorativo tutti devono partecipare al gruppo, quindi i gruppi dovranno essere abbastanza omogenei, cioè ragazzi che hanno un livello di preparazione ottimo dovranno stare insieme, i ragazzi che hanno un livello di preparazione scarso dovranno stare

insieme. Il che vuol dire che mi aspetterò diverse prestazioni, quindi non vado a valutare la prestazione, vado a valutare il processo che mettono in atto e non la prestazione finale, perché è chiaro che quelli in gamba faranno qualche.. E' ovvio, ovviamente. E non solo, ma tutti gli studenti devono partecipare al lavoro di gruppo, quindi devono entrare nel gruppo con qualche idea. Allora il lavoro di gruppo deve essere, diciamo, preparato da una breve fase di lavoro individuale, un lavoro individuale in cui gli studenti.. Ciascuno studente individualmente riflette sul problema che è stato posto e pensa a quali sarebbero le strategie, ma non inizia a lavorare, pensa solo. Sono 5 minuti, 7 minuti, non è necessario che sia di più, dipende dalla difficoltà del problema, ma comunque dovrebbero essere 5 o 7 minuti. Poi si mettono in gruppo e iniziano a discutere e, a mio avviso, iniziano a discutere senza ancora la possibilità di usare carta e matita, senza la possibilità di usare strumenti, iniziano a discutere solamente confrontando le loro strategie. Quindi è una dinamica mentale, no?! Pensano. Tra l'altro quando pensano individualmente, perché non posso usare carta e matita, niente, devono pensare, si vede spesso che ci sono alcuni studenti che fanno dei gesti, e si vede dai gesti che fanno che stanno esplorando in maniera.. E ci sono alcuni che invece non fanno niente, stanno aspettando di poter andare in gruppo. Ecco, già l'insegnante ha un informazione su chi è coinvolto, su chi, diciamo, sente la responsabilità di affrontare il problema e chi no. Perché chi non sente quella responsabilità, è inutile fargli i corsi di recupero sempre sulle stesse cose, quello non ha la responsabilità di prendersi carico del proprio percorso di apprendimento, bisogna lavorare su altri aspetti. Però, immaginiamo una situazione ideale, che tutti si prendono in carico questa responsabilità. Bene, adesso vanno in gruppo, confrontano altri 5, 7, 10 minuti le loro idee, ed a quel punto possono passare a usare carta e matita, a usare gli strumenti di geometria dinamica, a usare prima l'uno e poi l'altro, questo dipende un po' dal problema e da che cosa pensa.. Da come pensa l’insegnante che si debba utilizzare in quel problema i diversi strumenti. A quel punto i vari gruppi dopo 20, 30 minuti, dipenderà dal problema, 45 minuti, avranno completato, per quello che è, il loro lavoro, il loro processo, e dovranno in qualche modo andare a confrontarsi. E qui è l'insegnante che deve prendere i lavori dei gruppi, vedere immediatamente, cercare di capire quali sono gli aspetti essenziali. Chiamare un gruppo, un altro. E' inutile che tutti relazionino, che diventa pesante se ciascun gruppo relaziona agli altri. Vede che ci son tre, quattro idee interessanti. Bene, se possibile, prende un'idea interessante da ciascun gruppo e discute solamente quella. Se non è possibile, sarà possibile la prossima volta, ma, diciamo, mediamente che un pochino tutti quanti i gruppi siano coinvolti. Potrebbe anche essere un'idea che non funziona e la si discute insieme. E poi a quel punto ci dev'essere la sistemazione finale. Cioè è l'insegnante che, alla fine, riassume e chiarisce perché è stato fatto quel problema, come si situa nel percorso. Questa è una metodologia, però richiede tempo eh, è ovvio. Ma bisognerebbe far capire, e qui c'è un altro problema enorme, che questo tempo che si perde, si dedica agli inizi, può essere recuperato dopo. Perché se io, per 2 anni, lavoro in questa maniera.. In un biennio lavoro in questo modo, e ho tutta la classe che lavora così, eccetera, poi dal triennio.. E' quello che io chiamo l'educazione sentimentale alla matematica. Quando c'è stata questa educazione sentimentale, ma allora sì che posso presentare anche dei buoni manuali, parti di teorie eh, siccome so che cosa vuol dire costruire concetti, so cosa vuol dire costruire delle teorie, posso andare avanti velocemente su qualcosa che.. Che ne so, la parte della geometria analitica, la parte della trigonometria. Posso andare avanti su questi aspetti e poi magari dedicare ancora qualche attività di questo tipo a concetti molto più raffinati, che ne so, l’introduzione del concetto di integrale, di derivabilità. Ecco, allora a quelli magari posso dedicare delle attività, preparandole opportunamente. Non è necessario lavorare sempre in questo modo, però bisogna preparare gli studenti a poter comprendere cosa vuol dire un manuale ben sistemato. Ecco, però è chiaro che ci vuole un insegnante che abbia i 5 anni a disposizione, almeno un biennio, un triennio a disposizione. E tanti insegnanti diranno “Ma io non so l'anno prossimo dove sono”, e allora bisognerebbe che ci siano insegnanti che lavorino in dipartimenti in maniera molto coesa, ma tutti gli insegnanti vi diranno “Ma nel mio dipartimento non siamo d'accordo nemmeno con me stesso, figurarsi se può essere di stare d’accordo con gli altri insegnanti”. Quindi è difficile, ovvio che è difficile.

14 I: Quindi diciamo che, parlando proprio delle condizioni che potrebbero favorire, o invece in altri casi limitare la proposta di queste attività, a livello sia, appunto, di contesto, che anche proprio, invece, a livello personale, o anche proprio di limite, come posso dire, teorico anche, in un certo senso, di queste attività, che cosa vede?

15 D: Il fatto proprio,diciamo, un limite teorico è quello proprio del poter progettare a lungo termine. Per poter fare questa attività io ho bisogno di poter avviare una progettazione a lungo termine, magari posso anche non esser sicuro di esser l'insegnante del prossimo anno, ma devo poter comunicare con gli insegnanti che, se non ci sarò io, prenderanno quegli studenti e lavoreranno nella stessa maniera. Perché altrimenti, se non c'è questa garanzia, io rischio di fare dei danni, è abbastanza ovvio, no?! Che cosa faccio, io lavoro in questo modo poi arriva un altro che l'anno dopo lavora in maniera completamente diversa e gli dice: “Ma che cosa state facendo?” Allora è ovvio che, se non sono in condizioni di poter progettare a lungo termine che vuol dire un biennio almeno e poi un triennio, diciamo proprio i gradi scolari, diciamo così, se non sono in queste condizioni mi conviene fare.. Un pochino mediare, no?! Cioè fare un po' in un modo, un po' in un altro, portare piccole attività di questo tipo, che li aiutino magari sui concetti più essenziali, però dare anche un pochino delle cose per.. Diciamo così, presentate *ex cathedra,* ecco, diciamo in questa maniera. E' ovvio. E un altro.. Un altro, non so se limite, ma comunque un punto essenziale, è l'immagine che l'insegnante ha della matematica dentro, ecco. Questi sono i due grossi: la progettualità a lungo termine, che ci deve essere, e l'immagine che mi porto dentro. Se non rifletto un pochino su questi due aspetti, se non sono consapevole di quella che è la mia immagine della matematica, continuerò a proporre.. Qualunque proposta mi venga fatta dall'esterno, la rielaborerò in maniera tale da, come dire, da.. Da renderla compatibile con la mia immagine della matematica. E allora, a volte, se non sono del tutto compatibili poi le rifiuto, le scarto, faccio finta che non esistano, ecco. Questo è un po' il..

16 I: Può essere stravolta totalmente diciamo

17 D: Eh, certo, certo. Quindi, ecco, essere consapevoli di quella che è la propria immagine della matematica e discutere di questo, che non fa mai male eh. Non fa mai male.

18 I: Discutere di questo si intende, diciamo, per esempio con un team di lavoro, nella scuola, o ci deve essere il contatto con l'università, con una formazione professionale?

19 D: A mio avviso il contatto con l'università premia maggiormente, no?! Non sarebbe male che tutti gli insegnanti avessero un contatto di questo tipo, il che vuol dire per esempio nei corsi di formazione e aggiornamento riflettere su questi aspetti. Cioè quando.. Adesso se uno fa un corso di aggiornamento "sul concetto di", eccetera, allora vuole semplicemente fare un aspetto, così, matematico, non c'è nessun problema. Si può fare in duemila modi. Ma se io voglio incidere veramente sul modo in cui gli insegnanti insegnano, la prima cosa è renderli consapevoli del modo in cui insegnano. Eh, perché non è così scontato eh. Non è così scontato. E quindi si discute, la prima cosa è: “Qual è la vostra immagine della matematica? Che cosa vuol dire affrontare e, intanto, apprendere la matematica? E che cos'è.. Che cos'è essenzialmente la conoscenza matematica? Su cosa si basa? E come si sistema?” Ecco sono.. “Perché? Perché insegno la dimostrazione?”. Se uno chiede ad un insegnante “Ma tu perché insegni la dimostrazione?”, può essere interessante andare a vedere le risposte che vengono date e non sono così.. Così scontate. Perché qualcuno potrebbe semplicemente dire “Ma perché la matematica si struttura in maniera assiomatica, assiomatico-deduttiva, è il sistema”. Ho capito, però tu insegni per far capire, e quindi, quando tu presenti un sistema assiomatico deduttivo, vuol dire che capisci? Oppure sai semplicemente come si fa una cosa, se ti va bene, ma il perché si fa così? Perché sono stati scelti quegli assiomi? Ecco, allora, un discorso di questo tipo, io penso che.. Intanto, però, se non viene fatto in modo “Adesso ti insegno io che cos'è la matematica”. No, ecco, bisogna stare attenti a questi aspetti quando si lavora con insegnanti. Perché intanto ci sono anche poi insegnanti molto preparati, no? Quindi possono sentire.. No, ma proprio porla in un'altra maniera: “Ci interessa vedere se.. se le vostre idee della matematica.. Siccome le idee sulla matematica possono essere molto diverse, ci sono dibattiti fra i massimi sistemi. Io ricordo Gabriele Lolli quando intervenne, tra l’altro su Scientific American, sulle Scienze, no?! Quindi anche una rivista di divulgazione, di buona divulgazione ma di divulgazione, su quella che veniva chiamata la morte della dimostrazione. Davis e Hersh, che anche sono altri due grandissimi matematici, avevano detto: la matematica d'ora in poi si strutturerà in due fasi. Una è quella della matematica vera, quella che scopre teoremi, va avanti, scopre risultati, e l'altra di quella che dimostra i risultati, e son due cose completamente differenti, no?! Una è la matematica, se vogliamo, matematica applicata, matematica generale, non so come si chiamava una volta ai vari corsi, ma sono due cose che possono andare

indipendentemente l'una dall'altra. E in fondo quella matematica che sistema è.. E' riflessione su quello che già si conosce. Ma là è la conoscenza. Quindi la dimostrazione, il valore della dimostrazione per la matematica è un po' morto. Il risultato, perché funziona? Il risultato funziona perché l'ha scoperto il matematico importante, di cui ci si può fidare, quindi l'autorevolezza di chi l'ha scoperto, e poi perché ci aspettiamo quel risultato, perché, insomma, ci piacerebbe averlo e quindi proviamo a lavorarci, vediamo le conseguenze che si hanno. Questa è matematica. E Lolli intervenne dicendo: "E' una follia questa. Insomma, la matematica deve avere entrambi gli asp.." Insomma, è stato un dibattito. Allora se c'è un dibattito fra i massimi esperti e se ci sono posizioni così diverse, beh, perché non possono esserci tra gli insegnanti? E allora cerchiamo di.. Mettiamole a contatto, vediamo, discutiamole queste vostre immagini della matematica, e magari anche chi parla, e anche la mia immagine della matematica come formatore, no?! E così intanto vediamo se stiamo andando in direzioni completamente ortogonali, cioè se abbiamo idee completamente diverse. E forse quando io dirò una cosa, voi ne penserete un'altra, e viceversa, no?! E questo, invece. Almeno cerchiamo di essere consapevoli delle nostre differenze. Questo è il primo punto. E intanto li si fa diventare consapevoli di quello che.. E ci saranno alcuni insegnanti che risponderanno in maniera molto puntuale. Vuol dire che hanno riflettuto su questo aspetto. E altri che invece diranno "Bah", si troveranno quasi come pesci fuor d'acqua, daranno delle.. Però ecco, è lo stesso un valore quello, no?! Perché intanto li si aiuta a diventare consapevoli di quello che sanno o non sanno.

20 I: Certo. E quindi come, diciamo, cose che possono essere messe in atto per favorire, sia a livello di contesto, che a livello di convinzioni, di consapevolezze, verso gli aspetti proprio dell'importanza del corpo, del ruolo di queste esperienze, di queste attività in classe, che cosa potrebbe essere un fattore che.. Che va a favorire l'introduzione nella scuola di questo? Sicuramente il discorso della progettualità lunga, e questo continua a essere vero, perché, eh, se ci fossero queste caratteristiche sarebbe sicuramente più facile, però dico proprio sul lavoro sull'insegnante per..

21 D: Sì, eh.. Di nuovo, lì, a mio avviso, ci vogliono degli esempi. E cioè, per esempio, io non so.. Immagina il concetto di funzione, perché ne abbiamo parlato prima. Ecco, andiamo a vedere sui manuali, sui libri di testo. Sono dei manuali quindi sono sistemati in una certa maniera ed è ovvio che sia così, ci presentano la teoria sistemata. Come viene introdotto il concetto di funzione? Basta andare a vedere già da quelli della scuola media: "sottoinsieme del prodotto cartesiano". Ecco, allora riflettere: "Secondo voi, quanto può capire un ragazzino della scuola media su sottoinsieme del prodotto cartesiano? E un ragazzo di scuola secondaria di secondo grado, se non ha fatto esperienze specifiche, quanto può capire di questo? Perché si dà una definizione di questo tipo?". Eh, allora, per esempio, ci sarà qualche insegnante che dice "Perché il linguaggio degli insiemi è molto potente per descrivere questi aspetti, è particolarmente utile". E questo è vero, però, quando si dà la definizione, si parla di insieme delle coppie ordinate. Eh, allora non c'è solamente un concetto, ma anche il concetto di coppia ordinata. Bene, come definisco.. Se proprio davvero voglio ridurre, no?!, al concetto di insieme, come definisco la coppia ordinata come concetto di insieme? Eh, questo è 1920 Kuratowski-Wiener: "La coppia ordinata (A, B) è uguale all'insieme formato dall'insieme di A virgola l'insieme A, B". Perché è l'unica definizione che ci fa capire che (A,B) è uguale a (B,A) se e solo se A è uguale a B. Eh, quanti insegnanti lo sanno? Pochissimi, pochissimi. Allora, se io davvero voglio ridurre al concetto di insieme dovrei fare anche questo, e questo, tutti gli insegnanti sono d'accordo: "E' una follia. Non si fa". Giusto. E allora perché devo ridurre al concetto di insieme, se in fondo poi non riesco davvero a ridurre al concetto di insieme quello di coppia ordinata? Forse non basterebbe dire "macchina input-output"? Beh, la macchina input-output è qualcosa di molto vicino anche agli aspetti corporei, no?! Schiaccio un tasto: Tum, canale. Se schiaccio il canale 5 mi aspetto che esca un programma, non 10 programmi, se schiaccio il canale 5. E' lì che c'è il concetto di funzione. Poi magari, dopo che abbiamo fatto questo, ma dopo che abbiamo fatto questo e altre attività, come per esempio quelle sui sensori. Perché la funzione.. Non mi serve solamente il concetto punto-punto eh. Insomma, per la funzione che varia con continuità, cosa me ne frega del concetto punto punto! Eh, la discretizzo, ma perdo molte delle informazioni. Io voglio capire cosa succede fra questi due punti: cresce? E cosa succede vuol dire: cresce e come cresce, cioè derivata prima e derivata seconda, la crescenza e la concavità. Ecco, che strumenti ho per farlo? Eh, i sensori mi aiutano, no?! I sensori sono legati alla.. Come cresce all'accelerazione, e al cresce o decresce, al fatto che mi sposto verso, o mi sposto.. Mi allontano dal sensore. Ecco, questi sono aspetti che, diciamo, consentono

di costruire quelle che si chiamano radici cognitive. Se faccio attività di questo tipo, in qualche maniera io fondo la mia conoscenza matematica, che è una conoscenza che dovrà diventare inevitabilmente astratta, quindi fondo anche le formule perché a ciascuna formula avrò associate dei grafici, e ai grafici avrò associato dei movimenti. Lo fondo sulle mie esperienze. Allora questo, a mio avviso, da un qualcosa in più. Ecco, io farei vedere questo: che aspetti legati alla corporeità danno un qualcosa in più, perché consentono di fondare le conoscenze sulle radici cognitive. Allora poi dopo, forse, lo dirò bene: ma se io usassi il linguaggio degli insiemi, in che maniera posso tradurre quel concetto di macchina input-output, che ad ogni input corrisponde uno e un solo output? Beh, me li rappresento sul piano cartesiano questi input e output. E allora vedo che a ogni input corrisponde un solo output, vuol dire che a ogni ascissa.. Per ogni ascissa c'è una sola ordinata. Allora, se io considero il piano cartesiano, eccetera eccetera. Se vogliamo ci arriviamo a quello. Ecco, questo è un po' il percorso, dovrei far vedere degli esempi, perché non saprei altrimenti. Altrimenti rischiamo che quello che facciamo agli studenti quando presentiamo una teoria sistemata, e per loro sono definizioni vuote, diventi anche per l'insegnante quando presentiamo una teoria didattica sistemata, e però per l'insegnante è una definizione vuota. Devo caricarla di esempi, ecco.

22 I: Quindi l'idea, diciamo, è che il punto fondamentale sta nel creare questa consapevolezza, diciamo, sulla propria pratica ed una riflessione, ecco, sul modo di.. Come si espone e come, in alternativa, con degli esempi, potrebbe essere proposto.

23 D: Esattamente ma gli esempi devono essere il sale. Ma tanti esempi, ecco. Tanti, e discutere questi esempi. E discutere alla luce delle varie convinzioni sulla matematica. Per esempio, i punti di debolezza e di forza, in base a quello che ciascun insegnante vede. Anche di lì emerge, no?!, la.. Perché qualcuno potrà dire: "Sì, ma richiede troppo tempo, eccetera”, e qualcun'altro dice: “Sì, così in questa maniera fondo.. Fondo la costruzione della conoscenza. Mi piace”. Ecco, in questa maniera si mettono a confronto anche le diverse idee.

24 I: Quindi in un certo senso inquadrare anche quali sono gli obiettivi di un insegnamento, cioè oltre agli aspetti, diciamo, di praticità, riflettere in maniera un pochino più complessa su dove si vuole arrivare, perché si spiega in un certo modo.

25 D: Quanta consapevolezza richiediamo agli studenti? Ci accontentiamo che sappiano come fare una cosa o vogliamo che sappiano perché si fa quella cosa? E questi perché, quando si possono porre? Perché è chiaro che.. Pensiamo a livello di scuola primaria. Beh, è chiaro che io, molto probabilmente, dovrò anche utilizzare, ma non solo, eh, diciamo, ma a livello soprattutto di scuola primaria qualche conoscenza non consapevole, qualcosa di come si fa. Non ne sono ancora consapevole, prima imparo come si fa e poi ci rifletto. Non so se è chiaro, no?!

26 I: Si, si.

27 D: E questo dovrà avvenire probabilmente su certi concetti anche avanzati anche più avanti, cioè prima io mi costruisco una conoscenza anche inconsapevole, poi rifletto su questa mia conoscenza. E’ difficile che il come e il perché possano andare sempre di pari passo, qualche volta si fa prima il come e poi il perché, può darsi qualche volta che si possa fare anche prima il perché e poi il come eh, non lo metto in dubbio, però insomma.. Un approccio più legato al corporeo è inizialmente più inconsapevole, poi rifletto su quello che ho appreso.

28 I: Quindi diciamo che è più o meno il percorso che ci si aspetta in un'età più immatura che dovrebbe essere lo stesso che poi si cerca di portare anche a un livello di scuola superiore, con una maturità diversa, anche con concetti più complessi, però lo stesso tipo, diciamo, di sviluppo del pensiero. Mi dovrei aspettare di pormi nella stessa ottica, in un certo senso.

29 D: Sì, anche perché bisognerebbe evitare il.. L'equivoco, che poi spesso molti insegnanti hanno, che dicono: “Vabbè quindi, dalla primaria alla secondaria, prima partiamo dagli aspetti concreti e poi sempre più verso gli aspetti astratti”. Bisogna stare attenti. Mediamente si potrà anche fare una cosa.. È ovvio che mediamente si fanno cose di questo tipo, ma all'interno ci sono oscillazioni continue dal concreto all'astratto, continuamente. Quindi è, come dire, un pendolo che sale su un ascensore. Il.. La polarità del pendolo è astratto-concreto, astratto-concreto; sale l'ascensore, quindi sale il livello d’astrazione, ma sarà sempre astratto-concreto all'interno di quello. Non si può

pensare altrimenti.

30 I: Di polarizzare i due punti di vista. E su questo punto, diciamo.. Perché è un po' l'ottica che spesso c'è nell'insegnamento, però c'è anche una diversa formazione degli insegnanti. Perché alla secondaria sono insegnanti matematici, alla scuola primaria sono insegnanti che invece sono stati formati su aspetti più pedagogici, in generale, nonostante che ora comunque abbiano una specializzazione anche di un tot di crediti in matematica, quindi è un po' diversa la situazione rispetto a qualche anno fa. Però, proprio rispetto a questo punto in particolare, alla scuola primaria vengono generalmente forse più proposti questo tipo di attività da parte degli insegnanti, nella secondaria no. C'è anche un fattore, diciamo, legato a questo tipo di conoscenze di.. La butto lì: gestione della classe, gestione di un'attività in maniera un po' meno tradizionale? Cioè una mancanza forse di inquadrare le attività pedagogiche in una forma differente da quella che è stata la forma proposta a te insegnante nel tuo momento di apprendimento?

31 D: Sì, c'è questo, ma ci sono anche tanti altri aspetti. Per esempio, il fatto che intanto un insegnante di scuola elementare ha tempi molto più lunghi per stare con la classe. Secondo punto di vista, è che sentono.. E' meno impellente per loro il conseguimento di certi obiettivi legati a certe conoscenze che devono assumere: non c'è un esame di maturità finale. Guardi che il discorso esami di maturità per gli insegnanti è una cosa terribile, l'avvertono come se fosse quasi un esame su quello che han fatto loro con la classe, e quindi questa è una pressione enorme che non hanno, per esempio, gli insegnanti della scuola elementare. Poi c'è un'altra, oltre a quello che ha detto che è giusto eh, ma c'è anche il fatto di pensare che con i bambini, in qualche modo.. Li si debba coinvolgere in attività anche giocose, eccetera, perché devono anche imparare a stare a scuola, a stare insieme. Invece l'insegnante alla scuola secondaria immagina, è convinto, che gli studenti sappiano già come stare in classe, no?! Tanto è vero che, vedrà che molto spesso utilizzano un termine bruttissimo, dicono <scolarizzati>: "Alcuni non sono scolarizzati perché non hanno lavorato bene nella scuola nei livelli inferiori, altri sono scolarizzati", che è bruttissimo. Scolarizzato sembra quasi.. Io me lo vedo un bambino che è pieno di idee, eccetera, e a quel punto: Bum! Fa solamente quello che gli dicono, un cavallo che va avanti coi paraocchi, no?! Invece l'idea è.. Non è tanto la scolarizzazione che, ripeto, un processo.. Non mi piace come parola eh, poi magari insegnanti.. Ecco, vede?! Anche qua le parole che si usano a volte sono importanti perché fanno scattare determinati segnali. Io, scolarizzato.. Proprio mi ha sempre dato un fastidio, fin da quando ero a scuola, no?! Che mi si diceva "Eh, non è scolarizzato". Impazzivo. L'idea è far capire che gli studenti devono stare in una piccola comunità, che è la classe. Allora, come si sta in una comunità che è la classe? E queste comunità sono diverse nella scuola primaria, cambiano, perché cambiano gli obiettivi, cambiano anche i ritmi, i tempi dell'apprendimento. Ecco, questo è quello.. Non che si devono scolarizzare come se tutti dovessero comportarsi in una certa maniera. Hanno una libertà di comportamento, devono avere una libertà di comportamento. Se c'è qualcuno che ha difficoltà a stare nel banco, perché può esserci, beh, questo qualcuno potrebbe anche alzarsi ogni tanto, farsi un giretto per la classe. Non sconvolge nessuno, purché non siano tutti così, è ovvio; se sono tutti quanti così bisogna pensare a un'altra strategia. Ma è evidente che non sono tutti così, ce ne sono tre o quattro, e beh, a turno, possono alzarsi un attimo, farsi un giro per la classe, tornare a sedersi nel loro.. Ecco, far capire questi aspetti, no?! Ripeto, nella scuola elementare si danno un pochino per scontati che ci possono essere ragazzi così, no?! A scuola secondaria no. E quindi questo porta a pensare.. Gli insegnanti pensano in maniera diversa, ecco. Quindi questa è un'altra grossa differenza. Ripeto poi, soprattutto la progettualità, no?! L'insegnante della scuola primaria, anche semplicemente se rimane un anno, però sta molto più tempo con i bambini. Sì, adesso non so se ci sono ancora i tre maestri, eccetera, ma comunque quello prevalente penso che stia almeno una dozzina di ore nella classe. Almeno. Un insegnante, invece, di scuola secondaria di secondo grado, nei licei artistici sta due ore alla settimana con la classe.

32 I: E con un'altra costruzione, ecco, anche del clima di classe. Perfetto, allora io penso di aver chiesto tutto, nel senso che ci sarebbero ancora tantissime cose, però per il momento mi fermerei qui e la ringrazio davvero per

33 D: Ci mancherebbe

34 I: I discorsi interessanti e la disponibilità.

D: Grazie a lei e auguri per il suo lavoro.
I: Arrivederci, grazie a lei.
D: Arrivederci. Grazie.

1 Pietro Di Martino

2 I: Buongiorno

3 P: Buongiorno, com'è? Tutto bene?

4 I: Sì, lei tutto bene?

5 P: Sì, ma diamoci del tu, ormai sei laureata, sei dottoranda..

6 I: Hai ragione, ma è sempre difficile il momento in cui si passa a dare del tu. Allora intanto grazie mille per la disponibilità, per il tempo e per la chiacchierata.

7 P: Per la chiacchierata aspetta a ringraziarmi..

8 [...]

9 I: Ok. Allora, diciamo, all'interno di questa di questa panoramica io mi sono interessata alle attività laboratoriali che tengono presenti un coinvolgimento motorio e percettivo degli studenti, che non sia una parte, diciamo, collaterale all'esplorazione matematica ma una parte sostanziale del processo di esplorazione. La mia idea è quella di andare a cercare di esplorare quali sono le convinzioni degli insegnanti che si accompagnano alla proposta in classe di attività laboratoriali con coinvolgimento del corpo, appunto come l'ho definito. Nell'ottica di effettuare un questionario, nelle versioni parallele italiana e australiana, dove io ho come oggetto di studio questo tipo di attività, mi chiedevo quale potesse essere una terminologia che mi rende chiaro, esplicativo, in maniera anche abbastanza concisa, l'insieme di queste attività che tengono dentro tante prospettive, perché ci può stare dentro la prospettiva enattivista di Abrahamson, ci può stare dentro il materialismo inclusivo di Nathalie Sinclaire o anche di Anna Baccaglini Frank, insomma, un insieme di prospettive.

10 Dalla letteratura io non ho trovato un nome onnicomprensivo, diciamo, che me le rappresentasse ma oltre un fatto teorico diciamo c'è il fatto comunicativo con gli insegnanti. Questa è, diciamo.. riguarda la prima domanda: la ricerca di una terminologia. Se ci sono suggerimenti in questo senso.

11 P: Intanto la cosa che avevo notato è che nella tua premessa tu mettevi un sacco di cose, quindi appunto è.. perchè parti dalla partecipazione attiva, il laboratorio, poi le cos:e appunto legate al corpo e quindi, diciamo, son tante cose diverse. Uno può fare laboratorio, io per esempio lavoro sul problem solving e non lavoro sul corpo però faccio laboratorio, faccio partecipazione attiva. Quindi, diciamo sono tanti incastri e sul corpo secondo me c'è, probabilmente la parte che ha sviluppato.. non la conosco, cioè la conosco ma nemmeno benissimo, la parte che ha sviluppato di più la terminologia e la ricerca è quella sui gesti appunto e sull'embodied cognition, quella di Lakoff e Nunez direi. Quindi lì, dal punto di vista del.. è stata anche molto criticata, però insomma dal punto di vista della parte teorica e terminologica e, diciamo, scientifica, secondo me trovi un bel po' di cose. (1.2) Tra l'altro un'altra difficoltà, sia dal lato ricerca che dal lato comunicazione è che tu in questa, diciamo, premessa che appunto, secondo me, individua tante cose, metti tutti i livelli scolastici (0.5) e allora, diciamo, è ovvio che le cose si fanno complicate. Perchè per l'infanzia e la primaria, te lo avrà detto anche Scoppola, già dalla tradizione montessoriana, dalla Castelnuovo, c'è una tradizione di insegnamento della matematica, insegnamento in generale e >insegnamento della matematica< con il corpo; per le superiori è più difficile, c'è meno di questo, per la secondaria di secondo grado, e c'era, appunto, legati all'embodied, tutta la parte.. la stavo ricercando ora, tutta la parte che hanno fatto Domingo Paola con il gruppo di Arzarello, che faceva, diciamo, la dinamica con i sensori e quindi con.. (0.7) ho trovato questo online ma se ne se trova tanti, questo è quello con.. del CERME. Comunque, sempre, Domingo, su questi, sicuramente potrebbe essere uno <da> intervistare, ecco, mettiamola così. Perchè.. sulle superiori c'è meno roba in Italia e lui, sicuramente, ha fatto cose rispetto a questo. Quindi questa è la prima.. (0.9) Cioè, io andrei, così, non essendo un esperto nel campo andrei su, dal punto di vista scientifico sulla terminologia che viene fuori appunto dall'embodiment e dalla..(0.6) dalla teoria di Lakoff e Nunez e anche dai lavori critici poi a loro, e insomma si trova un po' di terminologia specifica. Per quanto riguarda gli insegnanti, secondo me, (0.4) insomma, puoi trovare il modo di comunicare quello che intendi, appunto, dicendo la matematica dei <gesti>, la matematica.. >che poi dici la matematica delle mani

o dell’intero< corpo, che è un po' diverso. Perché, appunto, il movimento delle mani, quello gestuale, >il gruppo lì di Torino c’ha studiato tantissimo<, anche sugli insegnanti, c’hanno un sacco anche su quello e, come dire (0.5), spesso e volentieri è quasi inconsapevole. Cioè tu parli di matematica e fa i gesti con le mani, mentre quello col corpo è un'attività più strutturata, cioè io in qualche modo, no?!, ti dico "prova a esplorare, prova a girare, ti dico..", mentre con le mani loro hanno studiato tanto questo, i gesti in condizioni in cui non dico “sto lavorando sui gesti, sto lavorando con le mani. Quindi quello che dice “Cresce così ((con la mano destra traccia una linea immaginaria da in basso a sinistra ad in alto a destra)), è costante e ti fa così ((con la mano destra traccia una linea da sinistra a destra parallelamente all'orizzontale))”, insomma tutte queste.. queste cose che hanno studiato. Oppure “Piccola a piacere" ((mostra uno spazio fra l'indice e il pollice della mano destra)), questo segno qui. Insomma.. son due aspetti, secondo me, diversi. Cioè tu vuoi studiare come le persone si muovono, >e questo ti dico, c’è già vari studi, in particolare del gruppo di Torino<, gesticolano mentre fanno matematica o puoi strutturale l'attività in cui loro devono muoversi, no?!, è un po’ diverso.

12 I: [La seconda è la prospettiva]

13 P: [Se è questa seconda], forse, diciamo, più dei gesti,(0.3) più del movimento delle mani,(0.4) che appunto rischi di mischiare l’inconsapevole con il consapevole, è l'uso del corpo. Quindi: la matematica e il movimento, la matematica con il corpo. Insomma, secondo me, riesci a veicolarla in maniera informale abbastanza facilmente, non c'è problema. Al limite, il problema è che poi potresti essere vista un po' come,(0.6) diciamo, alternativa a livello di scuola secondaria di secondo grado, dove, se non hai qualche esempio, quelli.. forse quelli appunto di Domingo potrebbero essere dei punti di partenza, secondo me il docente medio >di secondaria di secondo grado<, anche no ((risata)). Nel senso, dice che devono stare lì al tavolino a fare gli esercizi e a guardare quello che fai. Mentre alla primaria e all’infanzia, insomma, hai le porte aperte. Alla secondaria di primo grad:o, una via di mezzo. Ma anche lì ci sono un sacco di esperienze, anche qulle che fanno a Napoli della matematica per la città, no?!, di esperienze anche fuori dalla scuola, non solo a scuola. Che tra l’altro anche questo credo che potrebbe essere anche una risors:a nella situazione, no?!, diciamo <epidemiologica>.

14 I: Si, e diciamo, da un punto di vista proprio per lo scopo comunicativo, diciamo che potrebbe essere fuorviante parlare di movimento delle mani nonostante, magari, uno tenga conto della possibilità di manipolazione di artefatti, cioè dove un movimento è richiesto, un movimento del corpo, però è un movimento limitato all’utilizzo delle mani. [Penso, ad esempio,]

15 P: [Sisi, ho capito], ho capito cosa dici, secondo me però son due cose un po’ diverse. Se.. cioè, non lo so, io immagino se per esempio l'abaco lo porti in classe il focus è su quello, poi, te che fai ricerca.. L’insegnante, cioè, allora a quel punto dici: <la matematica con gli artefatti>. Non è che focalizzi.. poi per te il focus è il movimento delle mani, ma per l’insegnante non è il movimento delle mani ma l’artefatto, no?! Quindi se vuoi comunicare all'insegnante, lì, in quel caso lì, mentre se dici “l'attivit:a' d:i muoversi per vedere come cambia l'o:mbra”, lì il focus è sul movimento del corpo, se dici "io porto uno strumento, un oggetto", quello che ti pare, dentro, il focus è sull’oggetto. Quindi per l'insegnante non è tanto che “gli porto l’oggetto per fargli muovere le mani”, quindi, secondo me, se devi comunicare alle insegnanti, (0.3) se sei quel.. (0.4) se vuoi introdurre delle attività del genere, parli di introduzione di artefatti. Di artefatti che coinvolgono anche la manualità, questo lo puoi dire, però non mi fisserei sul movimento delle mani, non è quello che.. sennò non capiscono cosa vuoi fare forse. (0.6) Non so quali artefatti avevi in mente, però..

16 I: Da ispirazione, per esempio, potrebbe essere sia la parte, da un punto di vista, diciamo, manipolativo concreto, sicuramente materiali Montessori, oppure l’abaco, oppure la pascalina

17 P: ok. Questi però son tutti sulla parte primaria

18 I: Sulla parte primaria, si. Sulla parte, diciamo, di secondaria, (0.8) le cose che mi erano venute in mente erano invece più legate alla.. (0.3) o qualche esperimento di Abrahmson sulla proporzionalità, però sono sempre con una interfaccia, diciamo, di strumenti virtuali. [Oppure..]

19 P: [Oppure, ad esempio, una cosa che hanno fatto per le Lauree scientifiche], Samuele Antonini e Mirco Maracci, per esempio sulle geometrie (0.3) sulle geometrie non euclidee, lì (0.5) facevano

usare dei palloni, del Decathlon trall’altro, sul quale facevano scrivere con il pennarello e fare cose con il pennarello.

20 I: Sì, ad esempio la geometria sferica fatta sulla sfe:ra, oppure anche (0.4) un altro esempio potrebbe essere anche quello della lavagna magica, utilizzata, per esempio, in concomitanza.. questo è un esperimento, sempre di Abrahmson, (0.8) sto facendo degli esempi io giusto per dare un’idea

21 P: Sisi

22 I: Anche se l’interesse, ovviamente, è quello di ricevere, in un certo senso, degli insights, però faccio così per presentare. Per esempio c'è un esempio con la lavagna magica per introdurre, diciamo, il collegamento tra la rappresentazione del seno e coseno come funzione grafica e nella rappresentazione con il cerchio, c'è questa attività, ad esempio, dove due persone devono gestire i due comandi della lavagna magica, che danno le due direzioni con cui puoi disegnare, e devono cercare di costruire un cerchio perfetto. Quindi devono cercare un coordinamento e devono capire come muovi le mani in corrispondenza di quello che vai a disegnare. Ad esempio questo è, sulla scuola secondaria, una cosa che prevede l'utilizzo di un artefatto ma dove il movimento è <sostanziale>, diciamo, nella costruzione del concetto matematico.

23 P: Sì. (0.4) Cioè, più che nella costruzione del concetto matematico, <nella risposta alla richiesta>. Perché io posso riuscire a costruire il cerchio e non aver capito niente di seno e coseno però.

24 I: Eh sì, e questo dipende ovviamente dalla gestione dell'attività. E questo è l’altro punto fondamentale.

25 P: Eh sisi, Ok.

26 I: Ok. E, diciamo, riguardo appunto.. avendo inquadrato questo insieme, che appunto è un grande ombrello che tiene dentro tante cose, e questo necessariamente perché quando..(0.3) Nella mia prospettiva che, diciamo, è più esplorativa io non posso arrivare con una definizione che prevede, (0.4) diciamo, una concettualizzazione molto forte, a prescindere, (0.2) e poi andare a sentire cosa fanno a riguardo, perché non ho questa profondità, diciamo, iniziale. (1.0) E quindi, almeno nella fase del questionario ho bisogno di abbracci:are un insieme di attività che tengono dentro tutto questo. La domanda che.. (0.3) che poi mi interesserebbe, insomma, farti e riguarda invece più la questione più, appunto teorica fra virgolette, cioè non è riferita semplicemente all’indagine ma è un punto di vista è: Quali sono le convinzioni che si dovrebbero accompagnare in una classe all'insegnamento tramite questo tipo di attività, che sono <laboratoriali> e che <prevedono> un coinvolgimento del corpo?

27 P: Allora, ci son diversi piani di risposta. Il primo è legato alla domanda che era precedente a questa, che tu ponevi all’intervistato ma, secondo me, devi avere in mente tu. Nel senso che, la prima convinzione è legata a: <perché è importante farlo?>(0.6) Cioè cosa mi da di più questa cosa qui, cioè una convinzione formativa. E però su questo devi rispondere t:u, nel senso che (0.8) anche, come si può dire (0.3), ti serve anche per fare la selezione di tutto questo, diciamo, insieme di <poss:ibili> attività, perché non tutte saranno funzional:i a quello o quegli obiettivi educativi, no?!

28 I: Infatti

29 P: Quind:i, la prima domanda da farsi è: “Perché io, noi, insomma, il nostro gruppo di ricerca è convinto che questo approcci:o sia positivo dal punto di vista formativo?” E diciamo, quindi, al di là di questa risposta, la convinzione dell’insegnante deve essere che <questo approccio> ha dei vantaggi formativi, (0.4) è ottimale o comunque positivo per raggiungere gli obiettivi formativi importanti che, ad esempio, siano coerenti con le indicazioni nazionali e le linee guida, o comunque che siano coerenti con quelli che io ritengo siano gli obiettivi principal:i del mio insegnamento. Altrimenti, questa cosa qui, ovviamente, uno perchè dovrebbe farla? Quindi, <primo aspetto> è: convinzione che effettivamente ci sia qualcosa in più. Seconda convinzione, questo è un altro degli aspetti (0.4)>su questo veramente ho lavorato tanto< al di là dello specifico esempio. <L'insegnante deve in qualche modo essere convinto o convinta di poterlo fare>, di essere in

grado di gestire quella cosa. Quindi c'è un piano legato agli aspetti formativi, un piano legato alle convinzioni sulle propri:e capacità, fra virgolette. (0.6) E questo, per esempio, per farti un esempio sulle cose nelle quali lavoro io, sul problem solving a livello di scuola primaria, <è uno degli scogli più importanti>, perché tu, fondamentalmente, nel problem solving fatto vero, non finto, ti butti senza rete (0.4). Perché i bambini ti possono rispondere quello che vogliono, possono.. (0.2) mentre se io ti dico “Devi fare così. Se non fai così è sbagliato e se fai così va bene” è molto più rassicurante dal punto di vista dell’insegnante. >Tant’è vero che tanti insegnanti anche in gamba mi dicono< “ Il problema è che ho paura che mi dicano <qualcosa> che io non so valutare". > No valutare nel senso di dare un voto<, non so dare un feedback, diciamo.. (0.4) E questa convinzione qui, rispetto all’introdurre cose nuove è fondamentale. Sennò, se la fanno già non c’è bisogno di chiedere quali convinzioni. Quindi c'è la convinzione sull'importanza e le convinzioni sul saper <gestire> una cosa del genere. Saper gestire è una gestione su più piani: c’è il piano dei contenuti, saper.. capire io cosa.. come funziona quell'aggeggio, come funziona quell’attività, c’è il piano della gestione dell'attività, c’è il piano della gestione del tempo nel suo complesso, no?! “Quella attività lì mi fa perdere tempo” o “Non la so gestire perché se la faccio magari ci metto 5 volte quello che ci metterei se gli faccio la mia..” Quindi queste sono le principali convinzioni. L’altra, anche questa è importante, trall’altro, secondo me, su questo si potrebbe fare uno studio (0.5). però, diciamo,(0.2) empiricamente da quello che ho costruito in questi anni, mi sembra che sia così, sia uno degli aspetti..(0.3) Cioè, diciamo, gli insegnanti non sono tutti uguali, anche per formazione, >e soprattutto le categorie a livello di livelli scolari< sono abbastanza caratterizzate. Quindi, se <a livello di scuola primaria>, ovviamente per mille motivi è più preoccupante l'aspetto delle conoscenze, <a livello di scuola secondaria di secondo grado> è più preoccupante quello sulla gestione, sul tempo, sul fatto che poi ci sono gli esami di maturità, le prove Invalsi eccetera eccetera. Quindi che non stai perdendo tempo. (0.8) In questo caso qui, per questo, questa convinzione qu:i, è abbastanza fondamentale un'altra convinzione: la convinzione che quello che si sta facendo <fino a quel momento lì>, non dico che è negativo, perché questo..(0.3) è difficile che uno abbia la percezione di fare qualcosa di completamente sbagliato, ma è migliorabile. Tant'è vero che, diciamo,(0.3) quando ti trovi a fare formazione con gli insegnanti in servizio, (0.3) gli insegnanti in servizio più <difficili> sono quelli anche molto, molto bravi con tantissima esperienza, non tanto perchè ti pongono domande difficili, anche per quello,(0.4) ma perché difficilmente scalfisci le loro convinzioni. (0.5) Quindi, diciamo, c'è anche questo,(0.2) l'idea che io ti sto proponendo.. Io.. cioè, c'è questa cosa, questa proposta, (0.2) e questa proposta può migliorare quello che stai facendo, >al di là del fatto che quello che stai facendo sia bellissimo<, però, (0.3) ci sono margini di miglioramento. (0.3) Anche questa convinzione qui, <nel voler introdurre novità a scuola è fondamentale>,(0.3) ed è una delle difficoltà più gross:e dell'innovazione educativa, perché le innovazioni educativ:e spesso e volentieri vengono <calate dall'alto> (0.4) e son sempre viste un poco come appunto (0.3) "Le faccio.. (0.5) Vabbè, non le faccio, oppure se le faccio lo faccio perché mi chiedono di farlo ma non sono particolarmente convinto". Si dedica, secondo me, sempre pochissimo tempo a lavorare sul fatto del “<Posso migliorare,(0.3) c'è qualcosa che posso fare> che può migliorare la cosa”. L'altro,(0.3) se non riesci a lavorare su questo, l'altra convinzione.. (0.3) più che convinzione diciamo aspetto motivazionale è quello della curiosità. (0.5) Vedere.. cioè "Sperimentiamo, (0.3) siete insegnanti ricercatori, sperimentiamo e vediamo cosa succede". Però funziona meno, perché ci vogliono proprio quelli che in qualche modo si vogliono dedicare a questa cosa qui

30 I: E’ più di nicchia.

31 P: Si, è più di nicchia.

32 I: La cosa che volevo capire un po' meglio è che: (0.3) questo tipo di resistenza, no?!, sul fatto di non poter migliorare è dato da.. (0.4) Appunto, secondo te, ovviamente, >perchè non so se ci sono ricerche nello specifico<, però,(0.2) è dato da una resistenza alle pratich:e, data da una certa prosecuzione tranquilla del proprio lavoro tra virgolette, oppure da una convinzione che non ci sia modo di poter avere risultati diversi? Perché comunque la frustrazione è sempre tanta da parte degli insegnanti.

33 P: Secondo me da tante cose. Questi son due fattori, ma non sono gli unici due. Questi son due fattori: c’è sicuramente un certo numero di insegnanti.. (0.2) Quando si parla di insegnanti secondo

me si fa sempre torto perchè sono praticamente una regione, quindi c'è di tutto di più. C'è sicuramente una parte che è poco motivata e in qualche modo resistente al cambiamento perché <poco motivata>.(0.3) C'è una parte che è resistente al cambiamento perché lo siamo tutti, secondo me questo è un fattore umano, psicologico, perché è molto convinto di quello che fa. (0.3) E quindi, è per questo che quando sei, diciamo, più esperto è ancora più faticoso, perchè tu sei convinto di quello che fai e uno ti viene a dire "No guarda, se si fa così" e tu dici "Ma sì, ora me lo vuole insegnare lui! No". (0.3) E poi c'è l'altro aspett:o, anche questo da non trascurare, <dell'alto livello di sfiducia verso la ricerca didattica>: "Cioè te, Alessandra Boscolo, o Gabriella Agrusti o Scoppola, o Pietro Di Martino che vieni a propormi una cosa non sei mai stato in classe. (0.2) Si, te dici quella cosa lì perché la fai con gli studenti universitari. Prova a venire un po' da me che c'ho tre studenti cinesi che non sanno una parola di italiano, due zingari che vengono una volta si e l'altra no, tre DSA, un disabile eccetera eccetera eccetera." C'è una sfiducia enorme, che per certi versi è anche giustificata, perché molto spesso.. cioè giustificata in generale, ma diciamo che per certi versi è corroborata dal fatto che tanti che fanno educazione non hanno idea della complessità della scuola, quindi noi, effettivamente, abbiamo un altro punto di vista e questo è importante saperlo, poi ti arriva il feedback. (0.4) Io racconto sempre una cosa che io uso spesso per introdurre i problemi è il..(0.6) la figura retorica del.. (0.3) che ho letto su un giornale un po' di tempo fa, l'<enantisemia>, l'hai mai sentita?

34 I: No

35 P: L'enantisemia è bellissima perché è una parola, cioè son le parole che <nel tempo> hanno cambiato il significato diventando le parole di significato opposto di quello che avevano originariamente. (0.3) Ad esempio, un esempio classico è feriale, che adesso vuole dire lavorativo, (0.3) ed è abbastanza chiaro in etimologia non era lavorativo. E quelli ancora più interessanti, >che si chiamano sempre enantisemie<, sono quelle che vogliono dire nello stesso momento <una cosa e il suo opposto>. Ci sono in tutte le lingue, >son ganze perché ci sono in tutte le lingue<, ad esempi:o (0.6) ospite, che vuol dire chi ospita e chi è ospitato, oppure sbarrare, se sbarro la porta la chiudo, se sbarro gli occhi li spalanco. (0.2) Insomma, ce ne sono diverse ed è carina, e in educazione ce ne hai tante. Io perché la uso? Perché io dico che il problema è una classica enantisemia, perchè per gli insegnanti vuol dire il classico esercizietto in cui eh (0.4) per me vuol dire tutt'altro. Cioè, per gli insegnanti, (0.2) in generale, nei libri di testo. E in educazione la parola più clamorosa che è un'enantisemia è <esperto>.(0.4) Quando tu, >non so se hai già iniziato<, ma comincerai a fare formazione insegnanti, e fanno la formazione a scuola (0.3), >ora sono a distanza<, ma quando fanno la formazione a scuola e viene l'espert:o, io la faccio sempre come battuta, perchè c'è scritto, no?!, "L'esperto Pietro Di Martino"(0.4) E' la classica enantisemia, perché io leggo la nuvoletta "Esperto, cioè che non sa nulla di scuola", è esattamente il contrario del significato. E questo legame esperto <completamente all'oscuro> di quello che succede a scuola, è veramente diffusissimo, (0.5) più o meno a torto o a ragione però è diffuso. Quindi viene questo qui che ci racconta, l'esperto, che vuol dire che non sa nulla di scuola, il significato è quello ((risata)): "è uno studioso, che sta lì, c'ha i libri, sta nel suo stu:dio.. E quindi poi sai, i bimbi che poi urlano e ti tirano le.. ti fanno i filmati di nascosto non li vede mai". (0.3) E quindi questa è una grossa sfiducia, (0.2) non è detto che sia sfiducia.(0.4) C'è la convinzione che l'esperto sottovaluti le difficoltà.

36 I: Non tenga conto della realtà della scuola

37 P: Si, si.

38 I: Ho capito. Appunto, io mi ero,diciamo, buttata subito sulle convinzioni, però proprio.. andando a livello.. tornando alla domanda precedente, ma qual è l'importanza di portare questo tipo di attività nella scuola? In generale le innovazioni nella didattica, ma innovazioni per esempio che tengono conto di questi due fattori di cui, che vado ad analizzare in particolare io.

39 P: Eh quello sai, dovreste rispondere voi che siete più..

40 I:[Più convinti] ((Risata))

41 P: [Sì, che le state portando avanti.] Io francamente c'ho riflettuto poco sulla parte movimento-corpo, anche perché la prima che mi fu proposta, (0.2) poi non si andò avanti con Rosetta, quando

chiesi il dottorato, fu tutta una cosa sugli stili cognitivi. (0.8) E.. Io penso che, appunto, allora: (0.4) dal punto di vista epistemologico io non c'ho studiato, non lo so cosa ti da in più nell'apprendimento della matematica un certo tipo di attività; (0.3) dal punto di vista educativo in generale, invece,la cosa degli stili cognitivi, mi fa dire che più attività di tipo diverso fai e meglio è comunque, <meglio è comunque>. E perché, probabilmente, io non ho riflettuto troppo su quella del corpo? Perché io sono abbastanza imbranato, di mio, e non solo sono imbranato ma sono uno, fin da piccolo, a cui piace stare lì e pensare per i cavoli miei senza muovermi. Cioè, a me la matematica piace stare lì e pensare a un problema, così fermo e a guardare il muro, (0.4) mi piace così. Quindi a me probabilmente le attività con il corpo avrebbero dato più difficoltà, (0.2) e quindi poi dopo questo mi ha influenzato nel..(0.3) Però non è che non le trovo importanti, penso che siano importanti. Diciamo, appunto, penso che sia importante ampliare il tipo di attività, visto che tanti artefatti hanno degli effetti molto interessanti,(0.4) allo stesso tempo non ci ho riflettuto abbastanza sull'idea di per sè, <per la matematica perché quella cosa lì>. (0.5) Ho visto tante belle cose, <che mi piacciono, che mi convincono>, appunto, dalle ombre in poi, però non ci ho riflettuto sul..(0.3) Però forse proprio per questo fatto qui, perchè a me la matematica è sempre piaciuta proprio perchè la matematica la puoi fare chiudendo gli occhi, cioè io l'ho sempre fatta così, quindi.. (0.6) Era la domanda che ti volevo rigirare a te perchè penso sia importante. Se la volete proporre, la volete studiare, probabilmente avete in mente (0.5), come si può dire, avete convinzioni specifiche su questo. (0.3) Ti dico, >tu hai fatto l'esempio del Montessori<, Scoppola è il presidente della fondazione Montessori, una cosa è dire: "Nella filosofia Montessori, che insomma, è in qualche modo stata corroborata dai risultati, l'attività corporea è fondamentale e ha avuto buoni risultati." Questa è una, diciamo, (0.2) come si può dire, una motivazione generale. Una cosa è dire: "Quella attività lì per quella disciplina lì"; è un salto di qualità un pochino, (0.4) insomma, un bello scalino da fare: "Per la matematica, perché quella attività li può essere particolarmente.. particolarmente importante?" Io ti dico, la cosa che da non esperto, per l'appunto, positiva è che ho effettivamente visto degli strumenti, degli artefatti, delle attività <tanto coinvolgenti>, poi che effettivamente, anche dal punto di vista formativo, davano dei.. (0.3) sembravano dare dei buoni risultati, e in più, ti ho detto, secondo me variare è importante >non soltanto per abbracciare gli stili cognitivi di tutti< ma anche per <mettere tutti di fronte a stili nei quali sono in difficoltà>. (0.4) Perché anche questo secondo me è importante, (0.3) cioè non è bene far solo le cose che sai fare, è bene anche, a scuola, incontrare cose che ti riescono meno. (0.3) D'altra parte, in tanti artefatti io spesso e volentieri vedo anche inconsapevolezza, >quello un po' che si diceva prima sull'esempio che mi facevi<. (0.3) Cioè <non è detto che se ti fanno il cerchio hanno capito seno e coseno>. (0.6) Quindi sull'artefatto, >quello che spesso e volentieri viene sottovalutato anche dai ricercatori<, più o meno consapevolmente, più o meno scientemente, è questo: (0.4) cioè, <io ti faccio fare l'attività, tu l'attività la fai bene, sono sicuro che c'è consapevolezza>.(0.5) >Io questo l'ho studiato un pochino perchè qui a Pisa c'era, c'è stata la scuola, >tutt'ora c'è con Anna<, la scuola piuttosto forte su questo, con Geogebra. Geogebra, (0.5) io appunto, facevo molta fatica quando davano i problemi a me, da grande eh, (0.3) perché poi io li ho seguiti quando ero già ricercatore, su geogebra faccio molto più.. avevo molta più facilità con carta e penna che con Geogebra che perdevo tempo a costruire le cose che non mi riuscivano, e (0.5) però c'ho visto un sacco di potenzialità. D'altra parte ci ho visto potenzialità perchè io c'avevo la consapevolezza, e invece l'idea che tu per esempio dica "la retta passante per quel punto e ortogonale a quella" e lui te ne disegni una. (0.4) "Sei consapevole che ce n'è una sola o potrebbero essercene 100?"(0.5) Cioè lo fa perché è il computer che dice di fare così? Cosa c'è dietro, lo sai cosa c'è dietro? (0.5) Io ho visto tanti bei lavori, per esempio non se conosci Daniela Venturi che ora è dirigente al Pertini di Lucca, lei ha lavorato tantissimo con la Mariol.. scusa, con la Maria Alessandra Mariotti, io sono anche andato in classe sua a vedere (0.4) e lei lavorava proprio su questo, cioè dopo che avevano dimostrato tutto diceva "Ma perché quello faceva quello?" Quindi c'era, (0.4) <cioè c'era, costruiva la consapevolezza dello strumento>,(0.6) di.. di perché lo strumento funzionava così. Non è che la geometria è così perchè Geogebra funzionava così, (0.4) è che Geogebra incorpora alcuni assiomi della geometria. (0.3) Ecco, su questo, secondo me, tantissimi lavori con gli artefatti, al di là di geogebra, sono carenti da questo punto di vista, cioè io dico "Gli studenti hanno fatto il cerchio per cui tutto bene". Eh insomma, non lo so. Magari hanno fatto un giochino, son bravissimi con le mani, ma non hanno assolutamente nessuna cognizione di quello che c'è dietro.

42 I: Quindi diciamo che, appunto, si deve accompagnare una fase di presentazione e una certa

consapevolezza, che è una consapevolezza che viene anche esplicitata, che va costruita poi all’interno della classe

43 P: Si

44 I: Oltre, diciamo, a fare un task che sia effettivamente calzante, no?!, sull’artefatto per creare certi tipi di esperienze.

45 P: Sì, secondo me guarda che questo, tra l’altro, è un aspetto molto importante >anche tornando alla domanda che mi facevi prima< sulle convinzioni degli insegnanti.(1,0) Perché, insomma, (0.3) devi giustificare anche all’insegnante che crei questa consapevolezza, perché un altro scoglio di innovazioni di questo tip:o, (0.4) è “Ok, te mi fai fare queste attività bellissime, con materiali Montessori.. Loro diventano bravissimi con quei materiali, però poi arriva Invalsi e non ci incastra niente, Invalsi per dire Invalsi eh, e non riescono a fare”. Invece tu devi dire “No, io faccio fare con il materiale, ma quello che faccio fare con il materiale poi si trasforma in consapevolezza che è usabile in contesti diversi. Non è che loro riescono a fare matematica poi solo se c’hanno l’abaco, o quello..

46 I: il materiale davanti

47 P: Eh, questo aspetto qui è davvero fondamentale. Cioè è la cosa più importante, al di là del materiale, il fatto che <l’attività con il materiale costruisca consapevolezza da usare in contesti, in contesti vari>.

48 I: Sì, diciamo il transfer della conoscenza specifica

49 P: Si, si.

50 I: Diciamo una cosa, diciamo, che hai detto più volte, no?!, è questa importanza di credere che ha un ruolo, un valore formativo. Ma formativo declinato in che senso? (0.3) Che cosa si deve accompagnare a questo formativo, nell'ottica dell'insegnante? Cioè i risultati li devi vedere, formativamente, in che senso? E cosa ti puoi aspettare, in un certo senso?

51 P: Secondo me, appunto, nell’ottica dell’insegnante medio, cioè la maggior parte degli insegnanti vuol vedere che poi su un compito, sugli argomenti trattati, >cioè appunto Invalsi, in un compito loro<. (0.4) Cioè il punto è questo: <che una valutazione di livello tradizionale, i contenuti, le competenze, le abilità sulle quale tu lavori poi tornano fuori, danno dei buoni risultati>. Questo è quello che vogliono vedere gli insegnanti, ed è il limite di tutti questi tipi di approcci. (0.3) Cioè non è il limite degli approcci, è un ostacolo a proporre questi approcci. Perché quando tu ti fissi su <obiettivi formativi importanti>,(0.4) l'obiettivo formativo importante per me è di lungo periodo. (0.6) Quindi, ad esempio, io lavoro sul problem solving, (0.4) io penso che loro nel tempo poi, >al di là del, del contenuto specifico, problem solving in geometria,in aritmetica<, maturino competenze di risoluzione dei problemi e di approccio ai problemi di un certo tipo. Questo è lungo, non è che dopo che hai finito una attività hai "Za!" Il.. (0.4) Cioè, gli obiettivi.. >e infatti anche su questo io cerco di creare consapevolezza con gli insegnanti prima di partire<, io dico: “ Noi abbiamo un obiettivo ambizioso, ma è un obiettivo di lungo periodo, quindi i risultati li dovete vedere, chiaro perchè sennò.. i risultati formativi li dovete vedere, <ma li dovete vagliare nel lungo periodo>, non dopo 15 giorni, faccio la verifica..” (0.3) E tra l’altro appunto, gli dico: “ Anche se.. se con un obiettivo complesso aveste i risultati in poco tempo, (0.4) quasi sicuramente questi risultati sono effimeri. (0.5) A me se fanno una verifica dopo 10 giorni e poi dopo un mese non si ricordano più niente, <non me ne frega niente>. Ma che me ne frega? Non è quello.” (0.3) E questo però è un ostacolo grosso, io penso che l'insegnante invece voglia vedere un riscontro.. (0.4) È importante che veda un riscontro, te l'ho detto, diciamo, trasferito, però vuole vedere un riscontro sul compito tradizionale in un breve periodo, (0.4) e questo secondo me non è banale e non è nemmeno il nostro obiettivo.

52 I: Quindi in un certo senso, diciamo, che questa è un tipo di consapevolezza che si deve accompagnare [diciamo al..]

53 P: [Secondo me si], secondo me si e su alcuni aspetti. (0.8) Cioè, il punto è: (0.4) te devi trovare

un obiettivo formativo <importante e di lungo periodo>(0.5), e a quel punto diventa anche uno stimolo, se condividi il fatto che stai cercando di (0.5) focalizzarti su quell'obiettivo lì. Diverso è se tu dici, che uno può anche sviluppare un obiettivo locale, ma allora ci sono meno problemi di questo tipo, perchè dici: <"Io ti propongo questo artefatto, perché questo artefatto, quello che mi hai detto prima, è fenomenale per imparare la trigonometria">.(0.4) Allora a quel punto, diciamo, è un obiettivo locale ottenuto, e loro faranno la verifica.(0.4) A quel punto, diciamo, è anche più facile vedere se è stato efficiente o meno, perchè io un anno provo quel modello lì, poi faccio la verifica sulla trigonometria, va nettamente meglio e dico: "Cavolo, hanno capito meglio"; la faccio e va nettamente peggio e dico: "Cavolo, va nettamente peggio". (0.3) Poi a quel punto il ricercatore dice: "No ma non è per colpa dell'artefatto, è colpa di come l'hai fatto", insomma.. poi ci possono essere vari.. però diciamo, se l'obiettivo è locale, contenutistico tu puoi avere un riscontro. (0.3) Dici: "io faccio.. faccio quelle famose classi di controllo, >che ormai non si usano più in educazione ma insomma<, in un anno faccio in un modo, l'anno dopo faccio in un altro modo, (0.3) mi pongo più o meno gli stessi obiettivi contenutistici, di abilità, (0.3) gli do la stessa cosa e vedo cosa succede."(0.3) Le classi son diverse, però la percezione ce l'ho se hanno..(0.3) se mediamente hanno compreso di più o di meno. (0.3) Diverso è se ti poni degli obiettivi più di lungo periodo. Secondo me a quel punto è importante condividere questa consapevolezza qui, che può essere <un po' disturbante>, perché l'insegnante ha bisogno di questa rassicurazione piuttost:o ((risata)), (0.8) frequente nel tempo, ma allo stesso tempo può essere motivante. (0.3) Perché se tu Individui un obiettivo su cui loro fondamentalmente non lavorano, (0.3) o non ci pensano nemmeno perché appunto è di lungo periodo.. (0.4) Nel primo ciclo è molto facile, perché tutti i traguardi per competenza praticamente <non ci lavorano>, o comunque ci lavorano come: "Sì, ogni tanto lo faccio", ma si focalizzano sui contenuti. E infatti il progetto sui problemi ha avuto grandissimo successo, dal punto di vista del seguito, ecco, son più di 15'000 insegnanti che lo fanno. Quindi..

54 I: [Tanti]

55 P: [Tanta roba]

56 I: E dal punto di vista diciamo di,(1.2) tra virgolette..(0.8) da una parte, sì, ci sono le convinzioni, dall'altra parte ci sono, appunto, una serie di strategie che sono, ovviamente, per esempio, le valutazioni: come penso di valutare una attività. Però ci sono anche altri fattori:(0.8) di organizzazione dell'attività, di coinvolgimento, (0.6) anche proprio di strategia didattica, appunto, con cui propongo un'attività nella scuola. E ci sono delle particolari strategie che uno deve mettere in campo? Cioè, quando si approccia in un modo laboratoriale <dove cerca un coinvolgimento del corpo>, oppure non ci sono cose specifiche così, secondo il tuo punto di vista?

57 P: Ma ora stai dicendo per gli insegnanti? Non ho capito il punto che dicevi.

58 I: Il punto è questo. Dico, esistono delle strategie didattiche che sono determinanti nell'efficacia di proporre attività che siano laboratoriali e che coinvolgono il corpo in maniera attiva?

59 P: Sì, però non ho capito se il focus è..Cioè..

60 I: L'efficacia dov'è? [L'efficacia]

61 P: [L'efficacia è sui] ragazzi, bambini, sul proporle in classe o sul farle fare agli insegnanti? Cioè strategie tue verso gli insegnanti o gli insegnanti verso..? [Non ho capito quale..]

62 I: [Gli insegnanti verso] gli studenti, (0.8) cioè delle strategie che determinino [l'efficacia..]

63 P: [Eh, secondo me dipende tantissimo dal livello scolare], la risposta è che dipende tanto dal livello scolare. (0.8) E delle cose, diciamo, trasversali sono..(0.8) Intanto se proponi delle, (0.4) delle cose nuove, molto nuove rispetto a quello che hai sempre fatto, è farlo con gradualità. Di punto in bianco non è che puoi cambiare.. (0.4) E anche se tu entri in una classe nuova, >te magari hai sempre fatto quelle cose lì<, ma se entri a metà in <una classe nuova>,(0.3) secondo me, se di punto in bianco ricambi tutto metti solo in crisi,(0.3) invece devi condividere con loro il percorso. Diverso è se inizi dall'inizio con loro il percorso, allora questa difficoltà non c'è. (0.4) La seconda cosa è, appunto, soprattutto se introduci artefatti, (0.7) in qualche modo, (0.8) intanto come insegnante <essere consapevole> che ci possano essere due livelli di difficoltà, perché uno

può avere difficoltà nella parte matematica ma uno può avereappunto difficoltà anche nell'artefatto, <nell’uso dell’artefatto>,(0.8) e quindi essere <pronto e accogliente rispetto a questo tipo di difficoltà>. Farli.. (0.4) Questo, diciamo, Montessori credo ci abbia lavorato molto, ecco, non ne sa niente nessuno ma fargli prendere, (0.6) come si può dire, (0.4) confidenza [con l’artefatto]

64 I: [Dimestichezza, si]

65 P: Dimestichezza con l’artefatto. (0.8) E l'altro aspetto è, (0.5) su attività, appunto, come si può dire, (0.6) <di formazione e sviluppo di competenze, conoscenze>, come posso essere queste e tante altre, <non sovrapporre il piano valutativo dal piano formativo>, (0.8) che invece è, secondo me, l'errore più grosso che viene sempre fatto. Cioè io sono lì per imparare in quel momento lì, poi io insegnante valuto formativamente, ma l'idea di fare piccoli step per fare la valutazione, secondo me, è uno degli aspetti che mette più in crisi l'innovazione didattica. (0.7) Altri aspetti.. e quindi diciamo che loro si sentano liberi di sbagliare, di fare quello che devo fare. E un altro aspetto m:olto rilevante, e forse il più controverso, e che incide anche sul successo con gli insegnanti è <il tempo>. (0.8) Cioè, gli insegnanti devono <dare tempo> in questo tipo di attività, >e molto spesso gli insegnanti dicono<: “Io il tempo non ce l'ho”. Quindi lì, si ritorna al discorso di prima, (0.4) io ricercatore devo convincere che il tempo usato non è tempo perso ma tempo guadagnato, rispetto alle difficoltà che potrebbero venire dopo, a cose di questo genere qui. (0.4) Queste, in generale, mi sembrano le.. le cose più (0.4) trasversali, perché poi, è ovvio che, (0.3) mentre sali di livello scolare, il successo di un'attività didattic:a.. (0.4) devi lavorare molto più sulla motivazione. (0.8) Cioè, >a livello di scuola primaria se tu gli proponi una attività i bambini son contenti<, (0.4) cioè, magari non sono contenti ma insomma lo fanno con un certo (0.4) entusiasmo, di solito, le attività nuove. >A livello di secondaria di secondo grado< molto meno, devi convincerli che effettivam.. O devono vedere che è una cosa appassionante, (0.3) ma non è sempre facile proporre cose appassionanti, o devi convincerli che effettivamente gli è utile per qualcosa, >dove utile può essere anche util:e< (0.6) spicciolo, nel senso per fare bene, per fare bene in matematica, nelle prove di matematica che vengono dopo, per dire. E quindi lì lavoro sul successo delle attività è (0.4) anche di un altro tipo, (0.3) non solo di <serenità dell'ambiente>, insomma, (0.4) abbassamento del livello d'ansia, valutativo ma anche questo fatto qui, insomma, (0.5) che giustamente, da adolescenti, (0.5) vogliono più risposte ed è importante sapergliele dare enon è banale, non è per niente banale.

66 I: In un certo senso tenere ingaggiati gli studenti nell’attività dandogli un valore proprio all'attività di per sè, cioè non è un modo alternativo con cui ti faccio vedere una cosa dove te impieghi più tempo in maniera, tra virgolette, inutile rispetto ad un insegnamento trasmissivo ma ha un valore aggiunto per te

67 P: Si, ha un valore aggiunto per te e non è una cosa.. (0.6) Anche questo secondo me a livello trasversale, >ma in particolare a livello di scuola secondaria di secondo grado<, non è una cosa estemporanea. (0.6) Perchè se tu presenti ogni tanto queste cose qui sembra che: “vabbè oggi l’insegnante non c’ha voglia di fare matematica, mi fa il giochino”. (0.6) Cioè, devi essere convinto te e deve essere <parte integrante>.. non è.. Ovviamente non è detto che tu <debba fare sempre quello> ma, appunto, non devi dare l’idea che: “vabbè, oggi facciamo questo, tanto c’è due ore, non so cosa fare, abbiamo fatto il compito ieri, facciamo questa cosa qui”. Se viene presa così, insomma, ovviamente non ha..

68 I: Perchè questo è anche un problema, no?!, legato alla valutazione, in un certo senso, perché c'è un po' la resistenza nello studente che dice “Queste attività che vengono proposte, sono quelle che non vengono valutate, in un certo senso..” [Quindi..]

69 P: [Certo, certo. Nono ma la valutazione la puoi certo fare], non è quello.. (0.5) L'importante, secondo me, è che non vengono viste come estemporanee. Poi tu li puoi mettere in valutazione, se non son viste come estemporanee tu le puoi mettere in valutazione, puoi fare una prova di valutazione e anche è interessante: <se tu usi degli artefatti, è importante anche che nella valutazione poi sommativa tu gli faccia usare gli artefatti>, (0.4) sennò dici: “ Eh no però te mi dici che la matematica la imparo con quello però poi non li posso usare”. (0.4) No, io ti insegno a usare la calcolatrice e poi ti do dei problemi in cui tu devi usare in maniera furba la calcolatrice, (0.5) per esempio. (0.4) O Geogebra, (0.3) poi ti do dei problemi che tu devi far su Geogebra non su carta e

penna, perchè sennò cosa l'ho fatto a fare Geogebra. (0.3) <Se ti insegno ad usare un artefatto>, e poi in qualche modo non lo usi, nelle cose valutative ti dico: “No, non va bene usarlo!”..(1.0) Quindi possono tranquillamente entrare nel.. negli aspetti valutativi, (0.3) il punto è non farla vedere come un'attività occasionale, che quando c'ho un po' di tempo da perdere [faccio quello].

70 I: [Accessoria], in un certo senso, per l'insegnamento.

71 P: Si, si.

72 I: E quindi, diciamo, da un punto di vista della promozione, in un certo senso, di questo tipo di approccio, quali possono essere i fattori che vanno poi a incidere <favorendo> l'insegnamento di questo tipo di attività nel percorso scolastico e invece quali sono i fattori che limitano? Allora, senza dubbio, uno che è stato visto è questo della costrizione del tempo e di una valutazione stringente, che è percepita, diciamo, irraggiungibile a obiettivi a lungo termine, cioè ha bisogno di..

73 P: Secondo me è, quello del..(0.3) Quella famosa terza, quarta domanda che avevate messo.. cioè dovete <individuare e veicolare un obiettivo importante formativo sulla matematica che la maggior parte de.. possa.. degli insegnanti possa condividere (0.6) e che fa fatica a raggiungere o fa fatica a trovare modi per lavorarci>. (0.5) Questo diciamo, in genere, è l'aspetto più importante per fare in modo che possa prendere piede una sperimentazione convinta da parte degli insegnanti. Cioè loro devono (0.3) essere convinti che, in qualche modo, (0.3) questo approccio può aiutare a raggiungere gli obiettivi formativi che altrimenti fanno più fatica a raggiungere o che addirittura non riesco nemmeno <a inseguire>.

74 I: Quindi questo diciamo, si, nella proposta di una nostra sperimentazione. Ma a livello teorico, diciamo, per la convinzione degli insegnanti, ci dovrebbero essere più risultati, per esempio, su quali sono gli effetti nella valutazione formativa di.. dell'utilizzo di questo tipo di attività o, ad esempio, [di limiti..?]

75 P: [Certo che se..] Diciamo che, se te fai una attività del genere (0.7) e, ti faccio un esempio, (0.3) migliorano i risultati Invalsi, loro sono assolutamente contenti. Cioè, è un una prov:a, (0.4) diciamo,<tangibile> per loro, >poi si può discutere quanto si vuole di questo<, del fatto che la cosa funzioni. (0.4) Il problema grossissimo e sul quale, io ti dico, (0.5) anche qui cerco sempre di, (0.3) come si può dire, di rendere consapevole gli insegnanti, è che secondo me in educazione dire che una cosa funzioni è molto difficile, come dire che non funziona. Forse è più facile dire che non funziona, ma cosa vuol dire che non funziona? (0.5) Eh tu hai degli output che.. che ti fanno contento. Quindi l'idea è che l'insegnante sia contento di quello che sta.. io dico questo. Uno di questi, sicuramente tangibile, sono i risultati, per esempio, Invalsi, che, insomma, >potrebbero lasciare il tempo che trovano<, ma se l'insegnante vede che.. (0.4) E, secondo me, una cosa di cui sono convinto e che dico per esempio sul lavoro sui problemi è esattamente questo, io dico: "Guardate che il <lavoro sui problemi> è legato alla competenza fondamentale sulla matematica e, >non solo è legato a una competenza fondamentale per la matematica< ma è esattamente un lavoro, diciamo, <sulle competenze>, se vuoi, perché esula dal <contesto>. (0.6) Cioè, il problema.. (0.3) a me non me ne frega niente di fare quel problema lì, <io ti voglio insegnare ad approcciare un tipo di situazione>. Quindi dai allo studente gli strumenti (0.3) per affrontare diversi tipi di situazione matematica. Al chè, seppur noi non facciamo quesiti Invalsi, io sono convinto che un buon lavoro sui problemi migliori anche, (0.4) >che non considero un obiettivo formativo<, ma loro si, migliori anche i risultati Invalsi, (0.4) io ne son convinto. (0.3) Però, appunto, (0.5) poi è molto difficile dire cosa funziona, cosa non funziona.. (0.4) Da questo punto di vista appunto, penso che Gabriella sia pedagogista sperimentale, io ho un punto di vista molto diverso. Cioè, io capisco la pedagogia sperimentale e penso sia molto importante l'obiettivo, (0.8) penso che sia un po' un'utopia trovare gli strumenti per dire che una cosa funziona

76 I: Sì sì, ricercare su che cosa è efficace

77 P: Si, si. (0.8) Puoi avere tante illusioni, puoi avere tanti falsi negat:ivi o falsi posit:ivi, è verament:e.. (1,0) veramente, veramente <difficile. (0.4) E credo che, d'altra part:e,(0.7) credo che l'insegnante molto più <di noi, di Invalsi e di chiunque altro>, e la maturità, possa sfruttare il fatto che <li vede tutti i giorni>, (0.8) quindi più che <il singolo strumento>, che ti dice è migliorato qualche cosa, il fatto che te li vedi tutti i giorni e quindi ti rendi conto di <tante cose>, anche su

situazioni che sono per niente valutative: uno che fa un intervento di un certo tipo, una domanda di un certo tipo. Secondo me, hai molti più strumenti per capire se, fra mille virgolette, funziona.

78 I: In un certo senso sì, ecco, la profondità della visione costante e presente del rapporto tra insegnante e studente veramente ha questo tipo di importanza. (0.4) Ma oltre, diciamo, alla valutazione sommativa e (0.8) a questo tipo di risposte dell'efficacia, però diciamo, i limiti che possono avere nell'applicazione questo tipo di approcci..(0.4) Limiti, da una parte percepiti dagli insegnanti, però anche limiti (0.6) a livello teorico di applicazione di questo tipo di approcci, che cosa possiamo pensare di trovare?

79 P: Questa francamente è una domanda a cui non ti so rispondere, io ti so rispondere in generale (0.8) sui limiti di tutte le sperimentazioni, (0.5) non più che degli approcci sui gesti e sul movimento del corpo..no. (0.6) Il limite ti dico, ribadisco, penso più in generale dell'uso di artefatti, è della consapevolezza, e appunto del rischio che l'insegnante colga dei segnali che in realtà di consapevolezza non ci sono. Io questo lo vedo come un problema grosso di tutti questi tipo di attività: cioè io, insegnante, mi accontento, cioè sono contenta che tu abbia fatto quella cosa come immaginavo la facessi, (0.5) però magari dietro non c'è nessun significato matematico.

80 I: Però questo in un certo senso è sempre vero in ogni tipo di strategia

81 P: è vero, sisi, è vero in ogni tipo di cosa, secondo me, però (0.9) quando tu dai attività con artefatti (0.7) si amplifica. Se io ti do un esercizio su seno e coseno e te lo fai bene, >io posso pensare che tu hai fatto bene l'esercizio e poi non hai capito niente di seno e coseno<. Se io costruisco un'attività che penso che inglobi in maniera profonda >il significato di seno e coseno<, come quella dei cerchi, (0.7) vedo due che la fanno bene, mi convinco ancora di più, e magari invece, ribadisco, hanno fatto prove e errori e sono riusciti a farlo però (0.9) cioè quindi, secondo me.. sono d'accordissimo con te che è il limite di ogni, appunto, <valutazione sommativa in matematica>, (0.8) ma in particolare con questo tipo di approccio questo si amplifica. (0.4) L'altro aspetto invece di difficoltà di qualsiasi sperimentazione, è che c'è una fetta di quegli insegnanti che, come si può dire, <abbracciano anche l'innovazione didattica>, (0.6) che l'abbracciano in un modo che poi distorce l'innovazione didattica perché, (0.4) in qualche modo, hanno voglia di fare cose nuove (0.5) ma chiavi in mano. Quindi, diciamo, (0.4) prendono quelle cose lì, appunto,< non seguono la filosofia che vorrebbero, che vorrebbe introdurre il gruppo di ricerca>, mettiamola così. >Al di là del fatto che se dai la stessa cosa a 10 insegnanti anche convinti, te la fanno in 10 modi diversi, ma questo è tutto un altro paio di maniche<. Secondo me, nelle sperimentazioni larghe, purtroppo non hai assolutamente nessun controllo sul fatto che, chi sta usando quegli strumenti li sta usando coerentemente con l'idea con cui li avevi costruiti, li avevi proposti. (0.6) E quindi quello è un limite grosso. Io ho visto situazioni in cui viene fatto esattamente il contrario di quello che, che farei.. (0.6) perché c'è proprio.. in maniera incoerente con i principi che hanno ispirato il progetto, diciamo.

82 I: Ma, questa cosa qui, viene da: una carenza di investimento personale, profondo, nel proporre e mettersi nell'ottica dell'attività che uno vuole proporre, dall'abbracciarla come una semplice attività da provare a vedere come funziona, senza indagarsi davvero sulle consapevolezze necessarie e gli obiettivi, dal non partire, per esempio, da quali sono le esigenze della tua classe e pensare le attività a partire dal quali sono i bisogni.. Quali potrebbero essere? Questi sono quelli che mi sono venuti in mente a me.. ((Risata))

83 P: No no, son tutti e tre presenti questi qui. (0.3) Questi son tutti e tre presenti. (0.3) Infatti, diciamo, è ovvio che, soprattutto quelli di ricerca, (0.3) non di <divulgazione>, <di formazione> sono molto più mirate. Cioè tu le fai in poche classi. (0.8) Quindi fai un percorso con l'insegnante, condividi con l'insegnante una certa filosofia, degli obiettivi, come dicevi tu, (0.7) modelli anche le attività in base alla classe, non è che pigli delle attività buone per tutti e le porti in classe. Quindi, (0.3) in questo caso qui, tutti questi elementi.. Poi ci può essere, diciamo, se la divulghi in maniera ampia, ci può essere l'insegnante che può, vuole solo aver qualcosa da fare, prova e mette li, ci può essere l'insegnante che, appunto, magari (0.5) ci investe anche più tempo ma poi, come dicevi te, non ha gli strumenti, non ha consapevolezza e quindi non adatta al gruppo classe, (0.3) ci può essere l'insegnante che ci vede cose che, (0.4) che noi non ci vediamo e >queste cose magari possono essere< in contrapposizione con i principi che hanno sviluppato..(0.3) oppure ci può

essere l’insegnante >che anche in buona fede< pensa di fare in un modo e invece fa in un altro, (0.4) magari non ha gli strumenti metacognitivi per rendersi conto di.. (0.3) magari non attiva, non ha o non attiva gli strumenti per comprendere, forse questo. (0.4) Esempio, delle cose che conosco io, (0.4) sul lavoro sul problem solving che facciamo noi è fondamentale che, che, diciamo, che ci sia una discussione sui.. (0.3) sui percorsi, su processi.. (0.3) insomma, a differenza di, del tradizionale approccio a degli esercizi, l’insegnante che mente uno lo fa dice “No ma qui cosa hai fatto, hai sbagliato tutto”. No, perché sennò è già finito tutto, e invece lo fanno. E quindi, tu magari lo dici anche, nel senso, è chiaro che poi alla fine non è che <è tutto corretto>, va bene tutto, cioè, alla fine si arriva a valutare se una cose è più o meno corretta eccetera eccetera, ma non..(0.3) diciamo, <è alla fine di un percorso>, non è censurante nei processi di pensiero che uno sta facendo. Uno risolve il problema, poi lo discute con gli altri, poi.. (0.3) non è l'insegnante che a metà gli dice “Ma cosa cavolo stai facendo. Eh, hai sbagliato tutto”, oppure che te lo fa l’insegnante. Insomma, ci sono varie cose però succede, anche perché va contro <un modo di fare dell'insegnante piuttosto radicato nel tempo> e quindi anche quello è difficile da modificare. E la stessa cosa se tu introduci delle cose completamente nuove per molti insegnanti che, eh Montessori ormai son cent’anni che.., però diciamo, come tante cose della didattica della matematica, anche cose che ormai sono consolidate, per tantissimi insegnanti sono completamente nuove, estranee dalla loro consapevolezza didattica e pratica didattica.

84 I: E, diciamo, che spesso questo è anche il motivo per cui poi magari provano anche a fare delle cose in classe, hanno delle brutte esperienze perché non hanno risposte positive dall'attività e quindi a quel punto totalizzano l'inefficacia di tutte le attività che coinvolgono.. insomma, "ritorniamo a spiegare in maniera classica perché ho provato e non ha funzionato".

85 P: Un ostacolo poi su questo punto è il fatto che se te introduci delle novità, sono..(0.3) c'è una difficoltà aggiuntiva anche per gli allievi. (1.0) E anche qui ci deve essere consapevolezza che le prime difficoltà.. (0.4) si torna al discorso dei tempi. (0.3) <Se io guardo nel brevissimo, è chiaro che i bambini fanno più difficoltà>, hanno più difficoltà. (0.8) Quindi, se ho questo approccio qui, (0.4) guardo una settimana, vedo che questi si incasinano con la roba eccetera eccetera, dico: “Vabbè ma è meglio..leviamo tutto, torno..”. (0.4) Quindi questa consapevolezza ci deve essere, perché <non devo io, insegnante, avere paura delle difficoltà degli allievi>. Poi è chiaro che.. perchè non è che voglio mettere in difficoltà, quindi che nel lungo periodo <io ci vedo dei benefici (0.4)>, ma è anche evidente che <se io introduco delle cose nuove, che magari loro non hanno mai visto>, all'inizio faranno più..(0.6) cioè allora avranno più difficoltà e soprattutto la difficoltà sarà molto percettibile. Perchè, appunto, mentre te spieghi alla lavagna hanno spento la testa ma te non te ne rendi conto invece li vedi questi che sono impacciati

86 I: Che si perdono

87 P: Eh, si perdono. <Non devi aver paura che si perdano, è naturale che si perdano>. Questo è il primo aspetto: <è naturale che si perdano, si devono perdere>. Se lo sanno giò fare, (0.5) [che lo faccio a fare.]

88 I: [che lo fanno a fare]

89 I: E da questo punto di vista che cosa potrebbe essere qualcosa che favorisce l'applicazione di queste (0.8) metodologie, cioè una (0.4) guida maggiore? Una..

90 P: Sicuramente devi essere..(0.6) Cioè, più l'innovazione è innovativa e più devi essere accanto agli insegnanti, non.. (0.6)vnon pensare di lasciarli da soli. (0.5) Cioè.. lasciarli da soli ma dargli la consapevolezza che te ci sei, che voi ci siete, quindi che possano discutere con voi delle possibili difficoltà, possono.. (0.4) E poi, appunto, secondo me, le paure vengono da (0.6) delle cose che non ti aspetti. Se tu, ricercatore o gruppo di ricerca, dici agli insegnanti: “Guardate, non vi preoccupate, la prima settimana o le prime due settimane sarà un disastro. Ci saranno grossissime difficoltà”. (0.3) Lui, a parte non si sentirà un incapace, o lei, non si sentirà (0.4) giudicato, non si sentirà di aver fallito: <è normale che sia così>. (0.4) Quindi, questi.. (0.3) questo aspetto è fondamentale, quello di preventivare le difficoltà. (0.4) E si torna al discorso iniziale, >questa è poi una mia convinzione eh<, di.. (0.9) diciamo, sia sui pedagogisti che sui didattici disciplinari, che tu (0.8), perdi.. (0.3) non di credibilità ma perdi audience, presa sulla scuola, proprio quando

<racconti le cose>, >magari con entusiasmo perchè ne sei convinto<, togliendo qualsiasi difficoltà. (0.7) <La scuola e l'educazione è difficile> e ci saranno sempre difficoltà, (0.3) ed è fondamentale che quando propongo le cose io ne sia consapevole e ne parli, (0.4) non devo vendere uno shampoo per i capelli, devo proporre un percorso formativo che include le difficoltà e in cui l'insegnante, >anche questo secondo me è motivo di motivazione o al limiti di scappare<, è agente professionista competente, (0.5) cioè è un esperto educativo che non ha paura delle difficoltà. (0.7) E che quindi sa che affronterà delle difficoltà, sa che c'è un gruppo di lavoro che c'ha lavorato e può aiutarlo e sa.. Non, appunto, che ti vengono i denti più bianchi in 5 giorni, perché sennò <sei perdente subito>, perché è chiaro che poi lo provi nella classe e ci sarà comunque il bimbo che (0.5) entra in crisi, oppure tu, (0.3) oppure tutti, oppure.. (0.4) delle problematiche. Ti dico, una cosa molto motivante è: "Noi conosciamo determinate difficoltà, ma questo scambio è fondamentale anche per noi (0.7) per raccogliere ulteriori difficoltà >che magari non abbiamo incontrato in altre classi<, non abbiamo incontrato in altre esperienze e però può darsi che vengano fuori e <saperle, lavorarci e pensarci insieme> è importante anche da un punto di vista della ricerca. Ecco i prodotti miracolosi, non vendiamo prodotti miracolosi, non è quello il nostro lavoro, (0.6) diciamola così.

91 I: Quindi l'idea che ci sia un po' più di serenità, nella consapevolezza che qualsiasi sia lo stile e la strategia e l'attività introdotta, ci siano delle difficoltà e che queste difficoltà non..(0.7) non sono un demerito del.. [a carico..]

92 P: [No sono inevitabili], soprattutto sono inevitabili (0.8) e a noi interessa sapere quali sono in base al contesto, in base a.. (0.4) quali sono per provare a capire come affrontarle, come affrontare le difficoltà.

93 I: Perfetto. Io penso di averti chiesto più o meno tutto.

94 P: va bene, allora in bocca al lupo.

95 I: Io ti ringrazio tantissimo per la disponibilità e anche per le risposte, insomma, assolutamente confermo il punto di vista iniziale.

96 P: Figurati. Dai, ci aggiorniamo,se poi hai bisogno ci si sente.

97 I: Va bene.

98 [...]

Benedetto Scoppola

1	B: Allora, nella tradizione italiana, secondo me, l'embodied education in matematica è tradotta nel Montessori, chiaramente, e poi in tante attività che si fanno attraverso materiali, spesso derivati dal Montessori, più o meno consciamente, e poi in attività.. cioè.. Ci sono persone che fanno matematica anche attraverso il movimento di tutto il corpo e queste, secondo me, pure vanno in qualche senso coinvolte nell'idea di matematica embodied, perché, anzi, alla luce delle cose più recenti, sembra proprio la cosa giusta da fare insomma. E quindi, come parole, io direi sicuramente: matematica attraverso i materiali, che è una cosa che si usa non solo in Montessori tra l'altro, cioè, i tre materiali, quelli classici della scuola primaria, che sono regoli in colore, com'è che si chiamano, blocchi logici e BAM, sono, secondo me, esempi che uno può mettere nella matematica embodied e poi, sicuramente, che va per la maggiore in questo periodo, ma non mi sta venendo il nome, quello di Erikson, il metodo Bortolato. Bortolato sicuramente, in qualche senso, pensa anche a fare una matematica embodied, anche se poi quella è condita da aspetti diversi, comunque se serve ne parliamo dopo. Comunque sì, sicuramente Bortolato va considerato perché sicuramente in qualche senso fa matematica embodied, fa matematica con il movimento. Ad esempio, la linea del 20 è un buon materiale e somiglia, tra l'altro, a cose di stampo montessoriano. E poi.. cioè, quindi.. matematica attraverso i materiali, sicuramente, matematica attraverso il movimento. Sarebbe importante, non so quanto è chiaro per le persone, sottolineare l'uso specifico dei materiali, cioè i montessoriani dicono: "C'è una differenza tra materiali didattici e materiali di sviluppo, cioè tra sussidi didattici e materiali di sviluppo", materiali di sviluppo significa una cosa sulla quale il bambino è protagonista di quello che fa. E quindi che ce l'ha lui, che ci lavora quanto vuole, in piccoli gruppi o anche da solo, insomma, quello sarebbe il materiale di sviluppo. Questa nomenclatura, sussidi didattici e materiali di sviluppo, è molto chiara per i montessoriani, non credo che sia chiara per tutti, però mi pare che, per coinvolgere i docenti di scuola primaria, cercare di capire come viene usato il materiale sia fondamentale. Per quanto riguarda la scuola secondaria di primo grado non credo che ci sia tantissimo di matematica di tipo embodied. Chiaramente ho notizia delle.. delle cose che sono state fatte tipicamente a Roma, cioè da Daniele Pasquazi: i ludi geometrici, le quadrature in moto eccetera, il materiale che, diciamo, è stato ideato a partire dal codice Atlantico di Leonardo Da Vinci. Non credo che ce ne sia moltissimo di testimonianze di matematica attraverso i materiali perché.. Perché in genere i professori di scuola media pensano che sono troppo grandi per fare cose del genere. I risultati di Daniele sono invece molto significativi da questo punto di vista qui. Sembra che.. insomma il risultato è molto buono per la scuola secondaria di primo grado. E ho proprio notizie zero di cose embodied nel.. nel liceo, non so come.. cioè nel liceo, nella scuola secondaria di secondo grado, a parte il fatto che ci sono degli istituti tecnici che fanno tante cose con le mani, naturalmente, però quelle sono più professionalizzanti, quindi non direi che è proprio matematica
2	I: Pura
3	B: No, non è matematica pura. E.. Io ho l'impressione che anche su quello si potrebbe provare a lavorare ma non credo che ci siano parole chiave che uno può dire
4	I: Che può utilizzare, ma invece la definizione di sussidi didattici, cioè se uno volesse tradurre un po' queste concetti di materiali di sviluppo e di sussidio didattico per renderla accessibile..
5	B: Un sussidio didattico è una visualizzazione di un concetto astratto, che tipicamente fa vedere il il docente, magari i ragazzini ci lavorano anche un po', però tipicamente è una cosa presentata dal docente come "vedete nei blocchi aritmetici multibase, vedete questo è il 1000"
6	I: E quindi a uso di rappresentazione e basta
7	B: A uso di rappresentazione e basta. No non a uso di.. Cioè non è veramente embodied il materiale, mi sembra

8	I: Ok diciamo non è un concetto matematico che emerge da un'azione con il materiale
9	B: Esattamente.
10	I: E invece il concetto di materiale di sviluppo è invece questo
11	B: è questo, esattamente. Cioè, e soprattutto il concetto di materiale di sviluppo è il bambino ci lavora autonomamente, si fa dire dal materiale quel che il materiale ha da dire. C'è dietro l'idea che bisogna far lavorare il bambino
12	I: con il materiale
13	B: con il materiale per conto suo.
14	I: Ma, per esempio, è anche prevista la presenza di un task, di un problema iniziale con il quale dover risolvere col materiale oppure è semplicemente l'esplorazione del materiale che porta.. o entrambe le cose, insomma, dipende dai casi?
15	B: Io ti dico quello che so bene, che è Montessori naturalmente. Certo nel Montessori c'è il task, cioè l'idea è che di per se stesso, per esempio, sulla parte aritmetica, di per se stesso, il fare le operazioni con numeri grandi è una cosa che i bambini all'età giusta gli interessa, gli piace molto. E quindi che quello sia il materiale per fare dodicimilioniquattrocentosettantaduemila diviso cinquantasette è una cosa bellissima che i ragazzini fanno in realtà volentieri quando sono nell'età giuste, e quindi il task lo vedono. Per i Task geometrici, insomma, io penso che l'educazione Montessori nasce proprio su questo, sui problemi, che sono proprio l'idea che c'è un task, che c'è, ci sono delle cose, delle equivalenze che io voglio dimostrare, questa è l'idea fondamentale di Montessori. Credo che il.. l'utilizzo in questo senso del materiale nella scuola comune sia molto legato alle persone, cioè ci sono persone che si sono rese conto che i ragazzini ci devono lavorare per conto loro, anche tante montessoriane, però spesso i materiali sono presentati come sussidio didattico direi, quindi per quello che dici sono meno matematica embodied, sono proprio un altro modo di vedere un concetto astratto, più visibile ma sempre astratto rimane
16	I: Ok, e, diciamo, invece da un punto di vista delle età di riferimento, cioè: ha un senso farlo a qualsiasi grado scolastico? Ha particolarmente importanza farlo in particolare gradi scolastici? E semmai: Quali tipi di contenuti coinvolgere in questo tipo di attività?
17	B: E' una domanda bella. Penso che abbia molto senso da 3 a 11 anni, moltissimo senso. Nel senso che lì e sono proprio le basi dell'aritmetica e della geometria, che passino attraverso le mani e il movimento sembra essere proprio fondamentale. È diverso, naturalmente, il lavoro che si fa fra 3 e 6 anni e quello che si fa a far 6 e11, deve essere diverso. Cioè, quello da 3 a 6 anni ha proprio bisogno di essere meno analitico, cioè è semplicemente un'esplorazione di oggetti che hanno qualcosa da dire, e mentre invece quando sono più grande il legame con linguaggio, e anche con un linguaggio specifico, può essere molto più sottolineato e secondo me è una cosa importante che ti aiuta a fare la matematica nel mondo giusto. Per quanto riguarda i ragazzi più grandi, cioè della scuola secondaria, io credo che è tutto da provare, ma quel poco che abbiamo ottenuto con Daniele e anche quel poco che ho ottenuto con l'alternanza scuola-lavoro che abbiamo fatto con Riccardo Mariani, per esempio, sono risultati notevoli, nel senso che non abbiano nulla di statistico, sono i numeri piccolissimi e poi statisticamente sono poco significativi perché sono studenti che hanno scelto di fare un'attività in matematica, quindi chiaramente sono motivati, però il tipo di risposta che abbiamo avuto a questioni, materiali, riguardo soprattutto all'utilizzazione della matematica per risolvere dei problemi, la risposta che abbiamo avuto mi sembra molto positiva. E quindi se uno dovesse presentare della matematica embodied nella scuola superiore, secondo me cruciale è il fatto che la parte embodied ti fa vedere come la matematica è il linguaggio giusto per descrivere dei fenomeni naturali, che nella scuola tende a essere una cosa che non.. che non c'è. Tra l'altro, magari, il professore è lo stesso ma c'è l'ora di

	matematica e l'ora di fisica e che son proprio separate. Invece, ecco, la matematica embodied credo che sia una.. una chiave di volta
18	I: Quindi un meccanismo di connessione anche, diciamo.
19	B: Certo. Cioè far vedere che la matematica è un linguaggio, non è una cosa che ti serve imparare per fare i compiti in classe, è una cosa che ti serve per capire il mondo che c'abbiamo intorno.
20	I: Quindi, diciamo, un atteggiamento diciamo anche sperimentale
21	B: Eccerto, eccerto. Chiaro, laboratoriale creso che si dica.
22	I: Laboratoriale si. E quale pensi che sia, diciamo, la convinzione che gli insegnanti devono accompagnare all'utilizzo di materiali o approcci di questo tipo nella scuola?
23	B: La fiducia che i bambini e i ragazzi hanno voglia di imparare fino infondo le cose e che le imparano facendo, le imparano sperimentando e anche interrogandosi, magari in un modo che all'inizio è meno, meno formalizzato e poi può diventare più formalizzato, però la fiducia nel fatto che vogliono imparare e vogliono capire. Questo credo che sia l'atteggiamento fondamentale del docente
24	I: Ok. E, ad esempio, a livello di valutazione? Cioè, spesso la preoccupazione degli insegnanti può essere quella che..
25	B: poi come lo valuto?
26	I: che sono difficilmente valutabili questi tipi di evoluzioni, diciamo, no?! nell'apprendimento degli studenti.
27	B: Io credo che, per quanto riguarda i bambini, cioè fino alla quinta primaria, proprio sia il modo di imparare. Poi se uno ti da dei problemi da risolvere, se li hanno imparati in un certo modo li fanno bene. Cioè, per esempio, c'è tanta discussione, da quello che so, sul fatto che i bambini non sanno capire il testo del problema, per cui se c'è scritto metto insieme allora mettono il più, mentre se c'è scritto tolgo usano il meno, mentre invece delle volte l'operazione che devi utilizzare è il contrario. Eh, io credo, per quel po' di esperienza che ho visto, che il fatto di fare matematica embodied risolve questo tipo di problemi, cioè quando le cose le vedi, capisci quello che devi usare. Quindi penso che, insomma, la.. la matematica embodied sia una.. una soluzione a tutti i problemi che vengono, cioè insomma, a tanti problemi che vengono sottolineati nella matematica per bambini piccoli. E.. com'era la domanda che..
28	I: La cosa che volevo sapere è che poi questa cosa qui si traduce anche in una..
29	B: ah scusa, la valutazione. Scusami, scusami ho perso il filo. Quindi penso che per la scuola primaria la valutazione può serenamente essere fatta in un modo anche abbastanza tradizionale se uno vuole, non è quello che fanno i montessoriani naturalmente, ma quello non ci interessa troppo. Può essere fatta in modo tradizionale e io credo che tante delle.. delle difficoltà si superano perché l'hai imparato veramente in modo embodied. Per quanto riguarda i ragazzi più grandi [13:13] là, il risultato di Daniele fa vedere che risolvono test classici
30	I: Cioè, quindi che su test standard si vede il risultato
31	B: su test standard vanno meglio, questo per quanto riguarda la media. E quindi, insomma, il problema della valutazione per certi aspetti non esiste troppo. Per quanto riguarda quelli più grandi ancora, io penso che, nel momento in cui uno riesce a legare delle discipline, poi uno può fare una valutazione proprio.. proprio attraverso dei lavori, da soli o in gruppo, in cui uno scrive quello che ha fatto, cioè se..
32	I: in maniera progettuale

33	B: In maniera progettuale [13:51]. Cioè, faccio un esempio scemo che è una delle cose che ho fatto per l'alternanza scuola lavoro, fai un lavoro sulle maree e lì c'è tanto da dire da un punto di vista storico e, insomma, anche un po' filosofico, insomma, c'è tanto da dire da un punto di vista matematico, da un punto di vista fisico e uno gli fa fare un lavoro in cui raccontano tutti questi aspetti interdisciplinari relativi ad un grande tema culturale, quello delle maree, che è stato uno dei motori dello sviluppo scientifico fino al Seicento e nel Settecento, e a quel punto valuti una cosa scritta. Però io credo che non ci siano problemi a valutare queste cose, se anche le vuoi valutare in modo molto tradizionale. Un'alternativa, tutta da verificare, difficile, che tra l'altro dentro Montessori stiamo discutendo con termini molto accesi, è il fatto di non valutare in modo standard ma di valutare attraverso un'attenta osservazione di quello che fanno i ragazzini e di coinvolgerli anche quando sono piccoli nel.. nella valutazione. Cioè
34	I: Nel processo di valutazione
35	B: Certo. Lo fai diventare anche un sistema di autovalutazione.
36	I:Feedback e cose di questo tipo
37	B: Si, questo onestamente mi sembra un obiettivo molto bello e molto nobile. Mi sembra difficile, cioè tra l'altro mi sembra molto legato alla maturità del docente Cioè non credo sia facilissimo fare correttamente, cioè sviluppare correttamente l'autovalutazione da parte dei bambini se non sei molto molto convinto e molto consapevole di quello che stai facendo. Mi sembra un percorso difficile, però sarebbe.. cioè, sarebbe l'ottimo, per certi aspetti, a mio parere. Perché coinvolgere i ragazzi nella loro valutazione, che i ragazzi effettuano la loro valutazione sarebbe l'ottimo
38	I: E a livello, diciamo, di inclusività di queste pratiche? Cioè, sono pratiche che sono inclusive, per esempio per studenti che hanno differenti background culturali, differenti background anche socio-economici, linguistici o anche che hanno magari difficoltà di apprendimento o stili di apprendimento, diciamo, che si distanziano un po' da quelli, diciamo, tradizionalmente portati avanti con la didattica tradizionale.
39	B: In qualche senso stai chiedendo al macellaio se c'ha la carne buona. Nel senso che io credo che siano fortemente inclusive queste pratiche. Tra l'altro, quando sono molto piccoli e quindi la loro attività è meno accoppiata linguaggio, esperienze che si sono viste fanno vedere che anche in classi in cui i bambini parlano lingue diverse, e all'inizio fanno fatica a capirsi, quando si coinvolgono su un lavoro comune, insomma, che è sviluppato attraverso materiali, riescono a collaborare in un modo incredibile Quindi, quando sono piccoli, certamente è una cosa estremamente inclusiva e ci sono anche testimonianze di questo. Man mano che diventano più grandi, io credo che lavori di questo tipo permettono di coinvolgere abilità e anche come.. non mi sta venendo la parola, insomma, capacità diverse,
40	I: competenze
41	B: competenze diverse, non so se era proprio competenze ma insomma.. competenze diverse che c'hanno i diversi ragazzi. Per cui all'interno di un gruppo di lavoro su un grande tema, eh, ognuno mette quello che sa fare di più e mi sembra molto inclusivo da questo punto di vista. E per le persone con difficoltà di apprendimento, insomma, per esempio c'è la tesi di Annamaria Bianconi, che ha fatto vedere come anche i bambini a cui è stata diagnosticata una.. un DSA, attraverso attività embodied sono riusciti a far vedere che non era un DSA, era un disagio, insomma, per cui sono arrivati poi a un valore perfettamente compatibile con gli altri bambini della loro classe. Quindi mi sembra che.. che sia una pratica delle più inclusive che uno si può inventare
42	I: Che può esserci. E, diciamo, la proposta di materiali e di percorsi di questo tipo all'interno delle classi deve essere fatta a partire dalle esigenze e dagli stili, diciamo, d'apprendimento degli studenti oppure uno deve provare a proporre una pratica e poi essere flessibile sulla risposta o

	aspettarsi che bene o male ci sia un'interazione da parte di tutti con quella rappresentazione, con quel modo di lavorare che viene proposto?
43	B: Io penso che una delle cose difficili di questo modo di presentare la matematica è quello di capire il singolo gruppo classe che hai, qual è il percorso più adatto per.. l'ho detta male in italiano ma insomma si è capito
44	I: Si
45	B: qual è il percorso più adatto per quel singolo gruppo classe, perché può non essere sempre lo stesso. D'altra parte, secondo me, un pensiero all'inizio di dire “Io comunque voglio arrivare a questo, questo e questo” e quindi ho in mente che ci sono delle attività che sono adatte per arrivare a per quei risultati è bene che uno ce l'abbia. Poi naturalmente lo deve adattare alle esigenze e anche al desiderio di quello che i ragazzi vogliono approfondire, soprattutto quando sono più grandi, ma anche con i bambini. Cioè bisogna essere pronti a modificare un po’ il percorso, però un percorso è bene avercelo in mente. No perché vogliamo arrivare a un programma definito, ma perché vogliamo sviluppare una certa capacità di argomentare in modo razionale, di capire la matematica, di non averne paura.. Insomma dobbiamo arrivare a dei risultati, ci stanno scritti anche sulle indicazioni, per cui.. quindi mi sembra che dobbiamo avere un percorso in mente. E poi dobbiamo adattarlo alle singole esigenze del gruppo classe, mi pare
46	I: E come, diciamo, tipo di guida didattica prevista in questi lavori, è da considerarsi variabile, diciamo, da attività ad attività o è in generale sempre meglio lasciare dell'autonomia allo studente nello sviluppo del suo percorso, magari ponendo un problema e poi magari lasciando libertà di svolgerlo in maniera, diciamo, più esplorativa e più adattata, diciamo, singolarmente sullo studente perché se la decide per conto suo, oppure avere una guida didattica per cui vengano magari stabilite delle tempistiche, dei task intermedi, dei passi che guidino lo studente nello sviluppo dell'attività, o è in dipendenza dell'età?
47	B: Credo dipenda molto dall’età, cioè più son grandi più uno può dare delle tempistiche. Se vogliamo sviluppare un lavoro articolato su un grande tema culturale, visto da tanti punti di vista, dobbiamo darci una specie di scadenziario, su cui poi è necessario essere elastici, però quando parli di un grande tema alla media o alla scuola secondaria superiore forse devi anche dare un minimo di tempistiche. Per i bambini più piccoli, secondo me, più il docente è capace di ritrarsi e far lavorare autonomamente il ragazzino, più il ragazzino impara. Io questo penso, vabbè questo è il pensiero di Montessori tra l'altro, però mi sembra.. mi sembra piuttosto solido come pensiero e difficile da mettere in pratica.
48	I: E un tipo, diciamo, di intervento che deve avere il docente nei confronti dello studente deve essere quello di provarlo a stimolare con delle domande o con dei suggerimenti riflessivi, nel mentre che svolge un'attività, ove ce n'è bisogno, oppure è quello di, in un certo senso, porre un problema inizialmente e lasciare la.. lo svolgimento in maniera del tutto autonoma
49	B: Direi che anche questo dipenda dall’età, nel senso che credo che con i bambini veramente la cosa importante del docente è innanzitutto fornire il vocabolario, di questo mi sono anche molto convinto seguendo anche un po' il pensiero di Lucio Russo, per dire. Cioè, il convenzionalismo linguistico, che è quello che poi porta allo sviluppo della scienza, significa essere capaci di dare parole precise, cioè di utilizzare magari anche parole del linguaggio ma in un senso preciso per essere poi in grado di condividere quello, quello che è stato scoperto sulla matematica. E questo sembra essere stato proprio il brethe con cui poi la matematica si è sviluppata. In questo io penso che è il ruolo del docente, cioè le convenzioni non se le posso inventare i ragazzini, uno deve dare il linguaggio. E non molto altro credo, cioè bisogna poi avere appunto fiducia nel bambino che arriva a capire delle cose anche delle volte stupefacenti per la sua età, per cui, finché sono piccoli, secondo me uno, a parte il linguaggio, meno dice e meglio è, meno si intromette, sinceramente, e meglio è. È possibile che quando sono più grandi invece entrare, ma non a gamba tesa ma entrare come un membro del gruppo, in un pensiero che si sta sviluppando, può

	aiutare i ragazzi, che forse anche, per certi aspetti, te lo chiedono. E anche lì bisogna farlo con molto garbo, senza senza indirizzare completamente un lavoro che deve venire da loro, però è possibile che l'interazione col docente può essere più spesso e più attiva da parte del docente. Per esempio le docenti di scuola media di Milano, che hanno fatto questa sperimentazione, intervengono, cioè non è che gli dico una cosa e poi li fanno lavorare come alla scuola primaria, anzi gli propongono "Andiamo a vedere queste cose nella nostra città. Ci sono testimonianze di queste cose, andiamole a vedere", cioè c'è anche il fatto di aiutarli a vedere lo stesso problema da tanti punti di vista, che non può venire dai ragazzi, deve essere suggerito dai docenti. Però è un fatto di età, quando sono piccoli, secondo me, quasi l'unico compito è quello di dargli le parole precise
50	I: materiali e parole
51	B: materiale con cui si possa capire e presentargli, ma proprio presentargli non fargli l'attività che loro devono fare. Presentargli le attività e poi essere capaci di lasciarli lavorare, poi se chiedono un aiuto ci si può pensare, ma soprattutto bisogna avere fiducia nel fatto che con un po' di tempo c'arriveranno e diranno "Ah, finalmente ho capito", che mi sembra proprio un regalo che uno fa a dei bambini
52	I: Ma nel Montessori, diciamo, c'è anche nel materiale, insieme al materiale c'è anche, diciamo, allegata la spiegazione di come viene, deve essere maneggiato questo materiale, che è una sorta di guida
53	B: Certo, ci sono dei gesti iniziali che, che.. attraverso cui il bambino impara, soprattutto quando è piccolo. e i gesti devono essere fatti molto bene. Certo
54	I: che indicano la natura matematica del movimento che stanno effettuando
55	B: Certo, assolutamente
56	I: nelle.. nei materiali che vengono proposti nelle scuole, che non sono montessoriani, questo tipo di attenzione è presente? Ci dovrebbe essere?
57	B: Ci dovrebbe essere. Nella mia esperienza, sono andato molto in giro nelle scuole e non c'è sempre ma qualche volta c'è, anzi, abbastanza spesso c'è. I maestri e le maestre che decidono di utilizzare i materiali qualche volta sono anche molto attenti alla gestualità, al contenuto matematico che stanno presentando e, insomma, fanno le cose piuttosto bene, insomma. Devo dire, alcuni dei materiali della scuola comune sono un po' infelici, per esempio i regoli in colore per bambini molto piccoli per imparare la numerazione fino al 10, hanno poco movimento dentro, cioè sono appunto più legati al colore, per cui io c'ho l'impressione che possano anche delle volte confondere i bambini, che delle volte dicono giallo invece che 5, che è proprio un disastro secondo me, perché proprio per quello che dicevamo prima, il convenzionalismo linguistico significa utilizzare delle parole per dei significati precisi e quelle perché ci siamo messi d'accordo su quelle. Quindi su quello ho delle perplessità proprio sul materiale però io ho visto maestre di scuola comune che fanno cose molto belle, non necessariamente uguale Montessori, cioè vorrei chiarire, non è che sono solamente tifoso del Montessori, sono tifoso del fatto che i bambini si muovano e che attraverso il movimento imparino. Questo penso sia davvero importante.
58	I: ma sono magari materiali che si sviluppano anche gli insegnanti?
59	B: delle volte se li sviluppano anche gli insegnanti in classe, si. Cose tipo la linea dei numeri, con i sacchettini con gli oggetti e allora, in un grande sacchetto.. Questo l'ho visto fare per esempio, è un po' insiemistica come idea del numero e quindi un po' delicata.. Però insomma, l'idea della linea dei numeri che è una linea sul muro con dei sacchetti, e dentro i sacchetti ci stanno dei piccoli sacchettini con dentro 5 tappi di bottiglia, 5 matite, 5 eccetera, e nel cinque si vedono tanti insiemi da cinque, quello mi sembra una cosa molto positivia e insomma.. quella per esempio è una cosa che si sono inventate le maestre, alcune anche le conoscono, e quella è una cosa che

	chiaramente non ha nulla a che fare con il materiale strutturato, né quello della scuola montessori, né quello della scuola comune. Si possono inventare dei materiali, anzi, secondo me si devono anche inventare dei materiali speicifici
60	I: Ci vogliono delle conoscenze specifiche, diciamo, da parte degli insegnanti per sviluppare questi..
61	B: Si, ci vuole un po' di matematica. Credo
62	I: Quindi è il discorso proprio della conoscenza proprio epistemologica della materia
63	B: Eh un po' si, un po' si. Non pensare che è la matematica dei bambini e quindi sono cose facili, cioè negli elementi fondamentali della matematica ci sono delle idee abbastanza sottili che uno deve un po' conoscere per presentarli poi nel modo più opportuno per i bambini. Tipicamente Montessori diceva questa frase, che mi piace tanto, che peraltro sai, che bisogna dare ai bambini l'origine delle cose, e questo mi sembra una chiave di volta veramente notevole. Cioè bisogna conoscere un po' anche di cose filosofiche ed epistemologiche, ma anche un po' di storia della matematica, come gli uomini sono arrivati a certi concetti deve essere un modo abbastanza naturale per presentarli ai bambini, quindi bisogna conoscere un po' di matematica e anche di matematica antica.
64	I: Quindi nascita e sviluppo delle idee matematiche.
65	B: Direi di si
66	I: E invece conoscenze di tipo pedagogico, diciamo, sono un limite, diciamo, per l'applicazione di queste pratiche? Per esempio, il non saper gestire una classe divisa per gruppi, piuttosto che frontalmente, oppure
67	B: Certo, son tutte cose che devono essere imparate, ma si imparano se uno ci crede. Se uno pensa che " Beh sì, è un modo di fare ma poi quando mi metto alla lavagna funziona tutto meglio" c'è poca speranza. Uno lo impara, se crede che quello sia il modo di imparare dei bambini uno lo impara, questo l'ho sentito da tante maestre sia Montessoriane che non, che si fa tanta fatica all'inizio però che poi ne vale la pena perché i bambini diventano protagonisti di quello che fanno.
68	I: E a livello, diciamo, di limiti invece di questo tipo di approcci, diciamo, alla didattica della matematica?
69	B: limiti..
70	I: Limiti di applicabilità, o limiti intrinsechi, o limiti rispetto a quali sono gli obiettivi fissati dai curriculum e dalle Indicazioni nazionali
71	B: io penso che troppi limiti per quanto riguarda le indicazioni nazionali per la scuola primaria non ce ne sono. Ho il dubbio se, man mano che si va avanti, ci sono proprio dei temi che si farebbe bene a sviluppare in modo totalmente astratto. Nel senso che, è anche vero che la matematica è il linguaggio della natura eccetera, ma che a un certo punto, quando hai capito che puoi studiare solo il problema matematico, devi essere capace di manipolare la matematica in senso completamente astratto. E questo deve essere uno sforzo durante la media e soprattutto la secondaria di secondo grado, deve essere uno sforzo molto lucido di chi insegna, insomma, di chi fa imparare. E quella è una seconda, un secondo aspetto che che, insomma, si deve pensare, si deve tenere presente. E' anche vero però che la matematica che tanti di noi hanno studiato, anche quando ero piccolo a scuola, era puramente solo questo, cioè solo manipolazione algebrica per prendere un bel voto allo scritto e quello, secondo me, non può andare. Anche perché non ci sono neanche più le condizioni sociali perché un apprendimento di questa matematica possa andare avanti e quindi solo quello va evitato. Secondo me però sì, ma mano che diventano grandi, non credo che si possa fare tutto attraverso la matematica embodied, devi cercare di far capire anche che è bello, che il linguaggio dell'algebra ti permetta, una volta che hai

	capito come la stai applicando a un problema, di risolvere il problema in modo puramente algebrico e poi vedere il risultato e vedere se ha capacità di farti capire quello che succede nel sistema che vuoi descrivere, insomma.
72	I: è vista come una transizione, diciamo, all’astrazione a partire da attività di questo tipo, o proprio ci sono delle.. dei contenuti o degli argomenti nello specifico che comunque non possono prevedere questo tipo di attività?
73	B: tutto lo studio della manipolazione formale dell’algebra è uno studio formale, solo che deve essere motivato. Cioè non deve essere che un giorno dice “Purtroppo da oggi dobbiamo fare i calcoli con le lettere”, cioè bisogna anche capire che i calcoli con le lettere sono uno strumento bellissimo per capire delle cose e su questo Montessori pure ha scritto un capitolo di algebra, che nessuno conosce, che è meraviglioso. Che proprio si capisce che, che.. la cosa è che se al bambino gli fai vedere un esempio, e a un certo punto lui capisce che scrivendo n invece che prima 3 poi 4 poi 5 poi 6 ha trovato una cosa che è vera sempre, poi ti chiede altre formule che vuole capire, cioè. E quello una cosa che parte dal materiale ma che poi è puramente confinata nella matematica, cioè, anche solo a livello puramente matematico, senza descrizione di modelli reali attraverso la matematica, uno si appassiona al fatto che c'ha un linguaggio che ti permette di far vedere che una cosa è vera sempre, qualunque valore dai a quella lettera. E’ una roba che.. anche ai bambini piace se uno gliela fa capire veramente. E quindi poi diventa uno studio formale ma come un po’ deve essere, cioè, la matematica è anche questo, è anche una parte formale. Quindi, insomma si, penso che, insomma, vada sviluppata questa cosa indipendentemente dagli aspetti embodided. Ma gradualmente. All'inizio più, secondo me, soprattutto nella scuola dell’infanzia e nei primi anni della scuola primaria più fai matematica emdobied meglio è.
74	I: e a livello, diciamo, di fattori diciamo facilitatori o fattori ostativi, diciamo, allo sviluppo nella scuola di questi tipi di attività, dove li possiamo trovare?
75	B: Dunque fattori ostatori
76	I: [Risate] Ostativi, cioè che ostacolano il fatto che vengano fatte nell'insegnamento questo tipo di attività
77	B: Ah quelli infiniti
78	I: [Risate] Infiniti, a volontà
79	B: A volontà. Nel senso che il pensiero generale.. Cioè, viviamo in un periodo strano in cui i dirigenti vogliono fare le verifiche d'istituto e allora bisogna fare tutto quanto uguale, delle verifiche uguali in tutte le classi, allora corriamo per arrivare a quelle parti del programma. I genitori vogliono che il bambino non sia indietro a quello della classe vicino che sta già facendo la tabellina del 7, cioè gli aspetti ostativi sono infiniti. Quello che può facilitare questo modo di fare apprendere la matematica è la formazione, cioè bisognerebbe proprio investire tanto nella formazione dei docenti, che non credo possa essere insomma confinata a una laurea in scienze della formazione o in un’area disciplinare quando, quando vai a insegnare nella scuola secondaria. Bisognerebbe pensare proprio a della formazione specifica e poi a della formazione in itinere, che in qualche senso poi..
80	I: Quindi sia in-service che pre-service, diciamo, che in qualche modo
81	B: Sia pre-service che in-service, cioè la formazione deve durare un po’ tutta la vita penso. Anche perché uno poi le cose se le scorda, se le scorda nel senso che a delle cose che funzionano ma poi si dimentica, cambia il contesto, cambia la scuola e non se lo ricorda più. Insomma, bisognerebbe veramente stare vicino ai docenti. Questo sarebbe possibile ma..
82	I: Stare vicino ai docenti ma, cioè, come università, come formazione esterna, o come formazione anche tra pari, diciamo

83	B: Si può fare in tanti modi, io penso che il peer-tutoring andrebbe proprio bene da questo punto di vista, come primo strumento. Però dovrebbe essere formalizzato, cioè uno dovrebbe dare la possibilità ai docenti che sono individuati, in qualche modo, ma non dovrebbe essere troppo difficile in realtà, di avere una parte del loro lavoro riconosciuto da questo punto di vista, attualmente non è così. Uno deve fare le sue diciotto, trenta ore, non so quante ore e quindi se poi fai di più perché c'hai voglia, perché sei bravo, bene, sennò hai fatto il tuo mestiere. Bisognerebbe in qualche senso formalizzare questo peer-tutoring. E poi comunque, secondo me, andrebbe molto valorizzato il contatto fra scuola e Univdersità che attualmente è molto sulla base volontaria e anzi, gli universitari, in genere, sono visti un po' male, che stanno prendendo tempo se si occupano di scuola, insomma spesso è ancora molto così, e invece quello andrebbe un po' formalizzato. Per dire, nell'Italia dell'Ottocento e del primo Novecento era proprio così, i migliori matematici si occupano di didattica, adesso non mi sembra. E quindi andrebbe un po’ potenziata questa idea
84	I: Ok, e invece, diciamo, a livello di valore che viene dato a questo tipo di apprendimento, si basa sulla convinzione che l'apprendimento, diciamo, dello studente fra pari sia importante, è importante come processo personale di sviluppo, sia importante come capacità invece di apprendere dall'insegnante quelli che sono concetti fondamentali? Cioè, che tipo di attivazioni dobbiamo..
85	B: Io credo che nella matematica embodied c’è un po’ tutto. Cioè, sia il fatto che collabori con i pari. E questo chi è bravo nel ritrarsi lo dice: i bambini poi parlano fra di loro in un modo estremamente efficiente, non sempre completamente comprensibile dall’adulto ma in modo estremamente efficiente, si condividono le idee molto molto bene, e quindi sicuramente questo modo di fare matematica embodied aiuta il peer-tutoring tra ragazzini. Penso che aiuti anche gli adulti ad avere il linguaggio giusto. Cioè, non so se ho risposto alla domanda
86	I: sì, quindi ci sono tutti questi faccio fattori
87	B: Si ci sono tutti questi. Cioè, non puoi fare solo peer-tutoring, non puoi fare solo.. non puoi solo pensare le tue conoscenze nella testa dei bambini e però c’è, certo, il fatto che c’hai delle conoscenze deve contare. Io penso che la matematica embodied aiuta tutti e due questi aspetti.
88	I: Ok, quindi, diciamo, riassumendo così totalmente, per, diciamo, l'implementazione efficace di questi metodi, all'interno della scuola, quali sono i fattori da tenere in considerazione e come si potrebbe cercare di massimizzare la possibilità che vengano implementati e implementati bene?
89	B: I fattori che bisogna potenziare sono: un po’ la ricerca, far vedere che effettivamente la cosa funziona anche in modo non ideologico, in un modo quantitativo, per quello che si può fare, gli studi quantitativi poi c’hanno dei limiti, però insomma.. bisogna potenziare la ricerca per far vedere che questo modo di imparare è un modo cruciale, importante. Mi sembra che le ricerche neuroscientifiche più recenti vadano in questa direzione, bisogna fare ricerche proprio più strettamente applicate all’ambito scolastico, come peraltro stanno facendo in Francia, questo è un primo step per far vedere che vale la pena. Secondo far molto investire, insomma, le istituzioni nella formazione, questo è quello che ti dicevo prima. Terzo, forse un po' anche pensare a fare un minimo di investimento negli oggetti giusti, cioè nel modo.. cioè non si fa matematica embodied gratis, si può fare le cose che dicevamo prima, i sacchettini eccetera, però insomma un po' ci devono essere anche delle risorse per fare matematica embodied e quindi bisogna crederci davvero, e quindi la prima parte diventa fondamentale.
90	I: Quindi è investire, per esempio, sull’acquisizione di materiali specifici nella scuola, risorse
91	B: I materiali, lo studio dei materiali, esattamente. Metterci un po’ di risorse. Su questo mi pare che siamo abbastanza lontani
92	I: Ok, e a livello per esempio di indicazioni su quali sono i materiali che funzionano, che non funzionano, più studi specifici su questo tipo di sperimentazione?

93	B: E certo, bisogna sperimentare, bisogna sperimentare. Credo che quella frase che io lessi all'inizio dei miei studi su queste cose che diceva "non ci sono conclusioni definitive sull'apprendimento della matematica" credo sia ancora vera. Quindi noi abbiamo il diritto e anche un po' il dovere di fare esperimenti per capire quali sono sia il modo generale di presentare la matematica, sia anche il dettaglio, quello è molto importante. Perché se noi diciamo è molto importante la matematica embodied e punto, noi non abbiamo fatto nessun passo avanti. Bisogna dire " E' molto importante la matematica embodied e delle proposte che funzionano sono questa, questa e questa", e questa, questa e questa devono essere tante perché uno deve avere la possibilità di scegliere per le esigenze specifiche di ogni gruppo classe, questo credo sia un lavoro largamente ancora da fare. Mi sembra che Montessori l'ha fatto parecchio però.. però va sviluppato in modo più ampio, anche, per esempio, pensando a materiali non sempre strutturati e carissimi, perché se il materiale è fatto bene, strutturato costa. Pensare ad ampio spettro a questa matematica embodied, però.. insomma, va bè, bisogna farlo, penso che siamo abbastanza indietro.
94	I: Perfetto, ci siamo
95	B: Ho preso un buon voto?
96	I: Si, bello.

APPENDICE 2
LA RICERCA IN AUSTRALIA

TESI DI DOTTORATO

Percezione e movimento nello sviluppo del pensiero matematico.
Convinzioni e pratiche degli insegnanti in Italia e in Australia

Dott.ssa Alessandra Boscolo
Dottorato di ricercar in Contemporary Humanism, Curriculum: Education, XXXV° Ciclo
Anno accademico 2021/2022

CONTENTUTI

APPENDICE 2.1: APPLICAZIONE PER IL COMITATO ETICO AUSTRALIANO

Nell'Appendice 2.1, il primo documento presentato è l'email che certifica l'approvazione del Comitato Etico della ACU (ACU HREC APPROVAL). La sottomissione al comitato etico è consistita nella compilazione di un form nella piattaforma web ORION, che potrete trovare di seguito all'avviso di approvazione all'interno di questa appendice, e procurare la documentazione che abbiamo allegato sempre all'interno dell'Appendice 2.1, come anche gli strumenti (i protocolli delle interviste e il questionario) che invece sono inseriti all'interno dell'Appendice 2.2: *Strumenti*.

Di seguito, indichiamo la lista complete degli allegati forniti al Comitato Etico Australiano:

- RESEARCH PROPOSAL
- PROTOCOL FOR INTERVIEW WITH EXPERTS (APPENDICE 2.2: *STRUMENTI*)
- ADVERTISEMENT FOR EXPERTS
- PARTICIPANT INFORMATION LETTER: EXPERTS
- CONSENT FORM: EXPERTS
- PROTOCOL FOR TEACHERS 'INDIVIDUAL INTERVIEW (APPENDICE 2.2: *STRUMENTI*)
- A COPY OF THE BMALM QUESTIONNAIRE (APPENDICE 2.2: *STRUMENTI*)
- NEWSLETTER ADVERTISEMENT FOR TEACHERS
- PARTICIPANT INFORMATION LETTER: TEACHERS
- CONSENT FORM – QUESTIONNAIRE: TEACHERS
- CONSENT FORM – INDIVIDUAL INTERVIEW: TEACHERS
- PEER REVIEW LETTER
- INVESTIGATOR SIGNATURES

LA RICERCA IN AUSTRALIA

[2021-199E] - Ethics application approved!

Leanne Stirling Leanne.Stirling@acu.edu.au on behalf of Res Ethics <Res.Ethics@acu.edu.au>
mar 19/10/2021 09:02

To: Vincent Geiger <Vincent.Geiger@acu.edu.au>
Cc: Alessandra Boscolo <alessandra.boscolo@myacu.edu.au>; g.agrusti@lumsa.it <g.agrusti@lumsa.it>; Catherine Delzoppo <Catherine.Delzoppo@acu.edu.au>

Dear Applicant,

Chief Investigator: Professor Vince Geiger
Professor Gabriella Agrusti, Catherine Delzoppo
Student Researcher: Alessandra Boscolo
Ethics Register Number: 2021-199E
Project Title: Body Movement and Active Learning in Mathematics: Australian teachers' beliefs and practices
Date Approved: 19/10/2021
End Date: 30/10/2022

This is to certify that the above human ethics application has been reviewed by the Australian Catholic University Human Research Ethics Committee (ACU HREC). The application has been approved for the period given above.

Continued approval of this research project is contingent upon the submission of an annual progress report which is due on/before each anniversary of the project approval. A final report is due upon completion of the project. A report proforma can be downloaded from the ACU Research Ethics website.

Researchers are responsible for ensuring that all conditions of approval are adhered to and that any modifications to the protocol, including changes to personnel, are approved prior to implementation. In addition, the ACU HREC must be notified of any reportable matters including, but not limited to, incidents, complaints and unexpected issues.

Researchers are also responsible for ensuring that they adhere to the requirements of the National Statement on Ethical Conduct in Human Research, the Australian Code for the Responsible Conduct of Research and the University's Research Code of Conduct.

Any queries relating to this application should be directed to the Ethics Secretariat (res.ethics@acu.edu.au). Please quote your ethics approval number in all communications withus.

We wish you every success with your research.

Kind regards,

Leanne Stirling
on behalf of ACU HREC Chair, Assoc Prof. Michael Baker

Senior Research Ethics Officer | Research Services | Office of the Deputy Vice-Chancellor (Research)
Australian Catholic University
T: +61 2 9739 2646 E: res.ethics@acu.edu.au

HUMAN ETHICS APPLICATION

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Human Ethics Application

Application ID :	2021-199E
Application Title :	Body Movement and Active Learning in Mathematics: Australian teachers' beliefs and practices
Date of Submission :	05/10/2021
Primary Investigator :	Professor Vince Geiger (Chief Investigator)
Other Personnel :	Alessandra Boscolo (Doctoral Student) Professor Gabriella Agrusti (Co-Investigator) Catherine Delzoppo (Research Assistant) Mr Benjamin Daniel Twining (Research Assistant)

Overview

Introduction

Introduction

The purpose of this form is to encourage you to think about the ethical dimensions of your research.
Questions are designed to determine that you have considered and addressed the risks associated with your research. The questions are derived from the National Statement on Ethical Conduct in Human Research which is the primary guiding document for ethical research in Australia.

The help icon () provides help / examples to relevant questions / page.

You may save your progress at any point by opening the Toolbar menu on the right side of the window and clicking the save button

Please click on the Next (Next page >>) below-right to continue

Contact

If you have any questions regarding your Ethics application, please contact the ETHICS TEAM on:
Phone: (02) 9739 **2646**
Email: res.ethics@acu.edu.au

If your questions relate to difficulties with the form itself or the system, please contact RESEARCH SYSTEMS:
Phone: (03) 9953 **3674**
Email: res.systems@acu.edu.au

References

- ACU Ethics website
- NHMRC ethics page
- National Statement on Ethical Conduct in Human Research
- Australian Code for the Responsible Conduct of Research
- ACU Code of Conduct for Research

Section A: Administrative Section

A.1: Title and Summary of Project

A.1.1 **Application ID**
The system will automatically generate a numerical ID code (eg: 000001234). Following submission, the Ethics Team will alter the numeric code to an alpha-numeric code. This code will include the year, a sequential number and a reference code denoting the type of application. Eg

- *C - Clinical Trial;*
- *E - Expedited Review;*
- *H - Full Committee Review;*
- *I - Indigenous Research Ethics Assessment Process (IREAP);*
- *N - Non-identifiable data;*
- *T - Transfer;*
- *R - Registration.*
- *W - Waiver.*

Please quote your new alpha-numeric code in all communications with the Ethics Secretariat (eg: 2017-1234HI).

2021-199E

A.1.2 Application Date (to be filled by Orion)

05/10/2021

A.1.3 Category *

ACU Human Ethics Project

A.1.4 What is the formal title of the research project?*

Body Movement and Active Learning in Mathematics: Australian teachers' beliefs and practices

A.1.5 Plain language title to be used on information letter and consent form (if different)

Body Movement and Active Learning in Mathematics

A.1.6 School*

Institute for Learning Sciences & Teacher Education

A.1.7 Description of the project in plain language (National Statement, 2007, s.1.2).
In addition, please attach a 2-4 page research proposal outlining the research design, objectives and methodology.*

In recent decades, the role of students' active, bodily experience in the exploration and construction of mathematical concepts has been seen as increasingly relevant in mathematics education research.
Everyday teaching practice is often inconsistent with these perspectives and still largely based on purely transmissive, teacher-directed approaches (OECD, 2009, 2016). These approaches tend to be focused on the implementation of clarity-of-instruction (e.g., procedural) rather than cognitive activation practices (e.g., problem-solving) (OECD, 2019).
The proposed research project is aimed at investigating primary and secondary mathematics teachers' perspectives on the implementation of active learning strategies that involve students' movement in the classroom and identifying possible hindering and facilitating factors, for example, teachers' beliefs.

The proposed research aims to:
• provide a state of the art review of research findings in the field and highlight the presence/absence of specific indications on how to carry out exploratory activities and active learning strategies including the use of artifacts, tools, or students' body movement in national/international curricular documents and educational policies.
• explore teachers' beliefs about active, bodily experiences of mathematics learning and how these can be linked to the implementation of this approach in school classrooms.
• document factors that foster or hinder the implementation of active, bodily experience activities in school mathematics classrooms.
• gain insight into the effective implementation of active, bodily experience activities in school mathematics teaching practices by documenting the influence of factors such as available resources and different approaches to instruction.

The research program will include:
- a review of the literature
- analysis of curricula and policies
- semi-structured interviews with experts in Mathematics Education
- an online questionnaire to teachers of primary and secondary schools
- individual interviews with teachers, grouped by school grade, aimed at validating the questionnaire produced and deepening the teachers' perspective on the main issues addressed with the survey

The proposed methodology is:
-to conduct a desk audit of relevant research literature, and relevant national and international curriculum documents and policies
-to identify a conceptual framework of the experts' views on active, bodily experience activities as outlined in the teachers' survey
-to reach a convenience sample of teachers working in diverse schools or localities (N=50-100 completed surveys) using a web-based instrument combining rating items (i.e., Likert-type scales) and multiple-choice items with few open-ended questions, and to complement the survey with individual interviews aimed at going deeper on some topics where the items in the questionnaire may not yield sufficient information.

A.1.8 Do you intend to publish this research in a peer reviewed publication?*
◉ Yes ○ No

You have entered an project start date in the past / of today's date, are you sure this is correct?

A.1.9 Anticipated Start Date (project)*
30/09/2021

A.1.10 Anticipated Finish Date (project)*
30/10/2022

Data Collection must **NOT** commence until Ethics approval has been granted,
Please ensure your Anticipated Start Date for data collection is at least 28 days in the future to allow sufficient time for the Ethics approval process.

You have entered an data collection start date in the past / of today's date, are you sure this is correct?

A.1.11 Anticipated Start Date (data collection)*
30/10/2021

A.1.12 Anticipated Finish Date (data collection)*
30/10/2022

A.2: Types of Research

Tick as many of the following 'types of research' as applicable to this project Your answers will assist the HREC in considering this proposal. A tick in some of these boxes will generate additional questions relevant to your proposal (mainly because the National Statement requires additional ethical matters to be considered).

A.2.1 This project involves: (Please refer to details in help for items with an asterisk next to them)*

- [ ] Clinical Trial
- [ ] Research involving gametes or use or creation of embryos ART guidelines
- [ ] Research involving ionising radiation APRANSA guidelines
- [ ] Research involving participants and located / conducted overseas (NS 4.8)
- [ ] Research on workplace practices or possibly impacting on workplace relationships (NS 4.3)
- [ ] A cellular therapy (NS 3.6)
- [ ] Genetic testing/research (NS 3.5)
- [ ] Research involving collection and/or use of human samples, body tissues or fluid samples (NS 3.4)
- [ ] Research using quantitative methods, population level data or databanks (NS 3.2)*
- [x] Research using qualitative measures (NS 3.1)
- [ ] None of the above

A.2.2 Will your research involve access to any of the following?

a. Research is conducted on Defense members, ex-serving personnel or other Defence personnel, their information or tissue.*
○ Yes ◉ No

b. Participants are to be recruited, either directly or indirectly, through a service provided by Defence or the Department of Veterans' Affairs (DVA)*
○ Yes ◉ No

c. Research is conducted by Defence or DVA personnel.*
○ Yes ◉ No

d. Research is conducted on/in a Defence establishment.*
○ Yes ◉ No

e. Research is sponsored, endorsed or funded in any part by Defence or DVA.*
○ Yes ◉ No

A.3: Risk of Social, Mental or Physical Harm

A.3.1 Please check the applicable boxes: (Please refer to details in help for items with an asterisk next to them)*

- [ ] Potentially unpleasant stimuli, tasks, investigations or procedures, during / following procedures**
- [ ] Use of non-treatment or placebo control conditions
- [ ] Performance of any acts which might diminish self-esteem or cause embarrassment or distress
- [ ] Access to confidential data* without the participant's written consent
- [ ] Intended contact with persons with infectious diseases (e.g. measles, hepatitis, TB, whooping cough)
- [ ] Use of injections which may result in the transmission of disease
- [ ] Contact with electrical supply (eg electrical stimulation)
- [ ] Treatments or techniques with unpleasant or harmful side effects
- [ ] Any possibility of cardio-pulmonary difficulties***
- [ ] Other
- [x] None of the above

A.4: Vulnerable Groups

A.4.1 Does your research involve access to any of the following groups: (Please refer to details in help for items with an asterisk next to them)*

- [ ] Anyone who is a prisoner or ward of the state
- [ ] People in other countries*
- [ ] Elderly people who may be vulnerable or unable to give fully informed consent
- [ ] People who may be vulnerable or unable to give fully informed consent
- [ ] Welfare recipients who may be vulnerable
- [ ] Anyone at risk of criminal/civil liability, damage to financial/social standing or to employability
- [ ] Minors (anyone under the age of 18, eg students or children)
- [ ] Other
- [x] None of the above

A.5: Level of Risk

A.5.1 Does the research involve any foreseeable harm to the participants?*
○ Yes ◉ No

A.5.2 Does the research involve only the inconvenience of completing a short, simple survey? (for example, no more than 30 minutes total time commitment)*
○ Yes ◉ No

A.5.3 Is there only one group of participants?*
○ Yes ◉ No

A.5.4 Is the data being collected non-identifiable?*

O Yes ◉ No

This research cannot be negligible risk and you must select either the "Low Risk" or "More than Low Risk" category below

A.5.5 Please indicate the level of risk to the participant in this research:*

- O More than Low Risk
- ◉ Low Risk
- O Negligible Risk

Section B: Research Design

B.1: Description of Procedures

B.1.1 Provide a brief description of your project and the methodology involved
(e.g. method of data gathering, use of questionnaires, focus groups, interviews, and indicate any procedure/s that may have adverse effects)*

The project is an exploratory mixed-method study on the use of active, bodily experience activities in Australian mathematics classrooms, and associated teaching practices.

Participants will include:
- 6 experts in Mathematics Education (e.g. Australian university professors, principals, head teachers). They will be involved in semi-structured interviews. Participation is voluntary and consent will be required prior to starting the interviews. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Collected comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert), as expressly indicated in the consent form which participants have to complete prior to participating in the research project.
- approximately 50 primary and secondary mathematics teachers will be involved in an online survey. They will be recruited from around Australia via national and state mathematics teacher professional associations' Facebook pages/groups or association newsletters. In addition, we seek to advertise through educational networks, umbrella organisations, and broader teacher organisations aimed at Australian teachers. Furthermore, we will send the questionnaire to a list of mathematics educators who have indicated their interest in participating in ILSTE mathematics research projects.

After completing the questionnaire, teachers interested in participating in an individual interview will be asked to provide their email for further potential contact by the researchers (approximately 10).

Methods:

-The first component of the study involves conducting individual semi-structured interviews with a small number of experts in mathematics education (about 6) and will take place via Zoom. The interview questions are designed to gain insight into the experts' point of view about the theoretical framework on which the teacher questionnaire is based. We will collect transcriptions from these expert interviews and analyze them by constructing concept maps.
-The second component is an online questionnaire that will be administered via Qualtrics to gauge the practices and beliefs of primary and secondary mathematics teachers. The questionnaire will be anonymous. It will consist of a number of Likert-type, multiple-choice, and short open-ended response items regarding teaching practices and teacher beliefs. These include questions about the individual teacher's experience, the teacher's beliefs, and the implementation of active learning activities in which students are physically engaged.
-The third component of the study involves individual teacher interviews (approximately 10). These semi-structured interviews will involve a smaller teachers who have given consent to partake in follow up interviews during the Qualtrics survey. If teachers choose to take part in a follow-up interview, they will be lead to a new survey (to keep the first anonymous) which will ask them to provide their name and email address in order to arrange the individual interviews. These interviews will take place via Zoom and have been designed to gain insight into the original survey questions. The questions are qualitative in nature.

B.1.2 Will you be photographing or digitally recording participants?
ACU e research does not recommend using Zoom for recording of sensitive or identifiable information as it is not secure.
The recommendations for recordings are: Recording to your local computer, or Microsoft Teams (please note that Microsoft Teams can transcribe data)
If you use Zoom as your audio-recording medium, please ensure these recordings are saved to an alternative password protected location such as Cloudstor or OneDrive.
Zoom files are AUTOMATICALLY deleted by ACU IT Services at the end of each semester. *

◉ Yes O No

B.1.3 Please provide details and explain how confidentiality of the identifiable images will be maintained, or whether permission is being sought for use of images.*

Individual interviews with experts: The Zoom (minimum 30 minutes, maximum one hour) will be recorded for transcription purposes. Participation is voluntary and participants will be required to provide consent prior to starting the interviews. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Collected comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert), as expressly indicated in the informed consent form which participants have to complete prior to participating in the research project. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent via email to each participant before publication. Once participants have reviewed the material, it will only be published if they have no objections.

Individual interviews with teachers: The Zoom meetings (about 40 minutes long) will be recorded for transcription purposes. Participation is voluntary and participants will be required to provide consent prior to starting the interviews. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Collected comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First teacher), as expressly indicated in the informed consent form which participants have to complete prior to participating in the research project. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent via email to each participant before publication. Once participants have reviewed the material, it will only be published if they have no objections.

Both audio-recording of experts' interviews and of teachers' individual interviews will be deleted after the transcription of comments.

B.1.4 Does your research involve deception of participants?*

O Yes ◉ No

B.2: Specific Risks

Does your research involve any of the following:
(if you answer yes to any of the questions in this section your research project must be reviewed by the **full HREC**)

Interventions and Therapies, including clinical and non-clinical trials and innovations (National Statement, 2007, s.3.3)

Does your research involve:

B.2.1 Administration of any substance or agent*
O Yes ◉ No

B.2.2 A treatment or diagnostic procedure*
O Yes ◉ No

B.2.3 A surgical procedure?*
O Yes ◉ No

B.2.4 Any other therapeutic procedure or devices, preventative procedure or diagnostic device or procedure*
O Yes ◉ No

Human Genetics (National Statement, 2007, s.3.4)

Does your research involve:

B.2.6 Study of single or multiple genes, gene-gene interaction or gene-environment interaction*
O Yes ◉ No

B.2.7 Acquired somatic variation or inherited gene sequences*
O Yes ◉ No

B.2.8 Gene expressions or genes of individuals, families or populations*
O Yes ◉ No

B.2.9 Epigenetics or use of informatics and genetic information or clinical phenotypes*
O Yes ◉ No

Stem Cell Research (National Statement, 2007, s.3.6)

Does your research involve:

B.2.11 Use of embryonic or somatic stem cells or those derived from primordial germ cells*
O Yes ◉ No

Women who are pregnant and/or the human foetus (National Statement, 2007, s.4.1)

Does your research involve:

B.2.13 Research on a woman who is pregnant and the foetus in *utero**
O Yes ◉ No

B.2.14 Research on the separated human foetus or on foetal tissue*
O Yes ◉ No

People highly dependent on medical care who may be unable to give consent. (National Statement, 2007, s.4.4)

Does your research involve:

B.2.16 People who are highly dependent on medical care*
O Yes ◉ No

B.2.17 People in terminal care, emergency care or intensive care*
O Yes ◉ No

B.2.18 People who are unconscious or in a state of post-traumatic coma unresponsiveness *
O Yes ◉ No

People with a cognitive impairment, an intellectual disability or a mental illness. (National Statement, 2007, s..4.5)

Does your research involve:

B.2.20 Anyone who is intellectually, mentally or physically impaired*
O Yes ◉ No

People who may be involved in illegal activities (National Statement, 2007, s.4.6)

Does your research involve:

B.2.22 Study that intends to expose illegal activity*
○ Yes ◉ No

B.2.23 The likelihood of discovering illegal activity, even if not intended*
○ Yes ◉ No

B.2.24 The inadvertent and unexpected discovery of illegal activity*
○ Yes ◉ No

Aboriginal and Torres Strait Islander Peoples

Does your research involve:

B.2.26 Aboriginal and Torres Strait Islander Peoples*
○ Yes ◉ No

Section C: Researchers / Investigators

C.1: Researcher Details

C.1.1 Is this a student application?*
◉ Yes ○ No

C.1.2 This application is created by:*
◉ Student ○ Supervisor

C.1.3 Researchers / Investigators:
The ACU staff member is the Chief Investigator for the purposes of the application because all correspondence will be directed to the ACU staff member.
Please search by surname.
If you can't find an ACU student or sessional academic, please download and complete this form.

VOLUNTEERS – The addition of volunteers to ACU research projects is possible. The Chief Investigator must adhere to the ACU Work Experience and Volunteers policy and ensure that volunteers are covered by appropriate University insurance and their appointment must be approved by the relevant Executive Staff member.
https://policies.acu.edu.au/human-resources/recruitment_and_selection/work_experience_and_volunteers*

1	Order	1
	Person Type	HDR Student
	Title	Not Specified
	Given Name	Alessandra
	Surname	Boscolo
	Full Name	Alessandra Boscolo
	Gender	Female
	Work Number	
	Mobile Number	+393386425360
	Home Number	
	Email Address	alessandra.boscolo@myacu.edu.au
	AOU	Institute for Learning Sciences & Teacher Education
	Managing Unit	Faculty of Education and Arts
	Primary?	No
	Position	Doctoral Student
	Qualifications	Doctoral Student, International Ph.D. programme in Contemporary Humanism (LUMSA Italy-ACU Australia), curriculum Education, since November 2019; Master in Pure and Applied Mathematics, Università degli Studi di Roma Tor Vergata 2019; Bachelor degree in Mathematics, Università di Pisa 2016.
	Expertise relevant to this project	Areas of expertise: - Enactive and embodied learning - Manipulatives in mathematics teaching and learning - Montessori method materials and mathematics theoretical work
2	Order	2
	Person Type	Internal
	Title	Professor
	Given Name	Vince

	Surname	Geiger
	Full Name	Professor Vince Geiger
	Gender	Male
	Work Number	(07) 3623 7188
	Mobile Number	
	Home Number	
	Email Address	vincent.geiger@acu.edu.au
	AOU	Institute for Learning Sciences & Teacher Education
	Managing Unit	Faculty of Education and Arts
	Primary?	Yes
	Position	Chief Investigator
	Qualifications	Doctor of Philosophy, The University of Queensland 2009; Master of Educational Studies, The University of Queensland 1993; Bachelor of Educational Studies, The University of Queensland 1985; Diploma of Education, The University of Queensland 1982; Bachelor of Science, Griffith University 1979.
	Expertise relevant to this project	Areas of Expertise: - Inclusive teaching practices that promote numeracy capability - How students learn to use mathematics when solving real-world problems - The role of technology in learning/teaching - Stem learning, teaching, and leadership - Initial teacher education and teacher professional learning - Sociocultural theories of learning
3	Order	3
	Person Type	External
	Title	Prof.
	Given Name	Gabriella
	Surname	Agrusti
	Full Name	Professor Gabriella Agrusti
	Gender	Female
	Work Number	0039 668422282
	Mobile Number	0039 3471548963
	Home Number	
	Email Address	g.agrusti@lumsa.it
	AOU	
	Managing Unit	
	Organisation	
	Organisation Name	LUMSA
	Primary?	No
	Position	Co-Investigator
	Qualifications	Full professor in Educational Research, Department of Human Studies, LUMSA, from 2019; Member of the Council of the Doctorate Course in Contemporary Humanism (LUMSA), from 2016; Co-director of post-lauream courses in Assessing learning outcomes and Education system evaluation, 2012-2014; Council member for the Association for Educational Assessment-Europe, 2006-2014; Permanent researcher in Educational Research and Lecturer in Faculty of Education, Roma Tre University, 2005-2014; Post-doctoral Research Fellowship, April 2003-December 2004; Ph.D. (with scholarship) in Education, Roma Tre University, 2003.
	Expertise relevant to this project	Areas of expertise: - Education system evaluation - Assessing learning outcomes - Educational research methods - E-learning resources
4	Order	5
	Person Type	Internal
	Title	Not Specified
	Given Name	Catherine
	Surname	Delzoppo
	Full Name	Catherine Delzoppo
	Gender	Female
	Work Number	
	Mobile Number	
	Home Number	
	Email Address	catherine.delzoppo@acu.edu.au
	AOU	Institute for Learning Sciences & Teacher Education

	Managing Unit	Faculty of Education and Arts
	Primary?	
	Position	Research Assistant
	Qualifications	research
	Expertise relevant to this project	works for ILSTE
5	Order	6
	Person Type	Internal
	Title	Mr
	Given Name	Benjamin
	Surname	Holland-Twining
	Full Name	Mr Benjamin Daniel Twining
	Gender	Male
	Work Number	(07) 3861 617
	Mobile Number	0423911239
	Home Number	
	Email Address	Benjamin.Twining@acu.edu.au
	AOU	Institute for Learning Sciences & Teacher Education
	Managing Unit	Faculty of Education and Arts
	Primary?	
	Position	Research Assistant
	Qualifications	Research Assistant
	Expertise relevant to this project	Research Assistant

C.1.4 Primary Contact

Professor Vince Geiger

C.1.5 Student's enrolled degree level?*

Research Higher Degree

C.1.6 At which campus is the Principal Investigator based?*

Brisbane

C.2: Certification of Researchers

C.2.1 Are there any certification, accreditation or credentialling requirements relevant to the conduct of this research?*

○ Yes ◉ No

Section D: Resources

D.1: Project Funding / Support

D.1.1 Which of the following characterises the type(s) of funding being utilised *

- ☐ External Grant(s)-A PRoF (Project Registration online Form) should have already been completed
- ☐ Internal Grant(s)-Competitive
- ☐ Sponsor(s) - A PRoF (Project Registration online Form) should have already been completed
- ☐ Employer / organisation funding (external to ACU) - A PRoF (Project Registration online Form) should have already been completed
- ☐ ACU Department / school funding
- ☐ Other
- ☐ Still seeking funding
- ☑ No funding

Section E: Other Reviews

E.1: Ethical Reviews

E.1.1 Is ACU the primary HREC?*

◉ Yes ○ No

E.2: Permissions from External Organisations

E.2.1 Do you require any other non-HREC approvals/permissions? (National Statement, 2007, s.2.2.13)*

◉ Yes ○ No

E.2.2 Please provide details of other approvals*

Permissions from the page administrators for various National and State Mathematics Teacher Professional Associations'Facebook pages/groups or Association newsletters (e.g. Australian Association of Mathematics Teachers) will be needed in order to advertise for participants via these pages/groups.

Please note approvals / permissions not available at the time of submission must be forwarded to ACU HREC on receipt

E.3: Peer Review

E.3.1

The ACU Ethics Committee requires evidence of peer review to ensure that research design is appropriate. The Ethics Committee will only review research where evidence of peer review is attached. Please note that funded research that has undergone a recognised peer review process (e.g. ARC/NHMRC, ACURF etc) does not require additional evidence of peer review.
- HDR students should provide evidence of successful completion of Confirmation of Candidature. Where an HDR student has not yet undergone Confirmation of Candidature, justification from the Supervisor should be provided as to why they are seeking ethics approval at this stage, together with written support from their Head of School attesting to the research merit of the proposal
- non-HDR students should provide evidence of approval from the faculty/school (e.g. Honours Co-ordinator, Research Committee, Head of School, Course co-ordinator)
- where research does not fit into any of the above categories, an email from a colleague (who is not a member of the research team) along the following lines would be sufficient:

- Name of Researcher
- Title of Project
- Statement:
    - I have read the research proposal for the abovenamed project and I consider that:
        - the research methods are appropriate;
        - the sample size supports the research methods, or the sample size is sufficient for the study; and
        - the project has research merit.
    - The statement should also include any editorial comments made, comments about the aims and hypothesis, procedures and protocols and any other suggestions made to the researchers.
- Name of Reviewer
    - Title
    - Qualifications/experience
    - Relationship to researcher

Has the research proposal, including design, methodology and evaluation undergone a peer review process?
Written evidence of peer review must be attached.*

◉ Yes ○ No

E.3.2 Was the peer review process an ACU process or External process?*

External Process

E.3.6 What was the external peer-review process?*

External academic peer review process*

E.3.7 Please describe the external peer-review process*

Prof. Kim Beswick (BSc, Dip Ed, Ph.D.) has been asked to review the project proposal.
We sent her a file with the research proposal description to express her opinion on the project. In her first review, Prof. Beswick indicated that some parts of the project description should have been further developed, before assessing whether the study is worthwhile. In detail, she asked for further information regarding the theoretical framework behind the questionnaire design. Furthermore, a more detailed description of the data analysis methods was requested.
Following Prof. Kim Beswick's suggestions, we modified the file, and we sent her a second file with a better-detailed research proposal description. Prof. Beswick's appraisal concerning this second file is attached to this ethics committee application.
In this second review, she expressed her opinion on the worthiness of the study and suggested further minor edits directly in the file of the project description. We have therefore reviewed some of the factual details she has indicated before submitting this application.

E.3.8 Was the project deemed to have research merit?*

◉ Yes ○ No

Section F: Project

F.1: Benefits / Risks

F.1.1 What are the expected benefits (if any) of the project to participants? (National Statement, 2007, s.1.1)*

There is little direct benefit for participants. Taking part in the questionnaire may increase teachers' awareness of their own teaching practices by reflecting on them in answering the proposed questions.

F.1.2 What are the expected benefits (if any) of the project to the wider community or in general? (National Statement, 2007, s.1.1)*

The findings will inform advice for researchers in mathematics education, curriculum developers, and policymakers and thus there will be a benefit to the profession at large. Furthermore, the need for research that focuses on teachers' perspectives about research insights is relevant given the need to create communication between universities and schools in order to diminish the existing gap between the findings of scientific research and innovation in school.

F1.3 HREC is of the view that there are always some risks in research even if minor. These risks should be identified at F.1.4. The Committee wants to know that you have thought about the risks to participants.

F.1.4 Describe the possible/potential risks and burdens associated with your research and how they would be managed (outline the risks / burdens not only to the participants, but also to the researchers and any other non-participants.) For applications with higher risk profiles, a risk management plan may be required. Please attach this document at Section M.*

About teachers: There is a risk that participants may be identifiable via their survey data or interview responses. To mitigate this risk. all survey data is collected via an anonymous link, and any identifying details will be removed. In addition, only aggregated results will be presented in publications developed from this study. In terms of the interview, pseudonyms will be used and, again, any identify information will be removed. We are aware, however, that for some people it could be stressful to complete an online form answering questions for approximately 20 minutes. We have supplied the number for Lifeline for participants who find this process stressful.

About experts: There is a risk that participants may be identifiable via their interview responses. All participants will be de-identified using pseudonyms prior to sharing data with other project researchers. In addition, any identifying details will be removed from the transcripts prior to sharing. We are aware, however, that for some people it could be stressful to be interviewed online for a minimum of 30 minutes to a maximum of 1 hour. We have supplied the number for Lifeline for participants who find this process stressful.

F.1.5 Please identify an organisation / person to whom participants might be referred for counselling, medical or other appropriate support*

Lifeline - 13 11 14

F.1.6 Are there any other risks involved in this research? (e.g. to the research team, the organisation, others)*

O Yes ◉ No

Section G: Conflicts of Interests

G.1: Conflicts of Interests

The following questions relates to National Statement, 2007, s.5.4, s.5.2.10 and s.5.2.11

G.1.1 Are any of the researchers intending to use their own students, patients, clients etc?*

O Yes ◉ No

G.1.3 Are any of the researchers intending to undertake research in their place of work or in an area where they have a financial or commercial interest?*

O Yes ◉ No

G.1.5 Will there be any proposed incentive/payment (eg movie tickets, food vouchers) or reimbursement (travel expenses) offered to participants? (National Statement, 2007 s.2.2.9, s.2.2.10)*

O Yes ◉ No

Section H: Location of Study

H.1: Location, Overseas sites and permissions

H.1.1 Where will the research be conducted?*

ACU and External Sites

H.1.2 Please select the campus(es) at which the research will be conducted *

- [ ] Adelaide
- [ ] Ascot Vale, Mercy
- [ ] Ballarat
- [ ] Blacktown
- [x] Brisbane
- [ ] Canberra
- [ ] Melbourne
- [ ] North Sydney
- [ ] Oakleigh, Christ
- [x] Online
- [ ] Overseas
- [ ] Strathfield

H.1.3 Please provide names, addresses and contact details of all sites where research will be conducted*

Research will be conducted online using Qualtrics and online video tools. Data will be stored on computers at ACU Brisbane.

Section I: Participants

I.1: Informed Consent of Participants

I.1.1 Will participants aged 18 and over be asked to give consent? (National Statement, 2007, s.4.2)*
◉ Yes ○ No

I.1.2 How will consent be obtained?

Your response should indicate how consent is being obtained eg: verbal consent (can be used in special circumstances), a consent form, an online process. This response should outline what process is in place for the return or indication of how consent is being provided by participants.
It is consider a minimum standard that written consent be obtained and a copy of the consent form should be attached in the "Attachments" section.
Anonymous surveys may not require a consent form and the information letter would state that return of the non-identifiable survey is consent to participate and that responses cannot be withdrawn as they are not identifiable.

Consent form templates are available on the Human Research Ethics page.*

Experts need to read the Participant Information Letter and then give online consent (both via Qualtrics)
Teachers need to read the Participant Information Letter and then give online consent (both via Qualtrics) prior to starting the questionnaire completion.
Teachers who will be willing to take part in follow-up individual interviews will have to reread the Participant Information Letter and complete a further online consent form (via Qualtrics) prior to giving their email to be further contacted.

I.2: Participant Description

* Surveys involving ACU students must be registered and approved by the University in accordance with the ACU Survey Governance Framework.
The following questions relates to National Statement, 2007 s.1.4

I.2.1 Please provide a brief description of your participants - group 1: (e.g. year 11 students in public schools, childless couples who have been married for 10 or more years, nurses who have been working for at least 5 years, etc...)*

Participants will include two different groups (Group 1 and Group 2)

Group 1: about 6 experts in Mathematics Education (e.g. Australian university professors, principals, head teachers..). They will be involved in semi-structured interviews. The participation is voluntary and will be required to provide consent prior to starting the interviews.

I.2.2 Please provide a brief description of your participants - group 2 (if applicable):

Group 2: approximately 50 primary and secondary mathematics teachers, recruited from around Australia via national and state mathematics teacher professional associations' Facebook pages/groups or association newsletters (e.g., Australian Association of Mathematics Teachers), or contacted through educational networks (for example, through emailing school contacts and requesting wider dissemination), umbrella organisations, (for example, the Independent Schools Queensland; Catholic Education Offices), and broader teacher organisations aimed at Australian teachers (for example, through the Australian Teachers Association and Teachers supporting Teachers Facebook pages). Furthermore, we will send the questionnaire to a list of mathematics educators who have indicated their interest in participating in ILSTE mathematics research projects.

After completing the questionnaire, teachers interested in participating in an individual interview will be asked to provide their email for further potential contact by the researchers. We hope to interview approximately 10 teachers during this process.

I.2.3 Please provide a brief description of your participants - group 3 (if applicable):

This question is not answered.

I.2.4 Please provide a brief description of your participants - group 4 (if applicable):

This question is not answered.

I.2.6 Do you intend to include both males and females in this study?*
◉ Yes ○ No

I.2.8 How many **male** participants are involved in your study? (enter 0 if none)*

28

I.2.9 How many **female** participants are involved in your study? (enter 0 if none)*

28

I.2.11 Please provide the age range for **male** participants*

23-65

I.2.12 Please provide the age range for **female** participants*

23-65

I.2.13 Participants' state of health:*
◉ Normal ○ Other

I.3: Recruitment

The following questions relate to National Statement, 2007, s.1.4

I.3.1 What processes will be used to identify potential participants?*

About teachers:
A link to the Participant Information Letter and online questionnaire will be posted in national and state mathematics teacher professional associations' Facebook pages/groups or association newsletters (e.g. Australian Association of Mathematics Teachers) to recruit potential participants.
In addition to advertising via Australian mathematics associations' Facebook organisation newsletters, we seek to advertise through educational networks (for example, through emailing school contacts and requesting wider dissemination), umbrella organisations (for example, the Independent Schools Queensland; Catholic Education Offices), and broader teacher organisations aimed at Australian teachers (for example, through the Australian Teachers Association and Teachers supporting Teachers Facebook pages).
Furthermore, having hosted a free Zoom symposium for mathematics educators in Australia on 20 May 2021, Professor Geiger invited participants to complete an online feedback questionnaire. The filter question was: "Would you consent to being contacted about further research activities?". If they agreed, participants were asked to provide their email address. As a result, we have a list of mathematics educators who have indicated their interest in participating in further ILSTE mathematics research projects. We would like to invite them to participate in this research. As such, we would like to email them the information sheet for this project, together with the link to the online survey.

About experts:
Experts in mathematics education will be selected for their research interests and experience of working closely with teachers. Professor Geiger will use his substantial network of Mathematics experts to find and recruit 6 relevant Australian participants for this section.

I.3.2 Describe how initial contact will be made with potential participants*

About teachers:
Primary and secondary mathematics teachers will be recruited from around Australia via national and state mathematics teacher professional associations' Facebook pages/groups or association newsletters (e.g. Australian Association of Mathematics Teachers). This will involve posting an anonymous link to the survey on Facebook pages/groups with a request for primary and secondary Mathematics teachers to complete the survey. Clicking on the link will lead them to information about the project. Participants will then be required to provide consent prior to completing the survey. After completing the survey, teachers interested in participating in individual interviews would write their email in an addition (linked) survey in order to be contacted by the researchers.

In addition to advertising via Australian mathematics associations' Facebook organisation newsletters (e.g. Australian Association of Mathematics Teachers), we seek to advertise through educational networks (for example, through emailing school contacts and requesting wider dissemination), umbrella organisations (for example, the Independent Schools Queensland; Catholic Education Offices), and broader teacher organisations aimed at Australian teachers (for example, through the Australian Teachers Association and Teachers supporting Teachers Facebook pages).

Furthermore, we would like to invite to participate in this research mathematics educators who have indicated their interest in participating in further ILSTE mathematics research projects in the symposium mentioned in section I.3.1. As such, we would like to email them the information sheet for this project, together with the link to the online survey.

The advertisement to be sent by email can be found in section I.3.4. and as an attached document.
The advertisement contains the link to the online survey. Clicking on the link will lead potential participants to information about the project. They will then be required to provide consent prior to completing the survey. After completing the survey, teachers interested in participating in individual interviews would write their email in the form to be further contacted by the researchers.

About experts:
Professor Geiger will first identify a list of potential candidates. Alessandra will then send an email with the formal invitation to participate in the research, including a copy of the Participant Information Letter.

I.3.3 Is an advertisement, email, website, letter or telephone call proposed as the form of initial contact with potential participants?*

◉ Yes ○ No

I.3.4 Please provide details of the initial contact. Please also attach a copy of the text/script in the "Attachments" section.*

Advertisement for teachers: (a copy in the Attachments)
Researchers from ACU's Institute for Learning Sciences and Teacher Education are currently taking part in an international study on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to Mathematics. The focus of the study is the involvement of students' body and movement in mathematics active learning. You are invited to contribute to this study in order to provide a picture of Australian teachers' perspectives. As a teacher of mathematics, your views are critical to developing a clear picture of current practices. Accordingly, you are invited to participate in the study.
Participation involves the completion of an anonymous 40-minute online survey, available via the following link
(https://docs.google.com/forms/d/19ar_8yuHG3NymtqEapJlCg7myYDhX8729uvE7uPGBNM/edit?usp=sharing).
At the completion of the survey, you will be offered the opportunity to register interest in an optional online individual interview to further elaborate on your views.

Recruiting question: (a copy in Attachments)
Having hosted a free Zoom symposium for mathematics educators in Australia on 20 May 2021, Professor Geiger invited participants to complete an online feedback questionnaire. The filter question was: "Would you consent to being contacted about further research activities?". If they agreed, participants were asked to provide their email address. To invite them to participate in this research, we would like to email them the aforementioned advertisement for teachers.

The email for experts contains: (a copy in the Attachments)
-Brief description of the research project
- A copy of the Participant Information Letter
-What will be asked to do for participating
-The framework and the semi-structured interview key-questions
-The link to the consent form
- A Contact for further information

I.3.5 How will potential participants indicate their agreement to participate in the research?*

Participants will indicate their agreement to participate in the research completing the online consent form.

I.5: Other Special Groups

I.5.1 Will participants be selected specifically based on cultural or community groups to which they belong (e.g. Refugees or Migrant Groups)?

Aboriginal and Torres Strait Islander Peoples are covered in a separate section*

○ Yes ◉ No

Section J: Overseas Research

J.1: Overview

J.1.1 Will your research be conducted overseas?*

○ Yes ◉ No

J.1.2 Will you be recruiting participants from other countries but conducting your research from Australia

Note: In relation to overseas travel please note the following:

a. STUDENTS: All student international travel must be approved by the DVCR;

b. STUDENTS and STAFF: The travel must comply with ACU travel policy and be booked through Campus Travel;

c. STUDENTS: Overseas travel will require a Variation to Candidature form be submitted requesting approval by the PVCR to do fieldwork overseas;

d. STUDENTS and STAFF: Subject to the above approvals you should ensure that all relevant entry requirements are met.

*

○ Yes ◉ No

Section K: Data Management

K.1: Data Recording and Storage

K.1.1 In what format will the data be stored during the research project? (e.g. paper copy, computer file, USB, audiotape, videotape? What types of computer files will be generated, .doc.xls,PDF?)

If you require further assistance regarding managing your data please contact eresearch@acu.edu.au, or visit ACU Research Data Management Toolkit - for assistance in completing the Data Management component of your application. *

Consent forms, survey data, and interview transcripts will be stored electronically, as .doc and PDF computer files, on separate password-protected shared drives at ILSTE, in line with ethical guidelines for safe use and storage of data.

K.1.2 In which room and at which campus of ACU will the primary data be stored during the study? (If electronic data, please specify how it will be stored)*

The project survey is being conducted using Qualtrics.
Participant interviews will be conducted via Zoom. These interviews will be recorded and stored digitally on the password-protected ACU network drive. They will be deleted once they have been transcribed.
Consent forms, survey data, and interview transcripts will be stored electronically on separate password-protected shared drives at ILSTE, in line with ethical guidelines for safe use and storage of data. ACU will also backup the data on a password-protected external hard drive, to be kept in a secure location. The data will be accessed only by the research team for this project. Between sites, files will be shared and securely transferred through AARNet Cloudstor, using ACU credentials.

K.1.3 In which room and at which campus of ACU will the primary data be stored following completion of the study? (If electronic data, please specify how it will be stored)*

Consent forms, survey data, and interview transcripts will be stored electronically on separate password-protected shared drives at ILSTE, in line with ethical guidelines for safe use and storage of data. The university will also backup the data on a password-protected external hard drive, to be kept in a secure location.

K.1.4 Specify the measures to be taken to ensure the security of information from misuse, loss, or unauthorised access while stored during and after the research project? (e.g. will identifiers be removed and at what stage? Will the information be physically stored in a locked cabinet?)*

The project survey is being conducted using Qualtrics. Information provided on this survey will be collected anonymously, with participants being automatically designated a randomly generated identifier.
Participant interviews will be conducted via Zoom. These interviews will be recorded and stored digitally on the password-protected ACU network drive. They will be deleted once they have been transcribed. The transcripts will be de-identified prior to any data analysis or data sharing between the universities. They will be assigned randomly generated pseudonyms matched for gender only. These pseudonyms will be stored separately to the data.
Consent forms, survey data, and interview transcripts will be stored electronically on separate password-protected shared drives at ILSTE, in line with ethical guidelines for safe use and storage of data. The university will also backup the data on a password-protected external hard drive, to be kept in a secure location. The data will be accessed only by the research team for this project. . Between sites, files will be shared and securely transferred through AARNet Cloudstor, using ACU credentials.
All data will be destroyed 5 years after the completion of the project.

K.2: Disposal of Data

K.2.1 How are the data to be disposed of after complying with the requirement to retain data for a minimum of fifteen (15) years?
Please refer to the ACU Records Retention and Disposal Schedule (part 13) for full details.

Please refer to the ACU Research Data Management Toolkit for a guide to retaining and archiving your data.*

All data will be destroyed 15 years after the completion of the project.

K.3: Dissemination of Results

K.3.1 Is it intended that the results of the study be published?*

◉ Yes ○ No

K.3.2 Please explain where the results are likely to be published*

In international peer reviewed journals in the field of Mathematics Education, in a monography.

K.3.3 Do you intend to use the results of your study in publications or in other communications with colleagues?*
◉ Yes ○ No

You have indicated 'Yes' to this question. Participants must be advised both in the *Information Letter to Participants* and on the *Consent Form*, if applicable, that the results from the study may be summarised and appear in publications or may be provided to other researchers in a form that does not identify the participants in any way.

K.3.5 Is it intended that the results of the research that relate to a specific participant be reported to that participant?*
◉ Yes ○ No

K.3.6 Is it intended that the general (non-specific) results of the research be reported to participants?*
◉ Yes ○ No

K.3.7 How will the results be communicated to participants?
(e.g. telephone call, individual letter, copy of publication, consultation with a medical practitioner or other)*

> Given the nature of this research, each participant's personal data is not likely to be meaningful without comparison to the data collected for other participants. As such, except for experts, participant's individual data will not be provided, but interested individuals are encouraged to sign up to receive a summary of the results as soon as the project is completed.
>
> Only the Data collected from the individual interview with experts will be reported to the participants as non-aggregated data: transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent via email to each participant before publication.

K.3.9 Is it intended that results that relate to a specific participant be reported to anyone other than that participant?*
○ Yes ◉ No

K.3.13 Will the confidentiality of participants and their data be protected in the dissemination of research results?*
◉ Yes ○ No

K.3.15 Explain how confidentiality of participants and their data will be protected in the dissemination of research results*

> The survey is anonymous. Data will be published as aggregated data.
>
> Teachers' comments in the individual interview will be transcribed (as well as published) with pseudonyms.
>
> We will report experts' comments with pseudonyms, giving only a broad description of the expert's profile associated with each pseudonym without providing information that could identify them.

Section L: Confidentiality / Privacy

L.1: Access to Personal Information

L.1.1 Will the project involve access to personal information, student files, computerised records or other data banks, human pathology or diagnostic specimens provided by one or more institutions or government departments?*
○ Yes ◉ No

L.2: Identifiability of Participants

The following questions relates to National Statement, 2007, s.3.2

L.2.1 In what format will the data be **collected**?*

- ☑ Individually identifiable data
- ☑ Re-identifiable data
- ☑ Non-identifiable data

L.2.2 Will the identity of any participant be disclosed to anyone other than the researcher/s?*
○ Yes ◉ No

L.3: Confidentiality of Participants' Responses

L.3.1 What measures will be taken to protect the confidentiality of the personal information gathered in this project? (e.g. removal of names and other identifiers either before, during or after analysis of data; reporting aggregated data only)*

> The survey is anonymous. We will report aggregated data only.
>
> Teachers' comments in the individual interviews will be transcribed with pseudonyms.
>
> All the experts participating in interviews will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. We will report experts' comments with pseudonyms, giving only a non-identifiable broad description of the expert's profile associated with each pseudonym.

L.3.2 In this project are there any particular risks to the confidentiality of personal information (e.g. reporting non-aggregated data or descriptive data from small samples)? If so, how is it proposed to minimise them? *

We may report non-aggregated data or descriptive data from small samples about individual interviews with teachers and experts.

All the teachers and experts participating in individual interviews will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. We will report any expert or teacher comments with pseudonyms, giving only a non-identifiable broad description of the teacher's/expert's profile associated with each pseudonym.

L.4: Privacy

Researchers should be familiar with the existence of relevant Commonwealth, State and Territory legislation regarding privacy. Of special note are the Australian Privacy Principles and the Privacy Act 1988.

L.4.1 Are you aware of any privacy issues that may impact on participants?*
○ Yes ◉ No

Section M: Attachments

M.3: Other documents

M.3.1 Please attach the relevant documents listed below (please use ZIP file if there are more than 1 document per item).
If you are submitting a new version of a previously uploaded document, please use the "Add" button and leave the original file as-is to allow Res.Ethics team to track the changes.

Applications created by students will require the Supervisor sign off. Once submitted the Orion application will be forwarded to the Supervisor for completion of the "Supervisor Checklist".
Applications that involve Co-investigators should ensure that the **signature document** is completed by all researchers to acknowledge their participation in this project. *

1	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Research proposal - Final.docx
	Name	Research Proposal
	Description	A brief description of the Research Proposal
2	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Participant(Teachers)_Information_Letter II.pdf
	Name	Participant Information Letter (Revised letters must contain suitably highlighted changes)
	Description	Participant Information Letter for teachers - updated
3	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Investigator_Signatures_Document.pdf
	Name	Investigators' Signatures**
	Description	
4	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Informed Consent Form_ Experts.pdf
	Name	Consent Form (Revised forms must contain suitably highlighted changes)
	Description	Informed Consent Form for Experts via Qualtrics. The participant's first name, surname, and e-mail address will only be entered once they have chosen to take part in the research.
5	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Advertisement for experts II.docx
	Name	Advertisement text / script
	Description	Advertisement to recruit experts via email. The Links to the Participant Information Letter and to the Informed Consent Form will be provided in the e-mail.
6	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Peer Review Letter.docx
	Name	Peer Review
	Description	The letter of Professor Beswick's second review.
7	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Questionnaire BMALM.pdf
	Name	Questionnaires / Interview Questions
	Description	This is a pdf file of the new version of the questionnaire on Qualtrics.
8	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	
	Name	Ethics approval from overseas research sites
	Description	

9	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	
	Name	Non-HREC Review Approval letters
	Description	
10	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	
	Name	External HREC Approval letters
	Description	
11	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	
	Name	Other approvals / permissions from overseas research sites
	Description	
12	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	
	Name	Proforma for gaining the consent of the person responsible*
	Description	
13	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Advertisement for teachers II.docx
	Name	Advertisement text / script for teachers
	Description	Advertisement text to recruit teachers - updated
14	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Informed Consent Form_Teachers interview.pdf
	Name	Consent Form (teachers): Individual interview
	Description	The Informed Consent Form for teachers' follow-up individual interview. Teachers will find it at the end of the questionnaire via Qualtrics. Contact details will not be requested if teachers select the option: I've decided to not participate further in this research.
15	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Informed Consent Form_Teacher_ Questionnaire.pdf
	Name	Consent Form (teachers): Questionnaire
	Description	Informed Consent Form for teachers, at the beginning of the Qualtrics survey, prior to starting the questionnaire completion.
16	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Recruiting Question.PNG
	Name	Recruiting question
	Description	Filter question to have a list of mathematics educators who have indicated their interest in participating in further ILSTE mathematics research projects.
17	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Teacher Interview Questions - updated.docx
	Name	Teacher interview questions
	Description	
18	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Protocol for Interview with Experts.docx
	Name	Protocol for interviews (experts)
	Description	Protocol for the individual interviews with experts
19	Document type	Soft copy
	Reference (Document Title)	Participant(Experts)_Information_Letter II.pdf
	Name	Participant Information Letter - Experts
	Description	Participant Information Letter for Experts - updated

Please ensure you have attached the advertisement text / script, as you have indicated advertising is used in the Participants: Recruitment section

Further information on how to respond to comments and upload documents is available from the Researcher Amendment Guidelines document available under the heading Introduction / Overview.

For ethics team: Show Documents Uploaded with Date

Section N: Office Use Only

N.1: Ethics Officer Review

N.1.1 Risk Assessment Outcome

Show Documents Uploaded with Date *

Low Risk

N.1.2 Workflow Branch*

Low Risk Branch

Date Approved

19/10/2021

Status

Approved

Section O: Checklist

O.2: Checklist - For Supervisor

Approvals

O.2.1 I/we declare that until written approval has been received from HREC and any external approvals:*

- ☑ Data collection will not commence
- ☑ Participants will not be approached
- ☑ Participants' records/files/specimens will not be accessed

Research Project

O.2.2 I attest that:*

- ☑ I have provided a step by step description of participant recruitment
- ☑ I have read and adhered to ACU Guidelines for Applicants to Human Research Ethics Committee (HREC)
- ☑ The Principal Investigator is accountable for the conduct of the research
- ☑ The project has been articulated in clear, concise, lay language
- ☑ I have checked the application and its attachments
- ☑ This research has been peer-reviewed and has been deemed to be methodologically sound

O.2.3 I accept responsibility for:*

- ☑ The conduct of this research in accordance with any other conditions specified by the HREC of ACU
- ☑ The conduct of this research in accordance with NHMRC principles

O.2.4 Please acknowledge you have a statement from a medical practitioner/psychologist/counselor to provide professional assistance, if you have specified your project as:
- More than low risk (in "Administrative Section : Level of Risk") *and*
- Have procedures which might have an adverse effect on a participant's wellbeing

(Select "(N/A)" if not applicable)*

◉ (N/A) ○ I have such a statement

Documents

O.2.5 I have attached all supporting documents (where appropriate):

- [ ] Ethics approval from external institutions (e.g. hospitals, schools) if available/applicable
- [ ] Approval letter(s) from any external organisation(s) involved in your research (if applicable)
- [ ] Letter of support from the Centre of Indigenous Education and Research (CIER) (if applicable)
- [x] Copies of all questionnaires and interview schedules**
- [x] Letter and consent forms follow the recommended format and wording on the ACU website*
- [x] Information letter and consent forms are free from spelling, typographical and grammatical errors
- [x] Information letter and consent forms are on current ACU letterhead
- [x] The Information Letter to Participants and Consent Form(s)
- [x] Research Proposal (as requested at the "Attachments : Other documents" section)

You must notify the Human Research Ethics Committee immediately of any variation to this project e.g. Changes to the number or mix of participants, to research procedures, to the survey instruments or questionnaires.

Continue

Next

Please click the Submit Application button below to submit your application to the Office of Research Services.

Submit Application

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Research proposal

Formal Title

Body Movement and Active Learning in Mathematics: Australian teachers' beliefs and practices

Plain language Title (to be used on information letter and consent form)

Body Movement and Active Learning in Mathematics

Background

In recent decades, the role of students' active, bodily experience in the exploration and construction of mathematical concepts has been seen as increasingly relevant in mathematics education research. The roots of this tradition can be found as far back as the early 1900s, in the work of Maria Montessori's (Montessori, 1934a, 1934b; Lillard, 2016). More recently, cognitive psychology and neuroscience studies have demonstrated the interrelationship of perception-action and conceptualization in learning processes. This research has been key to the development of the embodied cognition theory (Wilson, 2002; Lakoff & Nunez, 2000; Varela et al., 1991). Several theoretical perspectives, based on perceptual-motor involvement in the teaching-learning processes of mathematics, also provide advice on the development of artefacts and how they are used to promote student learning at different levels of schooling (e.g., Carotenuto et al., 2021; Abrahamson et al., 2020; Baccaglini-Frank et al., 2020; Flood et al., 2020; Sinclair & Pimm, 2015; Nemirovsky et al, 2012; Sarama & Clements 2009; Ferrara, 2006; White & Mitchelmore, 2003). These include *enactivist pedagogy* (Abrahamnson et al., in press), *inclusive materialism* (de Freitas & Sinclair, 2014), and *multimodal approaches* (Radford et al., 2017; Ferrara & Ferrari, 2020).

Everyday teaching practice is often inconsistent with these perspectives and still largely based on purely transmissive, teacher-directed approaches (OECD, 2009, 2016). These approaches tend to be focused on the implementation of clarity-of-instruction (e.g., procedural) rather than cognitive activation practices (e.g., problem solving) (OECD, 2019).

The proposed research project is aimed at investigating primary and secondary mathematics teachers' perspectives on the implementation of active learning strategies that involve students' movement in the classroom and identifying possible hindering and facilitating factors, for example, teachers' beliefs.

Project Aims

The proposed research aims to:

- provide a state of the art review of research findings in the field and highlight the presence/absence of specific indications on how to carry out exploratory activities and active learning strategies including the use of artifacts, tools, or students' body movement in national/international curricular documents and educational policies.

- explore teachers' beliefs about active, bodily experiences of mathematics learning and how these can be linked to the implementation of this approach in school classrooms.
- document factors that foster or hinder the implementation of active, bodily experience activities in school mathematics classrooms.
- gain insight into the effective implementation of active, bodily experience activities in school mathematics teaching practices by documenting the influence of factors such as available resources and different approaches to instruction.

Approach

The project is an exploratory mixed-method study on the use of active, bodily experience activities in Australian mathematics classrooms, and associated teaching practices. This includes practice in which students are physically engaged and may include the use of manipulatives, tools, and artefacts.

Research activities will include:

- conducting a desk audit of relevant research literature, and relevant national and international curriculum documents and policies
- documenting experts' views on active, bodily experience activities as outlined in the teachers' survey (N~6)
- administering of an online questionnaire of primary and secondary teachers related to active, bodily experience activities (N~50)
- conducting individual/focus group semi-structured interviews aimed at providing greater insight into issues raised in the participants' survey responses (N~10)

Participants

Participants and protocols will include:

- six experts in mathematics education (e.g., Australian university Professors, principals, head teachers). They will be involved in semi-structured interviews. Participation is voluntary and consent will be required prior to starting the interviews. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Collected comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g., first expert), as indicated in the informed consent form which participants must complete prior to participating in the research project. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent, via email, to each participant before publication. Participants must endorse the content of transcripts before this material can be used in developing manuscripts intended for publication.
- approximately 50 primary and secondary mathematics teachers will be recruited from around Australia via national and state mathematics teacher professional associations' Facebook pages/groups or association newsletters (e.g., Australian Association of Mathematics Teachers). This will involve posting an anonymous link to the questionnaire on Facebook pages/groups/newsletters with a request for it to be completed by participants. Clicking on the link will lead potential participants to information about the project. Participants will then be required to provide consent prior to completing the questionnaire. In addition to advertising via Australian mathematics associations' Facebook organisation newsletters, we seek to advertise through educational networks (for example, through emailing school contacts and requesting wider dissemination), umbrella organisations (for example, the Independent Schools

Queensland; Catholic Education Offices), and broader teacher organisations aimed at Australian teachers (for example, through the Australian Teachers Association and Teachers supporting Teachers Facebook pages). Furthermore, we will send the questionnaire to a list of mathematics educators who have indicated their interest in participating in ILSTE mathematics research projects. We will invite them to participate in this research by sending them the information sheet for this project, together with the link to the online questionnaire by email.

- After completing the questionnaire, teachers interested in participating in an individual interview will be asked to provide their email (in the form) for further potential contact by the researchers. The aim is to interview around 10 teachers.

Instrumentation, Methods and Data-analysis

The following outlines methods for data collection and analysis:

Interviews with experts

The first component of the study involves conducting individual semi-structured interviews via Zoom with a small number of experts in mathematics education (6). The interview prompts are designed to gain insight into the experts' points of view about the key aspects of teachers' instructional practice, especially in relation to active, bodily experience activities. Interviews will be transcribed and analysed according to the thematic content analysis method, using open, inductive coding in the first instance (Palys et Atchinson, 2014, p. 305) and then refining the results with a focused, axial coding that will lead to the construction of concept maps (Daley, 2004). MOVIE (Gonzalez Canche, 2021) will be used to analyse these qualitative data and to compare and contrast individual responses to each question.

Teacher Survey

The second component is an online questionnaire that will be administered via Qualtrics. This questionnaire is being designed to document the practices and beliefs of primary and secondary mathematics teachers in relation to mathematics instruction in general and active, bodily experience activities in particular. This questionnaire will be anonymous. It will consist of Likert-type, multiple-choice, short open-response and vignette-items (Skilling & Stylianides, 2020).

The questionnaire items cover dimensions derived from the literature concerning teachers' beliefs on mathematics teaching and learning (Beswick, 2012; Van Zoest et al., 1994; Dionne, 1993; Ernest, 1989), conceptions of educational material usage (e.g., Skoumios & Skoumpourdi, 2021) and beliefs and instructional practices with manipulatives (Carbonneau & Marley, 2015; Golafshani, 2013; Vizzi, 2016). Other items were adapted from items on existing surveys such as OECD TALIS (2018) and IEA TIMSS (2019). There will be additional items concerning new explorative dimensions.

There are two parallel versions of the questionnaire, one for primary school and one for secondary school teachers, with minor adaptations to accommodate teaching context. Both questionnaires consist of five sections.

1. *The School* – concerning general information about the current school (e.g., government/ non-government school; traditional/school based on specific educational method such as Montessori) and school level/s that the respondent is currently teaching.
2. *General* – designed to provide information about the teacher's educational background and teaching experience.
3. *Beliefs* – including broad beliefs about teaching and learning mathematics (e.g., the role of the teacher or peers in the learning process).
4. *Beliefs* – specific beliefs about active, bodily experience activities (e.g., which school levels these

activities considered appropriate, what kind of educational impact is expected to be achieved, what factors can possibly limit their use, what kind of evaluation/assessment strategy may be appropriate).

5. At the end of the fourth section, a **filter question** concerning the actual use of these activities in daily teaching practices splits the questionnaire into two alternative parts on the basis of the teacher's use these activities in their teaching practice (Yes/No). This next section asks teachers for additional information such as the reasons for this choice, what other teaching strategies they deem to be effective, and comment about their implementation in classrooms (if used).

Descriptive statistics (e.g., frequencies, percentages, cross-tabulations with Chi-squared test) and correlations resulting from recording the similarities and the differences among the basic variables of the sample will be used to analyse the Likert type and multiple-choice item responses. Open-ended questions will be initially coded following an analytic induction from the content (Cohen et al., 2000; e.g., in Hourigan et al., 2016). Then the initial codes will be grouped into categories or themes, which will be examined for patterns across school levels. The number of comments from teachers at each school level in each of the broad categories will be counted to provide an indication of the relative emphasis on each category/theme across school levels, to identify the main trends and recurring themes (e.g., in Beswick et al., 2019). The vignette items include Likert type, multiple-choice and short open-ended questions. The answers will be analysed accordingly as previously stated. Cronbach alpha coefficient will be used for getting indication about the reliability and internal consistency of the questionnaire.

Individual interviews with teachers

The third component of the study involves individual semi-structured interviews. These semi-structured interviews will involve a smaller number of participants and will take place via Zoom. The interview questions are designed to gain insight into the original survey questions and are qualitative in nature. These responses will be audio-recorded, transcribed, and analysed via thematic content analysis in a similar fashion to the expert interviews (Anderson, 2007).

References

Abrahamson, D., Dutton, E., & Bakker, A (in press). Towards an enactivist mathematics pedagogy. In S. A. Stolz (Ed.), *The body, embodiment, and education: An interdisciplinary approach*. Routledge.

Abrahamson, D., Nathan, M. J., Williams-Pierce, C., Walkington, C., Ottmar, E. R., Soto, H., & Alibali, M. W. (2020). The future of embodied design for mathematics teaching and learning. In *Frontiers in Education* (Vol. 5, p. 147). Frontiers.

Anderson, R. (2007). Thematic content analysis (TCA). *Descriptive presentation of qualitative data*, 1-4.

Baccaglini-Frank, A., Carotenuto, G., & Sinclair, N. (2020). Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments. *ZDM Mathematics Education, 52*, 779–791. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01144-y

Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), 127-147. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9333-2

Carbonneau, K. J., & Marley, S. C. (2015). Instructional guidance and realism of manipulatives influence preschool children's mathematics learning. *The Journal of Experimental Education*, *83*(4), 495-513. https://doi.org/10.1080/00220973.2014.989306

Carotenuto, G., Mellone, M., & Spadea, M. (2021). Moving in early geometry education. *For the Learning of Mathematics*, *41*(1), 30-36.

Cohen, L., Monion, L., & Morris, K. (2000). Research methods in education 5th ed. London UK and New York.

Daley, B. (2004). *Using concept maps in qualitative research* [Paper presentation]. First International Conference on Concept Mapping, Spain.

Dionne, J. (1993). Modifying elementary school teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching and learning: A strategy based on conceptual analysis. *The Proceedings of the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*: Ithaca.

de Freitas, & E. Sinclair, N. (2014). *Mathematics and the body*: *Material entanglement in the classroom.* Cambridge University Press.

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249–253). Falmer.

Ferrara, F. (2006, July). Remembering and imagining: moving back and forth between motion and its representation. In *Proceeding 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 65-72).

Ferrara, F., & Ferrari, G. (2020) Reanimating tools in mathematical activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(2), 307-323. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1648889

Flood, V. J., Shvarts, A., & Abrahamson, D. (2020). Teaching with embodied learning technologies for mathematics: responsive teaching for embodied learning. *ZDM*, *52*(7), 1307-1331.

Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive neuropsychology*, *22*(3-4), 455-479. https://doi.org/10.1080/02643290442000310

Golafshani, N. (2013). Teachers' beliefs and teaching mathematics with manipulatives. *Canadian Journal of Education/Revue canadienne de l'éducation*, *36*(3), 137-159. https://www.jstor.org/stable/canajeducrevucan.36.3.137

Gonzalez Canche, M. S. (under review). Mapping, organizing, and visualizing interdependent events (MOVIE): A rigorous and cost-free approach to observe the evolution of processes taking place in qualitative research settings. *Methodological Innovations.*

Hourigan, M., Leavy, A. M., & Carroll, C. (2016). 'Come in with an open mind': Changing attitudes towards mathematics in primary teacher education. *Educational Research*, *58*(3), 319-346.

Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from* (Vol. 6). Basic Books.

Lillard, A. S. (2016). *Montessori: The science behind the genius*. Oxford University Press.

Montessori, M. (1934a). *Psicogeometria*. Talleres Gràficos Garroff.

Montessori, M. (1934b). *Psicoaritmética*. Casa Editorial Araluce.

Nemirovsky, R., Rasmussen, C., Sweeney, G., & Wawro, M. (2012). When the classroom floor becomes the complex plane: Addition and multiplication as ways of bodily navigation. *Journal of the Learning Sciences*, *21*(2), 287-323.

OECD (2009). *Creating effective teaching and learning environments*. www.oecd.org/edu/school/43023606.pdf

OECD (2016). *PISA 2015 Results (Volume II): Policies and Practices for Successful Schools*. OECD Publishing.

OECD (2019). *TALIS 2018 Results (Volume I): Teachers and School Leaders as Lifelong Learners*. OECD Publishing.

Palys, T. S., & Atchison, C. (2014). *Research decisions: Quantitative, qualitative, and mixed method approaches*. Nelson Education.

Radford, L., Edwards, L., & Arzarello, F. (2009). Introduction: Beyond words. *Educational studies in mathematics*, *70*(2), 91-95. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9172-y

Radford, L., Arzarello F., Edwards, L., & Sabena, C. (2017).The multimodal material mind: Embodiment in mathematics education.. In J.Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 700-721). NCTM.

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). "Concrete" computer manipulatives in mathematics education. *Child Development Perspectives*, *3*(3), 145-150.

Sinclair, N., & Pimm, D. (2015). Mathematics using multiple senses: Developing finger gnosis with three-and four-year-olds in an era of multi-touch technologies. *Asia-Pacific Journal of Research in Early Childhood Education*, *9*(3), 99-109.

Skilling, K., & Stylianides, G. (2020). Using vignettes in educational research: A framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education, 43*(5), 541-556. https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243

Skoumios, M., & Skoumpourdi, C. (2021). The use of outside educational materials in mathematics and science: Teachers' conceptions. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology*, *9*(2), 314-331.

Van Zoest, L. R., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1994). Beliefs about mathematics teaching held by preservice teachers involved in a first grade mentorship program. *Mathematics Education Research Journal, 6*(1), 37–55. https://doi.org/10.1007/BF03217261

Varela, F. J., Thompson, E., & Rosch, E. (1991). *The embodied mind: Cognitive science and human experience.* MIT Press.

Vizzi, A. (2016). *Teachers' perceptions of manipulatives during middle school math instruction* [Doctoral dissertation, Walden University]. Proquest.

White, P. & Mitchelmore, M. (2003). Teaching Angles by Abstraction from Physical Activities with Concrete Materials. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*, 403-410.

Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic bulletin & review*, *9*(4), 625-636. https://doi.org/10.3758/BF03196322

Email text for experts recruitment

Dear _ _ _ ,

With this email we would like to invite you to participate in an international research project carried out by researchers from ACU's Institute for Learning Sciences and Teacher Education.

We are currently conducting a research study in Italy and Australia that focuses on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to mathematics. We are particularly interested in the instructional practice of activities that involve the active participation of students, in a laboratorial mode, involving their body and movement, to explore mathematical concepts. These include, for example, activities designed from the perspective of enactive-embodied learning, inquiry activities using manipulative materials and artifacts, hands-on activities using tools (virtual or physical) in an exploratory mode, activities where the whole body is engaged to explore mathematical concepts.

We are collecting the opinions of experts in the field on some key questions as part of this explorative study. Participation involves an interview (minimum 30 minutes, maximum one hour) via Zoom (on a day and time to be agreed upon), according to the framework briefly outlined below.

The interview will be recorded with your permission. Afterward, the audio will be transcribed and your comments will be collected, with those of other experts interviewed, to create a conceptual framework in which the main themes that emerge and their relationships will be reported. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Your comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert), as expressly indicated in the informed consent form which I will ask you to complete before agreeing to participate. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent to you via email before publication. Once you have reviewed the material, it will only be published if you will have no objections.

Below you will find the key questions of the interview.

Experts' opinions on an internal research issue:

In our research, we will administer an online questionnaire to primary and secondary school teachers.

1) In the Australian version of the questionnaire, what terminology would you use to define the activities being surveyed in a clear and easily accessible way for teachers?

2) Do you think it would be useful to provide examples? Which examples do you think are commonly known and recognized by teachers? (Also consider the different school grades)

Experts' opinions about the central questions of the survey:

3) Do you think it is important to use these activities in school? Why?

4) What are the beliefs that should guide teachers in proposing these activities in the classroom?
What are the considerations, awareness, knowledge that should accompany teaching when implementing these activities? E.g. In terms of the choice of teaching strategies to be adopted, in terms of assessment, ...

5) What characteristics concerning the implementation of these activities in school determine their teaching effectiveness?

6) What are the main limitations of the use of these activities in teaching practice?
What are factors that hinder / favour the implementation of these activities in school?

In order to participate to the research study, please complete the Informed Consent Form via the following link:

https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_8AeFvL07RkCP686

Please, you can find the Participant Information Letter at the following link: Participant Information Letter

We would be grateful if you could confirm your participation within 10 days of receiving this email. Afterward, you will be contacted by Doctoral Researcher Alessandra Boscolo to receive further information. The individual interview will take place via Zoom within a month of informed consent form completion, at a time convenient for participants.

If you are not interested in participating, we would be grateful if you could provide us with the contact details of any of your colleagues who might be interested in this topic.

For further details, you could contact Alessandra Boscolo a.boscolo@lumsa.it

We thank you for your time.

Best regards,

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Department of Humanities
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Department of Humanities
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it

PARTICIPANT INFORMATION LETTER

Body Movement and Active Learning in Mathematics

Investigators:
Professor Vincent Geiger (Australian Catholic University)
Professor Gabriella Agrusti (LUMSA (Italy))
Doctoral Researcher Alessandra Boscolo (LUMSA (Italy)-Australian Catholic University)

Dear Participant,
It is our pleasure to invite you, as a primary or secondary school Mathematics teacher, to participate in a study on *Body Movement and Active Learning in Mathematics*. This study has received approval from Australian Catholic University's ethics committee (2021-199E).

What is the project about?
We are conducting a research study in Italy and Australia that focuses on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to mathematics. We are particularly interested in the proposal and implementation in instructional practice of activities that involve the active participation of students, in a laboratorial mode, involving their body and movement, to explore mathematical concepts. These include, for example, activities designed from the perspective of enactive-embodied learning, inquiry activities using manipulative materials and artifacts, hands-on activities using tools (virtual or physical) in an exploratory mode, activities where the whole body is engaged to explore mathematical concepts.

Who is undertaking the project?
The project is being led by Professor Vincent Geiger (Australian Catholic University), who is the Chief investigator, Professor Gabriella Agrusti (LUMSA (Italy)) who is Co-investigator and the Student Researcher Alessandra Boscolo (LUMSA (Italy)-ACU). The project investigators are experienced researchers with expertise in mathematics education both nationally and internationally.

Are there any risks associated with participating in this project?

There are no foreseeable risks involved with participation in this project. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. We are aware, however, that for some people it could be stressful to be interviewed online for a minimum of 30 minutes to a maximum of 1 hour. If, for any reason, this project causes you undue distress, please call Lifeline on 13 11 14.

What will I be asked to do?
The project will involve you in a semi-structured interview via Zoom, at a time convenient for participants. This interview should not take more than an hour and will provide project researchers an opportunity to ask you questions which provide deeper insight into specific aspects of the survey. The Zoom meeting will be recorded for transcription purposes. Participants' comments will be collected, with those of other experts interviewed, to create a conceptual framework in which the main themes that emerged and their relationships will be reported. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Your comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert), as expressly indicated in the informed consent form which I will ask you to sign before agreeing to participate. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent to you via email before publication. Once you have reviewed the material, it will only be published if you will have no objections.

What are the benefits of the research project?
Although there is no direct benefit to individual participants, the findings will inform advice for mathematics education researchers, curriculum developers and policymakers and thus there will be a benefit to the wide education community. Furthermore, the need for research that focuses on the teachers' perspective is relevant given the need to create communication between universities and schools in order to diminish the existing gap between the findings of scientific research and innovation in school.

Can I withdraw from the study?
Participation in this project is completely voluntary. You are not under any obligation to participate. If you agree to participate, you can withdraw from the study at any time, without adverse consequences, prior to publication of the findings, after which time it is no longer possible for us to do so.

Will anyone else know the results of the project?
The results of this project will be published, however the information collected via interview will be de-identified and reported in a collated manner. Participant interviews will be conducted via Zoom. These interviews will be recorded and stored digitally on the password protected ACU network drive. They will be deleted once they have been transcribed. The transcripts will be de-identified prior to any data analysis or data sharing between the universities and stored on password protected network drives. Only research team members will have access to these securely stored and de- identified transcripts.

Will I be able to find out the results of the project?
Transcripts of the individual interview and comments made by the researchers on those data will be sent to you before publication. Furthermore, interested individuals are encouraged to sign up to receive a summary of the results as soon as the project is completed.

Who do I contact if I have questions about the project?
Any questions regarding this project should be directed to the Principal Researcher: Professor Vincent Geiger
Australian Catholic University Brisbane
Campus Brisbane, QLD, 4000
Ph.: 07 3623 7188
Email: vincent.geiger@acu.edu.au;

What if I have a complaint or any concerns?
The study has been reviewed by the Human Research Ethics Committee at Australian Catholic University (2021-199E). If you have any complaints or concerns about the conduct of the project, you may write to the Manager of the Human Research Ethics Committee care of the Office of the Deputy Vice Chancellor (Research).

Manager, Ethics
c/o Office of the Deputy Vice Chancellor
(Research) Australian Catholic University North
Sydney CampusNorth Sydney, NSW 2059
Ph.: 02 9739 2519
Email: resethics.manager@acu.edu.au

Any concern will be treated in confidence and fully investigated. You will be informed of the outcome.

I want to participate! How do I sign up?
If you are willing to help us with this project, please return to the Qualtrics and complete the informed consent form. Please make sure you keep this letter as a record of the project description and for the contact details of the chief investigators in case you have any questions.

Yours sincerely,

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it

Informed Consent Form

Thank you for choosing to participate in the research project: Body Movement andActive Learning in Mathematics.

The purpose of the study is to investigate, both in Italy and Australia, whether teachers,from across school grades, propose, and how they select and implement, active learning in their mathematics teaching practice. In particular, we focus on learning activities in which students are actively involved with manipulations of artifacts (both physical and virtual) or body movements, to experience mathematical concepts through sensorimotor perceptions. Furthermore, we investigate what teachers' beliefs are about the expected outcomes, limitations, and constraints in implementing these activities and about teaching and learning mathematics.

For your participation in the research project, the following collaboration is required: one interview via ZOOM lasting a minimum of 30 minutes, a maximum of 1 hour. Your involvement aims to clarify some critical points in the drafting of the questionnaire, as well as to gather the views of experts in the field on the subject of the study.

Participation in the study is voluntary and free of charge. If you agree to participate,you can withdraw from the study at any time, even without prior notice or specific reason, without adverse consequences.

The interview will be video-recorded for transcriptions purposes. All participants will bede-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. The information obtained from the studies will be used in scientific publications or conferences. Your comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert) only if you agreed explicitly, giving the consent in the form below. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent via email to you before publication. Once you have reviewed the material, it will only be published if you will have no objections. Ph.D. student Alessandra Boscolo will be responsible for data processing and storage.Thank you.

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)

For further information please contact: a.boscolo@lumsa.it

Before proceeding to complete the consent form below,please read the Participant Information Letter at the following link: Participant（Experts） Information Letter.pdf

- I have read and understood the information providedin the Participants Information Letter. Any questions Ihave asked have been answered to my satisfaction.
- I agree to participate in a 30 minutes video conference call, realising that I can withdraw my consent at any time without adverse consequences.
- I agree that research data collected for the study maybe published or may be provided to other researchers.

○ I understand and give consent
○ I've decided not to participate further in this research

Name and Surname

E-mail

I agree that the information provided during the interviewmay be expressly quoted, using a pseudonym, in research reports

○ Yes
○ No

Researchers from ACU's Institute for Learning Sciences and Teacher Education are currently taking part in an international study on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to Mathematics. The focus of the study is the involvement of students' body and movement in mathematics active learning. You are invited to contribute to this study in order to provide a picture of Australian teachers' perspective. As a teacher of mathematics, your views are critical to developing a clear picture of current practices. Accordingly, you are invited to participate in the study.

Participation involves the completion of an anonymous 20-minute online survey, available via the following link: https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_9ZEGAphu9STIi9g.

At the completion of the survey, you will be offered the opportunity to register interest in an optional online individual interview to further elaborate on your views.

Please, you can find further information in the Participant Information Letter at the following link: Participant Information Letter.

PARTICIPANT INFORMATION LETTER
Body Movement and Active Learning in Mathematics

Investigators:
Professor Vincent Geiger (Australian Catholic University)
Professor Gabriella Agrusti (LUMSA (Italy))
Doctoral Researcher Alessandra Boscolo (LUMSA (Italy)-Australian Catholic University)

Dear Participant,

It is our pleasure to invite you, as a primary or secondary school Mathematics teacher, to participate in a study on *Body Movement and Active Learning in Mathematics*. This study has received approval from Australian Catholic University's ethics committee (2021-199E)

What is the project about?
We are conducting a research study in Italy and Australia that focuses on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to mathematics. We are particularly interested in the proposal and implementation in instructional practice of activities that involve the active participation of students, in a laboratorial mode, involving their body and movement, to explore mathematical concepts. These include, for example, activities designed from the perspective of enactive-embodied learning, inquiry activities using manipulative materials and artifacts, hands-on activities using tools (virtual or physical) in an exploratory mode, activities where the whole body is engaged to explore mathematical concepts.

Who is undertaking the project?
The project is being led by Professor Vincent Geiger (Australian Catholic University), who is the chief investigator, Professor Gabriella Agrusti (LUMSA (Italy)) who is co-investigator and the Ph.D. Student Alessandra Boscolo (LUMSA (Italy)-ACU). The project investigators are experienced researchers with expertise in mathematics education both nationally and internationally.

Are there any risks associated with participating in this project?
There are no foreseeable risks involved with participation in this project. All survey data is collected via an anonymous link, negating the risk of being identified. In addition, only aggregated results will be presented in publications developed from this study. We are aware, however, that for some people it could be stressful to complete an online form answering questions for approximately 20 minutes. If, for any reason, this project causes you undue distress, please call Lifeline on 13 11 14.

What will I be asked to do?
The project will involve you completing an online survey via Qualtrics related to your experience as a Mathematics teacher. This will take approximately 20 minutes. The survey data will be anonymously collected.

OPTIONAL: As part of the survey, you will be asked whether you are willing to take part in a follow-up individual interview. If you agree, you will need to provide your contact email. This data will be collected separately from your survey responses to ensure anonymity of survey responses. The individual interview will take place via Zoom within a month of survey completion at a time convenient for participants. These interviews will provide project researchers an opportunity to ask you questions which provide deeper insight into specific aspects of the survey. The Zoom meeting will be recorded for transcription purposes. All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication.

What are the benefits of the research project?
Taking part in the questionnaire can increase teachers' awareness of their own teaching practices by reflecting on them in answering the proposed questions.
The findings will inform advice for researchers in mathematics education, curriculum developers and policymakers and thus there will be a benefit to the profession at large. Furthermore, the need for research that focuses on the teachers' perspective is relevant given the need to create communication between universities and schools in order to diminish the existing gap between the findings of scientific research and innovation in school.

Can I withdraw from the study?
Participation in this project is completely voluntary. You are not under any obligation to participate. If you agree to participate, you can withdraw from the study at any time without adverse consequences. As survey responses are anonymous, however, we cannot identify individual entries and it is therefore not possible for us to remove responses after submission. For individual interviews, participants may choose to withdraw their responses at any stage prior to publication of the findings, after which time it is no longer possible for us to do so.

Will anyone else know the results of the project?
The results of this project will be published, however the information collected via survey will be anonymous. We ask that you do not include any potentially identifiable information in any open-ended question responses. For instance, the name of your school. Should you accidentally do so, such information will be removed or replaced with a pseudonym prior to data analysis. Only de-identified data from this project will be shared between LUMSA University and ACU for further analysis and reporting.
The survey is being conducted via Qualtrics. Information you provide on this survey will be transferred to a secure ACU University server in line with ethical guidelines for the secure use and storage of data. Only research team members will have access to this securely stored data.
With regards to the information collected via individual interview, the results of this project will be published, however the information collected will be de-identified and reported in a collated manner. Participant interviews will be conducted via Zoom. These interviews will be recorded and stored digitally on the password protected ACU network drive. They will be deleted once they have been transcribed. The transcripts will be de-identified prior to any data analysis or data sharing between the universities and stored on password protected network drives. Only research team members will have access to these securely stored and de-identified transcripts.

Will I be able to find out the results of the project?
Given the nature of this research, each participant’s personal data is not likely to be meaningful without comparison to the data collected for other participants. As such, participant’s individual data will not be provided, but interested individuals are encouraged to sign up to receive a summary of the results as soon as the project is completed.

Who do I contact if I have questions about the project?
Any questions regarding this project should be directed to the Principal Researcher:
Professor Vincent Geiger
Australian Catholic University Brisbane Campus

Brisbane, QLD, 4000
Ph.: 07 3623 7188
Email: vincent.geiger@acu.edu.au;

What if I have a complaint or any concerns?
The study has been reviewed by the Human Research Ethics Committee at Australian Catholic University (2021-199E). If you have any complaints or concerns about the conduct of the project, you may write to the Manager of the Human Research Ethics Committee care of the Office of the Deputy Vice Chancellor (Research).

Manager, Ethics
c/o Office of the Deputy Vice Chancellor (Research)
Australian Catholic University North Sydney Campus
North Sydney, NSW 2059
Ph.: 02 9739 2519
Email: resethics.manager@acu.edu.au

Any concern will be treated in confidence and fully investigated. You will be informed of the outcome.

I want to participate! How do I sign up?
If you are willing to help us with this project, return to the Qualtrics link and read through the informed consent page before ticking that you give consent to participate. This will allow you to access the survey questions.

Please make sure you keep this letter as a record of the project description and for the contact details of the chief investigators in case you have any questions.

Yours sincerely,

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it

Questionnaire on Body Movement and Active Learning in Mathematics

Thank you for choosing to participate in the research project: Body Movement and Active Learning in Mathematics.

The purpose of the study is to investigate, both in Italy and Australia, whether teachers, from across school grades, propose, and how they select and implement, active learning in their mathematics teaching practice. In particular, we focus on learning activities in which students are actively involved with manipulations of artifacts (both physical and virtual) or body movements, to experience mathematical concepts through sensorimotor perceptions. Furthermore, we investigate teachers' beliefs about the expected outcomes, limitations, and constraints in implementingthese activities, and about teaching and learning mathematics.

This study takes the form of an online questionnaire which takes approximately 20minutes to complete.

Please answer every question. We want to find out about your experiences, there areno right or wrong answers. Please answer the questions with reference to your own teaching practices in the school where you are working in.

As part of this survey, you will be asked whether you are willing to take part in afollow-up individual interview. If you agree, we will ask for your email address. Thisinformation will be collected separately from your survey responses to ensure the anonymity of survey responses.

Responses to this survey are anonymous. You will not be identifiable in any publication based on this research. If you agree to participate, you can withdraw fromthe study at any time without adverse consequences. As survey responses are anonymous, however, we cannot identify individual entries and it is therefore not possible for us to remove responses after submission.

Thank you.

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Department of Human Studies

LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it

For further information please contact: a.boscolo@lumsa.it

Before proceeding with the survey, please read the Participant Information Letter,clicking on the following link: Participant Information Letter for Teachers and complete the Informed Consent Form below.

- I have read and understood the information provided in the Participant Information Letter. Any questions I hadhave been answered to my satisfaction.
- I agree to participate in this 20-minute online survey, realising that I can withdraw my consent at any time (without adverse consequences). The only exception is for data that has already been submitted as surveyresponses are anonymous and therefore cannot be removed for a select individual.
- I agree that research data collected for the study may be published or provided to other researchers in a formthat does not identify me in any way.

○ I understand and give consent

○ I've decided not to participate further in this research

Default Question Block

CONTACT DETAILS and INFORMED CONSENT FORM

Thank you for choosing to continue your participation in the research project: Body Movement and Active Learningin Mathematics.

This survey is to collect your contact details for the purpose of organising a follow-up Zoom interview. Your participation in this interview will enable us to ask you questions that provide deeper insight into specific aspects ofthe survey.

Thank you.

Professor Vince Geiger
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
vincent.geiger@acu.edu.au

Professor Gabriella Agrusti
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
g.agrusti@lumsa.it

Ph.D. Student Alessandra Boscolo
Faculty of Education and Arts
Australian Catholic University
s00313963@myacu.edu.au
Department of Human Studies
LUMSA (Italy)
a.boscolo@lumsa.it

For further information please contact:
a.boscolo@lumsa.it

Before proceeding the completion of the Informed Consent Form below, please read the Participant Information Letter, clicking on the following link: Participant Information Letter for Teachers

---

- I have read and understood the information provided in the Participant Information Letter. Any questions I hadhave been answered to my satisfaction.
- I agree to participate in a 30 minute video conference call, realising that I can withdraw my consent at any time(without adverse consequences). I recognise that this conference call will be audio recorded for transcription purposes.
- I agree that research data collected for the study may be published or provided to other researchers in a formthat does not identify me in any way.

○ I understand and give consent

○ I've decided not to participate further in this research

Name

Surname

E-mail

E-mail Confirmation

Year levels taught

Title: Body Movement and Active Learning in Mathematics: Australian teachers' beliefs and practices

Researchers: student and Vince Geiger

Reviewer

Name: Professor Kim Beswick, BSc, Dip Ed, PhD

I have read the research proposal mentioned above and make the following comments and suggestions for the research team.

The proposal has been significantly improved and now outlines a worthwhile study. Please see minor edits and a small number of comments on the attached copy.

The linked image cannot be displayed. The file may have been moved, renamed, or deleted. Verify that the link points to the correct file and location.

APPENDICE 2.2: STRUMENTI

PROTOCOLLO DELL'INTERVISTA AGLI ESPERTI

QUESTIONARIO ONLINE

PROTOCOLLO PER LE INTERVISTE INDIVIDUALI DI FOLLOW-UP CON GLI INSEGNANTI

LA RICERCA IN AUSTRALIA

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Protocol for Interview with Experts

A. Introduction

Thank you for your participation in this research project. We are currently conducting a research study in Italy and Australia that focuses on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to mathematics. We are particularly interested in the proposal and implementation in instructional practice of activities that involve the active participation of students, in a laboratorial mode, involving their body and movement, to explore mathematical concepts. These include, for example, activities designed from the perspective of enactive-embodied learning, inquiry activities using manipulative materials and artifacts, hands-on activities using tools (virtual or physical) in an exploratory mode, activities where the whole body is engaged to explore mathematical concepts.
The interview will be recorded with your permission. Afterward, the audio will be transcribed and your comments will be collected, with those of other experts interviewed, to create a conceptual framework in which the main themes that emerged and their relationships will be reported.
All participants will be de-identified prior to sharing data with other project researchers or dissemination of findings via publication. Your comments may be directly quoted (using a pseudonym, e.g. First expert), as expressly indicated in the informed consent which we asked you to sign before agreeing to participate. Transcripts of the interview and comments made by the researchers on those data will be sent to you before publication. Once you have reviewed the material, it will only be published if you will have no objections.

B. Experts' opinions on an internal research issue

In our research, we will administer an online questionnaire to primary and secondary school teachers.
I. In the Australian version of the questionnaire, what terminology would you use to define the activities being surveyed in a clear and easily accessible way for teachers?
II. Do you think it would be useful to provide examples? Which examples do you think are commonly known and recognized by teachers? (Also consider the different school grades)

C. Experts' opinions about the central questions of the survey

III. Do you think it is important to use this type of activity in school? Why?
IV. What are the beliefs that should guide teachers in proposing these activities in the classroom?
What are the considerations, awareness, knowledge that should accompany teaching when implementing these activities? E.g. In terms of the choice of teaching strategies to be adopted, in terms of assessment, ...
V. What characteristics concerning the implementation of these activities in school determine their teaching effectiveness?
VI. What are the main limitations of the use of these activities in teaching practice?
What are factors that hinder / favour the implementation of these activities in school?

D. Greetings and thanks

Thank you for participating. Your collaboration is really precious for our research.

QUESTIONARIO ONLINE

LA RICERCA IN AUSTRALIA

English

Body Movement and Active Learning in Mathematics

Questionnaire Body Movement and Active Learning in Mathematics

ACU INSTITUTE FOR LEARNING SCIENCES & TEACHER EDUCATION

LUMSA UNIVERSITÀ

Thank you for choosing to participate in the research project: Body Movement and Active Learning in Mathematics.

The purpose of the study is to investigate, both in Italy and Australia, whether teachers, from across school grades, propose, and how they select and implement, active learning in their mathematics teaching practice. In particular, we focus on learning activities in which students are actively involved with manipulations of artifacts (both physical and virtual) or body movements, to experience mathematical concepts through sensorimotor perceptions. Furthermore, we investigate teachers' beliefs about the expected outcomes, limitations, and constraints in implementing these activities, and about teaching and learning mathematics.

This study takes the form of an online questionnaire which takes approximately 20 minutes to complete. Please answer every question. We want to find out about your experiences, there are no right or wrong answers. Please answer the questions with reference to your own teaching practices in the school where you are working in. As part of this survey, you will be asked whether you are willing to take part in a follow-up individual interview. If you agree, we will ask for your email address. This information will be collected separately from your survey responses to ensure the anonymity of survey responses.

Responses to this survey are anonymous. You will not be identifiable in any publication based on this research. If you agree to participate, you can withdraw from the study at any time without adverse consequences. As survey responses are anonymous, however, we cannot identify individual entries and it is therefore not possible for us to remove responses after submission.

Thank you.

Ph.D. Student Alessandra Boscolo	Professor Vincent Geiger	Professor Gabriella Agrusti
Australian Catholic University	Institute for Learning Sciences and Teacher Education,	Department of Humanities
LUMSA University	Australian Catholic University	LUMSA University (Italy)

For further information please contact: a.boscolo@lumsa.it, +39 3386425360

Before proceeding with the survey, please read the Participant Information Letter, clicking on the following link: Participant Information Letter for Teachers and complete the Informed Consent Form below.

- I have read and understood the information provided in the Participant Information Letter. Any questions I had have been answered to my satisfaction.
- I agree to participate in this 20-minute online survey, realising that I can withdraw my consent at any time (without adverse consequences). The only exception is for data that has already been submitted as survey responses are anonymous and therefore cannot be removed for a select individual.
- I agree that research data collected for the study may be published or provided to other researchers in a form that does not identify me in any way.

○ I understand and give consent

○ I've decided not to participate further in this research

1) Please, select one of the following:

○ I'm a **Primary** school teacher
○ I'm a **Secondary** school teacher

The School

2) In the current school year, which year level(s) are you teaching?

Select one or more alternatives from the following ones.

☐ **Preschool**
☐ **Pre-Year 1** (Foundation year)
☐ **Year 1** (Primary-school)
☐ **Year 2** (Primary-school)
☐ **Year 3** (Primary-school)
☐ **Year 4** (Primary-school)
☐ **Year 5** (Primary-school)
☐ **Year 6** (Primary-school)

2) In the current school year, which year level(s) are you teaching?

Select one or more alternatives from the following ones.

☐ **Year 7** (Secondary (High)-school)
☐ **Year 8** (Secondary (High)-school)
☐ **Year 9** (Secondary (High)-school)
☐ **Year 10** (Secondary (High)-school)
☐ **Year 11** (Senior (Upper) Secondary (High)-school)

☐ **Year 12** (Senior (Upper) Secondary (High)-school)

3) Which best describe your current school?

Select one alternative from the following ones.

4) Referring to class formation, which best describes your current school?

Select one alternative from the following ones.

5) Referring to inspiring principles, which best describes your current school?

Select one alternative from the following ones.

○ Traditional School

○ School based on a specific educational method
(e.g., Montessori method school, Steiner school)

Which typology?

Write down your answer.

6) What subject(s) are you teaching for the majority of hours per week in this school during the current school year?

If you teach more than one subject for the same hours, please select up to two alternatives.

☐ Mathematics

☐ Sciences

☐ Physics

☐ Technology

☐ Economy

☐ Biology

☐ [ ] Other (Please Specify)

General

7) What is the highest level of formal education you have completed?

Select one alternative from the following ones.

○ Bachelor's Degree

○ Master's Degree or professional degree (MD, DDS, lawyer, minister)

○ Doctorate (Ph.D. / Ed.D.)

○ [ ] Other (Please Specify)

7) What is the highest level of formal education you have completed?

Select one alternative from the following ones.

○ Graduate Diploma (Diploma of Education / Diploma of Teaching)

○ Bachelor's Degree

○ Master's Degree or professional degree (MD, DDS, lawyer, minister)

○ Doctorate (Ph.D. / Ed.D.)

○ [ ] Other (Please Specify)

8) During your college or university education, what was the major discipline knowledge?

Select one alternative from the following ones.

- ○ **Mathematics**
  (e.g. Geometry, Algebra, Probability and Statistics, Numerical Analysis)
- ○ **Mathematics Education**
  (You took specific Mathematics Education courses)
- ○ [ ] **Other** (Please Specify)

9) At the end of this school year, how many years have you been working as a mathematics teacher?

Select one alternative from the following ones.

- ○ from 1 to 3 years
- ○ from 4 to 10 years
- ○ more than 10 years

Beliefs

10) In your opinion, to what extent do the following factors play a significant role in students' mathematical development?

For each row, select one alternative.

	To a large extent	To a moderat extent	To a small extent	Not at all	I don't know
a) **Teacher's** role	○	○	○	○	○
b) **Peer's** role	○	○	○	○	○
c) **Student's** role (in supporting their own development)	○	○	○	○	○

11) What is the teacher's role in supporting mathematical development?

Select one alternative from the following ones.

○ **Instructor**: preparing students to use and apply mathematics results and procedures correctly and efficiently

○ **Explainer**: allowing students to comprehend and deeply understand mathematical concepts

○ **Facilitator**: providing students with the necessary scaffolding and teaching skills to think mathematically

○ **None of the previous**

12) To what extent do you agree or disagree with the following statements?

For each sentence, select one alternative.

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
a) Mathematics is a collection of rules, facts and methods to be used as a tools to solve problems	○	○	○	○	○
b) Mathematics is a beautiful, creative and useful human endeavour that is both a way of knowing and a way of thinking	○	○	○	○	○
c) Mathematics is the science of formal structure and rigorous logic	○	○	○	○	○
d) It is teacher's responsibility to provide children with clear and concise solution methods for mathematical problems	○	○	○	○	○
e) Mathematical material is best presented in an expository style: demonstrating, explaining and describing concepts and skills	○	○	○	○	○
f) Mathematics knowledge can't be transmitted, but it should be constructed by the learner	○	○	○	○	○

Body and Movement in Mathematics Active Learning:

Beliefs

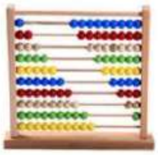
ACTIVE, BODILY EXPERIENCE MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES

We refer to learning activities in which students are actively involved with their body and movement, in a laboratorial mode, engaging their sensorimotor perceptions through manipulations with virtual or physical artifacts, tools, or simply body movements, to explore and understand mathematical concepts.

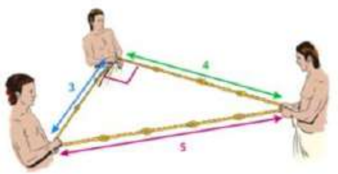
These activities include, for example, hands-on learning activities with manipulatives (virtual or digital) designed from an "active" learning perspective, including inquiry or exploratory activities in which students are physically engaged.

Examples:

Hands-on activities with manipulatives, artifacts and tools

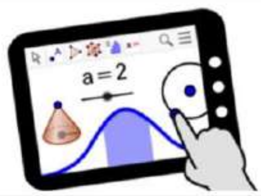






Exploring mathematics (e.g. computational thinking, Pythagorean Triples) with students' whole body movement

Activities carried out with digital apps (e.g. TouchCounts or Geogebra) on multi-touch devices (e.g. ipads)



13) To what extent do you believe it is important to propose active learning activities involving student' body and movement in mathematics teaching practice?

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know
Select an alternative.	○	○	○	○	○

14) For which <u>schools levels</u> do you believe active, bodily experience mathematics learning activities are appropriate?

Write down your answer.

15) Which <u>topic(s)/content(s)</u> do you believe should be taught with this type of learning activity?

Write down 1-3 examples.

Example 1

Example 2

Example 3

15) Which <u>topic(s)/content(s)</u> do you believe should be taught with this type of learning activity?

Write down 1-3 examples.

Example 1

Example 2

Example 3

16) Do you believe this type of learning activities could have a positive influence on students' ...

For each row, select an alternative.

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
1. deep understanding	○	○	○	○	○
2. achievement in standard tests	○	○	○	○	○
3. reasoning skills	○	○	○	○	○
4. mathematics visualization capabilities	○	○	○	○	○
5. problem solving skills, critical thinking and creativity	○	○	○	○	○
6. interest and motivation	○	○	○	○	○
7. attitudes toward mathematics (affect/ self-efficacy)	○	○	○	○	○

17) Do you believe this type of learning activities could <u>impact on</u> ...

For each row, select an alternative.

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
1. supportive classroom environment	○	○	○	○	○
2. environment conducive to the expression of opinions	○	○	○	○	○
3. the inclusion of special educational needs students	○	○	○	○	○
4. the inclusion of students with different cultural/economic backgrounds	○	○	○	○	○
5. teacher's knowledge of students' learning processes	○	○	○	○	○

18) In your experience, what are the most relevant <u>limitations</u> for this type of learning activities' implementation?

Select up to three alternatives.

- ☐ Classroom management (e.g. Difficulty of classroom control and noise level)
- ☐ Students' assessment
- ☐ Suit only low achievers
- ☐ Suit only high achievers
- ☐ Not inclusive for students with a different cultural background
- ☐ Not inclusive for special needs students
- ☐ Time factors

- [ ] Availability of space and resources
- [ ] Not effective as an instructional strategy
- [ ] Only few topics can be taught with these
- [ ] Appropriate only for childhood primary
- [ ] Other (Please Specify)

19) What kind of <u>assessment</u> strategy or instrument do you believe is most appropriate for this type of learning activities?

Select up to two alternatives.

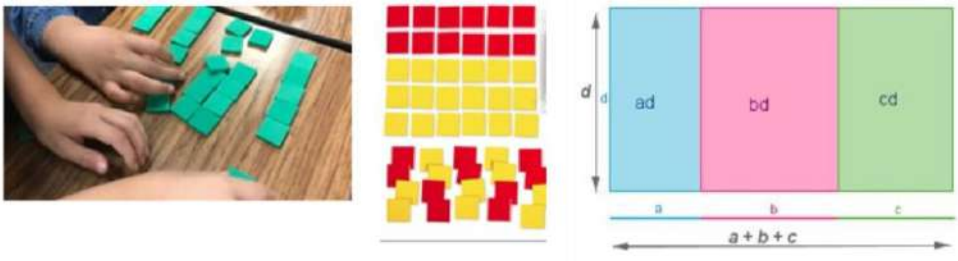
- [ ] Written test
- [ ] Oral examinations
- [ ] Observation
- [ ] Peer assessment
- [ ] Project work
- [ ] Portfolio
- [ ] Student self-assessment
- [ ] I don't think these activities should have assess at all
- [ ] Other (Please Specify)

20) Please read the brief story before answering the following questions.

Monica is a young teacher who decided to propose an active learning activity using manipulative materials in her classroom for the first time.

The activity requires the use of wooden shapes to explore geometric representations of the distributive properties of multiplication.

Distributive properties of multiplication



Monica shows the whole class the wooden shapes and explains how students can use them to solve arithmetical problems. Then, she asks the students to carry out a series of pre-defined tasks in scheduled timing, suggesting using the wooden shapes. She observes the students while they are carrying out the tasks independently.

Even though, at first, many students show interest and become engaged with the new way to represent arithmetical properties, the majority of students do not use wooden shapes to solve the tasks. Instead, they use traditional strategies (i.e., paper and pencil calculations) they are already familiar with.

Thus, Monica believes the activity is not effective, as most of the students did not use the wooden shapes and geometric interpretations to carry out the tasks.

20) Think about Monica's story, please express to what extent do you agree or disagree with the following statements:

For each of the following 4 sentences, select one alternative.

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know
a) The activity was in fact effective, as students got to know an alternative way of representing distributive properties. It doesn't matter if they solved the tasks with the already known solving strategies.	○	○	○	○	○
b) This type of activity takes a long time before students become familiar with a new way of working and become aware of how experience with wooden shapes can help them solve arithmetic problems.	○	○	○	○	○
c) Proposing exploratory tasks and open-ended problems make this type of learning activity more effective than solving predefined tasks in scheduled timing.	○	○	○	○	○

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know
d) A high level of student interaction with the teacher and peers during the activity would have stimulated the use of wooden shapes to solve arithmetical problems.	○	○	○	○	○
e) The reason for Monica's failure is that she failed to convey to the students the goal of the activity: to explore and become familiar with geometric interpretations of distributive properties.	○	○	○	○	○

20) Please read the brief story before answering the following questions.

Monica is a young teacher who has decided to implement an active learning activity using manipulative materials, in her classroom, for the first time.

The activity requires the use of wooden shapes to solve algebraic problems through geometric representations.

E.g. Cube of a binomial

Monica shows the whole class the wooden shapes and explains how students can use them to solve algebraic problems.

Then, she asks the students to carry out a series of predefined tasks in scheduled timing, suggesting using the wooden shapes. She observes the students while they are carrying out the tasks independently.

Even though, at first, many students show interest and become engaged with the new way of representing algebraic problems, the majority of students do not use wooden shapes to solve the tasks. Instead, they use the traditional strategies (i.e., paper and pencil calculation) they are already familiar with.

Thus, Monica believes the activity is not effective, as most students have not used the wooden shapes and the geometrical interpretation to deal with the tasks.

20) Think about Monica's story, please express to what extent do you agree or disagree with the following statements:

For each of the following 4 sentences, select one alternative.

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know
a) The activity was in fact effective, as students got to know an alternative way of representing algebraic problems. It doesn't matter if they solved the tasks with the already known solving strategies.	O	O	O	O	O

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know
b) This type of activity takes a long time before students become familiar with a new way of working and become aware of how experience with wooden shapes can help them solve algebraic problems.	○	○	○	○	○
c) Proposing exploratory tasks and open-ended problems make this type of learning activity more effective than solving predefined tasks at scheduled timing.	○	○	○	○	○
d) A high level of student interaction with the teacher and peers during the activity would have stimulated the use of wooden shapes to solve algebraic problems.	○	○	○	○	○

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I dont' know
e) The reason for Monica's failure is that she failed to convey to the students the goal of the activity: to explore and become familiar with geometric interpretations of algebraic problems.	O	O	O	O	O

Body and Movement in Mathematics Active Learning: Implementation

21) Do you include active, bodily experience mathematics learning activities in your instructional practice?

Select one alternative from the following ones.

O Yes
O No

22) How often do you implement an active, bodily experience mathematics learning activity in your instructional practice?

Select one alternative from the following ones.

O Once a week or more
O 1-3 times a month
O 5-10 times every year
O Less than 4 times every year
O [ ] Other (Please specify)

23) On average, <u>how much time</u> do you spend implementing a learning activity of this type?

Select one alternative from the following ones.

- ○ Less than a lesson
- ○ From 1 to 3 lesson
- ○ More than 3 lessons

24) During your classes, you mainly implement this type of learning activities:

Select one or more alternatives from the following ones.

- ☐ to introduce new topics
- ☐ as consolidation activities (to exercise)
- ☐ to revise topics
- ☐ as remedial activities
- ☐ as advanced (enrichment) activities
- ☐ to enhance students' motivation
- ☐ [ ] Other (Please Specify)

25) What types of <u>materials/ tools</u> are involved in your instructional practice when you implement a learning activity of this type?

Select one or more alternatives from the following ones.

- ☐ **mechanical tools**
  (e.g. drawing tools like compass, etch-a-sketch, perspective tools)
- ☐ **computational devices**
  (e.g., Position Detector, Calculator Based Laboratory)
- ☐ **physical manipulatives**
  (e.g., origami, wooden geometrical shapes)

☐ **daily life objects**
(e.g. straws, cardboard boxes)

☐ **gym equipment**
(e.g. ropes, hula-hoop, rods, psychomotor blocks)

☐ **interactive digital tools**
(e.g. interactive apps like Geogebra applets on multitouch devices - iPads)

☐ only **students' body** (or also usual stuff such as pencil and paper)

☐ Other (Please Specify)

25) What types of <u>materials/ tools</u> are involved in your instructional practice when you implement a learning activity of this type?

Select one or more alternatives from the following ones.

☐ **mechanical tools**
(e.g., drawing tools like compass, etch-a-sketch, perspective tools)

☐ **computational devices**
(e.g., abacus, pascaline)

☐ **physical manipulatives**
(e.g., tangram, Montessori's materials, origami, wooden geometrical shapes, base-ten Dienes blocks)

☐ **daily life objects**
(e.g., straws, cardboard boxes)

☐ **gym equipment**
(e.g., ropes, hula-hoop, rods, psychomotor blocks)

☐ **interactive digital tools**
(e.g., interactive apps like Geogebra applets, Fingu, TouchCounts, on multitouch devices - iPads)

☐ only **students' body** (or also usual stuff such as pencil and paper)

☐ Other (Please Specify)

26) When you implement activities of this type in your classroom, do you usually...

Select one or more alternatives from the following ones.

- ☐ use commercially developed materials, tools
- ☐ adapt commercially developed materials, tools
- ☐ design and construct materials, tools from scratch

27) Which of the following ones is/are the major/main criteria that determine your choices in selecting and designing active, bodily experience mathematics learning activities?

Select up to two alternatives from the following ones.

- ☐ **Experts' evaluation** (Information from professional development courses, official professional texts, and books, newsletters or periodical reviews articles)
- ☐ **Colleagues suggestions** and information about their own experiences
- ☐ Your own **personal experience** (as a teacher or as a student)
- ☐ Specific contextual **student's needs**
- ☐ Specific **instructional goals** you would like to achieve
- ☐ **Availability / accessibility/ affordability** of resources
- ☐ [ ] Other (Please Specify)

28) In your opinion, what are the main difficulties experienced by students (in learning effectively) during a learning activity of this type?

Select up to two alternatives from the following ones.

- ☐ Understand the task
- ☐ Explain their own ideas in class
- ☐ Maintain interest during the activity
- ☐ Physically handling objects and tools
- ☐ Take part in a discussion among peers
- ☐ Apply their mathematical knowledge in the activity
- ☐ Transfer in new contexts what they have learned

☐ Formalize what they have learned using mathematical language

☐ Simultaneously handling different representations of mathematical concepts (e.g. concrete, figurative, symbolic))

☐ Other (Please Specify)

29) Please read the brief story before answering the following question.

Robert and Tina are Maths teachers in grade 8. They decided to propose an active, bodily experience learning activity in their own class, but following different instructional strategies.

Robert makes explicit the content knowledge of the activity at the beginning of the class period.
After he introduces the manipulatives (i.e., tools, objects, artifacts...) that students have to use.
He follows a high structured instructional activity (step-by-step procedures) with scheduled timing. Robert divides students into mixed ability groups of 3-4 members.
Standing in front of the board, he interacts with the whole class to get them to draw conclusions from the activity.

Tina shows students the manipulatives (i.e. tools, objects, artifacts..) and gives them to students, so they can become familiar with their use. Then, she introduces a problem to solve.
She allows students to co-design and self-direct the activity, working individually or in self-organized groups.
Each student can approach the problem with his/her own strategy. Tina walks among students as they work and makes suggestions or asks questions if needed. Finally, when ready, students share and discuss their own conclusions with the whole class.

29) Overall, which of the two teachers do you most identify with?

○ Robert

○ Tina

30) Select from the following list <u>one thing, that Robert did</u>, that you believe is the most important for <u>supporting an effective learning activity</u>:

Select one alternative from the following ones.

- Make explicit the content knowledge at the beginning of the activity
- Design the activity as a step-by-step procedures with scheduled timing
- Divide the class into mixed ability groups
- Guide the whole class when drawing conclusions from the activity

31) Is there anything you would have done <u>differently than Robert</u> to support more effective learning?

Write down your answer.

30) Select from the following list <u>one thing, that Tina did</u>, that you believe is the most important for <u>supporting an effective learning activity</u>:

Select one alternative from the following ones.

- Introduce manipulatives and left students time to be confident with them at the beginning
- Introduce a problem and allow students to self-direct the activity, approaching it with their own strategy
- Walk among students to scaffold their understanding and problem solving strategies
- Allow time for students to discuss and share conclusions with the whole class at the end

31) Is there anything you would have done <u>differently than Tina</u> to support more effective learning?

Write down your answer.

Further questions

22) Why do you not include these types of activities in your daily practice?

Select up to two alternatives from the following ones.

- ☐ Insufficient confidence with these approaches / lack of guidance
- ☐ Difficulty with classroom management
- ☐ These activites are not appropriate for my student's school level
- ☐ Unsuccessful previous experiences
- ☐ These activities are not effective
- ☐ Lack of time
- ☐ Lack of availability of resources, tools, materials
- ☐ Lack of adequate spaces/ Too many students in classrooms
- ☐ Other (Please Specify)

23) What other kind of instructional strategy of your daily practice do you believe is particularly effective?

Select up to three alternatives from the following ones.

- ☐ Relate the lesson to students' daily lives
- ☐ Apply what students have learned to new problem situations on their own
- ☐ Link new content to student's prior knowledge
- ☐ Ask students to explain their ideas in class
- ☐ Listen to me explain how to solve problems
- ☐ Encourage classroom discussions among students
- ☐ Ask students to select their own problem solving strategies
- ☐ Work problems together in the whole class with direct guidance from teacher
- ☐ Work in mixed ability group
- ☐ Work in same ability group
- ☐ Other (Please Specify)

Are you willing to take part in a follow-up interview?

Select one alternative from the followings.

- Yes
- No

FOLLOW-UP INTERVIEW

Thank you for choosing to continue your participation in the research project: Body Movement and Active Learning in Mathematics.

Your participation in a follow-up interview will enable us to ask you questions that provide deeper insight into specific aspects of the survey.

To participate in a follow-up Zoom interview, please complete the Informed Consent Form and enter your contact details (First and last name, Email, Years level taught) at the link provided below.

To ensure the anonymity of the questionnaire, we ask you to provide your contact details by completing the survey at the following link:

https://acu.qualtrics.com/jfe/form/SV_bwGimcZJ6Jf9Ima

PROTOCOLLO PER LE INTERVISTE INDIVIDUALI DI FOLLOW-UP CON GLI INSEGNANTI

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Protocol for Online Individual Interview

A. Introduction

Thank attendees for coming etc. We are currently conducting a research study in Italy and Australia that focuses on the beliefs of primary and secondary teachers, and their teaching practices with regards to mathematics. We are particularly interested in the proposal and implementation in instructional practice of activities that involve the active participation of students, in a laboratorial mode, involving their body and movement, to explore mathematical concepts.
As a mathematics teacher, your views are critical to developing a clear picture of current practices and beliefs. We would like to ask you some questions about your beliefs and experiences in teaching mathematics, deepening some of the issues you have already addressed in the questionnaire.There are no right or wrong answers. We are interested in the thoughts that come out of the interview.
The interview will be audio recorded. Later, we will transcribe the audio and apply pseudonyms to all participants to ensure your comments are reported anonymously.
[Any questions or concerns?]   [Seek approval for recording].

B. Guiding questions

I. <u>GENERAL QUESTIONS ABOUT THE QUESTIONNAIRE</u>

1) **WARM-UP –** [After submitting the questionnaire to review the items in five minutes]- Thinking back to the moment of completing the questionnaire. How did you find it?

Prompt questions [A couple of these possible question will be used to stimulate the discussion]

- 1A. Generally, were in the questionnaire unclear vocabulary or ambiguous sentences?
- 1B. What did you think of the topic? Did it seem familiar, something you had heard about sporadically, or something very far from your school reality?
- 1C. Did you find the questions relevant or did you find something you didn't expect? For example, did you feel that some aspects were not taken into account?

II. <u>BELIEFS ABOUT MATHEMATICS, MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING</u>

1) **[Beliefs about teaching and learning mathematics]**- What do you think are the main goals of school math instruction?

Prompt questions [A couple of these possible question will be used to stimulate the discussion]

- 2A. What do students need to learn about mathematics at school?
- 2B. What do you think is the best way to develop mathematical learning? Which teaching strategies do you think are the most effective?
- 2C. How do you evaluate mathematics achievement?
- 2D. What do you believe are students' main difficulties in mathematics?
- 2E. (Do you think that mathematics is accessible to everyone?) Do you think there are particular students' characteristics that promote math learning?

III. <u>MATHEMATICS ACTIVE LEARNING WITH THE INVOLVEMENT OF STUDENTS' BODIES AND MOVEMENT</u>

1) **[Beliefs on mathematics active learning with the involvement of students' bodies and movement]-** After showing a short video (e.g. a part of the TIMSS VIDEO (3D Pythagorean Theorem) https://www.youtube.com/watch?v=ymY74MZ2QY0)

   Do you think that carrying out activities involving students' bodies and movement is important for learning mathematics? Why?

   Prompt questions [A couple of these possible question will be used to stimulate the discussion]

   - 1A. What kind of results would you expect to obtain from such an activity?
   - 1B. What do you think are the most important features to ensure the effectiveness of this type of activity?
   - 1C. What do you think is important to observe and to do, as a teacher, during this kind of activity? What do you think the teacher in the video does to achieve this?
   - 1D. Do you think these activities require an assessment? If so, what kind?
   - 1E. What could be the main reasons for the failure of these activities in classroom practice?
   - 1F. Do you think this kind of activity is suitable for all students? (E.g. Age, level of achievement, cultural background,..) Do you believe these activities are inclusive?

2) **[About your experience]** Can you give some examples from your own experience?

   Prompt questions [A couple of these possible question will be used to stimulate the discussion]

   - 2A. How often do you propose this kind of activity in your teaching practice?
   - 2B. What is the role of these activities in your instructional practice? (E.g. to introduce new topics, to exercise, to revise topics, as remedial activities, as enrichment activities..)
   - 2C. What kind of teaching strategies/ instructional guidance do you implement to ensure the effectiveness of these activities?
   - 2D. What difficulties did you experience when carrying out these activities? What are the main difficulties experienced by students during those activities?

3) **[About the selection and proposal of these activities at school]** How did you decide to propose, or not to propose, these activities?

   Prompt questions [A couple of these possible question will be used to stimulate the discussion]

   - 3A. What are the main criteria that determine your choices in selecting and designing the activity?

     E.g. Did you encounter similar activities in your own experience as a student? Did you receive information from other teachers? Did you get information from professional development courses? Did you find information by searching online on your own?

     You try to answer specific contextual students' needs, or to achieve specific instructional goals you would like to achieve

   - 3B. Are you supported in proposing and implementing these activities (school leadership /collaboration with other teachers/ collaboration with university professionals)? What kind of collaboration or support would you need?

   - 3C. Are there any constraints that limited you in the proposal or implementation of those activities in school practices? e.g. time, issues related to classroom management (number of students, school spaces), availability of school resources, curriculum constraints etc.

C. Greetings and thanks

Thank you for participating in this focus group. Your collaboration is really precious for our research.

APPENDICE 2.3: TRASCRIZIONI

TRASCRIZIONI DELLE INTERVISTE AGLI ESPERI

TRASCRIZIONI DELLE INTERVISTE AGLI INSEGNANTI

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Esperto 1

16/11/2021 (8:30 a.m. Brisbane | 11:30 p.m. Rome)

1	I: Good morning Professor
2	E1: Hello, call Me A.
3	I: A., perfect. Thank you. Are you there? And could you listen to me? I can see you.. Oh, all right!
4	E1: All right, I think is because you were recording and it wouldn't let me turn my camera on until I quit the ok
5	I: Ah, ok ok. Is it a problem.. is it a problem for you if I'll record the meeting?
6	E1: No, no. It's just that I tried to turn the microphone and the video on before I clicked ok, and it wouldn't let me do it. So I think it is what happen when I dropped down.
7	I: Oh ok, so thank you.
8	E1: And how are you?
9	I: Find, it'a a strange time and I will reather prefer to meet you in person but this is the world we are living in, so..
10	E1: It is, and it looks like it's going to be a little bit up and down to the next 12-months still
11	I: Of course, also we have in Europe the CERME conference, that is as the MERGA in Australia and we can't met in February ,they communicated that we are at distance also this year.
12	E1: Yes, I saw the email. I disappointing because it's so much nice to meet in person.
13	I: Of course
14	E1: At this stage MERGA is going ahead, but who knows what will happen. So, at this stage, they are planning on mainly, or hopefully mainly meet in person in summer.
15	I: In July is the..
16	E1: In july
17	I: I'm now a member of the MERGA, since a week
18	E1: Oh ok.
19	I: So, I would really like to thank you for your help and your time, for your contribution in my research. It's really really important, so thank you.
20	E1: Oh, that's a pleasure.
21	I: Secondly I want to briefly present to you my project, so you can have the scenario in which your contribution is added. So, (0.6) the main focus in the research project are the activities in which students are physically engaged, (0.5) both using manipulatives, like virtual manipulatives, or objects, tools, physical and concrete, and also whole body movement, like in a gym, with the aim to learn Mathematics, in the perspectives of <embodied cognition, or enactive learning..> Many theoretical perspectives. (0.9) So, those are the objects, but the investigation is on teachers' perspective on this kind of activities. And to have a glimpse on what are (0.7) the differences between teacher point of

	view and researcher point of view, (0.6) interviewing experts is really precious because experts are, and particularly experts we have selected, are in the middle, between the (0.5) school world and the world of the research. (0.8)This is the scenario of my research project (1.2) and, in particular, I’ve designed a survey for teachers, with questionnaire and follow-up interviews. So, (1.4) the first question I would like to ask you is about an internal issues in my research, that is to search a terminology that could be familiar and easy accessible for teachers (0.4) to refer to this kind of activity, something that could sound familiar for them, in your opinion.
22	E1: I think the ones that you had in your sheet where you talked about <hands-on activities and manipulatives>, they're the sort of terminology that we would use (0.8) and you also mentioned <enactive, embodied learning>. Now, I'm not really familiar with a lot of that, but that sort of sounds.. (0.5) I think if you gave an example of that, it would probably help the teachers to understand what, what you are meaning.
23	I: And could you indicate to me some examples that you believe could be familiar for teachers in Australia, also considering that teachers I’m referring to are both secondary school teachers and primary school teachers?
24	E1: Ok, so.. (0.3) Although I am secondary trained, I am actually teaching into the primary program, so I take the final cost of the primary pre-service- the performal maths education courses that the primary pre-service teachers take. And I just started to write down a few sorts of activities that I get my students to do, which may serve as examples. (0.4) So, using different models other than length, area- a length or an area model for fractions, (0.4) using a balance to talk- when you talking about solving equations- using a physical balance, (0.4) using both the solid form, the schedule form and a net when you looking at 3D models (0.4) to help students to be able to make, to really understand what the faces and the edges and vertices are, (0.7) using spinners and dice for probability. So they are probably, (0.4) they are probably some of the examples (0.7) I tried to pick some across different branch of the maths. The only really embodied- (0.3) Or, exact, the MIB blocks for..(0.3) ehm.. (0.5) place value. (0.4) The only really embodied example I could think of is (0.5) we do an activity where you look at side transport (0.5) and get the students to actually be <the data points in a graph>. (0.4) So they are probably some examples that certainly I'm familiar with in the primary context, the sort that are probably general enough, and what one of the things that we did with- that happened with Covid, (0.8) was that I ended up looking then a lot of virtual manipulatives, (0.4) because when I was doing tutorials and couldn’t actually see the students, I wanted them to do, (0.8) To get the sense of what, what I wanted them to do. And so(0.9) we ended up supplementing the virtual manipulatives which are (unclear: Kepdin? *09:23), (0.6) so the students now do, they actually use the physical manipulatives but they now start to use the virtual manipulatives as well. So they get a sense of both.
25	I: Are the virtual manipulatives the transposition of the physical one?
26	E1: Yeah, yes. (0.4) So, there is a web site called <Illuminations>, it is a NCTM website and it's got some free resources that we've used and I’ve just speak the few of them. Few are of that, (0.5) there is a virtual spinner (0.4) and a couple of other things where the students can play around with, with the manipulatives on the screen. And..(0.9) because, like, (0.4) some of the students don’t have access and are very well off, so may...(0.8) and the resources it means, these are free activities, so.. (0.5) We don’t have a lot of time with the, (0.3) the way are courses structured is we have only 10 weeks and I only have one 2-hour tutorial per week. So, this is not a lot of time with them, so (0.5) what up tend to do is have physical the manipulatives in the tutorials, and then got them to go and play with the virtual manipulatives <outside the class time>, and so having access to the free ones, mains this is not costing position on them.
27	I: Of course, great. And now I will go on to the more conceptual question of the interview, and the first is (0.5) about, what is your opinion about the importance of implementing this kind of activities in classrooms? If you think they are important and, also, (0.4) if you think Yes or No, why? What are the main reasons?
28	E1: I think they are really important because they help students to make the connections. (0.4) I think math could be taught in a very abstract way and if, >particularly for younger children<, if you want

	them to engage and enjoy maths I think it's gonna be practical and real, (0.4) and using manipulatives just helps them to..(0.8) to see this being something real. (0.5) And also to make..(0.6) the example that I used with the nets, (0.4) it just helps them <form a mental image> that they can then come back to when they are talking about those sorts of things and they can say “Oh yeah, I felt that and I know what that it is”. So, it helps a conceptual understanding by having something real to hang on to.
29	I: Of course. And, about teachers, who are the individuals who implement in school, what do you believe should be their <beliefs, that should accompany them when they are implementing those activities at schools>? Beliefs, but also the knowledge, the awareness.. (0.7) What are the main features of teachers’ conceptions that should guide them when they implement those kinds of activities at schools?
30	E1: I think they have to (0.8) believe in the value of the activities, (0.5) and I think to have that belief they have to have a solid <mathematical knowledge> and, (1.4) again, I'm talking about my preservice teachers is that I am..(0.4) I've come across a lot of them who don't have a solid mathematical knowledge, because they've learnt it in a very abstract way, so they don't-(0.4)They know how to follow the procedures but they don't really know, they don't really understand why they are doing things, well, and how it all fits together. (0.6) So I think a solid mathematical knowledge is important, (0.8) and I think they need to have beliefs that (1.2) are constructivist (0.6) and support an enquiry-based approach, and now, I mean..(0.3) And it's getting a balance. (0.4) I think the reality in school is very hard sometimes, depending on what the school context is, it's very hard to implement those, because of the pressure on their own teachers, unless they have those strong beliefs. (0.9) The <culture within the school> may.. (0.7) may make it really difficult for them to do that sort of thing.
31	I: Of course, yes. And, about (0.7) not only the individuals, the teachers, but also (0.5) characteristics that could determine the effectiveness of those activities, what do you believe could be some characteristics that should impact on the effectiveness of these activities?
32	E1: I think, in some school work-(0.5) Do you know much about the Australian context?
33	I: So and so
34	E1: So, you know, we have National testing for literacy and numeracy, at grade 3, grade 5, grade 7 and grade 9, [I:Yes] So, (0.9) and what they do is that: publish the results on a website that’s available to anybody to.. to view. (0.5) So there's a lot of pressure on schools to improve performance on Naplan. So, sometimes depending on the school there can be..(1.2) there can be an emphasis on the preparation for Naplan, rather than spending time developing students' conceptual understanding. (0.4) So, I think that, that can be a big impact. (0.5) In some schools here, there are difficulties with.. (0.5) There are challenges with resourcing, in some of the schools in low social-economic areas, (0.8) so that can have an impact. And I think time for teachers: (0.5) there are so many pressures on teachers' time to actually learn how to use and find out about the activities. Ehm.. (0.6) just, just their access to professional learning, I think.
35	I: And characteristics that are of the activities, (0.8) that characterise the activities itself?
36	E1: What did may impact on whether or not the activities are actually used? [I: Yes] Ehm..
37	I: …both used and also effective for students learning, in a certain sense. I don’t want to specify what (0.6) what I want to say with “effective”, but (0.9) in your opinion…
38	E1: Ok ok. I think all these activities require time in the classroom, and (0.7) I think sometimes- (0.4) and less teachers are willing to devote an adequate amount of time to them, they can be rushed and they don't give time, (0.4) time to the children or the students to think about what they are doing. (0.4) And perhaps that might have impact. (0.6) It’s really time pressure, just not having the time to spend doing the activities, like, it might be just a little bit of this, rather than giving them enough time to think through, and to do the problem-solving themselves.
39	I: Of course. And (0.7)about the main limitation of these activities that you see in the context, what could they be?

40	E1:I probably.. I will be guessing on that because I haven't spent a lot of time in schools recently
41	I: of course
42	E1: So, my teaching load at the moment, I have- (0.9) I don't actually visit the pre-service teachers (0.6) when they are in their own placements, so I'm really not, I don't think I could really answer that with any certainty.
43	I: Yeah, but referring to what could you guess could be, not what are the real ones, but, (0.8) in your opinion, like (0.7) about what teachers say, or pre-service say in professional development courses, or something like this, what could you think could be the..?
44	E1: ..a limitation? Some limitations?
45	I: Yes, or factors that could hinder or foster. Something that could influence, or have link..
46	E1: I think the view, (0.5) and this is going back to my research (1.2) “looking at numeracy across the curriculum”: what are the things that influence the teaching?(0.5) The school context and the colleagues, and if the colleagues are taking that sort of approach. Then sometimes, >particularly for beginning teachers<, can be difficult, because the norm within the school is “You teach in a particular way”. And as a pre-service teacher, or as a beginning teacher- well, as a preservice teacher you have to teach in that way, because you're under the supervision of the teacher, but even as a, as a beginning teacher it's very hard if everybody else is teaching in a certain way, if you come into a school and you've got all those wonderful ideas eh.. (0.9) Particularly in the primary schools, the program is also set up, so you have to teach in that way. So I think the norms in the school and the influence of colleagues play a big part. And I think.. <that's sort of coming from other research<, but probably applies similarly to the use of manipulatives.
47	I: Of course. And, are there some references to this kind of activities, (1.4) the movement, but also the use of concrete representations, or of virtual manipulatives or so on, (0.9) in curricular documents or national policies, or official guidelines in general, in Australia?
48	E1: Ehm, there are..(0.8) Probably some- (0.7) in our curricular document there are links to a resource bank called Scootle, (0.8) and that has a whole, (0.7) has a collection of a range of different resources, (0.4) and there probably are some links to manipulatives activities- (0.7) to activities that use manipulatives in math. (0.9) Ehm.. (0.7) certainly in the teaching journals, in the Australian Primary Maths Classroom, there are some activities (0.8) but it's hard to know how many teachers actually read that, (0.5)and less that they have an interest in mathematics.(0.8) They may not. (0.79 I will they may not read that particular journal.
49	I: Mmm. (0.9) And in PD courses, they are presented, in a certain sense, these materials, these resources that are available for teachers?
50	E1: Ah (4.3) Again, it would be through <professional associations>, ehm.. (0.8) So the Queensland Association of maths teachers has a conference and there's PD, obviously, through the conference, and I do run some PD activities throughout the year, (0.6) but it really depends on what the focus of the presentations are, >as to whether or not there is anything on manipulatives<
51	I: Of course. Than, the final thing is: what..(1.3) what do you believe could be (0.7) the outcomes of an effective activities of this type in schools?
52	E1: I think it’s it. (0.5) If I used effectively, I think it would improve students’ mathematical learning, (0.4) and probably also their enjoinment of maths.
53	I: Perfect. But (0.5) you work especially with pre-service teachers that both (0.5) will go into primary school and preschool, (0.9) is it correct?
54	E1: Just it. Yeah, some of them are in preschool, yes. (0.4) So, the course..(1.5) Oh I do that.. (2.2) because I don’t think is part of the bachelor really childhood, so the ones that I do are mainly Primary

	School. (0.6)One that I taught, a while ago, who is in both program but I think the final ones are only in the..(2.3) in the primary program.
55	I: I only want to ask you if you have an idea if these kind of activities are also used in preschool, (0.9) in informal mathematical learning..
56	E1: as in acting in a play-based learning?
57	I: Yes
58	E1: Yes. Look, I think they probably are in some places, (0.7) and certainly (1.4) the maths in the early years course, >which is not the one that I take<, it has more a focus in that area. (0.8) So, (0.5) I mean, hopefully those pre-service teachers who are doing the bachelor primary- have a early-childhood, do employ those activities, (0.5) but that's certainly is the aim of the.. (1.7) the childcare pre-school- the preschool sort of age group.
59	I: Yes, of course. And the very last question is if you think there are some possible factors that can foster this kind of implementation in schools.
60	E1: (5.6) So, from the teacher's perspective or from the school perspective?
61	I: Both of them
62	E1: Oh both..ehm.. (2.4) I think from the teacher's perspective, it comes back.. -(0.9) If we are talking about beginning, a whole, yeah. (1.2) I think it comes back to a <strong mathematical knowledge and a valuing of these types of activities>, (0.5) so it comes back to the teachers' beliefs. (0.8) And I think from (0.6) the school perspective, it's having.. (1.2) the teachers having time to be able to focus on those, (0.7) to implement those types of activities.. (0.5) Ehm.. (1.7) because it's getting a balance (0.7) about.. (0.9) There is a lot of pressure on schools to improve Naplan results, and so I think it's..(0.9) the teachers feeling is a..(0.5) they can't implement those kinds of activities, (0.4) and that comes back to the culture of the school (0.5) and the culture of their colleagues.
63	I: Of course. And the time is (1.4) the time for implementing or the time to design, to select..?
64	E1: I think it is both. (1.2) I think there is a lot of pressure on teachers at the moment, so (0.6) the time they've got to, to do professional learning be that (0.7) self-directed or from outside, to be able to see activities, (0.7) to find, to workout where I fit into the curriculum (1.8). That type of things, (0.6) the time to do that is limited, (0.9) but I think also the time to (0.7) implement that in the classroom is (0.5) limited, (0.7) just because of all the other things they are doing.
65	I: Yes, of course. You are right. So, I would really like to thank for this interview and (0.9), again, for your time and kind consideration
66	E1: I hope it's been helpful
67	I: Yeah, of course, it's of great help, and I will inform you about the results and also about the data of the interview that I have with experts and also with teachers, hopefully
68	E1: So, with your research you're going to do a survey initially?
69	I: Yeah
70	E1: And then interviews, what happened, doesn't or..?
71	I: Follow up interviews with teachers who give their availability to be contacted after doing the questionnaire. And the idea is that with the questionnaire I take some general variable that could be important, in a certain sense, that could be relevant for the implementation of these activities at school, and after, with the follow-up interviews, I want to deepen this kind of information. Because a questionnaire is superficial, obviously, and I want to go further in the direction that the questionnaire gives me as relevant. This is the idea.
72	E1: So, is all the research being conducted in Australia? Or you also..?

73	I: Both in Italy and in Australia, because I believe that.. that could be some characteristics that are of both the contexts and someone that could be cultural, and I think that also this cultural constraints, limits or fostering factors, for instance, could also be interesting if we want to go deep in this investigation, because they are something that could be.. Could follow not written rules, in a certain sense. So, I believe, for this reason, could be good to compare to context that are so distant, so different, with different tradition in mathematics also, and I hope this could give me some insights that are relevant and I'm curious about it.
74	E1: That's good, that sounds like a really interesting study
75	I: Thank you
76	E1: So, look forward to hearing what the findings are
77	I: Of course I will email you with results at the time I've got something. So thank you again, good evening
78	E1: And good morning to you
79	I: Thanks, see you soon, if possible.
80	E1: Yeh, hopefully, not this year probably but next year to be able to present it in MERGA
81	I: Eh yes, fantastic, it will be fantastic! Thank you again
82	E1: Ok, thank you. Bye
83	I: Bye

Esperto 2

30/11/2021 (4 p.m. Brisbane | 7 a.m. Rome)

1	I: Good morning professor
2	E2: I'm so sorry, I haven't seen the note, doing a lot of things, and I lost track of time
3	I: It's not a problem, I want only to be sure that everything goes right and then we can start.
4	E2: Ok
5	I: Nice to meet you professor
6	E2: Nice to meet you
7	I: I really want to thank you for your precious contribution in my research project, and in particular for your time and your kind consideration during this time. Thank you
8	E2: You are welcome.
9	I: I also want to briefly (0.5) present to you my project. (0.8) In this way you can have the idea of the scenario in which your contribution could.. (0.9) enforce my project. And.. (0.6) the first thing is that I'm now at the third year of my Ph.D.
10	E2: Ok
11	I: ..at the very beginning of my third year but my project was affected by the pandemic emergency. So, I restarted during the second year, in the design. The main focus of the project is on the enactive embodied activities, in particular, activities in which students are physically engaged, using manipulatives or other physical tools or instruments, but also virtual instruments when interaction with the students is great, with some devices or.. (0.8) Also with the mouse, but a great interaction. So these are the main objects under study and..
12	E2: So, I'm interested in asking you quickly, Alessandra, does it mean that have to be a <physical object>? So.. (0.8) it's not just engagement in activities but.. (0.8) -in the physical world, but it needs to be.. (0.7) to have some world representation, maybe, that there were also..
13	I: Not only, not only. Also activities in the world where the body and the movement and the perception of students have importance to construct mathematical concepts. [E2: Ok, ok] >Sorry, I don't mention these<, but also activities in which the whole body is involved, such as in a gym, where students could..(0.5) I don't know, something like experience the triangle with some path, or something like this, so.. (0.5) also this kind of activities
14	E2: Ok, ok. Thank you.
15	I: And (1.8) my point is to investigate what are teachers' point of view on this kind of activities. (1.2) And, for this reason, I'm also interested in experts' interview - experts' point of view, because I want to disclose the gap between the research, >literature and theoretical background but also some empirical research<, and the teachers; and experts in education are in the middle of these two opposite sides. So I'm, I'm really interested in experts' point of view, this is the point. And I conduct this project, (0.5) this survey, both in Italy and in Australia. In Italy I'm in presence, (0.4) but I interviewed online also in Italy, and in Australia, (0.4) for the moment I'm at distance totally.
16	E2: Yes, yes. So what do you know about education system in Australia?

17	I: I studied something about the, (0.3) the curriculum and the school system, different kind of schools and something like this, but I don't know- (0.4) I didn’t have already done the study of policies that are related with this kind of activities or... (0.5) I read something about enquiry learning, that is your object of study, that could have some link with this kind of activities but not something in particular. And, I don’t know, if you have some suggestion, where I can find something interesting (0.4) in this way could be of great help for me, thank you.
18	E2: Ok. That is why I ask you the question about.. (0.8) where you were describing the embodiment, manipulatives and, you know, mouse and things like that because for me, (0.7) my..(0.4) the work that I do involve much more, I guess, being in physical space and less about manipulatives and ICT.
19	I: Of course but I also includes this kind of things because the point, for me, is the involvement of body and movement to..
20	E2: Yes, of course, I'm just saying that I cannot contribute to the discussion about those two things because they're not in my expertise.
21	I: Of course, of course
22	E2: Go ahead
23	I: The point is that: (0.5) when I started the project I encountered a problem that is to use the correct terminology to speak with teachers. Because, from a theoretical point of view there are many perspectives, (0.4) such as the <manipulatives, the embodiment, the enactive learning>, but when I have to speak with teachers I have to overcome these differences and use simple language that are easy accessible for them.
24	E2: yes
25	I: So, I want to ask you: what do you think would be a good terminology to speak to, with teachers of these kind of activities, in general? If you have any suggestions.
26	E2: So, embodiment is not an area that I know a lot of the theory in, I admit, (0.6) but I think if you talk about the use of, of the body and <more why it is that kind of engagement for children>, as opposed to just sitting and working abstractly, is helpful. And, of course, using an example. (0.5) So, you described, for example, you know, working around with a triangle, (0.8) that gives an example of why is that helpful for students, what is it, the triggers for them to deepen their learning.
27	I: Of course
28	E2: So, I often have been thinking about also being able to visualise, so, and envision, something, someone they physically engaging it. I think that it's easier for them to (0.5) think and envision manipulatives in math space, >even if they didn't physically manipulate it when they were in the space, but they can imagine doing those things<. Where I think..(0.7) if they haven't had that physical experience of some sort, it’s <just a word to them>. They don't have a picture in their minds that they can.. then, you know, work with, to try and prove the understanding.
29	I: Of course. So, give example could be something really important for communicate
30	E2: Absolutely, yeah. Not an example but more than an example
31	I: More than one

32	E2: No, no more than one. (0.4) Something that illustrates the principles that you're trying to discuss, so why is that physical activity something that will help students, not just that they do a physical activity, it's not the activity itself, right? It's what's behind the activity that is important. (0.5) So, sort of specific example that they can really do and maybe have experienced before. So, again, they can envision, what are you talking about. And.. (0.5) You know, it’s like if you give directions to somebody to go some place, if they've been there before then they can imagine the pathway, so when you say to turn right, you know, at the gas station, they know what you're talking about, but if you said this otherwise, to somebody who's never been to a place, (0.6) it's sort of a <list of words> but they can't really imagine it themselves. (0.7) So, it doesn't have the same kind of depth understanding of that place. (0.5) When you read directions you actually can imagine, you know, going through this to a place you've been before.
33	I: Yeah, of course. And could you suggest me some examples that you believe are commonly known by teachers in primary school, or in secondary school,sa or in both of them, for instance?
34	E2: Ehm.. well.. (0.6) In one of the problems, for example, that is in our States, the resources that our..(0.5) that our teachers using in Queensland, they're required to address the problem about trying to figure out, in the school hall, like an Auditorium in the flat floor of gymnasium, that's a place where there are also, it's a multi-purpose place, so they might play games there but they also might hold them music concerts there, or assemblies there, things like that. (0.4) So, the students were ask to.. (0.9) In this problem, they're asked to determine how many people could fit in a hall for a music concert, how many people could fit in the audience. And..(0.5) when they are only working on paper, they weren't thinking about things like: "how close together the chairs need to be?" Or, "how to make use of a space to ensure somebody with a pram, or a stroller can get through the aisles?" So they weren’t thinking about those practicalities, (0.7) but when they go down to this base, then they could start it with the chairs, the physical chairs, and manipulate the chairs, they could start to envision how that would work and to think more deeply about <the mathematics that they need to make sense of it>. (0.8) And it's not just, it's not the same kind of mathematics if you just gave him a piece of paper and asked them to draw it. (0.3) Because they wouldn't have that sense of proportion, for example, in the space, or how it relates to their body, or how close to the, you know, are they to the.. to the row in front of them. (0.5) Or imagine in different scenarios like somebody's, you know, coming with a lot of things with them and having space for those things. So, ehm..(0.7) Being in a space, even for one lesson, they can come back to the classroom and they can still discuss things that happened in that space, they don't have to continuely go down there, but they can imagine what’s going on (0.4) when they talk about the chairs, and and how long a row might be. (0.5) Ehm.. (0.4) or they can reconstruct that if they are having an argument about whether, you know, 10 chairs in a row is reasonable, they can.. they can reconstruct, <they have an i:dea of what to reconstruct>. I think it's..(0.6) otherwise, it's just an instruction. So that might be an example, I guess.
35	I: Oh yes.
36	E2: Are you seeing, actually, teachers talk about (0.9) when their students don’t have this experience, going down to the hall, (1.2) they keep asking the teacher to tell them: "How close could I put the chairs? What should I do for these?" They are much more passive, (0.9) they don’t have the confidence to follow up on (0.8) their own curiosity,(0.6) if that makes sense.
37	I: Of course. This is the point. I want to ask you if you-(0.6) Whether you believe these kinds of activities are important or not and why? What are the main reasons why is important to have in schools these kinds of experiences?

38	E2: So, I think some of them I have already answered ready, but, part of it is being able to <visualize the space>, (0.7) and even when they're not in the space later on, they can still manipulate the space in their mind, and they can.. (0.6) They have a shared understanding of that space, (0.4) so (1.2) they can act out pieces of it, so it might be that they..they do some pieces in a classroom, to kind of indicate how long something is, or they take two or three chairs and put them together and then try to imagine, you know, sets of those going forward. (1.1) So, it allows them, I think, mostly to <manipulate in their mind the mathematical ideas, and connect those mathematic ideas to the context>, so they are not just mathematical ideas <in the air>, or on a piece of paper, but they actually have meaning attached to a context (0.5) that is familiar to them and that they have experienced. So, I think if a peer, talks about something they can- I don't' know if the right word is like curiously, can have imagine what's going on, (0.4) but, even if they haven't directly experience did, I think they can..(0.8) If they have some experience, for some physical experience of it, they can still imagine the scenario that's in the context.
39	I: Of course. They have an experience of the mathematical concepts in reality.
40	E2: yeah.
41	I: These kinds of things. And (0.7) what do you believe could be <the awareness, the knowledge, the beliefs> that a teacher have to accompany to this kind of activities in classroom?
42	E2: Yeah, this is the difficulty (0.5) because, I think, it requires more experience in the teacher to be able to envision the mathematics in the world. So..(0.9) I teach a group of.. (1.5) The example I gave you before it is from a <primary school>, but I also teach pre-service teachers who are studying to become secondary mathematics teachers (1.1.) And we.. (0.4) in our classroom, this semester, we did a problem where I had them fold an origami frog, (0.8) and it jumps. So, (0.7) when you can flick it, it jumps. (0.4) And the question ask them: "how far do those frogs jump?" And of course, when they actually did- when they tried to imagine it, they only imagine a single jump, really, and might think about, you know, what's it reasonable the frog will jump. But then when they actually engage in the activity, whether having to collect data on the jumps, <sometimes the frog jumps backwards, sometimes it goes far, sometimes it doesn't go far>. And when we look at that data altogether, it was a mess, it was very hard to make any sense of it. (0.7) So, when I would ask them "ok, so, look at the data and from this evidence, how far does the origami frog jump?". (0.4) They want to calculate the mean, and they - (0.5) So, they said "Ok the frog jump, let's say, you know, 19.26 centimeters", (0.6) and so I said, you know, "Ok, so, if you jump a frog now, will it go exactly that far?", "Oh, no no. Of course not" but, again, (1.2) they hadn't really considered the <physical link between calculating a mean>, which is what they have had a habit of doing when they got a list of data, <and the context that they are working in>. So, it enables to start to have a discussion about "what, what's the reasonable prediction for this context?". (0.8) You know, "is it to have 2 decimal place, you know, precision? Is it to have a single number even, or is it about a range?" You know, if you were talking to somebody about what's a way that you would be describing this. So, they didn't have yet an experience of taking <the formal knowledge they have done> in the mathematics degree, that was finished now, and <hands-on experience>, because they never actually put those two together. (0.5) So, I was trying to show them, I guess, the importance of having <that physical engagements in a context where they could have tried to apply> the statistical principles, the statistical rules they have learned. And.. because they didn't have that experience before, they didn't know how to make the connections. (0.5) So this is what I see, I guess for teachers is that they,(0.4) in order to make the physical- (0.4)the physical activity that they are doing links to the mathematics, (1.2) <they have to have those experiences themselves>. (0.5) They have <to see the mathematical ideas that are at play>. And I think for most teachers, both primary and secondary, <they don't have that experience>. So they don't yet

	know how to make the links. (1.0) <They might know the mathematics but they haven't linked it>. (0.6) For many teachers, especially in the primary or teachers out of service, who are, sorry, out of field, so not in their expertise, (0.9) they might not have the content knowledge, the horizon knowledge (0.7) to be able to make those links. (0.3) So, that makes it even more difficult,(0.5) because their knowledge is quite fragile (0.4) and, so, it might be..(0.5) it might be limited to procedural knowledge, and so they can't - (0.5) they can’t know what they don't know. (0.4) So, they can't.. (0.5) their knowledge is not connected enough, <any relational>, so it makes hard for them to see the potential mathematics <in a student's idea or in an activity to them>, (0.5) they see the activity but they don't.. (0.4) They don’t how students make the connections. So, so surely having, you know, a weak content knowledge is a problem, but it's not instrumental, (0.8) and I find.. (1.3) >what do you think?< First of all, <having the content knowledge isn't enough>, because I know that my students have very strong mathematical content knowledge, (0.6) but they don't have- the pre-service teachers don’t have <the experience of connecting the content to the world>. And, on the other hand, the primary school teachers that I work with, (0.5) they are in the schools, (0.6) they don't have a strong content knowledge but actually they can- (0.5) they've learnt quite a bit of content knowledge through engaging in these activities themselves, (0.4) and starting to make those connections. (0.7) And they end up with quite deep content knowledge because of that. So, they can still.. (0.6) it's not that we send them away to <go learn more content>, it's that they can, by engaging in these activities and engaging with their students in these activities, <especially if they have a support system>, where they can have somebody to talk to you about what's going on, or periods to work with, then, they can still learn that mathematical depth. So, it’s not that they have to do <content knowledge first>.
43	I: Ok. Thank you. And about the main characteristics that could have this kind of activity to be effective? And I don't want to specify what I mean with effective
44	E2: [((Laugh))] Of course.
45	I: [((Laugh))] ..What do you believe could be ..(0.7) About teaching strategies, or also characteristics of the activity itself, (0.8) or characteristics of the environment, all the kind of things- (08) or assessment, all kind of things you can put on the centre of the "effective way" to conduct this kind of activities.
46	E2: Oh, I think, the most important thing that comes down to, is <making connections. And making connections explicit, and helping students make those connections>. (0.4) It’s often through questioning, and.. (0.6) Or through, you know, allowing students to engage in struggle with the, (0.9) what they're doing, >in a supported way, of course, not just to get them frustrated<, but to <help them see the benefit of struggling so that they are willing to persist>. Because, I think, that the mathematics is not lying on the surface, is often a bit below the surface. So..(0.6) and so they need to have, I think, sustained, engagements with these activities that involve embodied experiences, so that they start to see the benefit of it and start to trust their..(0.6) their body and their own insights that they get through those experiences. But, that doesn't happen in a vacuum, <I think it needs the guidance of a teacher>, it needs experience, you know, <making connections and discussing and elaborating with peers>, and those elements. (0.7) You know, there is a challenge, in (0.6) you know, we don't.. (0.9) I think we don't know very well <how to assess this kind of insight>, and so until we learn how to assess it it’s hard to ask schools to value it, because they're held quite accountable to, you know, <very proce:dural knowledge>, that doesn’t… (0.7) that these kind of activity doesn't necessarily improve. (1.2) It doesn't mean that they're gonna do better on their national exam.
47	I: Yes, the awareness of this kind of thing.

48	E2: Yes, yes. So.. so.. (0.6) And that’s what schools are being held the accountable for, so, (0.7) the pressure teachers are under
49	I: Of course
50	E2: So, I think the teacher in herself or himself has to be..(0.9) has to be convinced, I guess, of the value of these. So, they ensure that they provide the experiences for their students.
51	I: For sure. Without the belief that they could be of great improvement for their students (0.8) is impossible that they spend time on these particular activities, because these activities required many time, obviously
52	E2: Yeah, I admit though that when I work with teachers I don't discuss embodiment with them, I mean. (0.8)There is so much theory, I guess, that is at play when you're talking about teaching and learning and.. (1.5) and I think.. (2.3) I don't, I don't think it's <not valuable> but it can be overwhelming for us in academia, we think theoretically, about things we've been trained to think theoretically and I think we've, (0.4) after many years of hard work, have come to value why theoretical perspectives are so powerful, (0.5) but to tell the teacher that, (0.5) you know, it's like anything that they have to experience that themselves. (0.9) And I think it's very difficult <then to try to express that>, because otherwise it just becomes a telling .. (0.7) And, anymore than, if you're telling kids how to, you know, how to multiply rather than have them go out and experience multiplication, so..
53	I: something that is far removed from their perspective on the daily practice
54	E2: Yes, their daily practice, right. (0.4) So, how many theories can we tell them about, you know, that is valuable and.. They would have heard about, you know, ZPD, for example, (0.4) >probably in their teacher training program<, and for some of them they can see the way that they enact it itself as a scaffolding, but, you know, we keep adding to the number of theories that we.. (0.4) that we talk to teachers about. So I think it's.. (0.5) it's maybe about one, you know, <engaging teachers that have particular interests, perhaps, in the physical aspect> or maybe they've had their own insight into how, you know, when are students engaged in physical activity they see <a change in the way to understand material>. So, almost that they have to have (1.2) some reasons to want to know more, in order to have that..(0.6) the theoretical side of it come to life or to be useful to them, otherwise is it just becomes.. (0.6) To telling
55	I: Of course, chat chat chat
56	E2: Chat chat chat, yeah.
57	I: And, do you believe that there are many limitations to the use of these kinds of activities? Something that could be a limit (0.7) of those activities in school?
58	E2: Of course, (1.3) there's many. (0.8) Time is a big one, (0.5) because generally embodied activities take more time. (0.8) And the curriculum is very packed, there's also (0.7) the number of students that a teacher is looking after and the command they have around managing their classroom or their students, because there's more opportunities for students (0.5) to get in trouble, I guess, you could say, (1.4) in these activities, (0.5) and having the space to do so, because generally it's.. (0.9) I suppose, you know, manipulatives in the classroom are possible, and ICT activities, but I guess the more physical, (0.5) physical space that I’ve been talking about. (0.8) Usually required leaving the classroom, >not all but usually required that<. (0.7)We do work with (0.7) a teacher that was in grade 3, teaching her students about maps. (0.8) She had the students each bringing a map that they had worked with, may be a map of the shopping mall or a map of a park that they have done a walk in or a map of the zoo, (0.9) and so they had that <physical experience with the map>, so it didn't come this is a piece of paper, but it came

	with an experience, and so, (0.7) I think, that was an opportunity, I guess, to build on (0.7) <children's experience in the world>, and then to bring it together to the abstraction of what makes a good map, and that is what she was tring to get them to learn and to think about the use of <alphanumeric grades>, for example. (0.6) So, the fact that the maps of the children brain came out of their experience (1.2) <was really essential>, >'cause she could have just bought a bunch of maps to the students to looking at but they maybe just been pieces of paper with no meaning to them<. So, (0.9) <the classroom management is a huge one, (0.6) the time limitations is a huge one, (0.6) the resources>, >when you're talking about the physical manipulatives, is a huge limitation,< the teachers' own experience and understanding of how.. (0.8) Whatever the physical manipulatives, >experiences, computer, whatever is there working on<, how that links to mathematics, so that they can help students <experience the mathematics> through those.. (0.7) the physicality that, they're taking part in. (1.3) Thus many, many, many limitations in that sense. And there's, you know, teachers are under enormous pressure, as it is, so, with so many dimensions to improve
59	I: Yeah, of course. And do you believe that could be any factor that could <foster or hinder the use of these activities at school>? Obviously, the limitations that you have already mentioned, but factors that could foster or hinder, also external factors or internal factors. I don't know
60	E2: I think a big factor is <the culture of the working environment there in> (0.9) and whether there is <a collective, I guess, desire to try to make mathematics more real to students>, (0.7) and to make it a more powerful part of their lives and for..(0.5) So, the will I guess is there, and I think for a teacher doing it by themselves it can be very difficult, (0.7) especially if the leadership in the school is not encouraging this. So, you know, wherever we can be building, (0.9) when we.. (1.2) when we have the.. (0.4) whatever national curriculum we are working with, and teachers are often given examples of activities that connect, to make sure that we have tried to add as many experiences that they can..(0.5) that have embodiment as a part of them, so they can see that is a potential avenue for them to engage with that particular learning, and they have to, you no, work with. So, a lot of.. (0.4) sometimes they just lack- not lack the imagination but lack the possibilities, and I think for teachers, (0.5) if they can experience something whether it's in them.. (1.2) experiencing it with their own students, (0.3) possibly with some coaching, (0.5) in their classroom, (0.5) so they can see the opportunity, or them <experiencing mathematically inside themselves (0.6) through professional learning that they do>. But it's (0.4) unlikely to be a one-off event, it's well.. (0.8) So, the opportunity has to be there, the resources have to be there for the teachers and the sunstained, (0.5) I guess, experience has to be there.
61	I: it's a very important
62	E2: because I don't think is simple.. (1.2) It's a very powerful, a very powerful tool we have in mathematics, (0.6) but it's it's not a simple fast solution.
63	I: No, absolutely. And, (0.7) often, the result could be not immediately..
64	E2: Yeah
65	I: could be not immediately evident from the teacher's point of view. So..
66	E2: yeah. I remember, even my own daughter when she was in her pre-school, (0.6) they were using cuisenaire rods, (0.7) but the way that they were using it that, I felt that they were not helping <students mathematical understanding of.. (0.7) of quantity>. Because it was just replacing a number with a colour, (0.5) and they can see, you know, these colours fit together and make this colour, but they weren't then making a connection, I feel, to the mathematical ideas. And so you can.. you can embed, embodiment to activities, but if a teacher does not..

	(0.4) is not able to make the connection, then, I think it's, it's, it's worse than not doing it in a way, because it's takes that time, it doesn't <progress students understanding>, so this is the problem too. Because if we can't come in with the top down approach when we find a good idea, like this, because (0.6) in my work, as well, when teachers engage with this robust kind of activities, <they don't know what the power of it is, they don't know how to make connections>, it just becomes an activity that uses time, and adds more pressure to the curriculum. So, you can be <worse than nothing>.
67	I: Of course, because also the only effect it is the engagement when you don't have an activity that is..(1.2) That fit your conceptual goal and it's something that engage and create confusion, in a certain sense, because it doesn't go straight on (0.5) forward the objectives (0.7) of your teaching so, obviously. And do you believe that are some recent policies or curricular resources that foster the introduction of these kinds of activities in Australia, in particular in Queensland? In particular, because I know there are a curriculum that is Australian and more specific policies of Queensland.
68	E2: Oh, you know, I haven't really taken a look at (0.8) that kinds of ways that embodiment may present itself in the curriculum, (0.7) I certainly look for ways because the work I do it within inquiry based learning, and I certainly look for opportunities within the curriculum so.. (0.6) to link, I guess, the inquiry to the curriculum more directly, but I haven't thought about that in terms of embodiment itself. (2.3) I think that there are some links in the curriculum when it's talking about students learning place value, for example, to encourage teachers to work with manipulatives. (0.7) However I’ve seen in Queensland a strong (0.9) culture of <seeing manipulatives as for young children> and concrete, something that you stop doing when you reach, you know, 7 years old.
69	I: Yes
70	E2: Whereas, I think for, you know, adults even they're still very valuable. (0.4) I had to purchase for my daughter a sets of manipulative for her to work with, and (0.6) for herself because I know that are so important, because in her class stops using them. And I couldn't see how can you build, build your expertise if you are only working in abstract space. (0.5) So, they see the progression <from concrete to abstract as a single movement>, that is age-related, and not something that (0.7) goes through all of schooling, (1.2) that even as a student who's about to finish school, the physical, you know, concrete experiences still need to be related to the abstract ones, you don't completely work in the abstract world. (1.4) And I haven't seen that ethos[attitude] through (0.6) the curriculum here. But I do see it as an authentic (0.9) desire, I guess, to improve problem solving and reasoning (0.6) and there is opportunities, I guess, in those activities. You, know, it’s well known the way the Chinese use the Abacus ((drum the fingers of the left hand on the palm of the right hand)) and the physicality of that means that they don't need the Abacus ((move the hands pushing out of the cam)), they just do this ((type fast with the fingers of the right hand in the air)), (0.8) you know. And when we learn vectors ((move the right hands pointing with the thumb, index and medium finger in the 3D directions))we often.. (0.7)we often make, you know, a three-dimensional space
71	I: yeah, yeah
72	E2: to try to imagine
73	I: for vectors ((reply the gestures the expert made))
74	E2: Yes, for vectors, for cross products and things like that. And, so, (0.7) I remember, always my students seeing them ((ibidem)), you know, to kind of manipulate (0.5) <vision in space>. But >I think the Chinese are being well known for using an abacus ((drum the fingers of the left

	hand on the palm of the right hand)) and the students being out to calculate just using their fingers like this<((type fast with the fingers of the right hand in the air)), imagining the Abacus is there and (0.7) could also be linked with the curriculum (0.5). Then we have to run fluency, (0.5) and <try to build fluency>, so.. (0.7) I don't know if that is the same with that. (1.3) I don't think we're any further ahead, except that there is a.. (2.3) I think, globally there is (1.4) a tension arounds a very, very direct, you know, <direct instruction>. (0.9) We don't give students an opportunity, it's only telling.
75	I: Transmissive
76	E2: yeah, transmission. So, they only see knowledge is something, you know, ((point with both index fingers to arcs that go to indicate the top of the head)) you pour into their head. (0.6) It is just such <an old idea>, so I see everywhere in the world the same.. (0.8) the same tension. So, (1.4) because in policy, the politicians don't usually ask people expert in mathematics education, (0.4) they.. (0.5) they tried to just use, you know, their own ideas of what might get a quick results, so.
77	I: The point of my research is that. I want to disclose the gap, because in research we say “ we can’t have a transmission of information”, also in math, because (0.7) in math there is a difficulty to remove this tradition (0.8) and go over. (0.6) In other disciplines could be a more (0.7) fast development, but in maths we remain (0.7) stronger to..
78	E2: Yeah, there is a very strong cultural norm in the public, about <what the nature of mathematics is>
79	I: yeah
80	E2: And really the only things they can think of are <number fluency>, knowing in the number facts (0.8) and procedural knowledge. (0.7) Because that's what most people have experienced in school, (0.7) so that's what they see mathematics is. And so, (0.6) until we can help the public see that mathematics is so much more than a..(1.2) and until we can start to embed in the school (0.7) experiences for students to see the relevance and the power of mathematics, >even as they're going through school, whereas now,< I think, they don't get that opportunity until they're.. have gone thorugh all of Year 12, into university, >gone through the first-year of calculus and then there interesting things can happen<. (0.6) 'Cause you start to see all this new mathematics that you didn't know existed. (1.1) Whereas when I asked the high school students what do they imagine they learn, (0.4) what kind of Mathematics they learn at university, (0.7) they think there are just harder algebra problems and harder, you know, (0.6) things that are harder numbers to work within and harder things, they don't have any picture of.. (0.5) Of the different kind of Mathematics, because they have sorted
81	I: also direction
82	E2: yes, all the different directions you can go. So, I have to fight at my own University with some.. with some.. who is able to come into the.. the mathematics teacher education program, because people often welcoming with what they see as they have.. They are good at mathematics, but it's good at procedural mathematics. There are a lot of them have come in with, you know, expertise only in calculus and things.. they have no geometry, no discrete mathematics, no probability, you know, no complex numbers. So, there is a whole kind of.. Whole other fields that they have no awareness of. And for them to be able to make mathematics come to life, I think, in a classroom and to make connections, they need to have a broader understanding of mathematics than just the computational study.

83	I: Of course. So, I ask you what I want to ask you. So I really want to thank you for your time and precious contribution, so I also will inform you about the research result if you are interested in
84	E2: Yes, thank you
85	I: And also thank you again and having a good evening
86	E2: Thank you, have you a good morning! It must be very early there.
87	I: Goodbye and thank you again. It has been really important for me
88	E2: Ok. Thank you, good luck for your study

Esperto 3

06/12/2021 (5:30 p.m. Tasmania | 7:30 a.m. Rome)

1	I: Good morning professor O.
2	E3: Hi Alessandra, how are you?
3	I: Fine, thanks. And you?
4	E3: What time is it for you?
5	I: Almost half past 7, so early in the morning, yeah.
6	E3: yes, early. It is 5:30 p.m. here, [I:Yeah] a beautiful evening.
7	I: More beautiful than my, I'm in my house because I've a bit of flue
8	E3: Oh no. Ok. I'm in my house also, the picture that you see on my background this is the (unclear name of a river *00:59) a swimming hallway with swim in the summer. It's still a bit cold but later on it will be ok.
9	I: We are in the middle of the winter, so. It starts the winter, it starts the flu, the cold and..
10	E3: Yes, yes.
11	I: So, I would really thank you for your time and you're collaboration in this project. It's really really important for me, thank you so much.
12	E3: You're welcome. And you're professor who wrote to me is a very good colleague and friend for a long time, so Vincent and I know each other for a long time, so (0.9) I'm happy to be.. (0.8) And you're in in Rome, is it right?
13	I: yeah yeah yeah. I'm in Rome and I'm a PhD student- an international Ph.D. student, so I have as supervisors (0.5) both an Italian professor and Vincent Geiger.
14	E3: Oh, good. I've need to go to Rome, but I've not being to Rome yet. So, [I:Oh] one day, one day..
15	I: One day, one day, obviously. It's a really a beautiful city, it's quite difficult to live there but it's beautiful city, obviously.
16	E3: Oh, sometimes my accent is <hard to hear>, to listen, so if you don't understand something I said, please don't feel that you are be rude if you say "sorry, I do not understand what you have said"[laugh].
17	I: yes, of course. I adopted this technique.
18	E3: Do you want to record it, Alessandra?
19	I: yes, I'm recording
20	E3: Oh yes, I'm now see it. Ok well.
21	I: I want to briefly introduct you the research project, so you can have a glimpse of the scenario in which this interview took place, in some sense
22	E3: Sure, yeah

23	I: So, firstly, the main objects under my study are the activities in which students are actively engaged with their body and movement, (0.9) like with a manipulative, tools or objects that are both <physical or virtual>, with a bit of interaction with students, and also the body movement, the free body movement like in gym or something like this. (1.2) And the investigation is on teachers' perspective on these practices, and I've designed a survey for teachers, and.. (0,7) After I want to conduct follow-up interviews, both in Italy and in Australia, with teachers to (0.5) deepening some issue that are particularly relevant. And, (0.5) at the beginning of my research project, (0.9) I studied the literature, the research results, research findings and I decided to overcome the different perspectives, theoretical perspectives, to go to the point of (0.7) taking the teachers' point of view, that are a bit different from the researcher point of view. And, to connect this two part, to understand the differences, the gap, I believe that interviewing some experts that are <in the middle between research and schools> could be a good idea. So, for this reason, I search for experts that could give me some insights on the main issues that are under my research.
24	E3: Ok. So, I'm one of those people in the middle, right? ((Laugh))
25	I: Yeah, of course. ((Laugh)). So, the first question I want to ask you is about an internal issue of my research. I want to speak with teachers, so I have to select a terminology that could be <clear and easy accessible for teachers>. So, I would like to ask you if you have some ideas about how can I describe these kinds of activities, you know, in a way that could be easy accessible and understandable by a teacher?
26	E3: Ok. 'cause by and large, I imagine many teachers, I think, are probably less familiar with this area, do you think? It's not? What is your feeling in bed help common movement is in terms of teaching, and outside of.. (0.59 in a math classroom, anyway. So, what's your feeling? Do you think teachers is gonna..
27	I: Could be
28	E3: Because one of.. (1.0) one of my thoughts on this is, (0.8) even if you talk to teachers about areas that are really close to, like you ask them about things like numeracy, <and what they think numeracy is, (0.4) and whether the numeracy is in the lessons>, but a lot of them fail to identify where it is. They don't think about..(0.8) that, that is what that they are doing, and so, (0.4)I think less about the language and more about some questions that can get underneath what they do. So, it might be almost <worthwhile at the start to see if you cannot get a picture of what they do in the classroom>, what does a lesson look like for them, you know, how they arrange it, what does a class look like. But, what language have you- (0.8) what language have you uncovered, 'cause the literature is normally formal, quite formal language. (0.6) So, how and what is the words that are used into the literature that might think about and try to rephrase?
29	I: I believe could be <hans-on, practice, (0.9) body involvement..(1.2) Something like this. Because in the research we have different perspectives
30	E3: Yeah
31	I: like <the embodiment, the enactive perspective, the use of manipulatives..>. Those are some of the main area, but also (1.6) <the multimodal approach to..>
32	E3: yes. But just.. (0.9) Just in terms of age, what year levels are you are..(0.7) I mean, in terms of school, the teachers what year levels are they?
33	I: Both primary and secondary.

34	E3: Oh well, right.
35	I: So, a a wide range.
36	E3: It is, and that has a different thing too. Because primary school teachers will be very familiar with the idea of manipulatives, (0.9) secondary school teachers less so, as we just said. I mean they tend to move away from manipulatives in secondary school when I think they probably should use them more, but they don't. So, they would be many secondary school teachers (0.4).I think if you use the word manipulatives with the primary school teachers they will understand those
37	I: Ok, ok
38	E3: Maybe, (1.7) I’m thinking in secondary school teachers in terms of (0.4) <the embodiment idea is the move from concrete>, so the word concrete might be more.. (0.7) Because I think they don't think about concrete when they're talking about algebra or, you know, so that we move from the concrete real to the (0.5) into the symbolic realm, and that’s the embodiment of.. (0.5) that could use in secondary school. I'm trying to think about.. (0.49 I mean, I’m familiar with the embodiment, because I'm familiar with the literature and I researched. I'm just trying to think about (0.8) how you, how are you..
39	I: Secondary school teachers could think about something that is related to representation, in a certain sense?
40	E3: Yes, so I think this is probably, your best way of getting this is, rather than trying to rephrase it, <is trying to get them to understand what the word means, by give them an example like this>, you know. So, definitely embodiment I think for- if you want to talk about this you could say one of the, a good example of embodiment <is a representation>, where you embody or not in general. (0.3) So that would be, probably (0.6) because if I have to think of another word, that does it.. So I say, (0.3) you take some examples to show them what you what you mean would be, would be very very good. And, I mean, in the primary probably (0.3) manipulatives would be the way, you know, I think, because they are familiar with them.
41	I: yeah. Of course. The only things that could (0.6) only.. (1.5) The fact is that manipulatives are not only the activitites that I focus on
42	E3: yes
43	I: A part of the great amount. This is the difficulties, (0.9) because manipulatives are quite common but..
44	E3: One. They're quite fixed as well. >Ok, so, maybe they're just supposed to be used once but we need to get to something else, so they don’t just focus on the manipulatives<. So, manipulatives is one example, and more aware..(0.4) manipulatives are used more for helps students <engage in the art of the embody>, there are taught to get them to embody it's supposed to be embodiment itself. And again, I think to mind, (0.9) you're probably too young to remember this but in the..(0,4) there is a..(0.5) there is the fruit salad algebra, from.. (0,4) it is in the late 80s , so it was the idea that we are< doing bad things for students by talking about apples>. And you had 3 apples ((indicate with the right hand a set in the air)) plus 2 apples((indicate with the left hand another set in the air)) and than you get 5 apples ((put the hands altogether in the middle)), because..(0.4) or even using manipulatives to do it, because (0.6) they fail to <recognise the variables>, right? So the embodiment happens in the apple, they embody the apple, that’s an example of it. That was one example, bad example of them, where we thought we were doing a good job. And you can find textbooks from that area, where there was, you know, exercises, showing 3 apples and 2 apples and than you bring them

	together and then you’ve got 5 apples. But it makes no sense, you know, when you try to do five apples times two apples. And so, students couldn’t make the leap ((shake the hand in the air as if something fly away)). So, ok, so what else could we do in the primary sick that are other than manipulatives, (0.4) are you talking about (0.5) <multimodal>? [I: Mm, yes] Do you- (0.7) maybe, maybe some examples in the primary school might be with a link to a cross-curricular. (0.6) You know, where you can connect math lessons with music (0.7) or art, (0.4) or something else to talk about the multimodal. But the cross-curricular will actually use something else to bring in the math might be one. (0.4) Does it make sense as another example to you?(0.5) Or I'm just dre:aming here?
45	I: No, I believe could take some sense consider cross-curricular activities because (0.7) teachers could be more familiar in other, (0.6) in another discipline in this kind of things than in mathematics. [E3:Could be fix..] In primary could be quite common also in mathematics, in primary school, using movement of students, in a certain sense. But..
46	E3: Yes
47	I: But the point is not to use the body and stop. The point is <use the body to learn mathematics>
48	E3: Yeah, sure. I had (0,7) At my first years in the department, my first three years of teaching as a secondary maths teacher, my head of department of Mathematics was also a dance instructor, (0.5) she also taught how to dance at the school, and so we used to have some quite a.. (1.5) Even a math meeting, she would be demonstrating some things where the dance goes in and beats and things to try and get. (0.5) And she talk about, you know,(0.5) base arithmetic.(0.4) So, she used to <dance to music in base /4 or in base /8, and [used] the beats of a bar> to talk about different bases, you know, and several, you know, in music we only have 8 beats, you know, we would not need 10, you know? [I:yes] (0.9) So, we use that sort of thing so, I mean, there is.. (1.4) I suppose to try.. (0.9) and you don't want, I know, (0.5) that you don't want to try and restrict pictures by giving them specific examples but I think it's somebody tell you more of the same things that you've told them, so..
49	I: Of course. An for this reason I want to ask you also if you..(0.8) if you could give me some examples that are commonly known in your school, because in Italy and in Australia we have different culture- mathematical culture in a certain sense. So there are, obviously, something that could be in common but also something that are not in common, so I want to highlight this point, (0.7) ‘cause I don't want to speak with teachers about something that it's not usual, for instance.
50	E3: Unfortunately, I have only been in Australia for 5 years my self, I come from New Zeland, and we are similar cultures (0,6) but it does bring in this cultural specificity that you are talking about. So,(0.8) I suppose one of the things might be possible to tease out in the Australian school context might be (1.0) if, I don't know, where are you getting your sourcing, your interviews, your population from (0.8) have you got a certain schools that you're targeting or you going have you got..? No not, yes?
51	I: No, I don't have a target
52	E3: ‘cause Vincent courses is up in Queensland (0.7) and in some areas around him there would be some school which have a <high aboriginal student population>, (1.2) and I think that in a cultural sense that might be placed where you might find some really good examples. (0.9) Because culturally they seem to (0.9) lean on different kinds of knowledge, if you like. You know, (0.6) so movement (0.6) and, I mean, their whole culture is a very embodied culture, they don't have..

53	I: yeah
54	E3: so that, that might be one place where you could look for something which,> even if it's a contract with some school that doesn't have that connection<, it might be valuable to see if you can. And I'm thinking of the guy's name, Vincent know him as well, his name is Chris Matthews, professor Chris Matthews is the. He is in charge of the, at same of the Aboriginal and Torres Strait Islander Math association, (0.9) so, he might be able to put you in touch with some teachers and schools who are doing it
55	I:Of course, could be a good idea
56	E3: I’ve seen them talk, yeah.
57	I: yeah, thank you.
58	E3: And in terms of, I'm kind of trying to think of examples..(2.6) Myself..(1.4) I never taught in an Australian school, I have only taught in the university in Australia, I’ve taught secondary school mathematics in New Zealand before I went back to university but never taught over here, and even then (0.6) it is many, many years since I was in the classroom, (0.4) so I'm gonna really struggle to think about examples..(1.8) Ehm..
59	I: Also with virtual manipulatives that are more..
60	E3: I think I've got that you're..(0.8) you're thinking at the start when you're talking about <representation> (1.4) And..(0.3) and (1.2) one of the things that I work with Michael Thomas at the Open University was <representational versatility>, when you move from (0.9) <the numbers to graphs to the algebra and backwards and forwards>, once you’ve got that, in secondary school level or even in tertiary level for that matter, their ability to move and (0.9) in the Australian Curriculum we call it fluency, but is the ability to <m:ove between the different representations>. (0.8) And so, (0.6) for me, one example of that was, would be in a statistical model we get the students using di:ce and then we get them to draw probability trees, and then we work it up- (1.2) we start to work up equations and conditional think, so you got that. (0.7) You're moving from one thing to the other, so that's would be one example, I suppose, for secondary level. And I suppose even to in games so, you know, <the mathematical games (0.5) would be one way>, and I think, (0.3) I don't know how many secondary teachers are playing games with the kids, (0.4) but a lots of primary ones are.
61	I: yeah
62	E3: So that might be one, one way or..(3.2) So, and one of the things that I've witnessed in classrooms when I was- and this happens when I go in and I watch my new, (0.6) <my young new pre-service teachers>, and they design these <wonderful lessons, really creative, really exotic games and physical things for the students to do, but where they miss (0.4) is drawing the math> that they have hidden behind the move. So, (0.5) they don't have the skill or the experience, to actually (0.7) scaffold the embodiment for the students, what they are doing. So, often the lesson what is tend to be quite of (0.4) <a shallow day>, you know. I find the lesson but not necessarily mathematically embedded or embodied.
63	I: yeah. Of course. So, thank you so much. I want to go to the more conceptual part
64	E3: Sure
65	I: So, the first big question is whether you think that (0.3) this kind of activities are important in schools? They're implementation, do you believe could be relevant for learning Mathematics? And Why, if you think yes or no.

66	E3: Absolutely yes, I think my..(0.6) I have <a view of Mathematics learning that actually encapsulates a whole range of activities>, you know. So ,I think all students learn in different ways and all people learn in different ways and, I mean, we've got visual learners, we have a kinesthetic learners, we have people who learn.. (0.3) So, for start, <just providing different range of activities that might give a different group of learners> is important. So, yes, even if it's just- I think one of the,(0.3) one of the issues we have at the moment is that a curriculum keeps getting captured by certain theories in theory groups, you know, so, one particular activity becomes very popular for a while. And one of the ones it's been very very popular in Australia, in recent years is..(2.5) What do they call it? (1.6) I'm trying to think of the name..(3.4) it's too late in the day! You know, when you should student we're going to do their own guarded investigation, you know? That's become very very popular
67	I: Yeah, yeah. <Inquiry base learning>
68	E3: Inquiry-based learning! And of course there is a countermovement against inquiry-based learning,(0.4) because, (1.2) of course, <no class and no student and no learning should be all inquiry-based>. I mean, it should be elements than inquiry learning involved and this should be absolutely elements in a math class, and in the same way that although, as you said, manipulatives are not soul source and now just heard means, but we should have these present all the time and say yes, if, (0.4) I mean.. (0.8) there is it all that research about gesturing, as well, you know, (0.5) and one of the things we've seen in the Zoom environment is I've lost a lot of my ability to be the dynamic teacher that I am because a lot of mine is actions ((shake and move the hands all around)). You know, I move around us, I gestured, I bring my body into my teaching so I've embodied learning through my, through my own personality, my..(0.3) So, yes, (0.4) and I think, I mean, it's a very kindly research because we now have face.. (0.3) Probably could be a future where we going to be doing more online learning. If I can go back to what we were before which was nothing, and so, why is it a finding how we can embodied than for a student, and such activities I think are really really important. And also I've the suspected that a lot of teachers, especially in the secondary school, <don't have a clue about this thing>- but don't have even a clue about it, <they never thought about it>, they're probably actually doing some things, but you have to dive pretty deep to find out what you're doing because they won't be aware that that's what's happening. (1.0) That's my think. I mean, even when (0.4) they do a game, in the classroom, they probably don't see..(0.9) I would suspect most teachers would take that the idea of the game is not so much about the activity, and the action and the embodiment, as it is about (0.7) a hock, (0.3) it's just a fun hock to get the students interested, (0.4) right?
69	I: yeah
70	E3: And.. and they're not seeing that it's almost a deeper connection and the value of getting the students involved in an activity where they actually not embodied the learning.
71	I: So, the point is to engage, not to learn
72	E3: yeah, yes, that's right. Yeah, it's more for the engagement, just a hock. (0.7) And so, that might be new area for you to explore as well, because I think there might be (0.4) quite a lot of teachers who are doing things that might be in the same realm as what you were thinking about, but they're not connecting in like that, they do not actually..(1.2) that might be. Yes, I think they're very important, and all lessons should have some- (0.4) or not every every lessons but two in, you know, every week lessons, should have some elements of the activities which do just that, otherwise we are..(0.5) I don't know, how you lernt mathematics, but I lernt mathematics in the classroom where the desks were arranged in twos ((fix the hands at a certain distance in front of him)).Two two two two two ((show a sequence of patterns in

	the air, organized in several lines, taking the index finger and the thumb of the left hand at a fixed distance and moving through horizontal lines)). And I sat next to one person and, you know, we didn't move from that desk ever, and the only person that I even talked to was the person next to me and it was all (0.4) a textbook and the teacher at the chalkboard, and, you know. (0.6) I lernt maths successfully, I’m a successful student but it wasn't what I would call an ideal learning environment ((laugh)) (0.6) I think at least it inspired me. [I:Of course] (0.7) So yes, I think the answer is, we know, we need to..(0.5) we need to move our classrooms to a different level. (0.6) So, yeah, a long-winded answer, wasn't it?
73	I: Yes [Laugh], fantastic! The question that I want to ask you now is about your point: what- (0.9) in your opinion, what could be <the beliefs, the awareness, the convinctions of teachers when implementing> this kind of activity in school to have a good impact on students’ learning, in a certain sense?
74	E3: So, are you talking about that from a kind of professional learning perspective when you're trying to work with them, to start them doing it? it's got convinced..
75	I: But also at a theoretical level, both pratical and theoretical level.
76	E3: Ok, mm..
77	I: If I think about <implementing> this kind of activities at school, the individual that have to implement are teachers
78	E3: yes
79	I: and what kind of things do you think could be important that they have in their mind when they implement this kind of activities? Like beliefs, at a theoretical level, but also awarness and convinctions that are more practical, in a certain sense.
80	E3: yeah, (0.8) the beliefs are very important, certainly. (0.7) I think somehow or other you have to.. (1.3) to get them to connect their beliefs to the value of that sort of activities. So, I mean, if you've got.. (0.3) if you got a teacher who has strong beliefs that the way to learn mathematics is explicit teaching and coughing examples, >you probably not going to get them on board or something like this, because you're not going to be really interested in any kind of activity<, need alone what you're proposing. So, I think, you probably going to need teachers who are <open to things for a start> and the next thing I would think would be.. (0.4) maybe (1.2) it’s always easier to move anybody, if you can get them to see, or, at some level, they’re already doing it, or this is not a huge amount of change (0.6) to what they already doing than to try something different. You know, if I see there's a (0.3) h:uge gap, (0.7) and that was what I am talking about before in terms of, you know, if you connect some things these teachers is already doing, like games or, you know, (0.5) different representations they doing, and saying them “you know, you're almost there, you.. what you're doing is.. all we need to do is play around with this a bit more to actually do it” and then,(1.7) presumably, they are doing those things <because they see the value in them> and so, then, you are sort of pushing them in a sort of..(0.8) It would be very nice, I think, if you got one..(0.9) if you can find one activity, that sort of reasonate with what they already doing in their classroom, which comes back to what I said to you before, that would be nice <to find it what they do and how they do it<, because often (0.7) <what they say their beliefs are>, as we know, is not what they actually end up doing in the classroom. Because I can say I believe in students seated learning (0.6) but then I can stand up at the front of the classroom and go bla bla bla. You know. (1.4) So,
81	I: yeah

82	E3: Beliefs could be a barrier but if you can move behind the beliefs to what they actually do, and you're talking about they are next to here, (0.7) I think, you know, so this is what we.. (0.6) So, I think probably the biggest way for you to get to see, to try something, would be to do something which is not too big escape from what they are already doing! (0.7) And that you can connect to, you know? (0.5) So, I mean, I'm sure, you got some wonderful activities there, and if you think.. what sort of teacher, what would I be looking for in a teacher's practice that would make them receptive to try this particular thing out
83	I: Of course
84	O. And the other thing I would say is, (0.7) particularly- (0.3) I don't know, I imagine it's the same in Italy, but in Australia <the biggest thing that teachers, that enables teachers to try something> if they can connect it clearly to the curriculum. (0.4) So, if you got, you know, they will want to know <what is this going to help my students l:earn, what is this, what am I.. (0.4) how can I connect these>. Because that's what is driving all their lesson planning and their reporting, everything, you know, and so. My own PL activity was, you know, we started research activities in schools, we always had to make sure that the teachers can see (0.5) that it is connected to the..(0.6) what I have to say I have done yeah, you know,(0.4) and prove that I had done and..(0.4) or shown that the students have learnt otherwise, they would say "Well, we know this" all that sort of -- (0.4)," that's a wonderful activity, it's a wonderful idea, but!" Right? (0.8) So, I think that's another important thing, it is better show clearly and say so, that if you've got an activity and you can say that this is connected to this component of the curriculum, this is the statement, this area of the content or whatever, (0.5) and show how this work comes out, so, this is important, you know?
85	I: Of course. You are right. Absolutly
86	O Is that make sense? yeah
87	I: yeah, yeah, yeah. Of course. Absolutely, because this is also the <main point in Italy>, that teachers think about these activities as something that is important to engage, (0.9) Ok. (0.7) But only for <short time, (0.6) sometime, (0.4) as an extra activity, not as something that is useful to conduct curricular activities. This is the point
88	E3: Ya
89	I: So, thinking about the activities <themselves>, I want to know your opinion about what are the main characteristics, concerning the implementation, that could be essential to have..(2.3) the effectiveness of these activities. And I don't want to specify what I mean for <effectiveness>, ((laugh)) because it depends on the point of view.
90	E3: Oh yeah, ((laugh)) >I know, I know<, that's the holy grail, (0.6) we could specify and prove that it is effective, and we wouldn't have any idea of what it is at all, right? ((Laugh)) So, yeah. (3.5) I think it comes back to the same thing I've just said, I think if you can, (1.4) right, there hass being some big projects in Australia for..(0.8) I'm not sure if you're familiar with the Resolve Project, but the Resolve is called the Math by Inquiry Project, you can.. (0.5) you could look it up on the.. on the net. What I've done is so produced the whole lot of activities that are connected to a year level, connected to the curriculum <descriptors, contents and achievement statements> and so on. And then I also have.. each of the activities has almost like a lesson plan, a text to look at how to do, coin new thing, what the teacher should be doing. Now, I'm imagine, >you're gonna be working with them so you're going to be providing a kind of< scaffold for that. I think a clear indication of its scaffolding and a clear indication of.. (0.6) of the timing of the lesson, you know, (0.4) the time of that activity and how it fits into another. So, you're almost want to work with your chosen teachers and look at

	their.. (0.5) their syllabus, so the term plan or, you know, (0.3) that sort of, you know, what you're doing is actually integrated it into their practices, so that's not seen as another on it, not seen as <just an another wonderful research idea> or another potentially Friday afternoon activity. (0.4) So, it is almost like you've got to (0.7) look at what these teachers are doing and know something about <their curriculum, their school or their scheme>. So you can t:arget, you would make something quite targeted. As opposed to.. (0.6) .and this is really hard because, you know, I've struggled with this myself. So, I have some ideas on my head, I have some things that I want to do, (0.5) but when I go to the school I realise network failed. (0.7) I need to think of something different because it's not.. Now, it might be that you can find at classes in schools and teachers that will fit exactly with your ideas in the activities you already have. But I think that, (0.5) for me, the criteria..(0.7) <you have to make, make it clear that what you are doing is gonna fit within near their realm, their practice>. As opposed to <a wonderful idea that might>.. might be good but (0.5) if it doesn't fit with what they are doing, that's not going to resonate, it's not going to.. (0.4) you are not gonna buy in, I don't think. So, I think "teacher-buying" is probably one of the biggest criteria.
91	I: yeah. Of course. And about <the main limitation> that this activity, (0.7) and not only this activity but also the implementation of this activities in school, that is the main point, could have in some context, or..?
92	E3: Mmm.. What I think is what any (1.2) new kind of practice we embark on is often requires almost like so, I am afraid of saying some- I don't know if you are familiar with team-based learning,[I: Yeah] but I believe that team-based learning quite a lot, (0.6) but it takes (0.8) quite a lot of <initial investiment>, (0.5) the students and the class and the teacher, all have to get used into that, right? [I: Oh, Yes] So, at the start and I'm thinking, you know, if you're (0.9) implementing this in a class which hasn't even really done anything like this before, they're going to see at this strange or they going to wonder what the point is. So, it could.. one of the limitations, one of the things that I can see is almost like a kind of practice period when you actually build up some, some ideas. I mean, that the show is actually.. (0.9) the students in the cl:ass started to buy into what the teacher is doing, you know, they understand, "oh, yeah. This is yeah, cool", you know? And we are even getting at the point where, if you are working in the class, they say "Alessandra is back with us today, we can do some fun activities and we are going to do..". I mean, you know, what I mean that kind of (0.7) familiarity with everything I think could be important as well, in terms of.. (0.5) Because a class has quite a routine and they are going to work on routine and you are talking about distrupting the routine to a certain extent.[I: Oh] Oh no, not to a certain extent, to a big extent possibly.
93	I: Yeah, there are resistence of tradition and usual stuff. Yes, of course.
94	E3: yeah. I don't know if you are familiar with the term the didactic contract
95	I: Yeah
96	E3: you know, when a classroom survive on the course, and then the contract extends way beyond <the teacher and the students, the parents and the principal and the whole school community>. Every school has its own version of <what's expected from the teachers, what's expected from the students> and when you go and you want to do something different, it's like you've challenging the contract
97	I: the paradigm. You change the paradigm, you change the no written rules.
98	E3: yes, you do
99	I: which are the more difficult to grasp away, in a certain sense

100	E3: Which comes back to what I said before, I think, the closer you can bring your.. (0.4) the closer you can make the connections between what you're suggesting and what they are already doing, the easier it will be, you know? (0.3) So, if you can find some classes or some teachers who are doing things that really aren't that far away, or maybe just need (0.5) a change of focus to bring them into a real embodied and enacted thing as opposed to a big leap, then you might.. (0.5) you might have more success, I think.
101	I: Of course, I believe. And for this reason I want to ask you the very last question that is about what do you believe could be some factors that could hinder or foster this kind of implementation in schools?
102	E3: In the beliefs again, ok. [((Laugh))] I have four, (0.5) currently four Ph.D. students who are doing their studies in various areas of beliefs, you know, so..
103	I: But not only beliefs, factors also in general that could be also practical
104	E3: yes, well, ok. I can see some.. the nature of the school and the way in which the classrooms are organised could either <end up or support>, you know, and so (1.4) I believe they are an important part. (0.4) Because, you know, some teachers believe in very orderly and very quiet classrooms and, you know, and what you're proposing is probably not quiet, (0.6) you know, it's a.. the study results into bringing these sort of selected activities, you know, we can get quite noisy. And one of my colleagues has amazing activities where she takes Allan Check, I don't know if you know Allan Check’s work, (0.5) but she does things with the kids where she does human number lines. (0.5) Well, I get a big long piece of rope, and they use close peaks and they have to put the numbers there and they have to stay in and standing up the number line where they are, with the close peaks, (0.5) and she does where they are <on the field>. You know, and she does this as a competition. So if she will have three ropes,(0.5) and three teams, and they're competing against each other to complete the number line, you know. (0.9) And it’s an amazing and noisy and striky but, you know, I mean they have one person who is designated to be the observer and that is going to stand back and look to see, and then they say “Oh no, you wrong” and then the kids are running around and (0.9) at the end of the lesson they're hot, sweety it's like a PE lesson, and, you know, the value of that in terms of cementing ... knowledge and every student has a part to play because everyone's got a number. So, it’s a beautiful activity, (0.9) but quite it isn’t and she did this is a P&L, a professional learner exercise, for a number of schools, and then she did a little study and went back to see how many schools were still using it, (1.2) and there were 10 schools that she went with teachers from, (0.5) and among these 10 schools only three of them had taken that activity and built it into their standard practice because..(1.5) And I don't know why. But one of the school differently, ‘cause back to the impediment, one of the school say “No, it just didn’t’ fit. It was too noisy, and the students cannot have a shower afterwards, and it was not a math lesson because there is not place for P&L for math lesson, you know, it was a very structured view of what a math lesson should be and that wasn't that, you know. So, whereas the schools that they did it and keep it on board, (0.8) they saw that is valuable on so many levels, because if they seen the value of the learning for the students, in terms of understanding this most place value. So
105	I: of course
106	E3: So that's a one-year, yeah, I know >it took me a long time to come up with that example but it's a beautiful activity< and it really does for me bring up the whole of embodiment of learning. So, in terms of that, you know, >the teachers and the school beliefs about what a math lesson should look like, and what a math class should look like< (0.8)I would suspect that teachers who have tried some of the (0.7) learning by enquiry are probably open to

	different- I mean, although some of the enquiry based learning teachers wouldn't because they are so fixed on this, is the only way of learning, and >you're not proposing an enquiry, you are proposing, you know, yours is actually more of, structurally, a sandwidch where the teachers are directing some activities that the students are gonna learn from<. So, (0.9) I think beliefs and styles that these schools run are going to be your <biggest obstacles> (0.8) and an advantages as well. They will be the one: (0.9) he schools where are they open to doing different things are going to be a real..
107	I: A two side point, is the hinder and the foster factors at the same time.
108	E3: yeah. (0.9) I mean, I know, I've been here enough now, I've got one school where I take my.. (1.4) I've got a year, I've got a class and the students are actually HPE students, so..(2.1) I actually should have talk to you about this before, (0.9) but this students are doing an HPE course. (0.6) But in Tasmania a lot of the hpe students, in that teaching maths, because there's a short- a) there is a shortage of math teachers and b) there's a certain surplus of HPE teachers, (0.7) so, to get jobs, I'm..(0.6) Also, a lot of school find their HPE students are very very good classroom managers, (0.7) because to be a good hpe teacher you've got to be very good at managing the class, so they have also some (0.6) <math pck> that can become quite good math teachers, right? So, I've got a school here, (0.4) the school St Patrick's, and in the Middle School the head of the Middle School, which is here seven and eight, (0.9) he takes my HPE teachers on placement, (0.4) and he's got three health-and-physique trained teachers in his department, (0.8) and he loves them, and it's quite funny because the reason he loves them is because he sees their embodiment, he sees these guys really do, understand embodiment, because that's what their field is, you know, and they bring it into the math classroom. (0.7) So there's another example for you, I think.
109	I: Of course, yeah thank you.
110	E3: So, if you could finds, maybe finds that might be another way of delving into it would be to find some teachers who are actually ended up being math teachers, who start off the training exam, (0.7) in health and disease area. There is a lot of them around.
111	I: yeah
112	E3: Because it.. (0.5) they might be open to as well, even if you're not doing. Because sometimes these HPE teachers they are open to embodiment, but they maybe lack the knowledge mathematically of how they might link that to the math lessons. So, you now, weakly in my team we show them ways in ways they may link the two up. (0.9) One of.. ((laugh)) A funny example of this is of, one of my ex Ph.Ds. student,- are you familiar with burpees? [I:No] Burspees are the PE exercise ((pump with the hands in the air, miming harms bending)), that you do for
113	I: Ah burpees! Yes yes, burpees. Yeah
114	E3: So, this is the exam. So yes, (0.9) he did a lesson, (1.2) a math lesson basically on this. (0.8) And he build percentage into it, because he had the most outstanding, you know, >doing these exercises waiting for the hard bit to to come down and talk about how long it took for it to happen and what was- what, you know, how long did it take for the hard rate to get back to 80% of its<,you know? (0.9) 120 % of this is normal. (0.8) So it was quite a strong lesson and there was a lot of, again, a lot of running around. And.. (1.3) it was different than doing it in a PE lesson, because it's that..(0.5) Because student course they solo the knowledge, you know, so that. They knew that was a math lesson, so why they were doing this? (0.9) So, I said it might be another, another way is teachers who are doing that.

115	I: of course, yes. You're right. It’s a good example of this kind of things ((laugh)).
116	E3: It’s a pretty extreme example of course. (0.6) You look in some cases more subtle examples, (0.6) but it’s probably yes, another example that, (0.3) yes, manipulatives could be no so much really obvious..(0.6) But if you draw the (unclear *48:00) population, it's told is a very good example of embodiment there. And of course (0.8) the other one I just think, that I've removed, Helen has done in the past was with <human gr:aphs (0.5) on the field>. (0.5) Or you can do it in the classroom, as well, we actually- (0.5) you actually draw your graph on the floor using people ((indicate a plane moving hands horizzontally))
117	I: But do you refer to something like, using some..(0.6) some <detector of position > of..(0.7) that could represent into graphs what the movement is
118	E3: yes, yes. (1.8) I remember Helen doing that with running, it’s a sort of <time-motion graph>, and she let the student doing, they had to space themselves all along the graph ((put the harm diagonnaly pointing the high right angle of the screen)), in a running form, and they did it on the floor ((move the hands on an immaginary plane)). Because I had to decide a scale for themselves, because they're people right? And I had to work it out that, you know, a few in a line are doing side by side, or I may have to be croutch a bit to have the same scales, (0.4) it is harder.
119	I: It’s powerful. It’s incredibly powerful exercise I believe.
120	E3: yeah, it’s a good example, I believe. (0.7) This, you know, if you're thinking about doing it in schools, it might to must be worth with <climbing through the sites like Nrich and Resolve and these places which have a lot of that activities that teachers are already using>, and using your expertise to decide which ones of these could be used or already do, have embodied that kind of learning in them, because of teachers are using those activities then all you have got to do is show them how they can become more an embodied lesson.
121	I: of course
122	E3: So that's, you know, that's (0.8) because in some ways I think (0.6) a lot of these lessons that exist yet there, fail in the origins because the teachers don't see those values in them. They lack the ability to draw the math. (0.5) So they become just another, whereas a good activity or useful at least, but they don't really.. (0.3) so, I see the,> one of the powers of what you're doing is allowing teachers to dory at some of the richness that has already had in this past, more than what they already are the opportunity for students to really actions and do some real body movements in things
123	I: it's really important, I agree.
124	[...]
125	E3: Yes, six year levels. Yes, it’s a year they’ve got to do it, because they've got a lot of level behind them but they still haven't got into the heavy higher levels where algebra becomes very very dominant, and you, know, abstraction becomes.. They still be in the concrete world, I think in the year 6.
126	I: The fact is to start from the concrete and then leave the concrete and only do in an abstract level things, that’s the usual path in Italy.
127	E3: But it is for your supervisor, you’re saying, you know, that embodied activities can help them move from.. when we know that they leave from the concrete to the abstract, this is the biggest challenge for students, that's the thing that we can.. so activities that can help them do

	that.. The five apple plus three apple was a failed activity but was an attempt to do that, you know. (0.5) It didn't work but was an attempt to try.. try bridge that gap, right?
128	I: Yeah. But also the thing is that, like Montessori said, but not only Montessori is a common think, you have to come back to concrete and then go to abstract and come back to concrete and go to abstract
129	E3: That's right, the human learning practice goes round.
130	I: yes, it's a round, it's not a path that come from concrete to abstract.
131	E3: No. Even even with that what we do in our standard school system is, we say "right we start with concrete but we're going to come up the linear hierarchy of the curriculum and we're gonna.. you're not kids anymore so you don't need concrete, right? you know. you're going to be able to. Now you are grow up and you gonna do real maths, you know?". (1.6) It's so frustrating. I am one- one of the things I used to do it in in my year and in New Zealand it is, right, Year 7 here, >because the difference is one year from New Zealand and Australia. New Zealand goes youth, because we start.. what would be here, north here, we start as year one, right, so will be my year a class in New Zealand of year 7<. (0.8) You know the childrens' game with kids ((shape an imaginary ball)) where they put shapes into a ball ((fix the left hands shaping a side of the ball and with the othe hand point the index finger into the imaginary ball)). I have little kids, twenty kids, and they get a ball and they put in a triangle, in a square and stuff in it.
132	I: yes, they have to fit the shape.
133	E3: yeah. So, I used to bring.. I had a set of th:ose (0.7) and I use for kids in groups, and I used to get them playing with those and they want, you know, one can start and other say " How are you? Finish one of these, ten for him and one for I". They said "What's? What is he doing? You know, this is kids stuff", you know? And, you know, some of the kids say, while little sister is doing this "Why am I doing it?" you know? And I "So right, so, how did you know which one could go here? (0.7) What it means? I have to know, so tell me", and they said, "What?", "No. No, <tell me what do you do>". And I see that for bridge geometry and algebra, because, you know, the idea of variables is not, you know, an easy variable and 1 = 7 it is not different to a triangle and putting it in the triangle inner, you know? And so, you know, (0.6) from this they would start to realise what I was doing >and how the kid works with this and how it was the most powerful, it is not the word the same, they remember math<, because, you know. First it makes me angry, because they don't know what I can do with a baby stuff, and then I realise that it had a connection to what we are doing, yeah. And then, with microcy are used to use e-cups e-trace, and put numbers on the back of the eye-trace ((show an imaginary thick line in the upper side of the screen))and I also, when you doing.. when you doing anything you can, you can step it ries up ((move the open right hand like to squash down something)) and you can actually show them the multiplication, because you can have an egg-try-n-y ((show with the left hand an imaginary horizontal line from the left side to the right side of the screen)) and egg-try-n-y ((show with the right hand an imaginary vertical line on the right side of the screen moving up and down, and then you can just do a one-to-one metric from each one ((indicate with the index finger of the right hands the diagonal from the left to the right part of the screen)) to show there are a wigs, you know?(0.9) So, that was very familiar with concrete manipulatives. l was doing it at years 10 but at 11 they also use the e-trace and the students remembered microcy even because of it.
134	[...]

Esperto 4

25/11/2021 (6 p.m. Brisbane | 9 a.m. Rome)

1	I: Good evening
2	E4: Alessandra, Hello!
3	I: Good evening, how are you?
4	E4: I'm well, it's nice to meet you
5	I: it's a very pleasure to meet you, even if it is only online
6	E4: It’s the way the world goes these days, isn't it?
7	I: Yes, Of course. I would really thank you for this opportunity and the time you’ll give me for my research project. It’s really really important for me. Thank you.
8	E4: It’s a pleasure and It looks very interesting, it looks like a very interesting project too.
9	I: I hope it will be.
10	E4: Yes. So, you must be at the very beginning? So, you've just started?
11	I: No no no, I’m at my third year, (1.3) but in my first year there was the spread of the pandemic emergency, eee.. So, my Ph.D project is totally different because I have to, to come in Australia, and I want to go in school, and then I have to refresh all things, and I restarted at the second year. So, I'm not at the beginning of the project, the project is already designed and the instruments are ok, but I started to collect the data in this period, so I’m at the start of the data collection in..
12	E4: Thar story of having your PhD disrupted by Covid,.. (1.2) one of my PhD student had the same experience, so I wouldn't Ireland for the last 3 years, I've only been back in Australia for 1-year and I still have three Ph.D. students in Ireland and they all finishing their thesis right now, so I've been doing nothing that reading their work for a while. And one of them, her data collection was stopped because of the pandemic, she couldn't get into school. And she was <devastated>, and it was (1.2) very hard for her so, the other supervisor and I had to, first, leave her alone for a while and just let her experience sad and, then, help her redesign her study. And she was fine, she was happy to do that and I think it actually turned out to be a better study than what she had originally planned. And she said that it is so. So, it’s very relieving to hear that and she's nearly finished. I finished reading her final draft of the thesis <today>. So, she doesn't need to do <a little bit more> work, and so hopefully we will talk to her next week, online, and she'll be able to submit probably in January, I would say.
13	I: And we hope to have time in the future to experiment in schools.
14	E4: Yes, yes. <I kno:w>. I mean, I think it's interrupted most peoples, research, but in education when so much of our research is done in schools, and schools are closed, or even if schools are open again they don't want strangers coming in
15	I: Of course
16	E4: totally unavailable

17	I: Ok, I think I could briefly introduce to you my Ph.D. project to have an idea of the <scenario> in which you are invited to contribute with this interview. (1.2) Firstly, my main interest is in the activity in which students are actively engaged with the involvement of their movement, whole body movement or manipulation, both virtually or (1.0) physically. But in particular I'm interested in searching, in investigating teachers' perspectives on these activities and also what are the main results coming from (1.2) the research, empirical research and theoretical research, (1.4) and also the view of experts in education that are in the middle, between working with teachers and doing research. So, this is the frame and (1.5) particularly I think about some questions: (1.2) the first two questions are about an internal issue under research. The first question that I want to ask you is that.. Mmm..(2.3) My aim is to (1.6) reach teachers, so I have to (1.3) overcome all the differences- theoretical differences, between <the embodiment>, <the enactive>, <the manipulatives> research and I have to use a terminology that is more confident for teachers and <easily accessible>. And for this reason I want to ask you, what do you think could be a good terminology to think.. (1.2) with teachers, of these activities, in particular?
18	E4: Mm, I have given some thoughts to this today, yeah I just..don't want to just <pull ideas> out of my head. This is <such> an important question, which really (0.8) came home to me when I worked in Ireland for 3 years. (0.8) Now, Ireland is an English speaking country, but the terminology for describing things is sometimes different and I found it really interesting. So it's very good that you're asking that question. So, what I thought about, and I think <what I'll say might even answer> some of your second question about examples. I think it is important to give teachers <examples>. So I tried to think about <what kind of experiences do I think that teachers might have had in Australia>? And how would I describe it? So, I brought some categories, if you like, and some examples of each that might be helpful? So, I think if you use the term <hands-on> activities, that will be very familiar to Australian teachers, and that can involve things like the use of manipulables. So, if you use that term manipulables teachers will know what you mean, ehm..(0.9) and that will be quite very familiar for primary school teachers. So, in Australia, primary school classrooms are full of manipulables and resources, things that children can touch and can use. Also in junior secondary schools mostly,and <less so> than in the senior secondary school. But, I have worked with senior secondary school teachers <who use> manipulables in wonderfully creative ways, so you might find some people there. Other terminology could be things like, ehmm, physical resources, or (0.6) instruments, or to:ols or even games, could be a word that you can try using as well. So that's the kind of physical things that you can touch but, of course, you're interested in the virtual, as well. So I think if you could use the term virtual, and you could talk about technology, as in calculators, or computers, or software and so on and teachers would, (0.9) would know what you mean. So there's those kinds of, of activities. Then, that is another kind of activity (1.0) that will also happen in Australian mathematics classrooms, that involves (0.5) <students moving around>. So, getting up from their desks (0.3) and m:oving. So, hands-on things you can do with children and students still sitting at their desks. Some teachers will be brave ((laugh)), >and I will talk more about why need to be brave<, and may have students move around. Sometimes this will involve moving around <inside the classroom>. For example, and I'm thinking about things that I have done with <student-teachers>, to demonstrate the kind of things that you can do in classrooms. So, for movement inside the classroom, one example might be to get the whole class, or some of the class students, lined up at the front of the classroom and tell them to line themselves up from the shortest student to the tallest student, and then find the median, (0.5) for example, in the range. And, (0.6) we can do things like asking the question "How many people do you think we could fit into our classroom?" (0.8) and leave students to work that out. So they might decide: "we let's measure 1 square metre, and see how many people we can squeeze into that and then we need to

	measure the walls and so on”. So, that gets some up out of their seats, that’s kind of movement. And there is movement <outside the classroom>. So, that could be things like involving measurement, for example, and trigonometry,> if you want to work out the height of a building, or a three<. It can be measuring your running spe:ed, and the time it takes to one or more walkers walking a certain distance estimating your pace length and so on. It can involve things like looking for <geometric shapes> in the world around you, so go for a walk around the school yard and (0.5) an excursion. So, go somewhere else and see what mathematics you can find, so like a, a mathematics trail which is a sequence of outdoor activities (1.2) which you can get students to, to use. So, you know, some teachers will make those outdoor experience those. Certainly, in the secondary school, if, if teachers are doing some mathematical modelling, >then math involves taking students out of the classroom< to do some, some measurements or to collect some data, for example. (0.9) But, what's I mean, that’s not necessarily- math statistics may not necessarily <using your body in ways to learn concepts>. And then, they.. (0.5) Some sort of going from the, from the least <disruptive> to possibly the most disruptive or unusual, then the final category is activities where students are <using either gesture or their whole body to explore and embody mathematical concepts>. And I know there's a really good tradition of this kind of work in Italy, in a people like as <Ferdinando Arzarello>
19	I: Ferdinando Arzarello, of course.
20	E4: They might be some incidental examples of that in Australia ((caught)), but I think that is <less known>, less familiar to teachers. But I think the teachers will (1.5) notice when students are using- say using their hands, using gestures, if they’re working together on a problem. And I've seen this myself, students will use the..((move the hands in the air)) their hands to accompany, ehmm, their conversations, about.. And they are using gestures to help themselves represent mathematical concepts. I've seen them do that, and it's very memorable when I do it. And then I have.. As a teacher educator, I have used activities, or shown my student activities that involve students using their bodies >to create an understanding of mathematical concepts<. So, for example, ehm, (0.6) helping students, students understand what is a circle. (0.8) So you can get a long rope ((mime the lenght of the rope, tracying an imaginary segment within her two hands))and have one student hang onto one end of it, one student at the other end ((point to the opposite side)), and so I want you to w:alk (0.7)((point the finger in a sequence of successive position circling her head for two times)) and you realize what a circle is, you know, it’s >the locus of the set of points that are equidistant from the center<. You can use your body to <draw grI:phs>, where your body is a point ((touch her with both hands and then lower hands with fingers pointing downward to indicate her position on floor)), you now, you can draw a ch:alk, ((move hands horizzonally, tracying axes on an imaginary plan in front of her)) axes on the ground and students move on, and so on. That’s incredibly powerful, but I don’t know that many teachers in Australia might really use that. Thus, I think it’s worth investigating. So those, those.. At the moment a kind of example and experiences that I can think of that would be familiar to Australian teachers, (0.8) and that is the word that I can use to describe them.
21	I: Of, course. Thank you so much. And,.. I want to know.. (2.3) Is there, in Australian curriculum or policies- are there any references to this kind of involvement of students in (0.8) manipulatives or so on?
22	E4:[((Laugh))] ((She take from behind the the book MCTP Activity Bank, Volume I and show in front of the cam)) This, I have got this book over my shoulder (1.4). This.. there are two these books, (0.8) they have origin in the mid 1980's, <so they are quite old now>. I think that older teachers will remember these.[I: ok]. This is a collection of different kinds of activities,

	and..(2.2) There is a whole section here on <physical involvement> in mathematics learning. So, (0.8) this history goes back to a long time, and a lot of these activities are now been transferred to a website, the MATHS 300 website, which (0.5) you can only get access to by paying a subscription
23	I: Mmm. Ok
24	E4: That will be a familiar resource in many schools. So this is probably the best known resource ((drum her finger on the book)).
25	I: Is it currently used also in professional development courses or something like this?
26	E4: Yes. (1.4) But it is quite..(0.6) a long time ago. So, it may not be so familiar to teachers now, but it was a very well-known resource. >So this states from when I was a student of teaching myself<.
27	I: Thank you. So, come across to the most conceptual part, (0.9) away from the terminology and example. (1.3) And now, I want to know your opinion about these activities; (1.5) whether they could be helpful to understand and learn mathematics at school and, if you think yes, why?
28	E4:Mmm.. Yes, I think the answer is yes. Now.. I don't..I haven't myself undertaken research that will provide any evidence to support that answer, (1.3) but just thinking about the kind of <research evidence> that's out there, I think there's a range of possible reasons or explanations (1.4) that might provide a justification for using these activities. (0.6) One would be motivation, interest, engagement of students. Ehm.., (0.9) so, you know, we know that many students don't enjoy learning mathematics, because >they think mathematics is something else, lives in the textbook, it's boring<, it's dry, it has no use in the real world. So I think teachers are always looking for ways of engaging students with Mathematics and showing them that it's not what they think it might be. So, I think that's one..(0.5) one important reason. And related to that is <changing students' beliefs about what is mathematics and how are you meant to learn mathematics, and how am I meant to be teaching mathematics. (1.3) An interesting thing that can happen sometimes if a teacher (0.8) decides to start using activities like this, which is really different from what students have experienced before, is that the students will resist. Even if they don't like mathematics, ehm.. they will say "no, this is not the way it's meant to be, leave me to sit here and you were meant to tell me what I'm supposed to learn, don't make me think" [laugh] Even though, in other subjects, they will be very experienced in doing group work, investigations and projects, the minute they walk into a mathematics lesson, no, they know that it's meant to be different here. So it can't be a maths- you know, based on students' beliefs which come from <many years of experience> of having been taught mathematics. (0.9) Ehm.. so I think it's, it's valuable for that reason. (0.7) More.. more ehm- equally importantly and possibly more importantly, I do think that (0.8) activities that have physical involvement are a way of students to represent mathematical ideas and concepts >and we know that multiple different ways of representing concepts can be very important, we want students to be able to translate between< numerical and graphical, physical representations. Ehm, so that's another reason, <to be able to represent a concept using your own body>. Ehm.. when I've done this and seen this, it is..(1.2) is amazingly memorable for students. It seems to create some kind of memory trace which stays there. (0.4) And it's almost like it's codified and the teacher or the student can call that experience again (0.6), <in future>, just by saying a word or two. I remember, >in particular<, when I (2.6) was doing research in Vince Geiger's classrooms. It's his Ph.D., you know, he's doing some observations (1.7) ((move the hands from the eyes forward)) and I was watching a pair of students, and they are working on a problem which was about (1.2) simple harmonic motion. There was a mass ((raise the right

	hand holding a fist)) suspended from the spring ((raise the left hand resting the fist on the raised right fist)), so when you pull it down ((move the right fist positioning it lower)) and let it go ((move the right fist to the former position)) it bounces up and down like that ((move fast the right hand vertically between the two indicated positions)), o:r,(1) if you push the spring up ((knock with the right fist under the left fist)) and let it go it will..(0.4) it will still do that ((move fast the right hand vertically between the same two indicated positions)). So, they would trying to visualise ((indicate with the index fingers the temples)) what does this look like ((shake the head horizontally)) and they were using their hands ((take the left fist raise and move fast the right hand vertically between the same two previous indicated positions)) and (1.8) , and they had a disagreement about how the body would move and one said: "No, it would go bo:ing, bo:ing, bo:ing" ((take the left fist raise and move fast the right hand vertically between the same two indicated positions)) and I was watching and they both start laughing.. (1.9) ehm.. (0.3) and then I interviewed them sometime (0.5) later, after they done an exam and there was a question like it in the exam. >What I said is< just: ((make small circles with the index finger next to the head)) <Remember bo:ing>"[((laugh))]
29	I: [laugh]
30	E4: And the hands, you know, going like this so that something seems to make students remember. So, it's a powerful learning experience. And then.. (0.8) The really interesting works has been done in various places in the world, not just in Italy, the people like <Natalie Sinclair>, I'm sure you know about her, in Canada, her work on the embodiment. So, (0.7) this, (0.8) you know, this developing work on theoretical understanding about the role of the body in learning mathematics. >I'm not an expert in that theory<, but I find it really (0.7) <interesting>. I feels like this work could provide the kind of powerful theoretical justification that probably isn't there, as strongly with those other reasons, >but I can see a range of reasons<, ranging from the sort of affective <emotional response, to beliefs, to the cognitive, to the physical and embodied>.
31	I: Thank you so much. I agree with all the things you said. So, about (0.9) being a teacher, when they are the individual who implement this kind of activities in schools, what do you think have to be the beliefs, the knowledge, the awareness..(1.4) all the characteristics that a teacher has to keep in mind when she implements these kind of activities in school?
32	E4: This is important ((Laugh)) This is a really important question that (0.8) has probably shaped most of my research I think ((Laugh)), (1.9) trying to work it. Because I believe that there are many factors that influence learning, we know that, but I think the teacher is the number one. (0.4) It's really important. And..(0.8) So, I thought about things like beliefs, the <teachers beliefs> about what is mathematics, (0.5) and (0.3) what is good teaching, and how does students learn. So, you know, that's a very big area but certainly that influences what teachers do and not in.. not in a simple way, but (0.7) it's not just my beliefs I translate into practice, it's more complicated than that, because (0.6) I may have certain positive beliefs about mathematics, but feel (0.5) unable to teach in that way for a wide lot of reasons. So I think the two things need to go together, the beliefs and practices, they are related in complicated ways. And.. (2.3) One belief that I've come across in my mind as teacher is "what kind of students are these activities for?". (0.7) So.. (0.5) when, when really, I think it's for all students, all students. (0.5) But sometimes teachers will believe "Oh, I could only do something like this with a really good class, (0.6) in a high-achieving students and well-behaved class. It just wouldn't work for my lower achieving students", but on the other hand I've also work with teachers have said "Oh, you know, I would do this with my struggling students because they need to have this kind of, you know, physical activity, but I wouldn't use it with my older students, or my high achieving students. Nonono, they can cope with the textbook.."

33	I: It’s not necessary for them
34	E4: Yes, it is not necessary. Yes, that is. Those kind of beliefs are interesting to bring out and challenge. Ehm.. and that's related to a belief, which I think is fundamental for teachers: <you have to believe that all students can do mathematics>. Not in the same way, not the same speed, not the same level, but everyone can do mathematics. Ehm..(0.8) another belief, I think, (0.4) which is related to practice, and this is, this comes into play any time when you're proposing something to teachers that is different or new that you want them to try, they will <tend to treat this as something “extra”, something mo:re, something additional> and in addition to what they're already doing. So then you're up against <time>: “I don't have time to do this, I have a curriculum to cover, there's exams and so on “. So, helping teachers understand that no, what I’m proposing can actually <replace> some of the things you are doing, without losing anything. So, (0.5) by doing things this way instead of some other things you are currently doing, you will still be able to achieve, >or the students will still be able to achieve<, the learning outcomes in the curriculum. (0.5) Now, that is not something teachers might find easy to accept. Right, at the start. So, that brings me to assessment, ‘cause I know this to ask that.. assessment. And.. And if you find it in some, in some of mine research studies. So, if you're trying a new teaching approach and you wouldn't know if it works, (0.4) and then you'll see but you're using the <old assessment> of students so: “why are you using the assessment that you use for your old pedagogical strategies; you change the way you teach, you have to change the way you assess! Because you’re shifting what you’re valuing in students’ learning." And that, of course, can be a big barrier for teachers, because some- >often teachers don't have control over their assessment<. So, if you're preparing students for an exam, you know, written by someone else, and (0.8) that can be difficult. So.. curriculum and pedagogy and assessment should always line up, <be aligned>. So, (0.6) one changes, then everything else have to change. (0.4) Often it doesn't or it can't, ‘cause the teacher doesn't have power to do..to do that. And another thing I thought of is “What kind of knowledge or beliefs- knowledge and skills do I have?” Ehm.. (0.7) This is, I guess, a question for you too. (0.6) So if, (0.6) if teachers are expected to, to create these activities, they might not have <the knowledge and skills to design these kinds of t:asks>. (0.7) So it is always an interesting tension, I think, between <the creativity of designing a task yourself and the practicality of do I have the knowledge, skills, time, to be able to do this>. Oh, no. Why should we expect all teachers to have to design every task from scratch? So that's one extreme, which I don't think is sensible. But neither do I think that it's appropriate to just give teachers, you know [laugh], all the tasks they are going to use. (0.6) Ehm, (0.7) because I think that kind of lowers the professionalism of teachers. I think somewhere in between (0.7) would be good. So, thinking about how much do teachers need to know about task design, for example. It is..(0.7) is an interesting question. I think they need to know something, (0.8) >but you wouldn't expect every teach to be an expert in<. Ehm..
35	I: Neither it is their role.
36	E4: No, no. You know, there are the experts that can do (0.6) that kind of things. And the other kind of knowledge they need to have is the practical knowledge of how do you manage these kinds of tasks in a classroom situation, <for the particular group of students that you were teaching, (0.8) in your particular school culture, (0.6) with the resources that are available to>.. Ehm..
37	I: A <contextual pedagogical knowledge>, in a certain sense.
38	E4: Yes, yes. How, how do you actually (0.7) implement these activities. (0.6) It's not just a matter of handing over some materials, (0.5) or some written instructions of what to do. Ehm.. (1.3) Every teacher <has to translate an activity that they find into something that will work

	for th:em>. So, I guess in a way all teachers are creators of tasks- no as creators, but they're adaptors. They adapt the tasks.
39	I: Of course. And so..(2.4) I also (1.4) want to ask you what do you believe are the main characteristics of these activities, the implementation of these activities, that could influence positively..ehm..(1.5) these activities at school? Such as..(0.5) I mean..(1.4) An implementation (0.4) that could be effective in a certain sense. (0.3) I don’t want to specify the meaning of this effectiveness, but this is the thing I have in my mind:(0.7) you’ve just said that teachers are a fundamental element in the implementation but..
40	E4: But it is not everything. So, (0.6) obviously, I have already talked about teachers’ beliefs, and knowledge, and pedagogical skills and..(0.5) and so on. Ehm..(0.6) So, if you think about teachers as being part of a <bigger system, or ecology, or landscape>. (0.7) I think teachers will always have in mind <the goals that they hold to their students>, or they should. (0.4) So, "what..(0.3) what is that you want your students to learn?" (0.3) And, yeah, it should be written in a curriculum document that >teaches will then personalise that to the students who are in front of them<. (0.6) So, for something like this to be effective, (0.6) <teachers need to be able to see the connection between doing this task and the learning goals that have for their students>, or that the curriculum has for their students. So, that they being held accountable for. (0.6) So, teachers are accountable to, you know, a curriculum, to the school principal, to parents, you know, to education authorities. Then, they need to see that there is a pathway <from teaching like this, to students learning the things> that they are there to be learning. That's really important. (0.5) And there's a whole other things that can been getting the way ((laugh)). So they (0.8) they need (0.9) they need to believe that they can manage <the students>, particularly if it involves students moving around. (0.8) So, knowing <how to manage students> when they not sitting at their desks. >It’s easy to control students when are sitting at their desks<. (1.3) But it's completely different when they're moving around the classroom, it takes a different kind of ability to.. <to plan, to anticipate>,.. (0.8) Ehm..(0,7) And not just for the class as a whole, but individual students, and groups of students, and to be able to <open all those plans> on the run. (0.6) So, (0.9) there are sort of personal qualities that teachers need. But I think there are other things too, >and I know, you know, you're interested in what it is been helpful in implementing< but, what are also the constraints and limitations, I think those two things go hand-in-hand. So, (0.4) I find it helpful to talk about them together. Because (0.8), ehm, (0.7) what's that a limitation in one place could be something helpful in another place. And it’s: <even within the one school, if you're working with teachers and a context looks the same, different teachers will interpret things in..(0.4) in different ways>. (1.3) But.. so things in the context. (0.6) So, (1.3) I mentioned the <school culture>, what is school culture? It can be things like: (1.1) <your colleagues in the school, other teachers>. (1.4) So, (0.8) <if this is not the normal way of teaching mathematics in the school, then that creates a culture of expectations> that can be difficult, it can make it difficult for a teacher to do something different. Especially if you're a new teacher, or inexperienced teacher, or.. (0.9) Wh..(0.6) what happens a lot in Australian secondary schools is that we don't have enough qualified mathematics teachers. And so, teachers who have been trained to teach other subjects, if I don't have a full timetable, >the principal might say< “Well, you can teach this maths class.” So, if you are not even a qualified mathematics teachers, then you are not going to or want to do anything out of the ordinary.(1.4) Because you want to be part of- you want to be part of a professional group of maths teachers, and if you stand out as being different, that's not, (0.4) not an easy place to be for a teacher. (1.5) So, what your colleagues are like, can either <support you>, in if there is a very open culture of, you know, where we are happy to think of new ideas and try things that we think might be good for our students and that's beneficial, >if it's not that kind of culture, or the teacher believes it's not that kind of culture< than it had to do something different. I think the role of the principal, head of

	department, the leadership in the school is very important. Because that (09) establishes the culture about what is possible and what is not possible, and this is the way we do things in this school.
41	I: Are you referring also to the <not written rules>? Or something like this?
42	E4: Yes, exactly, <the non written rules>. So, when you are new to with school, it takesa while to work out what those rules are, >because they're not written down<. And you can end up doing something wrong ((laugh)), what we are knowing about. (1.5) And there is a sort of tangible things like- or maybe less tangible. (1.7) Ehm..(0.7) Time, the way in which- (0.6) particularly in a secondary school, <how is the school timetable structured>? And.. and this is being brought home to me after working in (0.7) in Ireland. In Irish secondary schools, the length of a lesson is no more than 35 minutes, (0.5) ever.
43	I: Ah!
44	E4: Whereas in Australia lessons that will often be longer than that, you can have double lessons.. (0.9) So, what does that mean at this if these types of activities often take more time (0.9) to set up and implement. If you've only got a timetable where lessons are quite short, then teachers might be reluctant to do that. Ehm..
45	I: it's not time-convenient to implement these activities.
46	E4: It’s not. No. And they said no, no.
47	I: Not at all.
48	E4: I can’t do this in, you know, less than 40 minutes lesson. Ehm, ‘cause you know,> it takes 5 minutes to get them into the room, sitting down, listening, giving instructions, and you just do not have time<. And..(0.4) Some of this thing involves the use of materials, material resources. So, (0.8) the availability of those resources and the money to buy them can vary a lot from school to school.(0.8) So that is (1.5) schools are not equal (1.2) in the access to..ehm..(0.7) to money ,to be able to buy things. I once worked with the teacher in a very big High School in..(0.3) in a very poor area. And he was able to <borrow resources, beg for resources, make resources and>.. So, he and a lot of the people who are teaching maths were actually manual arts teachers, they taught woodwork and metalwork. So they were able to make things. And..(0.7) so, lack of money is not necessarily a constraint but it can be. So it's.. it's not
49	I: That is extra time that is requested to teachers that have to manage those kinds of things and it is too different to buy something and taking it from the school. It discouraged in a certain sense.
50	E4: That’s right. And for some of this isn’t anything to do with technology. (0.3) Ehm.. it’s important to have some technical support and not all schools might have a person who does that job, just provide technical support. (0.8) Sometimes, particularly in the smaller schools, >it might be one of the teachers who also has to provide technical support<. And I know, we know, having done some work in this area around technology, (0.4) it can be very frustrating in a school if you’ve got, you know, a piece of <software>, that you want students to use, you have to get it installed on thenetwork, there is <firewalls>, you know, if the internet connection is <bad>, if there's a lot of frustrating things that can go wrong, where a teacher can than think “ Ahhh..forget it it’s just too hard. It's just too hard to do." (0.9) Ehm.. (1.6) and another thing that I know (0.5) teachers want to know is- (0.5) and like to see, they would love to see. (0.5) If before they try an activity, <they would like to know from another teacher “how it works”>. So that, >it would be good if I could<, if I can see the activity being implemented by another

	teacher, when I’m in a professional development setting, <if the presenter is a fellow teacher>, who is showing an activity that I have used with real students and I can talk about, you know, “here is what I tried and this didn't work. So, I tried that, and this worked much better”. That can be very powerful, but I think teachers tend to like <to see something demonstrated, before they would try themselves>. (0.9)And than ones- (0.7) What that provides is evidence that they can see with their own eyes, so they can see <how students could engaged with somethings>. (0.5) That seems to be something that..ehm.. (0.8) Motivates teachers to try..try an activity themselves. (0.5) And how to provide that is, can be, a challenge. Yes, you can simulate it in a professional development setting but they are not the real students, they are teachers.
51	I: Yeah, of course
52	E4: So that thing comes down to, again the culture of schools and how (0.6) <open a classroom> is and it comes down to <time and the timetable>. (0.9) So, how feasible is it for a teacher if I have a lesson, you know, a spare lesson, where they are not teaching?> Is it possible for them to go and watch another teacher?< (0.6) Is that a <normal kind of thing to do>!? Ehm..(0.6) I think Australian classrooms have become much more open (0,3) to that kind of practices, yeah, in the last 20 years or so. Whereas in Ireland, where I've been recently, (0.5) it does not happen.
53	I: Also in Italy, it's not common.
54	E4: Very interesting differences between countries. Yeah, and I think the things that I'm saying (0.5) would apply not just to the kind of activity you are talking about but anything that is new (0.3) for a teacher.
55	I: It could be that, with the emergency and the distance attending courses, now teachers are more linked, in a certain sense, because they are in an emergency and then they have to take the strengthen of the group, and they have to share some ideas because they have to react to an emergency situation. But I think before it doesn't happen (0.6) at all.
56	E4: No. So I think, even though the pandemic has been terrible, and I think it's caused <huge disruption to schooling around the world>, and, you know, that will only become evident in years to come, but I do think there have been some positive things. (0.4) We can take some positive things. (1.4) But the development of online interaction and resources, and (0.5) has just escalated amazingly, that's because empty [??]. So, I think, that's a lot of good things can come from that. (0.8) And, hopefully, that might encourage teachers to collaborate (0.3) some more and try different things. That here, at the moment, I think..(0.7) I think teachers are exhausted, (0.4) absolutely exhausted.
57	I: Of course, it is a terrible time for this kind of people because they have to change the way they work, all the time. It require a lot of extra work because they have to reinvent their practices
58	E4: Yeah, and the other interesting thing too is how it's impacted on teacher education. (0.7) So, when.. (0.3) when schools and universities closed down in Ireland in March last year, as student teachers were out in schools, on school placement. (0.6) And it was a year and a half before any kind of school experience could start up again for them. (0.9) <So, not only where>- no one has been on campus at the university since March last year, <so, not only have the university lecturers been trying to teach students how to teach, when we can only look at them on the screen, but those student teachers can't go into school<, (0.5) to do anything with human interaction, so there is still many layers of problems and difficulties, <there is incredibly challenging>. (1.2) I was talking to a colleague in Ireland this week, so, she has just gone out

	to visit some student teachers in school for the first time since March last year, and their student teachers has spent <the last two years learning online at university>, and they haven't been in school. And she said "you can see the difference"- And then now they are at their fourth year of a degree, so they're going to graduate soon,you know, in the middle of next year. And she said (0.7) you could tell that <they have not had enough practice in schools, in classrooms>. (0.7) She said you can see that they haven't been able to develop this skills, you know, what's.. what is this going to mean? I don't know.
59	I: But I hope, personally, that this kind of.. (0.9) this kind of (1.5) - The avoid for them to have the possibility to interact in a classroom and to have some kind of <feedback, also physical feedback, also gestures, communication> could also give them-(0.7) could highlight that this is important, when you are teaching that is important. And when you cannot do this kind of things, teaching is very very difficult. It could be, but it is very very difficult.
60	E4: Yes, that is why your topic is so important. Because, I think, human beings need to be close to each others and it's.. Zoom is wonderful, this has opened up so many new possibilities for collaborating with people who are not in the same place, it's.. it's fantastic! It's changed the way we work as university academics, it is. But I want real human interaction, to be able to.. you know, if you're teaching a lesson or giving a lecture or a talk, I want to be able to see people's faces and see them shift in their seats and it just makes you realise how much you depend on those kinds of physical signals, and how much you use that kind of physicality and gesture and touch and movement as as part of teaching.
61	I: Of course
62	E4: Just it.
63	I: I would really like to thank you for your time and this kind of interaction [laugh], only online.
64	E4: That's really interesting
65	I: It's a really interesting interview, thank you so much
66	E4: Thank you for your questions
67	I: I hope I could meet you in person, in the future. Of course, I will send you some emails with the progress of the search if you are interested in, because..
68	E4: That will be great. And I miss conferences, I miss face-to-face conferences because that's where you get to meet people and, yeah, you know them for the rest of your life. So I hope I get to meet you at a real conference in the world, somewhere.
69	I: I'm now a member of MERGA
70	E4: Of MERGA?! Ok, that's great. [laugh] Very good!
71	I: I hope to have the possibilities to present something in this summer, but I don't know if I can. But I hope and than now I'm subscribed, and after, by the end of January, I think about these things. If I can present something I would really like to be there.
72	E4: It would be wonderful, we love having people from other countries, and Ph.D. students coming to theMERGA. You will find the very welcoming community and.. so, Australia's borders are opening up now people, the government is starting to allow people to come in. So I'm sure that by the middle of next year people like yourself will be able to come. So that would be wonderful! I really hope you're able to come.

73	I: Thank you very much. So, have a good evening and thank you again
74	E4: Alright. Thanks Alessandra.
75	I: Bye. Thanks.
76	E4: Bye bye.

Esperto 5

02/12/2021 (2:30 p.m. Brisbane | 4:30 a.m. Rome)

1	I: Good morning professor
2	E5: It tried to redirect me, wouldn’t let me in and I have my dog here who, hopefully, won't come back and she wants to be recorded there.
3	I: Fantastic! So, thank you so much for being here, and it's a great pleasure for me to meet you even if only online.
4	E5: That's right.
5	I: Also because I'm in Italy.
6	E5: So, what time is it there for you?
7	I: The 4:30 am, so we are in the middle of the night.
8	E5: Oh, bad thing. Oh, Sorry about that.
9	I: No problem. I know that the distance is quite an issue when we work in different continents.
10	E5: Yes, yes. You look very awake. Ahaha.
11	I: Ahah. Thank you so much. So, ehm..(0.8) I want to briefly introduce you, present to you my Ph.D. project, so you can have an idea of the scenario in which your contribution is called to have an impact on my research. And (0.9) I start with the focus: (0.6) the main focus in my research project are the activities in which students are physically engaged, in an active way, for instance, <using manipulatives, or whole-body motion, and object, tools that could be both physical or virtual, but with great interactions of students>. And, in particular, I'm interested in what are the (0.9) teachers’ perspectives on these activities, (0.6) also considering an overcoming about the different theoretical perspectives on these activities. So, it's particularly important to know what could be the experts’ point of view, because experts, in particular the experts we have selected, are in the middle between the research word and the word of the school. So, it could be important to (0.6) focus on their point of view for this reason. So..(0.5) ehm.. (0.3) I have a first question that is about an internal issue of the research. (1.2) When I wanted to..(0.5) to design the survey for teachers, I encountered a first great problem, which is the problem of the terminology. (0.4) So, I want to..(0.5) I would like to, to ask you: what do you believe (0.3) could be a good terminology to speak with the teachers of those activities in a way that could be familiar for them and easily accessible? Also considering that I include teachers that are from primary and from secondary school. So, (0.3) thank you.
12	E5: So, like a question, well, it could be like: could you tell me, like, <"what real materials you use when you teach your students?"> (0.4) So, understanding that we might use the term manipulatives, but they might not know what they are. So, you could say, you know, what..(0.6) "What real material do you use? For example, do you use countables? Do you use.. (0.4) ehm… (0.3) materials that students can physically touch (0.5) and move about?". I guess, is that the sort of thing you are thinking?
13	I: Yes, but also I want to include the whole-body movement, like in a gym, for..
14	E5: Yeah, so, (0.6) So: "when you're taking-(0.4) when you're doing your maths lessons, do you give your students any opportunities when they can move around the room? (0.4) When they can become actively or physically involved in the mathematics?" And another interesting one is like, whether or not they do it, just as “Ok, we've been sitting there for 20-minutes, >let’s everybody get up and stretch and do this<”, or whether it's an actual <integral part> of their mass where they deliberately get down to work in groups and move around and whatever. So, like, you know, I could imagine that with little (0.4) you might say “ok, like now I want you to get into groups of pairs, so they will move around, so they are

	in groups of pairs. But now I want to get us in groups of eight, can you do that?” (0.8) So, yes, so that's a bit different to just stand up, you know, let’s do five star jumps and then sit back down, yeah. So, that's fun but (0.5) just sort of interesting on that like. In a primary school near where I am, they're being numerate in the playground, so >if a child goes to the toilet they have to go like hopscotch thing and they have to count, they have to do that<. So, that is done in sort of the opposite way, that <brings math into movement>.[Laugh].
15	I: Of course. So, (0.4) do you believe that using some examples could be of any help for teachers? And, in particular, what kind of examples, in addition to the ones that you already said?
16	E5:Yeah, yeah. So, yeah, so I would begin openly, so that you don't leave them to think of things but, so if they haven't sort of said very much, they echo. So, for example, you know, "Do you make use of, like, uhm, (0.4) like dice and spinners if your teaching about chance and data? If you are teaching shapes, do you have the actual shapes or patterns blocks there for the students to play with? Do you use..ehm.. black”, and you would talk about, like, virtual manipulatives as well, so: “Do you use a sort of..ehm.. Materials on the internet?” Like “Do you have websites that you go to when you don't have the materials that students could use or access (0.4) from the internet, or from the computer, if they don't have their own? Do you have- and I would ask the teachers to have- enough materials for everybody in the class?" Today, think about that. And I'll ask them: do they-(0.8) and if they don't have enough materials with that, then make them change the lesson? You know, so, that they might compromise what they are going to do because they'll think "oh, we haven't got enough pattern blocks for everybody in the class". (0.6) Yeah, I'll ask them “what, what would be the most, like, common one that they would use?” Because that would be interesting to see (0.4) secondary ones (unclear *08:50). And I’ll ask them about what I call MIB blocks. So, they're like the Dienes blocs, with the tens 10, and the hundreds 100 split in the middle ones. (0.4) So, I'd say “Do you use those for teaching place value?" (0.5) So I probably would ask them some specific ones about that. Or I might ask or I might show them the MIB blocks and say "Are you familiar with these? Have you used these in your teaching? And in what way?” So, ehm (0.9) yeah, (1.2) I think they will probably need some exampl:es of what languages.. (1.2) Cards, maybe, like plain cards, that you might use to (0.7) playing cards games. (0.5) "Are there any particular maths games that you u:sed,(0.4) and you get children to u:se?" Yeah, I guess you could show them like an abacus, you can find it, >I never use it very much but, that might be something else<. So, that might be another way of doing it, like “How often do you use them? or “if you haven't used them, why not?”(0.8) Yeah, and “Do you think students should always have access to materials or are there things that you actually don’t want them to use materials for? ((Laugh))
17	I: Of course, the level of interaction! Because a particular feature of this kind of activities is that teachers decide what kind of interaction students could have with the material. That could be to have one for a group, for a students for each group, (0.6) or also I, as a teacher, show you how to use something (0.4) and you don’t touch this object.
18	E5: Yeah
19	I: It’s another way to (0.8) approach.
20	E5: Yes
21	I: Go over, to the more conceptual part of the interview, I would like to ask you if you think whether it could be important to implement these kind of activities at shool,(0.9) and, if yes why? Or also, if not, (0.6) why?
22	E5: So do you mean “ You think is important to use materials in the classrooms?
23	I: Yes
24	E5: Yeah, as in my personal opinion?
25	I: Yes, in your personal opinion
26	E5: Yes. Wel, I do think their use is of great importance because I believe it helps to facilitate <conceptual understanding>, so that they're not just doing things like following a recipe, or following a

	method, or following a process. >So, for instance if we were going to go back to the MIB materials<, if they show me, you know, that they could show me that's 365 and then they could subtract 298 from it, by doing regrouping and show me all that and then that would probably convince me that they had a good conceptual understanding of how that algorithm work, with all the regrouping and that goes on. Plus it get you a good opportunity to talk about the proper terminology and you don't say “Borrowing”, and you don’t say “Carrying, Carrying”, you know, it's like regrouping: "we have enough to make a ten" in modern math language. But in something like, like another really good material I think is something like a fraction wall. So, do you know what I mean with a fraction wall, something like >we have one and then a half and a half, and then a quarter, a quarter, a quarter and a quarter<. (0.5) So that they think, you know, that they think they cannot speak of a quarter, because they’re assuming that nine is bigger than four, because they don’t have the concept of how is broken up, so fraction wall is a visual,(0.5) you know, it’s in your face, you can argue that an half is bigger than a quarter if you're looking at a fraction. (0.6) So if you doing some things like that I really think that (0.9) there's a case for using (0.5) <the visuals as much as possible>. (0.7) And (0.6) like if you take another example, ehm..(1.7) some things are better for teaching some concept than others. (0.8) So, (0.3) they may be it's not appropriate to use those MIB Blocks to teach decimals, (0.4) because suddenly we are telling them that little one ((Mime to cluch a square between thumb and forefinger)). (1.2) It is like if you're going to do that, (0.3) you would have to chop that little one up into tens ((Move the index finger up and down while shifting in front of the cam)), because it was a one , and now, tomorrow you're telling me “Oh, we are gonna do the decimals and for doing the decimals the big block is the one ((show the palm of the right hand to the cam)), but yesterday it was a thousand!”. (0.3) So, you need to be consistent and make sure that <the materials you cho:ose> are going facilitate the concept that you want to do. And so, for something like the decimals, you can use what we call Linear Arithmetic Blocks, which has only a linear part, divided up, and so, (0.4) here's the whole ((move the right hand from the right to the left side of the screen while keeping his index finger and thumb fixed to indicate a certain thickness)) and here's the tents ((ibidem)), here is the hundreds((ibidem)) and you claim that thousands ((move the hands up and down while keeping his index finger and thumb fixed to indicate a certain thickness, thiner than previous)). (0.4) So, that's more appropriate to have a different model of decimals, and then it extends the plus value from one, through. So, I think, (0.5) here I'm in Africa and we use and I use the term with my pre-service teachers called epistemic fidelity, which means that the materials got to actually teach what they're meant to teach. Yeah.
27	I: Yes, the transparency of the mathematical concepts behind the material
28	E5: Yes, very important. Informs Horses, it is another good example of that. So, (0.5) so when you're getting student, like in the early years, that they can line up the counters ((trace with the index finger several horizontal lines)) and then they can see that there I've got four and I need six more to make ten, so that they it's two lines ((trace with the index finger two horizontal lines)) of five and I can place the counters on the.. (0.8) It's not very helpful that you can place them all random, like if you can place them fill up the first line ((trace a line keeping a fized distance between the index finger and thumb)) and then you can start along the second line and say this is five and this is two ((trace with the index finger two horizontal lines)). So, if there's a way of using tools that makes sense, or <sense making>, ehm..(0.7) and it will help them making this connections. Yeah, so you can use materials for better. [((both laugh))]
29	I: I also..(0.6) I really agreed with it. I want to focus on the implementation because I believe it is too important. So, I want to (0.4) investigate this.[Expert 5: Yeah] (0.4). So, another thing that could be-(0.7)I could have good insights from you, because you are an expert of the effective teaching, and I believe it could be really good for me. What do you believe, in your opinion.. (0.4) what could be the beliefs that a teacher has to accompany when implementing this kind of activities at school? Not only beliefs,(0.5) but also, for instance, <knowledge, the awareness, the convintions- internal or external convictions>, about (0.6) what (0.7) this activity could be helpful for? (0.8) In your opinion, what beliefs should accompany this kind of activities in school?
30	E5: Yes, what I guess is first that they need to believe in the value of material, that it is gonna be helpful in facilitating their understanding. They have to believe that (1.2) developing a conceptual understanding is the ultimate goal and then they should want all students to do that. 'Cause if they don’t really want them to understand, [but] they just want them to complete worksheets for them, >they might not see the

	value of the material<. (0.5) Ehmmm.. (0.9) And I think, you know, like secondary teachers, they need to see that it's <appropriate to use those materials> and not only in primary school or they're not only for babies for sure. (0.6) What I think is that, they actually have a valid (0.9) reason for using them. Then, you know, like this something, you know, particularly some of the interactive online materials, that actually have their knowledge and you can actually do the task without them, so like..- I'm thinking about like (0.6) simulations for instance, and tossing the dice a thousand times on (0.5) whatever. (0.4) There is value in, you know, like in the material being able to.. to be used for a purpose, to actually further student understanding that you couldn't easily achieve in the past. So, I guess, potential (0.6) for doing that. (0.4) And the things like Geogebra, like.. (0.4) >that I am not that familiar with< but I know that's another good programm for developing students' geometrical thinking that's not easily achievable unless you've got the technology. And inheadst a performance to be able to do it. (0.9) So, yeah, (0.7) I think, I think it does tie down to [the fact that].. probably we have to believe that there's a purpose sort, that they're not (0.7) compromising the learning or (0.6) that they are really focused on the conceptual understanding, and that is the goal that they [the teachers] should want for all students. Yeah.
31	I: Of course, and what kind of characteristics (0.7) could determine the effectiveness of these activities and of the implementation of these activities in classrooms, in your opinion?
32	E5: Well I guess, I mean, one which I hope doesn't happen but one would be that they just said the students who are not good at maths "use the materials", and they expect the more capable students- sounds awful as well- that they should "Oh no, you don't need to use those." [((laugh))] "I could do that without- carry on! -using the materials." (0.5) So, I guess that is the message to don't do that, you know, and they shoud be sort of inclusive, and that they don't see it's just like a <r:emedial type of strategy>, so that they see that there is <inherent v:alue> in and on themselves. (0.9) Not just to help students who might be having problems.
33	I: Of course, (0.7) and what do you believe could be the main limitation in using this kind of activities?
34	E5: Oh, well, the availability might be a limitation. So they're, you know, always sourcing, so, the school does not have the materials and it is gonna be a bit difficult to get access to materials, even if they believed that it was good and that they wanted to do it. And it (0.6) may be that, you know, >I guess maybe the students might compel a bit lot< the materials, so that might turn them up using them too because that's *splicking the joke* when they're playing with the Geoboards or flicking their rubber bands. (0.9) It might be, you know, like <management issues, I think, using materials>. Ehmm.. (0.9) Yeah, (1.2) they might not know how to use, so, for instance, someone might have told them about the <linear arithmetic blocks> but they really don't know they've never seen that models, and they don't really know (0.5) <how to use them>, or may, yeah, how to make use of them. Oh yes, so that may be another barrier, I think. I woulnd't mind use it, but what if I teach the wrong thing or what if I teach the (unclera *21:58). So yeah, that's probably about it.
35	I: And do you believe that there are factors that could hinder or foster the implementation in school of these activities?
36	E5: Oh, (1.5) I guess, you know, maybe (0.4) colleagues, for instance, like, you know, or the principal or there are someone on the leadership that might not see the value of doing that, so they might compromise. A set of parents, maybe, (0.5) may not see the value and why you're still doing that, you know, after the age of 6. So that might be infecting the model, (0.9) inhibited a bit. (0.7) I think having, you know, like, (0.6) pictures who were on the same way when did you life is you who may be collaboratively planned so that would do some consistent practices would be a better that would help to promote. It maybe, you know, some professional learning that was available for them around (0.7) <materials, the purpose of materials, ...> (0.8) and even in some professional reading. Some of their professional journeys. (0.7) And maybe it's all.
37	I: And do you believe that there are, in Australia, some references (0.7) to the use of concrete representations, or manipulatives, or whole body movement for students in curriculum resources? Some policies- educational policies or, in official professional development courses..- something that could be like policies, a written document and in which teachers are invited to use them in schools?

38	E5: I would say <not with the movement>, that exactly expressed like (0.9) I don’t think this, you know, that’s really in teachers’ minds >other than that will likely keep them away from them get up and move something<. (0.4) I think really that there is a lot of roundabout that so, you have to know another (0.8) every new research that somebody could explore. But I do keep like think of it now, <the curricular document does not mention in specifically, and there are links to things like to moves around and links to (unclear *24:55) and so on but it has not actually stipulated that the child must be able to use a thin branch till the age of 16. (0,8) But it has like, some useful links to materials and resources like, you know, like pictures booknotes, that have need of resource to talk about the concepts. (0.4) And we have the Australian Association of Mathematics Teachers, which has a journal "Australian Mathematics Classrooms" and so, (0.5) often in that it could be, you know, like examples of what lessons have happened and it have pictures of children using ten-primes or seomething like base-ten blocks, that sort of things. So, it is not necessarily explicited but, (1.2) yeah, (0.6) I guess, (0.9) yeah, referred to a lot. And now, in professional learning that we got down with teachers it's -we talked about things like the 1 to 103. Clearly that was a big one, that was very popular that. Five years ago, or maybe 10 years ago, (0.5) the schools, would buy them laminate that every class have got this box ((draw a box in the air)) of maths materials, so that every classroom so it would have DAS, it would have counters, it would have 1 to 100 charts, it would have thin frames, it would have cards inside that. So that, (0.8) every class has this physical scales, (unsure: topdown *26:23) scales, calculators and so on. So, (0.5) that's quite nice and I don’t know if some schools still do that, you know, putting their packs together this time of the year.
39	I: Do you believe are associated with inquiry-based learning, or some kind of active learning, the references to the movement, the picture of children that moves, and so on? What could be the common link with those kind of activities, in your opinion?
40	E5: I'm not so clear on that. (0.8) I think, (1.2) I think to me has a different meaning. Active Learning to me means that you actively engaged in the moment so we're actively engaged in the moment because >we are talking to each other, speaking to each other and all the rest are not going to moving around the line< but we are actively engaged. And inquiry, it's not the same to me, so, you know, you might be working in groups and you're investigating, you know, (0.5) a problem that you want to find the answer to, (0 that does not necessarily involve the movement, but it does mean that you will be active, because you're thinking, yeah, actively involved does not mean necessarily physically involved.
41	I: Of course. So, I believe I finish my questions. I don't have finished the questions that I would like to ask you but I believe it's enough for my research. And thank you so much for your time and your precious contribution. I I will inform you about the results of the research, if you want.
42	E5: Yeah, yeah. although I don't think I’m like, you know, so much of an expert but, hopefully it was a bit useful for you.
43	I: yeah, A lot. Thank you so much.
44	E5: No, thank you. You are going to the bed now?
45	I: Yeah, I I believe I will sleep some hours again.
46	E5: All right, nice to meet you.
47	I: Nice to meet you too and thank you kind help.
48	E5: That’s all right. Thank you, bye.

Esperto 6

02/12/2021 (5 p.m. Brisbane | 8 a.m. Rome)

1	E6: Hi
2	I: Hi, Good morning,
3	E6: Hi Alessandra, how are you?
4	I: Fine, thank you.
5	E6: It must be last time there, it is night time where you are.
6	I: Yes.
7	E6: Ok.
8	I: So, (0.7) nice to meet you, even if only online, and thank you so much for your collaboration and participation in my project. This is my PhD Project,
9	E6: For sure
10	I: I am an Italian Ph.D. student at the LUMSA university but we have a partnership with the ACU University and professor Geiger is my external supervisor. So, (0.4) If you want I briefly describe my project
11	E6: Sure
12	I: to go straight on..(0.5) on the topic
13	E6: Sure
14	I: So, in my project I focus on the role of perception and movement in the learning of mathematics, but particularly I'm interested in teachers' perspective on them.So, I want to investigate with a survey (0.4) the beliefs and practices of teachers about the involvement of perception and movement in active learning activities at school. And my- the participants are teachers from all school grades: primary, secondary and upper secondary, (0.4) no tertiary education.
15	E6: yeah
16	I: And for this reason I'm interested in the opinion of experts, both in Italy and in Australia, on the main question that underpinned the survey, (0.6) to catch their opinion of the conceptual framework of the researchers on these particular questions, that are key questions also in the questionnaire for teachers. And I want to have a glimpse on (0.8) the different point of view, the research point of view and also of the people who stay in the school. So, this is the point
17	E6: Sure. It sounds very interesting and it's an important topic.
18	I: Thank you so much. So, (0.5) the first questions are about- the first two are about an internal issue of the research, that is..(0.7) the one is about the terminology, because in research we use terms like <enactive learning, embodied learning activities>, but that are not commonly known- in Italy I know that are not commonly known in schools, and in teacher professional development courses. (0.8) So, it is not the right terminology to refer to the activity. So, I want to ask you what do you think would be the best terminology to identify these kinds of activities that are a big umbrella of activities
19	E6: That's a, that's a, I mean, it's a tricky question. I mean, <enactivism>, really was the theory that tried to bring the importance of the embodyment and the movement a kind of central stage. (0.5) I

	haven’t actually used enactivism as a <theoretical framework a lot>, but I have used the term like in, in all of my work with young learners and the..(0.4) with kind about the sort of math story term activities that the young learners will do with their parents and then they really enact the story, so they got these little finger puppets ((Show and shake fingers)) and they re-enacted and they’ve got a blank story page, and they tell it and then they move the monkeys around ((Her fingers hop on the desk)) and they can play games of how many are hiding ((Show her open palms in front of the camera and then hides them behind his back)) and certainly the movement is seen as a key (0.9) <conceptual resource> ((Rotate the hand around her ear)),(0.6) <just like a number line> would be seen as a kind of <key conceptual representational resource>. (0.8) I think the (0.7) <picturing of movement>, or the..(0.6) For young kids, <being able to move>. So I think it’s <the movement and the picturing of movement> ((draw in the air with her hands two arcs starting from the head and going in front of the eyes)), so it’s like..(0.9) a number line is a <representation> but in fact what the kids are doing when their representation become powerful is often <picturing the movement> on it. (0.5) And so, (0.6) I mean, (0.8) sometimes in my writing I've said the torrent <enact the story>, but yet I am not using the term enactivism as a straight framework. So, I think these terms about, (0.6) these terms like <enacting the concept, we>.. (1.4) For me,(1.0) for all of my work this kind of <sociocultural Vygotsky’s kind of theory and language being centre> stage and a whole lot of the linguistic stuff, especially in the South African context, >where most of learners are learning in a second language<, I've kind of <seeing the gesturing ((rotate and shake her hands)) or the showing the movement of concepts>> ((draw waves in the air with her hands/ winden and narrow the space between the hands)), as key and important. And where are place that is.. (0.8) So, I think it is (unsure: Mostow? *07:11) who said (1.4) <"thinking is a boat on the sea of talk"" and (1.5) that we talk our way into reasoning>. (1.3) So, I think, in the same way that we talk <our way into reasoning>, (0.7) an aspect of that talk and communication, with each other or to ourself, is about <enacting, or gesturing>. (0.6) Someone's monkey jumped ((put the two index fingers next to each other horizontally, on her left side, and with one drawe an arc in the air ends in the same horizontal plane on the right side)) or even 27 plus 8 is 27 + 3 + 5 ((in the same way as above, show a sequence of arc corresponding to the movement for summing the number on an ideal number line)), (0.4) I could +3 + 5 ((ibidem, emphasizing the different lengh of the arcs corresponding to sum different numbers)). All of that is a communication whether to self or whether to others. (0.5) I see it as <an enacted or a gestured form of communication>. (0.4) So, I’m not sure one needs to go to the whole enactivism in order to,>but I’m not saying that's a, that's a framework that one doesn’t have to go to<. I mean, it is a powerful framework, just for me, (0.8) I’ve a kind of.. (0.7) Felt comfortable in that kind of.. (0.5) ehm.. (0.6) it’s probably quite a bit of freedom >with that kind of being in a broadly socio-cultural Vygoskjian and then you can pull from what you want to pull from<, without being in a box of enactivism. But certainly (0.6) >enacting (0.7) and gesturing are seen as a key part of talking your way into r:easoning> and I think (0.6) the younger you are, (0.5) the younger the learner are, (0.4) the more we need to encourage and help them to do that enacting physically (0.4) because later, as you get older, and you become (0.8) able to then internalize and then just picture it. So, for example, if I say to you 27 + 8, you might instinctively ((snap her fingers)) and very quickly put them into the number line >without even known you doing that<, but for younger learner they're actually need to firstly <se:e that number line, dr:awing the number line, p:icturing the jump, maybe even sh:owing the jumps ((show the arcs in the air))>, because if we help them do that, (0.8) then..(0.4) that representation will become more..(0.5) ehm..(0.4) will have more movement in their thinking, which I think is key. ‘Cause these representations, we see them as a static representation, (0.7) then, in fact, if we work with learners in a way where they <enact or they gesture along with their thinking>, if we encourage that, we make it much more powerful
20	I: I agree with you, thank you. And you said about some example for the primary school, or lower level, but (0.5) do you think that it could be also useful to present this activity to teachers of secondary school, with some example?
21	E6: Definitely. So, I mean, the reason why I said are so important for young learners is that for young learners it is actually the key for those kind of basic concepts and developing number sense, and

	developing fluency with number. I don't think you can do any of it without some kind of. (0.5) But..(0.5) but, for the (0.9) kids in the <high school>, the minute they come across a <new idea, or a new concept>, (0.5) once again they are going to need to be going through, the sense of that movement. (0.5) So, whether it’s a.. (0.7) whethere it’s that, you know, sin graph grow like this ((draw in the air with the right hand the trace of sin, starting from the upper right angle of the screen)), cos graph grow ((with both hands draw the cos graph in the air starting from the upper angle on the opposite sides)) where the sin drop.. (0.7) if we.. (0.6) do you know what I mean?
22	I: Yes, of course.
23	E6: they would be opportunities for (0.9) using that, especially at the start of concepts. So, I am not saying you mustn’t use them as one goes along but I think in order to.. (0.4) in order to have those key representations or key visual images as your powerful conceptual resources, >like a bunny to do anything with a sin graph, I'm looking at the first graph< and I'm doing other things with that, having that movement flow of it (0.6) I think enriches the way we hold the concept, to a static image.
24	I: Of course. And do you believe that in Australia there are some standard examples of activites in which the body, the movement of students are really important? I think about- in Italy the Montessori materials are really known, for instance.
25	E6: Sure
26	I: There is the Dienes blocks in, the base-ten blocks, also, are really used. And in Australia there are some examples that are standard and easily accessible for teachers?
27	E6: (0.9) So, you know, I'm from South Africa. [I: yes] (0.5) So, at the moment I'm still working in South Africa even though I’m now in Autralia. >So, I’m know a little about the Australian curriculum and that<. Certainly, in terms of the curriculum and where they send the lear-(0.4) they send the teachers to the sportel Scootle, do you know about Scootle? [I:No] So, it's- it's kind of, if you go to look the curriculum you will see these low Scootle links, so then you can click on that [I: Ah, ok] , and it will take you to.. (0.7) yeah, kind of different resources where the kids can manipulate stuff. And so a lot of that movement stuff (0.4) is supported also with digital technology, >so where they can be building with shapes or whatever<, where usually they would say “do it on.. on a board or a geo-board” now they are doing it, you know, on the computer. So, certainly there is, there's a lot of emphasis on.. (0.5) on that kind of <physical manipulation> with kids or.. and so, guessed, the resources in the class would have things like the Dienes blocks of the whatever with the kids would be <physically manipulating>, in order to get the concept. (0.8) I think in <South Africa>, (1.2) there will be a mention of the Dienes blocks or the flight odds, or the number line, (0.4) but the focus on (0.9)- I don’t think there will be as much movement envisaged or acted up by teachers. (0.4) I think the representations would like to be the <teachers showing> the representation and the movement as opposed to the kids doing it a lot, and that possibly because there's limited resources or basicly (0.9) the organisation of bigger classes to have each kid manipulating. (0.7) It would be least. So I think that is more of a carry out in Australia then in South Africa. But certainly in terms of the early childhood (0.7) stuff across the globe, there's a lot in the early childhood and in the foundation phase, even though math is often just lift off secret, other than in Montessori, the math (unsure: tends *16:25) to be. (0.9) But, certainly, all the other stuff is all about movement. (0.4) So we in fact enact project that works with early childhood grades reception year one and two, we bought a lot of <the movement staff in, explicitly into numeracy activities>, so that the teachers could see that the same arguments about the kids need to do the nursery rhytmes, (0.5) they need to act out, it is something you're also doing in maths, it's not that you do all of that in your curriculum and then now, (0.8) "now we are doing maths and now we just count the stones", are we? No. (0.7) So we’re going to play "Wolfie Wolf what's the time", and the kids are going to count up the steps, (0.4) or we’re going to re-enact the story or we’re going to do that how many are-project, and we gonna have the physical, with the stones, for the combination ((put an hand behind the back and after show the palm in front of the camera, and than come back)). So, you know,

	how many are having the five finger puppets of the monkey story, and then I'll show you the five ((show the palm of the right hand to the camera)), is it the 5 monkeys? and then I say ((put the hands behind the back)) “Ok, behind my back, I shuffled and may I show you 3 ((show the palm of the right hands to the camera while the left hands is clenched)) , how many are hiding?”. All of.. (0.8) all of that physical the kids doing it, it is getting a more powerful understanding of the two part, >part part whole<, etcetera. (0.7) Do you know what I mean?
28	I: yeah yeah yeah. Of course
29	E6: And so we.. (0.9) You know, (0.8) In my work I was quite conscious of how important that kind of <movement and enaction and embodied kind of conceptualization is for those young learners>. And yet the math curriculum often just wasn't doing any in that way and so I've tried to work to bring those activities in order, you know, enacting the, you know, that is the camel with ten humps ((show to the camera the hands open)) that is the camel with nine humps ((put down the little finger and show hands with 9 fingers raised)) trying to get the (0.9) link with the action.
30	I: Of course. So, if you wanted to summarise, to recap: what are the main reasons why is important to promote and implement this kind of activity in school for learning mathematics?
31	E6: So, I think, I mean..(0.8)< for me> (1.5) >and I remember my mum always saying this<, if you put my hands behind my back I cannot communicate ((put the hands behind her back)). (1.5) If I have to communicate with you, you can get what I am saying if you look at the gestures constantly, ok. And..(0.9) what's his name, who was the president of.. (1.5) Ferdinando Arzarello, (0.8) I’m in the same committee with him, for 4 years, at ICMI
32	I: From Turin
33	E6: Yes, ok. He said to me he has never seen anybody who gestures as much as I do. So, (0.9) to me gesturing is..(0.5) is <how I communicate>. It's a key part of how I communicate. And I think that that it is an incredibly powerful part of how I'm able to communicate well with learners (0.9) or others in general, that kind of.. (1.4) yeah, allows me sometimes to save myself apart from others, in terms of >how quickly am I able to get the learner to get a concept<. And I remember talking, I think it was at a PME conference, about how I've been into classrooms where all of the learners are speaking Xhosa of the teacher is speaking Xhosa, I cannot speak Xhosa, and I’ve set down with the learners and I’ve help them. And it is all being through gesturing. (0.9) So, I’ve communicated with them, I’ve been speaking in English, they’ve been saying what they think I’m saying in Xhosa, we are assuming we are saying the same things because we're both gesturing and we're both <moving on paper and we're both pointing>. And so, I've always said, how may I able to that? Because we cannot speak in the same language, >very little words are overlap other than the numbers<. Ok, which overlap. And so, (1.5) to me, (2.1) the reason is it's a <key form of communication that we haven't exploited in fact sufficiently in education>. I don't think, I think (0.9) I think we all argue language is key, (0.4) and when we think language we think words, and then all people there were talking about gesturing, (0.8) like.. Ferdinando Arzarello and a whole lot of them are increasingly talking about gesturing (0.4) but I don't think we’ve done enough research on it, I think some of that is about how difficult that is.. (0.3) to transcribe. If you tried to now transcribed this interview without my gestures, that will be incredibly hard and time consuming. (2.3) And where I do my pointing matters incredibly is significant and how you capture that, because.. (0.4) So.. (1.8) so (2.3) yeah, I think it's a key and under recognized in terms of its <critical value> and that's not to say that you can't do all the learning without gesturing, (0.9) a lot of teachers gesture very little, and then show well on the board, a lot of people can communicate with their hands behind the back, no problem. Ok? (0.8) For me, (1.5) it's enhance very very powerfully and the process of teaching and learning, for me, happens <much quicker and more.. (1.8) more deeply>, I think, rather than speed. Happens <more deeply (0.7) with the movement and the gestures and enacting>. And I think we to almost reclaim this word enact, without having to use enactivism, as a theory. Because it's a keyword of what we are doing, we are enacting or re-enacting or..(0.8) you know? Ya

34	I: yeah, it could be a right word to be used, yeah. Thank you. But, I want to know- you believe that gestures, well, they are not so much studied and we are not so aware of these aspects in all the education. But this is something special in mathematics education that request the use of body and movement, from teachers but also from students? Particularly for mathematics education? What do you believe about this fact?
35	E6: yes, for sure. I mean, I would think that (0.9) for math education it is. (2.3) Probably more important than say in <history education> or.. (0.9) Because <the concepts move>, so the concept of part part whole has inner movement, (0.8) the concept of a number line, or an empty number line has inner movement, (0.7) the Dienes blocks have movement. (1.4) The <mathematical concepts move>, they.. (0.8) yeah. They not..(0.5) I mean, an image may be static at some point but.. like I have always used to say the teachers "I don't like overhead projector and pre-prepared exercise" and I think one of the risks of technology education is that some teachers are starting to use PowerPoint presentations to..(0.9) to show learners or to teach something, (0.8) ok? And in fact we used that (unclear *25:50) down some national training in South Africa, where we are doing, you know, we trying to move kids on from this one to one unit correspondence of counting when we say 27 + 36 and they start doing that. So we are showing teachers to use the number line, (0.9) but we insisted in those slides because we had these slides, (0.6) because we will working with, you know, educators across the country and we kind of needed it to be relatively polished, or not scribbling on a thing. We make< sure that everything came up as a movement, not as a lock>: there it is and you can see that there was a jump, >and then there was the jump at the study ((draw an arc in the air)), and then there was the bridging treatment ((draw an arc in the air)), and then there was..((draw an arc in the air)) < No. <"Here i:s the number line">((trace an imaginary line between her hands)), <"we stop and d:oing this">((put the right hand vertically in the middle of the imaginary number line)). Then "where's the nearest ten?"((show with the left hand and arc starting from the vertical right hand)), so to get to that and then where we could jump to thirty ((show bigger and bigger arcs starting from the vertical right hands)), "ok jump." So, where people have had these kind of pre-presented slide shows I've always said "it's so dangerous for learners, because they only see the end product, <they don't see the movement, they don't see the thinking process with the movement, of how each bit of that representation ((show little arcs in the airs)) moves ((rotate the hands backwards)) as the concept developing". (1.3) Whereas you possibly could up.. (0.7) probably science needs the movement as well, but I would.. (0.3) I would expect that you might be able to put up a whole (unclear *27:38), you know, some kind of.. I don't know, I don't' know, I can't really, I'm not experted in other subjects, so I can't claim more or least than in other subjects but, certainly, in relation to the conceptual understanding of mathematical concepts, a movement understanding is critical, and an understanding that goes with the process and movement. And I mean the idea of the processes, you know, widely accepted, and so that's where I see the movement as, (1.5) or a gesturing or (0.9) enacting as key.
36	I: Of course, the movement is embedded in mathematics concepts, so. (0.9) I also think that this is (1.4) a key point. So, another question: what do you believe are the beliefs that should guide teachers when they implement activities in which students are engaged? Are there (0.6) something in particular they have to be aware of, or some particular knowledge that they have to have got, (0.5) or some considerations, or particular belief that it's important that comes with the implementation of these kind of activities in classroom?
37	E6: I mean, I think that they would need to have an understanding, a kind of <general (1.5) constructivist, (1.0) social-constructivist understanding of learners needing to actively construct the knowledge themselves>. I think that will be key, and I think <a br:oad kind of view of that kind of theory of the language> and we talk away into reasoning. Those kind of beliefs of language and then <a br:oader view of what it means to communicate with language>. I would think that those beliefs would be important. So if I am selling something with a kind of behaviourist droven practic "I can just show, I can put up that over head and I can say: Look this is a number line, can you see that is how it worked.

	Ok, now do”. Ok, yeah, (0.8) I think then is gonna collapse (0.8) or it’s not gonna be, (1.8) yeah.. (1.9)not gonna, yeah. So I would think that those kind of of broad, broad beliefs within they can’t.
38	I: Ok, yeah. Of course. And about the characteristics that concern the implementation of these activities that are particularly important to the effectiveness of these activities, (0.9) do you believe there are some characteristics in particular, or broad characteristics that are important, for implementing in school?
39	E6: I'm not sure, but probably.. (1.5) probably developing some kind of understanding of.. (3.0) of <h:ands has been key>. Ehm.. (0.9) largely because these are the most available, and also because they are the easiest to enact <the wh:ole class>, and in their chairs etcetera. So, I think if we got.. I think I've seen sessions where it's like “ Ok, movement is important. I need to get the kids moving, now we are going to go outside, now we are going to enact” and everybody moves and.. and maybe they jump, jump in the number line, and then jump up on the ground.. I’m not saying that they not use less activity, ok? Absolutely useful. To organise that activities and <logistical enacting>, the teachers aren't gonna do too often. So today they feeling like >“Ok, I’ve energy for many gymming kids going to running around, going crazy, screaming, shouting, jumping around, jumping the number line, on the ground, yehy!”< They can do it, ok? Now, >I have one of my masters and my PhD students did it recently where these animals jumps across the river ((draw in the air the jump with the left hands))<, she's integrating music and mathematics and she's got them jumping on a number line and the videos are beautiful. So ok, (0.9) great. (0.9) But I think we need to get the teachers to understand that they don't need to do that. They can do it? Lov:ely. They want do it? Lovely, but in fact the simple things of getting the kids to say “Ok, show me. Yes, show the number line. ((With the fixed index fingers pointing up, show a distance in between)) Ok. How is the animal.. how's the giraffe jumping? The giraffe jumping woooooooooow! ((the right index fingers is fixed and the left index finger show a big arc starting from the right index to the extreme left)) Ok, let’s see. Now the monkey: wo wo wo wo wo. ((the right index fingers is fixed and the left index finger show a sequence of little arcs moving horizontally from the right index to the extreme left)) Now the elephant: woooo woooo.((the right index fingers is fixed and the left index finger show a sequence of middle size arcs moving horizontally from the right index to the extreme left))” Just this is powerful, ok. (0.9) So, I think what we need to do is we need to keep it simple, because if you start to.. (0.7) if you start it integrated in such a way, then it becomes a your whole class needs to be <moving around physically, running around, etcetera etcetera> teachers just are not gonna do it. Or they're going to do it on a <Fr:iday>, or they can do it on <the l:ast day of term>, when the kids are manic anyway and near finished their curricula. (0.7) Ok, I think we need to build it into where, we can sit and we can say to all the kids there, "all of you now do the jump”. (1.2) And I also think that if we use the <hands, everybody can be involved>, in a way that in fact you can't be sometimes with resources. So, I mean, like the simple thing we use this thing, where the kids say.. say you asked him you know, 26 + 35, and then we said at them "Ok, don’t you do those, ‘cause that distracting, don’t shout: I’ve got it, I’ve got it, I’ve got it, shout up your answer. Just do this” and I know you’ve got it and through this, it isn't distracting anybody else, but it’s communicating. It’s very simple
40	I: Nice
41	E6: but it became very very powerful, because <they're in this space> ((move her arms horizontally)). And so, I think a trick will be keep it.. keep it relatively simple and focused on what all learners have in their sitting space, as opposed to we need to be having the space in the classroom where all the kids can be<j:umping>, or all the kids can be <d:ancing> or all the kids can be..(0.8) Do that, absolutely, but that is not the focus.
42	I: Yes, we could do with simpler movement, with simple environment, it is beautiful, it could be great and super but it's also good if it could be the simple thing that you have to do, but the point is that you have to move, it is not the perfect world where we can do all the things we want.

43	E6: And I think the other thing you said, we need to try to get all learners in the class moving, so just like with language, when you are doing whole class teaching and you're asking and one learner is answering at the time, it can be very ((move the left arm up and down)) It can be quite limiting for all the other learners who are just listening. Ok, I need to think, need to find a movement with the kids are enacting themselves ((move hands and fingers)) and all are acting ((open and close hands with the palm in her direction)), all are moving their fingers ((streatch the hands with the palms in the direction of the cam)), as opposed to one is communicating and the others are watching ((Move the index finger of her right hand between the webcam and herself)). So, (1.6) yeah. And so would be kind of managing, enacting that we need to be thought about pedagogically.
44	I: yes, of course. (1.4) And do you think that are.. there any limitations to the implementation of this activity, to the use of the movement? That could be some.. (0.7) something that you have to be aware of (0.7) as a limitation of this kind of approach?
45	E6: I can't see any limitations. (1.2) I think it would be <dangerous, if messages are mis-interpreted>. I will give you an example: when we had our first post to partake curriculum and it was <all outcomes based education, all about learners have c:oncr:etely discover every concept for themselves> ((knock on the table to accompany her words)), and they must do that at their own pace, and so learners just had hundreds of blocks and would just be counting them, when one moving the blocks around ((the left hand is fixed and the right hand from the left one draw direction towards the right side) then and.. (0.7) and, suddenly, that became fun, because the learners are touching the blocks, and they were moving the blocks ((ibidem)), and the fact that, by grade three that was still counting 97 blocks like those, instead of going 10, 20, 30 or 20, 40, 60, 80 and another 3 ((move up and down their hands, one for time)). (0.6)The fact that they never moved on to that didn't matter, (0.5) because the learners had to do it <con-cre-te-ly> and show they are working <con-cre-te-ly> and s:o (1.2), in fact our mathematical numbers is going backwards, because in fact a message was so badly communicated. (0.4) And so, there is a danger that if one communicate that, (0.3) you know, <movement and enacting is key>, and teacher see that as <enacting a story> way each learner has to represent number or we have to have the number line on the floor and the learners have to actually <move and j:ump on the number line> as opposed to they can just say "Jump, jump" when showing on it ((repeat the movement of little arcs drawing in the air)), I think that we run the risk of..(1.9) yeah- people eventually said "ok, but let them work". Because, in fact, in the case of an activity like that, learners are taking much more aware from the activity then, (0.9) well, simple cutting line and simple stood on my toe, and >when he jumped, he bumped me over< and, you know, when Mark is told to jump, "that's not fair", "I haven't jumped yet", "why did he get three jumps and I've only got one jump" and it's going to be all about something else. So, (1.4) yeah, so I think there's a danger there, (0.7) but just..(1.6) just like, you know, just like there's no downside to our understanding of <language being the key conceptual resource> and that, we talk our way to reasoning, language is the key to our reasoning, both to a ourselves and inter-thinking, inter-communication. It is not d:angerous, to that. I can't see there being any d:angers to the.. (1.3) to the ideas that does needs to be brought into stage but there would definitely be dangers in.. (0.4) in the way in which curriculum activities, or even textbook activities might interpret and take it up, and then it becomes something else.
46	I: Of course, and the last question is about the possible hinder or foster factors that could promote the use of these activities in schools. Do you believe that there are specific hinder factors that limit the use at school, (1.2) or something that foster the use of it at school?
47	E6: Ya
48	I: About students, about teachers, about the structure, the environment, the curriculum.. I don't know.
49	E6: I mean, in terms of curriculum and key resources and key representations and stuff like that, certainly your kind of teacher knowledge or access to Dienes blocks, so access to >teaching knowledge about the number line, teaching knowledge about empty number line<. And I say those because

	teachers in South Africa often use the empty number line, you know, most students find it normal resistence to the empty number line, because number lines are things where you do everything in once ((show sequence of little arcs on the imaginary number line)), and you do all those little things, you know, and so, you know, <teacher knowledge and pedagogical content knowledge is going to be key ((knock on the table to emphasize the discourse)) in terms of enacting things in a meaningful way. If you don't have that, you know, conceptual knowledge, teachers don't have, they aren’t gonna enact it. So, yeah, you know, so, if we want them to be doing <enacting on physical resources>, we gonna need to have those physical resources, that Dienes blocks etcetera, and we gonna need to have per [each] student. So <limited physical resources> will limit that, and teacher knowledge would limit the way in which they could bring <appropriate actions into the teaching space>. But I think, in terms of the power of these arms ((move the arms)), these hands ((shake hands)) and these fingers having 10 (move the fingers)), I think is.. I think is little limitations. I think the possibilities and the potentials of handless, in terms of what we can do with just..((great movement of the arms))
50	I: the bodies
51	E6: ..these, just these. Sitting on the chairs and stalling, ‘cause so many teachers do feel they need to maintain their <classro:om order>. When kids start running around out of their chairs they do that, they bump each other, becomes about who's bumping into each other and, you know, >in many South African classroom you're not going to be able to get up and walk, in fact, you know, kids need to move the best in order to be able to get out the class, because they're so jam-packed<, ok. So, I think the potential, in terms of just using the space ((move the harms around herslef)) is enormous.
52	I: Ok, perfect.
53	E6: Thank you.
54	I: It's a pleasure to speak with you about this topic that it's something really important for me, and I am really happy to catch you're insights that are really interesting for me and something that is quite different from my point of view, (0.7) in my environment, that is culturally different. (0.8) In Italy we use a lot of gestures, for instance, but (0.8) not in mathematics.
55	E6: Interesting, (0.5) very interesting. (1.4) That is not in mathematics is an interesting thing, because it is exactly what I had with early grades, so all of the teachers are >“Oh, we use movement, we use movement.”< Not in mathematics. >“Oh we use sign, we sing,..”< Not in mathematics. >“ Lalalalla”< Not in mathematics.
56	I: Yeah, of course.
57	E6: And so that, I mean, that would be a nice title, even for a paper. You know?! Not in mathematics
58	I: [Laugh] Yes
59	E6: That, yes, yes: but not in mathematics. Very nice, very nice topic. And I was thinking as we are talking, and you must think about with getting.. (0.7) You going to be interviewing other so-called experts, or whatever, in the field, it would make very nice if I read in a paper. The basis of these interviews would make a very nice conversational piece for a FLM in paper. So I was one of the Editors of FLM, I'm now an editoral board of whatever, but if the underline your keen, we could look to doing, we could look to put inside some of the of the conversational interview stuff as an FLM conversation, and I actually think it would work very nice, because FLM is all about, you know, enturing dialog and conversation. It’s very different from other journals, so it could be something that you could publish as you going along now, (0.6) in terms of speaking to the different people, and we could have a little.. Yeah, I mean make very nice conversation. So, think about it when you've got your others, and come back to me, and I put them to the.. to the editors
60	I: Oh, thank you so much

61	E6: Yeah
62	I: You are so kind.
63	E6: It’s a pleasure, I look forward to, yeah, follow-up your research and come back to me and let me know how it is going.
64	I: I will inform you of the discoveries and other steps.
65	E6: yeah. And write to me if there is anything you need.
66	I: Thank you so much, having a good day and again, thank you.
67	E6: Thank you, it is an absolute pleasure. Ok, thanks, bye.
68	I: Bye.

TRASCRIZIONI DELLE INTERVISTE AGLI INSEGNANTI

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Insegnante G

12/04/2022

[...]

G: Well I'm in Canberra, in Australia, and, um the school I'm at is a Senior Secondary College which means only the last two years of school. [I: yeah] So I don't, so I haven't taught the younger students for a long time, because I've been at the school for 12 years (0.8) and um, yeah, so so Year 11 and 12 is the last 2 years of school here. (0.9) [I: and] And I can't remember the other question?

I: ((laugh)) What, what, what kind of school context is (0.5) [like]

G: [It's a Government], a government, a government school. Or a public school they're called here.

I: [And..]

G: [So we] have students from everywhere. We don't are not selective.

I: No, no, no, no, no. Perfect. And (0.6) umm (0.6) A question to break the ice. What is in a sentence, or in a word, Mathematics for you?

G: (1.4) It's umm, (2) difficult to say actually. [I: mmhm] It's just a way of explaining, a way of explaining or describing the world. The physical world.

((laugh)) [both]

I: Yeah, yeah, yeah – the real world

G: Not the psychological world

I: Thank you. So umm now I want to ask you some feelings about the questionnaire. In particular (0.3) the questionnaire is about the active, bodily experience learning activities. And what do you think about this topic of the questionnaire: seems familiar or far removed from your context?

G: I think it's umm, in Australia anyway, I think it gets used a lot ((laugh)), particularly in the (0.5) younger age groups. I mean, for example, I can remember when I was teaching the younger age groups, that when we have, aah, we have a horse race in Australia, the <Melbourne Cup>, where umm it gets Australia wide interest and so I used to always try and do probability around that time, and teach students about the odds in horse racing. And I would get them to bet using Smarties for mon-… like ah ah like small lolli-…, small sweets for money. And I would supply the sweets, and then they could then either win or lose more by <betting on the race>. And, ah, that, and so that was one thing. We also used to do things like measure up the right angle with a, with a rope, umm, look at fractions with chocolate bars [I: yes] ahh things like that. That was with the younger age groups. So it's been, it's been part of umm edu… Mathematics in Australia for a long time. Because I wasn't the only teacher who did that sort of thing.

I: And it involves also, mmm, digital technology or something like this?

G: Umm. Not when I started it didn't involve, it … because digital tech … because I've been teaching for, umm, let's see, umm <38 years>. So there wasn't much digital technology at the start. [[laugh]]

I: Yeah, of course.

G: But now there’s much more digital technology, so, especially online. Online tools like Desmos – have you used Desmos as a graphic tool?

I: No.

G: It also does, umm, probability [I: for geometric..] and… and a whole range of things

I: Is it for Geometry?

G: No, no, no, it drives functions.

I: aah

G: It will also umm, umm, do probability, aah you can program it if you – I’m not, >I’m not programming, I’m not a programmer<, but you can programme it to do, to have umm, umm, activities which are sort of preprogrammed and the students just have to either watch or change a variable to see what happens. Animations. It does animations.

I: Yeah (1.4). Fine (1.5). And, so (1.8). Asking in particular on the questions that are in the, in the, in the questionnaire. Did you find [G: mhmm] them relevant or you notice some inconsistencies or something that you do not expect to find in it?

G: Umm, aah, I don’t really remember all of the questions but, umm, [I: (unclear *4.47*)] I think umm, umm, what I was, >what I was wondering about was the< way the (1.0) the description of the project is about. (1.0) A sort of involvement of the body but it seemed like umm, it was, it seemed like it encompassed more than (1.2) – I was picturing that it would be umm (1.0) activities with the, like the whole body, but it seems like, it seems like it encompasses all sorts of activities where you are using something other than <just pencil and paper>.

I: (1.5) Of course. And (1.0) do you believe that some important aspects here are not taken into consideration? What is your feeling about it?

G: Umm – I think the umm the use of physical activities can help with understanding (1.0) of concepts. Last year we did a umm experiment where >students were given a recipe to bake< small cakes (2.0) and then, umm, we weighed all of the cakes, and looked at the average weight and, ah ,standard deviation ((laugh)) – sorry, we looked at – every student weighed their own cakes first. So we had sort of a whole lot of means. So then we could look at the <central limit theorem> for that, for the mean of all the cakes because they all followed the same recipe, used the same, made the same sized cakes or close to the same size.

I: Nice

G: And I think that helped with understanding the idea of the central limit theorem a bit more.

I: And why do you believe that is particularly important for learning mathematics to involve the body and the movement of students?

G: Well, for that particular experiment, umm, it’s a very umm theoretical concept – the central limit theorem – the idea of taking samples and (1.0) and, umm, finding that the means of the samples are umm, umm, like cluster around the mean of the population. And umm, we’ve done electronic versions of that before with spreadsheets, and I don’t think just working with the spreadsheet and taking samples from a column of data is the same as having the physical objects in front of you and using a weighing pan umm to to to get the mass in in in <tenths of a gram> and so on has the same, has the same impact on the students, yeah.

I: It’s like something that is (1.0) memorable? For instance, [G: yeah], or it’s simply a thing of engagement?

G: I think it's, aah, both of those things. I think it, it does engage the students because, umm almost all of the students participated. I mean some, there's always some students where if you ask them to do something at home and bring it to school, that won't participate. But almost all of the students in the class that I'm thinking of participated. So, I think it did engage them and they had a curiosity about what they were going to get from it.

I: Mm. (2.0) Yes.

G: And I think they will remember it as well. They'll remember it when they leave school that they did those sorts of things.

I: And (2.0) Do you think ah they they – you could reach aah mmm a better results also in the formative outcomes?

G: Uum. I don't, we didn't do the – we don't have the statistics – it was like for that particular experiment, or for any of the ones we've done, we've never really looked at it as a research aah idea, so we never have umm, a umm, umm, like a control and another group to compare.

I: Of course. But what's your feeling about it ((laugh))?

G: Ah, oh, my feeling about it was that it does make a difference to the students' understanding of things. That, umm, that umm – that, umm, there's not so many stud-, like, you have the big group of students and I think, if I can try and get my hands in the picture, and I think maybe only this many can do it from an abstract point of view, but many more can do it from, if you have the concrete illustrations as well.

I: Yeah, yeah, yeah. A concrete experience of it. [G: mmm] And what about the, umm, the difficulties that you. did you experience when carry out this kind of activities?

G: Umm mostly it's about preparation. I mean if you, if you just come in and say "we're going to do an activity" and there's no preparation in advance, then the students umm take a while to, to work out what's happening. So, it's important to make it part of (1.2) a series of lessons, not just the, not just the one lesson where it's a surprise. Umm so that they know what's happ-, they know what's coming out and they have an idea of what their, what their going to look like, what they're going to be looking at, so that they have some – >even if they don't understand exactly what's going to happen they have some< mental preparation for what's gonna occur.

I: Yeah, of course. And, and, do you, umm, encounter (.9) some particular difficulties experienced by students during this activity?

G: Umm (3.0). Well, some students umm are more efficient than other ones. When you involve, aah, something other than the math, the text book and the, and the paper, umm, some students are not very practical [I & G: laugh] so anything that involves having to do something practical is, umm, is for some students, not easy for them to come to. But most of them find it interesting enough to participate. There's very – I've never found people who really want to sit out and say "<this doesn't help me.> (1.0) So I don't want to be part of it."

I: And do you, do <you> find some strategies to overcome these difficulties, this [2.0] aah, initial, umm, practical difficulties of some students?

G: Well, only, only the same sorts of strategies that we normally use. I mean, we're not, (1.4) at the school I'm at, we're not "sit in the front" and the students do the work and they come out if they have a problem. We, umm, we get arou-, like the students are in groups, normally, and we get around to every group, and, and ah assess how umm, what difficulties they're having and offer, and offer help. So we try and be proactive in that area.

I: And do you scaffold during <the>, <the> the activity, when they are carrying out the activity?

G: Yeah, (although *11.52*). Yeah, if there's not an existing worksheet we'll construct a worksheet which has, like, the steps involved. So students, umm, can, can refer back if they've not listened ((laugh)), or, umm, or don't know what the next step is and don't want to ask right away, because I'm busy somewhere else. So, umm, umm, it involves a bit of preparation, but umm you have to prepare for all of your classes really, so – because every class, even if you're teaching the same, like in – we have the same Mathematics course in my school that we've had for (1.0) 9 years. So, even though we teach the same course every year, ah, people still alter their preparation every year because they, they're constantly looking at ways to make things better the next time through.

I: Yeah, [G: so um] to adapt to the different group you …

G: And the groups are different each year as well, so what worked last year maybe doesn't work so well this year.

I: Yeah, of course.

G: Or needs to work a little differently ((laugh)) this year.

I: Of course. And umm, some, some teachers could could could feel umm they fail the first time that try to implement this kind of activity, but..

G: Yeah

I: But what do you believe could be the main reason of a failure when you implement this kind of activity?

G: Umm – I think it's mostly come, like (1.0) it's not to do with the activity, it comes back to <the teacher and the students>. I mean, if you had difficulty, umm, in an ordinary lesson with the students, then you'll have difficulty, maybe more difficulty, with the lesson which involves umm, umm movement and a little bit <less control> of exactly what's, what's happening. So, I mean, the number one thing always is the relationship of the teacher with the student to make things work the best.

I: Of course. And do you believe that are some important things that the teacher have to observe or to do during this kind of activity. Something that …

G: Well, umm (2.0), well first thing is that we don't – these sorts of activities are not, umm, for assessment usually. I mean, we don't, we don't usually use those sorts of activities for assessment tasks. Because we have to be sure in an assessment task that <we're> assessing <the> the goals, the unit goals that we want to assess and not, not assessing people's practical ability, because it's not part of the course. So, umm, so we don't have, so, so there's not that, umm, layer to look at. But, umm, what we do want is we want it to be successful ((laugh)) so the main thing we look at is umm, is whether people are engaged or not. So, I mean like we, like what we would do normally in a class when we've set work for people to do. We want to see that they're engaged, we want to see that they're making a success of what of what they've been set.

I: Nothing different? ((laugh))

G: No. Not really, I think it's it would be the same in Italy.

I: Yeah, yeah. And how, how, how are you umm fit this activity into the curriculum? You, if …

G: Well, we umm, we have a curriculum, but then with the curriculum we write what's called a program of learning. And the program of learning is really just what we're going to do every week for the whole seme-, for a semester. And so these things are planned in advance. They're not ad hoc ideas that we just think "that's a good idea" ((laugh)) because I read it yesterday ((both laugh)). We plan these things in advance and we use things that we know have been successful before, and if we have a new idea, we get someone to try it out first before we write it into a program of learning. So we try and do, umm, we try and do what would be called in business ah, "due diligence", before we include something like that.

I: Yeah. And what convinced you to propose this activity in your classroom?

G: Well, umm, often it would be, umm, professional learning ah, that we go to. So, in Australia we have, umm, and I think Vince is part of this, is a member of the <Australian Association of Mathematics Teachers> and, [I: yeah] and, umm, they have an annual conference, and they also publish a newsletter, and they also have local chapters or branches in the different states. I'm a member of the Canberra branch (1.0) of the Maths Association and umm I go along to their professional learning, so I get ideas, I get ideas from there, and other people get them from, umm, from just from their friends at other schools because we, ah, umm – I mean we're not isolated, we do, we do, like Maths teachers do have sort of groups that meet together, and share ideas, so umm, it umm. We have a, it's a fairly, it's not a specific source, it's a very wide range of sources that we look at.

I: And there are mmm also some colleagues in your school that do these kind of activities and that you meet, and you explain your, your way of doing maths or it's something that happens only "extra school" in a certain sense?

G: No, we have, umm, umm. (1.0) Like the Maths teachers have a <single staff room>. So, they're always able to talk to each other when they have, umm, when they have preparation time and, at least in our school we've got a a stable staff so they have a lot of prior experience, so they, they're used to talking to each other and sharing ideas and umm proposing new ideas and seeing how they might work. They're umm. I mean, I, I think that in my experience that's how the best staff rooms work because you have a – >even if you're not everybody's best friend<, you're everybody's professional best friend and you're able to speak to each other truthfully about how you think things will work and not work and help, umm to come up with new i-, with ideas to improve things and make them work better. And ahh – that that's my experience of maths staff rooms, anyway. That they are very collaborative.

I: Yeah (2.0) Yeah. And you, are you supported in proposing and implementing these activities by the staff members in your school or the organisation of the school you are in.

G: Yeah, our umm, well our [both talking] our school has, umm, they're not really values. I don't how it is in Italy, but in Australia there's a trend for, umm, where schools used to state their values, now they tend to have a set of three or four words that are the things that they want to represent them. So, our, our three words are <"connect, innovate and impact."> So, innova-, innovation is one of the things that we're aspiring to. So, umm, so the organisation does support, ah, doing things differently.

I: OK. Fantastic. And, umm, do you believe that there are any constraints or limit to implement this kind of activity, but also theoretical limits, in a certain sense, or something that it's umm "outside" of this kind of activity?

G: Umm. Well, the theoretical limit is you still have a certain amount of curriculum to cover in the time. And some of these activities take more <time> than traditional teaching, so there's a limit on how many of these activities you could fit into a term or a semester. So, umm, we tend to use them for, umm, where they're – where we think they're something the students may have experienced before, and where we think it will have an impact on their ability to gain something. Like to improve their understanding of the concept. And the other limitation is cost, because you can propose lots of activities that, that umm, require costly materials or costly equipment to implement, and so, we're, we're restricted by budget to some degree as to how far we can go with, ah, activities, but, umm, umm we can do a lot with what we've got. We have a lot of manipulables, umm. So one of the activities I do, if you're familiar with Pascal's triangle?

I: Yeah.

G: It’s laying out a row of 5 hula hoops, 4 hula hoops, 3, 2, 1. We stand in the 1, you roll a big die, big fluffy die, ((I: laugh)) and you get paid money if you can stay on the outside! ((I: laugh)) Which is (I: Fun) – I don’t have to pay too many people.

I: ((laugh)) It’s a funny idea to me.

G: Yeah, so it’s just about reinforcing the probabilities of which way you’re gonna – where you’re gonna to end up if you umm, if you’re part of Pascal’s triangle.

I: Yeah.

G: It’s a little bit, little bit different to the umm, aah I’ve forgotten the name of it, the one that where you drop the balls down and they (2.0) there’s a name for the apparatus where you drop balls down and they just distribute themselves, as they collide on the way down..

I: Yeah, yeah, yeah (*22.13*)

G: I did know the name of it, but I can’t remember. (3.0) We have one of those as well ((laugh)), but it’s not as much fun ((laugh)).

I: So, I, mmm believe to have asked you what I want to ask you.

[...]

Insegnante J

05/05/2022

[…]

J: OK. So, I've been working as a teacher now since, oh, (2.2) 20 years or 21 years. So I graduated in the UK. I have a degree in Mathematics and then I have a post graduate certificate in Education. I did one a half years in ahh the UK and then I came to Australia, umm, >I did a little bit of supply work<. So that's when you go in and, if a teacher's sick and, but this has been my only place of work, it's a permanent job and I've been at the school for 16 years.

I: OK

J: 17 years I think this year. Umm, so, yes I started off, and I was only 28 I think when I started here, something like that, 27. And, (1.2) as a normal classroom teacher and then I was assistant head of faculty and I've been head of faculty for 5 years at the school. And (1.0) [I: and] so yes. And it's - I might just go into another room, because I've got lots of people in here. [I: ah] right hang on, just a second. Oops. (6.5)

I: No problem, no problem ((laugh)).

J: I'm not doing (unclear *1:13*) they're scared I'm doing a job interview. No I'm taking part <in> a survey with a young lady, who's in Italy who's doing research in mathematics teaching. (unclear response between others and J) ((laughter)).

I: Bye bye ((laugh))

J: We have, umm, it's a private school, so in Australia, umm, (1.3) it's quite different to the UK. I think on the Gold Coast, where we are, there's umm, 30% of students go to private schools. But we get more funding that we do in, umm (2.2) I know, in the UK private schools are very expensive. So, and, the children, yeah they pay to come here. It's a prep to 12 school, so we have from 5 year olds to 18 years old. And - which I quite like - I teach Years 5 at the moment, a Year 12 class and a Year 10 so that's 18 year olds, (3.0) 13 year olds and there's 10 year olds, so it's a big, a big difference and it's nice, umm, to be able to see them progress throughout the years and – (3.5) usually you don't get to communicate with the primar-, the senior schools, where, we can just walk down there and have a look in the classroom, so, that's a a huge advantage for the school. And, I see we are working with the Australian Catholic University?

I: Yes, all right [J: right as well *2.41*] the ACU.

J: Yes. [J: (unclear *2.43)] The school here used to work a lot with the ACU umm when I first started. The ex-head of department did a lot with, ((sigh)), I forget all the names now: Vince Geiger (2.0), and ((sigh)) I forget. There's quite a few, there was quite a few ahh lecturers that would come up to the school and we used to run a program called umm STEM where umm they would go to a local university and do activities. (2.8) But we haven't done that now for (2.0). So we used to do a lot of movement in Mathematics, ahh now it's more - we don't do as much, and we don't do that program. Which is a shame, but I think it was in terms of the administration and costs, umm, they stopped it. So, yeah.

I: And where, where is, exactly, your, your mm, your school (3.5) in, in, in, in a city or in a … ?

J: Umm, no, so where we live, umm, it is a city but it's not like a city in Europe's size. So we are 1 hour south of Brisbane, [I: OK] umm in Queensland, so, we are (2.0) maybe 15 kilometres from the coast. Umm (indistinct *3.4*). I think a few people would commute into Brisbane, in terms of the parents that we would get here. Umm, it’s a huge campus. I’ll show you, quickly. I’m on the top floor, so. We have a purpose built Maths umm facility, which is amazing, so we have (2.2) oh this is one of the classrooms, behind me, [I: wow (gasp)] with an electronic board. And then [I: a big, a big classroom]. (2.3) Oh very, yeah, very big and not huge classes. And then all of - this is the Maths room and all of the all of the classrooms go off this room. Then all of the Maths teachers get to talk to each other, umm, on a regular basis. (1.2) And then (2.5), I’ll just (1.5) ((opening a door)). So this is our campus.

(4.8)

I: Oh yeah!

J: (unclear *4.56*) stunning

(4.4)

I: Wow! (3.3)

J: So, it’s a big campus. We have 1500 students, from Prep to Year 12. So in each year level we usually have, (1.3) umm, about 6 classes (8.2). ((Walking around the campus)) (4.2). Every Year 7 class starts at the same time on the same day. (1.5) Which is good if we wanted to get a year group together, we could, or if we’ve got an exam that’s what we do. Umm. Yeah.

I: Thank you, thank you, thank you also for the visit of the school ((laugh)) - great ((laugh))! I haven’t been in Australia for the pandemic emergency, so I’m really curious about the... (2.1) also the place (0.5) the, the real context. Thank you so much. So, umm, [J: Yeah, ok], to, to break the ice, I want to umm to ask you what is mathematics for you? If you can summarise in a sentence, or in a word (6.2)? Aah, it’s quite difficult ((both laugh)).

J: I’m, I’m really passionate about mathematics. I think mathematics is the core of, umm, all of the sciences <and> (1.2) aah, it’s a beautiful subject. (1.5) Umm, it links, it links everything together (3.0).

I: Great!

J: And.. these couple of things.

I: Thank you, thank you. And now I ask you something about the questionnaire. In particular, what do you think about the topic of the questionnaire? If, aah, did it seem familiar or something far removed from school - your school reality, aah, when you, when you complete the question?

J: (6.0). Oh, on the questionnaire? umm (2.0) I think we don’t do <enough movement>. I can’t remember what I put in all of my answers, now. Occasionally we’ll do something with movement in the school, but (0.6) Yeah, I could relate to, because we have done umm things in the past. (4.5) But, yeah, I can’t remember all of the questions now.

I: ((laugh)) no, no. eh, (1.2) I, I know that you complete (1.2) mm many, many days ago, but aah, if you can remember, there are some questions that you notice as unexpected- >particularly unexpected< or something, (2.1) some important aspects that you think, ah umm, (1.2) that is not covered in the questionnaire, or something that is inconsistent (1.3)? Do you remember something in particular that catch your attention in this way?

J: No, I (1.0) I think I was quite thorough with the questionnaire <and> (3.2), I just, I can remember >reading it and thinking “oh, we really need to do more of this”< of what (unclear: *8:10*) you could see what you were asking in the questions and I was thinking “yeah, we don’t do enough (1.8) movement,” but, yep, > I think it was thorough, but I can’t remember all the individual ones<, I’m sorry.

I: Oh no, it’s good. And (0.5) mmm, now I want to ask, even if you, you, you’re not really familiar, mmm, could you think about an example that you have experienced or implemented it in your classroom or seen from your colleagues, uh, in which (3.3) students are engaged physically to (3.5) experience mathematics?

J: Yep. Umm, just the other day, in this classroom, I walked in and the teacher had, oh, lots of boxes, and I thought "oh, what's she doing?". And, umm, she had (1.2) they were Pythagoras in three dimensions. So she had (2.2) boxes and string and rulers and she was actually (sound of chime playing over the voice *09:17*) measure out all of the distances, and then I'm guessing that she checked them. Umm, (0.7) one I, I always do every year when we do umm statistics, and we do mean media at the upper quartile median and the lower quartile, I like to get the students out the front and we put them in height, height order and we talk about which (0.8) 25 per cent and 25 per cent... I usually do that. Aah - I've only done this a couple of times, where we've gone out for umm (2.5) (unclear *9.51*) with - in trigonometry and we <look at> how we can measure the height, where we're using ratios with their shadows. Or with a, umm, clinometer, and they're measuring the angle [I: good] and then [I: great!] they've been able to verify it with a, umm (2.5) umm, we have flags - all the Australian schools have flags, we don't have them in England. We have flags and they can put the tape measure up the, up the pole [I: laugh] to check their measurements, to see if they, if they calculate it correctly. So that a was nice activity. Umm, (3.2) what we're <about> to do in Year 10 is an assignment where, (3.2) umm, they take a photo or a video, (2.4) and they put it in a program called Logger Pro. They put the photo in and then they collect data points: quadratics. So, some of the students might do basketball, and they'll film themselves throwing the basketball, and then they can come back and, and create a, a scatterplot. Umm, (1.3) and like I said, we used to do so much more. I, umm, for low abilities, umm, I have a teacher who uses a lot of hands-on material. So, if they do volume, she brings liquid in and they get to measure out, and she has, we have some clear shapes, umm, so that they put in a cylinder, and they can tip it into their cones and see that only a third, umm (4.2) - but generally, I'll say that, (3.3) ah being honest, maybe two lessons out of the 50 are hands on and the rest is, (1.2) you know, (2.0) here it is, (2.0) here's how we do it, now you have a go. [I: traditional transmissive / J: So / I: aah education]. Yeah. Another thing, I think it's (3.5) I don't know, in terms of preparation or resources can stop that, or imagination, umm, coming up with ideas …

I: But, [J: so] but, do you think that carry out these activities in which students' bodies and movement are involved are important for learning mathematics in particular?

J: I think they give them a (unclear: *12.03*) lesson that they will remember for ever. Umm, in terms of then making sure they've got the time to consolidate, as well, on practice questions is also important, so it's hard t-, it's hard to measure, isn't it, how, how much better or, (1.5) you know, how much they can, they can take in from the activity? I think it certainly makes it more enjoyable, umm, to, and they can see the real world - you know, like why they're doing something. So, I think that's important, for students, to understand that, yeah, it's not just pen and paper. Umm (2.5),

I: And do you believe ...

J: Hopefully I think [I: yeah, yeah] [J: go on] [I: no, no, no, go, go]. I think it is just well as practice, practice, practice of the skills becomes umm fluent with the children, it's also important.

I: Yeah. But about the, the formative outcomes that you can ummm obtain with this kind of activity, do you think that they could have better outcomes implementing some, some, some teaching strategies that is consistent with this, this umm, this framework?

J: Yes. I, I think so. I think for some students it, umm, particularly digital learners or the kinaesthetic learners are very - (2.3), for example that 3D test with the Pythagoras in the box - some students, if you draw that on a board, they can't, they can't work out what's happening. They can't see where - so it makes it very clear, and, so I think in terms of, (1.5) particularly spatial activities, umm, (2.5) it is much better. Umm, and like I said, with the measurements, I think that it's much better than - and even just reading off the cylinder, off the measuring cup rather than on a piece of paper, and it's just lines on the paper, they can see (3.0) these are relevant activities I do think it probably leads to better outcomes, but...

I: Thank you, thank you. And, and, when you experienced these, these great activities- I think you mentioned some interesting activities - what, what difficulties do you experience when you carry out this kind of activities in classroom? What are the difficulties you experience, and also students experience, during these activities, in your opinion?

J: Umm, I think, if it's done - like an outside activity it's just monitoring when you've got 27 students. That everybody's on track. Umm, (1.3) being, making sure the instructions are very clear when you've got a practical. <If> the instructions aren't clear and then they're all just left (2.8) and, and asking, that many times before (1.8) they don't know what to do, they come to us here and then they're asking their friends and it, it, it can be a little bit chaotic. So, I think that's one of the difficulties. And then having enough equipment to carry out the activities, it's umm, depending on the class size, or if you've got rotations happening, so, umm. And then also, in terms of the age of the students - makes a difference in their maturity, and depending on the activity time, thinking at one - they love it, there's one what we used to do, haven't done it for quite a few years, where they do their rubber band (2.3) and then they put a weight and they, they see the relationship between the number of rubber bands and how far it goes. And then with, with, they try and predict, and we put it over the balcony, till it stops, to see if they can get it close to the ground but not ((single clap)) smashed. And if you give 13 year-old boys rubber bands [I: yeah, of course] they have a lot of fun!

I: And ((both laughing)) [unclear: both talking *16:06*]. Yes. Of course. And what strategies did you carry out to overcome the difficulties you encounter? Mmm, you <you>, (2.4) you remember some [J: umm] particular moment that you think about a strategy to overcome some difficulties that you have encountered?

J: I (0.2)... <well>, what we've started to do, which wasn't something we could do in the past is, and this is due to Covid, is making another video. So, you can do an explanation video so you can play it first, so you can demonstrate. One, you can demonstrate it in front of the class but also you can, you know, they, umm, play it back any time. So, umm, that's one, and then instruction sheets that are nice and guiding. Now do this, now do this, now do this, umm (unclear: *16.56*). Or if you've had, umm before we might have a couple of teachers together, so, (2.2) umm, you've got one pers- one teacher doing one thing and one teacher doing another. So, we're very fortunate in this - this room is just a single room, but, at this side, we've got two more rooms on one side and so there's three on each side. Those two open up so we can do, umm (2.6), class - two class activities with the benefit of the big space. So, being able to get two teachers in (2.8) [I: yeah]. Umm. And, having, having the software, also, to (3.2) to analyse data if you – like I say, if you do a video. I think that now, now it's so much easier.

[…]

J: Umm. So, I think technology's made things much, much easier.

I: Of course. And, ah, umm do you believe that exists also some downsides to bring the, to bringing this activity in, in the classroom?

J: (5.9) Yes. I think the biggest downside is the time it takes. So, (1.6) where you might be teaching one concept, some students might get that quite quickly if you just demonstrate it on the board in 10 minutes, where it might take an 80-minute lesson to get through, and then you don't know how many more of them were able to study because of the activity they've had a lot of fun. Umm, so, I would say that time would probably be (1.2) umm (1.2), the biggest negative to it. To doing the activities. I'm, (2.0) I'm umm, I don't know – it's imagination, <thinking of good activities>, (2.2) really. [I: yeah] But I would say mainly just time taken away (2.6) from (1.2) the classroom. We don't have a lot of time to get through a lot of content. So, that would be the biggie.

I: Mmm. Often there is, the um, some teachers try to implement this kind of activity. And then (1.1) feel (1.4) a sense of failure (2.1) for the implementation, <and> (2.3) in your opinion, what could be the main reason of a failure when implementing these activity in classroom?

J: Umm, I would say (3.7), and there's a few things. It could be the behaviour of the students, that could be frustrating. It's - we're really fortunate. We have good - well behaved school. But that would put people off trying activities, definitely. I reckon that would probably be number one. But, if, if I can feel like something hadn't gone well - and another reason could be that (3.4) in terms of organising the activity that you hadn't thought about umm - which we don't, until afterwards in retrospect you go "oh, I should have done – a worksheet, I should have made a video first." So having clear, detailed explanation, not having, having that at the outset, and then students wasting a lot of time, <getting people on task>. Uumm. (4.2) <Or> like I said they might think "ah, they could have learnt that in 10 minutes on the board" rather than 80 minutes in class. (3.3) I don't see why else they would think so. It depends on the people that are doing it as well. [I: yes]. So, some people will have actions for it and then if you ask people to say "right, this is what the activity we are doing with Year A" and they strongly disbelieve in any, any different activities in their classroom, then they're going to have a negative outset. They're not going to enjoy it, and the students aren't, so … And that's something difficult to get across to people.

I: Yes, yes, yes. I agree. And, and, ah, do you think that are some important things that a teacher has to observe or to do during this activity, for the effectiveness of the activity?

J: (3.2) Umm. They've got to explain why they're doing it in the first place. And then a nice demonstration. Umm. (2.0) If it's a competition, with the students, that always works well, if they, you know, if they, (unclear: *21:28*) goal, like (unclear: *21:32) how close can we get it. (unclear: ? "Is it" *21:34*)

I: They are engaged [J: unclear:*21.34*] Engaged in the competition. ((laugh))

J: Yes. Not just "oh why are we doing this?" So …

I: And, ah, what convinced you to propose this kind of activity in, umm, (1.2), in your classroom? Do you implement something that you have already experienced as a student, or you've seen something from your colleagues, or you read something, ah, on a journal or on the internet?

J: <Usually> it is something that I've <seen> before. Occasionally, I've made a few up, but I think it's mainly things that I've seen a colleague do or we've <done at school> before. Not very imaginative! I haven't read much on movement in the classroom, so finding resources (0.8) umm.. you could suggest some would be good!

I: Ah, yes, of course! And err, the.., are you supported in proposing and implementing these activities in your ah school context, or you encounter some limitation or constraints ah …?

J: (1.5) No, we're really lucky and (1.2) we can (2.0) as head of Mathematics, we can, we can, I can choose what we do, and I don't, I don't tell my teachers what they can and can't do. We might suggest activities. So, we are very lucky in terms of the school. But there's no reason why – we have, we have a big ground, we have good facilities. There's no significant- nothing stopping us at school to do activities.

I: Great. And, umm.. What kind of collaboration or support would you need to umm, to implement those kinds of activity in your class in an easy way? You said that have two, two teachers in the same time it's a great thing, I also agree with you in this particular feature. But do you.. do you believe you need something else (1.3) that could support you?

J: Umm. (4.2) No, I think it’s mainly the time to talk about ideas and map them into the curriculum, into lessons. So, <having time to share best practice>, because sometimes things go on in the classroom, and I (0.9) and people are doing wonderful things but they don’t always tell you. So, we do (2.1) we’re fortunate that we have a classroom, a staff room, like I showed you, where we’re all in together. So quite often, we will share. But you don’t see everything. So I think that would be one of the biggest barriers is just communication with each other and time to be able to collaborate and come up with ideas. Umm, probably be the biggest thing. And I, even though we’re in there, umm, together a lot, we don’t have, (1.3), umm, usually we do but this year we’ve not had that much, umm, a lot of faculty time, where we spend time as a team, discussing [I: with colleagues?] new ideas. Yes. Because people have wonderful ideas, but it’s usually it’s got to be (unclear: *24.64*) “right, we’ve got this to do, what could we do?” And then it builds very easily.

I: Yes, and can you seen, in, in, in the classroom of your colleagues what are they practice? This kind of practice in your school, that you can come in another classroom, and seen the implementation of some, something that you would like to implement.

J: Umm, yeah. I’ll be honest and we don’t do that much here, and, I have a couple of teachers that do more than other teachers, because naturally they enjoy that type of teaching. But (3.0) if I saw something I would share and go “oh, Michaela’s done an excellent lesson on … this is what she was doing”. Umm. We have, umm, (1.8) I have one person in charge of each year level. So, if, say, Michaela, who is very good at it, is in charge of a year level, she might say “oh, we’re doing this this week – >you might want to do this<.” And they, they, err, hand out ideas.

I: Of course. Also in Italy we don’t have this kind of- this practice really much, but I, I think could be, could be precious ((laugh)) because you have some, some insights not only from, from, from the work, the experience aah (0.7), that the teacher (0.7) could explain you, but also to observing the other students for their context, and it’s great.

J: Yes.

I: So, I believe that I ask you all the question I want to ask you.

[...]

Insegnante K

20/04/2022

K: Sure, OK. So, umm, so, I'm currently working in a private school, and I teach secondary Maths, and that's been (0.3) ah, the main part of my job for, umm, for on and off, umm (2.3) 30 years, around having children, umm, so I umm (4.0). I've worked full time in government schools. I've taught from Year 7 to Year 12, (1.6) all levels, quite a few syllabus changes. Can I, can you pause me for a minute - I've got someone knocking on the door?

I: Yeah, yeah, yeah, yeah. Of course [both talking] [K: I'm really sorry.] It is no problem ((laugh)) - go, go.

K: Just go and see what it is.

I: Yeah, yeah.

(approx 30.6 pause)

K: I apologise. Some friends just dropped in unexpectedly, but umm. [I: no, no, no, no no.

K: Yes, so I have (0.2) a long umm (0.2) history of trying different things, of seeing some changes in the syllabus. I've worked in the state and private sector, including the Catholic school sector in Australia. And at times I've done casual teaching and even in primary school down to kindergarten and prep. But the majority of my experience is high school maths. Umm, (2.7) with the New South Wales curriculum and syllabus, yeah.

I: And, in particular, now, where you are working in? It's a Catholic school, where?

K: So, it's a Christian school, umm in rural New South Wales, [I: aah] in Gunnedah [I: yeah, yeah]. Umm, it's umm, only goes up to Year 10 at this point, so I teach, currently teach Year 7, 8, 9, 10 maths, and (0.8) umm, yeah, that, that's where I am now, yeah.

I: Yeah, yeah, yeah, yeah. Thank you. So, ummm, a short question to break the ice [laugh]. If you have to summarise in a word or in a sentence, what is Mathematics for you?

K. <mmmmm> (7.2) I don't think I can do it in <one> word, (2.0) but in a sentence, it would <be> (5.0) umm (6.0), it would, (6.0) it would be about order, in our world, it would be making meaning of our world with, with (3.0), you know, numbers, geometry, umm (3.0). Yeah, it would be about that, I suppose. If I, I mean it's so much more than that but, yeah, it would be about …

I: This is the first thing [laugh].

K: Yeah, yeah. It's hard to condense it, because it [I: yeah] at times different things, yeah …

I: Thank you. And, ah, secondly I want to ask you some feelings about the questionnaire. And the questionnaire is about the active body experience learning activities in mathematics. And uh I want to ask you what did you think about the topic of the questionnaire? Did it seem familiar, or something far removed from your school reality?

K: I think, for me, it's a little familiar because when I first started teaching there was a lot of training around learning styles? Then later, when we were trying to include more recent years, umm, an indigenous perspective in our teaching, again this learning styles and being able to do things in >new ways and different ways and more ways than just paper and pen, sitting at a chair and a table< or standing at a table, umm, that's been with me all along. Like, that consciousness that, umm, ah (0.5) not just in maths, but any learning. Aah, kids from little to, to adolescents, you know, older, umm. It's important to cater for everyone, it’s increasingly important that we don’t sit still and sit down all day, umm. I guess it plays into my thinking that (1.5) learning should be, aah, engage you, >should be interesting, should be fun< and the more senses that you can use, the more, (0.2) umm (0.2), you involve the student in any learning, the better they will learn. Yeah.

I: Of course. <And> ummm (2.0) asking you about some observation about the topic covered in the question. Umm. Did you find the question relevant, or did you notice any inconsistencies that you remember – something in particular [K: yes, I: or, aah …]

K: Yeah, it is, (1.0) it is a little while since, aah, I think it is an over a week, two weeks ago that I did it? [I: mhm]. Umm. I remember it made me think again, because (1.5) it’s something I try and use and I did just do a couple of quite, umm, quite [2.1] body involved, movement involving activities with my Year 7 class before we broke up at the end of this term. <But> your questions also led me to that idea that we don’t just (2.0) target it. It can be explorationary as well and that made me remember that I’m trying to do that as well. Umm. I am interested in the whole topic so it did, it did tie in with some things that I already think and would like to do more of. But I often have this tension between <time and the curriculum content> and making up new activities and engaging activities that might take us even off track (1.5) from that content. So I am, I think most Maths teachers would say that there is some kind of tension there with (1.2) teaching to the tests that we know children are going to (1.1) encounter, but trying to engage them in thinking and learning, and being involved in their learning. That’s a bit more open ended. (1.3) Does that make sense?

I: Difficult to balance these [K: yes] two [K: yes] parts. Of course. And, and mmm, (1.5) About your experience, can you give me examples in [K: yes] reference of an active bodily experience aah [K: yes] Mathematics learning activity that you have presented or that you have seen? [K: yes]

K: (0.8) So, I’ve got, I brought a resource with me that umm I was introduced to - it’s probably - is that back to front to you? ((Show the book the MCTP Activity Banks - Volume I, II (1988)))

I: Yeah, yeah, yeah - I know, I know.

K: You know this one?

I: Yeah.

K: So, what I like about it, because it does go through primary to secondary, is that, umm, and some of my favourite activities that have lasted the years have come from here. Umm. I’ll try and find you a couple of those, umm - And you’ll see even on the cover - they are standing in the playground [I: yeah] you know [I: yeah]. So, I - one of the things I try and do is think “what if what we were doing was big?” So, we’re going to do angles: “What if the angles weren’t on the page? What if they were on the ground in the playground or what if their xy number plane, the cartesian number plane, wasn’t on your page or on the board, it was on the basketball court? Or on the fence?” Like I try and think: “what if we made this big?” So, we have to go outside, or we have to- (0.3) you know?

I: yeah

K: And so, one of my favourite, and I really like it is teaching linear functions. We draw a <life size> xy number plane, and I make a rule and I stand them all on the x axis and I say “you are, you are the point. You are going to be the point that follows this rule. Whatever ever your x factor is, for example, you have to now double it and go to where that (0.3) just walk in a straight, up or down to where the y value is.” And they go, and then they look and go “((gasp)) - we’re all in a line!!” Like, you can’t get that “ahah”, really! Even GeoGebra, which is a <great tool>, graphing calculator, you can’t get that “ahah” you know. [I: <yeah>] And after, after I do a couple of those, then that activity comes directly from here, after I do a couple of those, they start to go “you’re not in a line! You must have got it wrong!” ((both laugh)) You know. Like, they can see it, straight away, even if they’re not very good at Maths.

And it helps with those negative numbers that they can't double, or they double and they get it wrong, and then they go "you're in the wrong place, move down there". Like, I can see them telling each other (2.0) this "you haven't got it right" because their body (1.5), because their body sh- yeah, where they are standing shows that. So sometimes we use a rope, sometimes we just stand, umm stand and they can tell. So that's one of my favourites, (1.5) but it's (0.5) directed by me, it's not so open ended. I could probably even make it more explorationary, if you get what I'm saying. Umm. Another one is (4.5) umm, when they're first learning negative numbers. Again, from this resource there's a "walk the plank" activity, where you have a boat and a shark, (0.8) and you have dice that tell them to go towards the boat, back two steps, or face the shark, walk forward one, and they're trying not to get eaten by the shark, and they're trying to get safety in the boat. And then <we change (0.7) those (1.4) ideas> of the boat and the shark to the positive and negative [I: yeah] directions of the number line. And, of course, making it safely to the boat is positive and getting eaten by a shark would be quite negative, even though those terms are really, you know, they don't have that meaning in maths, but, umm. (2.0) And that helps them forever with adding and subtracting positive and negative numbers. I have, (1.5) this year I asked some of my Year 9 advanced students to come and help with this activity with Year 7. And I heard one of them say to the Year 7s "I still use this all the time in maths." [I: aah] like. So they were quite excited to come and [1.2] run the little groups, playing this game, because they remembered doing it with me in Year 7. You know?

I: It's [K: so I…] memorable for them.

K: Yes, yes! They get that continuity and, um, (2.2) yeah. So, there's a couple of examples, is that … ?

I: (2.8) Yeah, yeah, yeah, of course. You have a long experience, I ((laugh)) I notice ((laugh)). Great. So, mmm, about the mmm (1.4), the.. (2.1) the role of this activity in particular. Do you think - why do you think that carrying out activities involving students' body and movement and movement is important for learning mathematics? You, you have a, you have umm just said [K: yeah] that it's important for learning in general. But why, in particular [K: yeah] for mathematics?

K: OK. Well (1.3), a couple of my reasons are, of course, that I think that <moving from concrete to abstract thinking can be quite variable> at different ages. So I feel like, if we're going to do something with a pen and paper it makes so much more sense if they've already walked it and seen it, like the number line, the number plane. Then, they like playing a small game version of it, of the real life thing. Like having a plan of a house when you've been in the house. Or having, you know, a map, when you've walked around the town. Like, it's like we're (1.2), I'm trying to make meaning that's connected to their experience on the page. So rather than just start with the page and this is a number plane and we, yeah, we we start walking around on it, on the ground first. Umm. So I think it helps them with their abstract, you know, and the <small>, you know, it's quite small for some of them to, umm (.8) - It also, it also helps them see that Maths is connected to life, to the world. Like, (0.9) if you imagine (0.5) a grid on our town, you know, we start with grid positions and maps, and then the xy number plane is an axis, which, of course, we don't draw that axis, but if we did draw it here, this would be this position. It helps you (unclear *14:28*), you know, I guess [I: yes] it's euclidean geometry in a real life setting. You're seeing that a point is a place, a real place. Even though we often talk so abstractly about these things. I'm trying to connect, (1.5) because I think our curriculum is quite abstract, quite early (2.1) and so I'm trying to connect for those learners that are still very concrete. And so touching, doing, you know. Umm. So I think it's very important for that. I also just think (1.3) that the more senses that are involved in your learning, umm, which, you know, <moving is as, you know, involves your feelings> and umm (1.2) stepping out something. I just think you are involving more of your brain, more, it's more memorable that we talked about. The kids that did that activity two years later - clearly remembered learning this activity two years before. And I've even had private students that I've, you know, helped out, say to me years later "this is still how I add and subtract negative numbers. I remember the shark and the boat." You know, they remember it fifteen years later. So it's more memorable, you know, it stays (1.5) deeper in their consciousness I think. Umm (2.0), <and>, I just think those kinaesthenic learners that (2.0), you know, maybe it's more children, because children are more sedentary these days, sometimes? Umm, just that more of a <need> to be moving (0.3) and not, (1.5) kind of shut down, switched off. I don't know …

I: Be actively involved with the [K: yeah] with the, with their body [both: yes] (both: laugh)

K: And I, and I think it's more probably research that I don't know, but (1.6) instinctively this makes sense to me every time I've seen it come from this angle or this angle and my own experience of teaching (1.2), is that these activities are stronger. I'll tell you about one more. Umm, there's a <game> (0.6) it um, it must be a kind of a copy of an actual game where (0.9) kids have to dance to different moves, they get told moves. And this is a game we play with, umm the angles that go with parallel lines. It's called "dance, dance, transversal." I don't know if you've heard of it. [I: No] Umm. But these songs (0.8) start playing, so there's music and there's moving - and they really like that. And then, on the <screen> (1.4), is (1.5), umm. Can I share my screen with you? Would you.. [I: Yeah, of course]. So I'll see if I can - first of all I'll just (1:8) get that up (1.4), umm, ((click on the computer) if you'll give me a second (3.2) [I: Of course, thank you]. Umm, because I've only just done this recently with my (1.2) ((digit somethings)) umm (8:4) aah, where is it? (11.3) - sorry, I should have been more prepared. But this is one of them. (4.3) Umm. (2.4) <Now, how do I make sure I'm sharing that?>

I: OK, I, I - [music starts]

K: Can you see it?

I: No. (7.0) No, I can't see it. OK now yes, I see.

K: And their feet have to go with the … [music now with lyrics/instructions]

I: <Okay> [music] (approx. 10:0)

K: [music stopped] So they (0.5). I'll, I'll try and show you a [0.2], I think I've got a photo of them doing it (0.3). And they all, after a while they're all in time, going, you know <corresponding angle, co interior>. Like they're (0.2), and they actually, yeah …

I: They are divide - Are they divided in (0.5) groups, for instance?

K: Umm, so I put, I used masking tape and made the parallel lines on the floor. [I: yeah] And used the carpet lines, and they (0.5) stand on one of those. So I'll try and show you a <photo of it. (0.6) Aah. Have I got a photo of it. If you give me a second (0.7).> ((click on the computer))

I: Yeah, yeah, yeah, of course.

K: Umm. (15:3]. <umm>, sorry I should have been more prepared for this, too. (3.0) Aah. [I: no problem] Hmm. (6.0) Because I'm at home, I'm not connected to the school drive, so, umm, (2.3). I might be able to (1.6), sorry, I'll go back to (5.2), I'll go back to you. I'll see if I've got something on my phone here. ((search in the smartphone)) Because they did take (2.2) yeah, we do have to be so careful. We're not supposed to take photos of children blah, blah, blah. (1.2) But umm

I: [both talking, indistinct *19:57.5 - 20:01.5*] If you want you can send me after by mail.

K: <Yeah> maybe I could do that, umm, because they're, umm, we have a newsletter, you know, and we put umm, (3.3) we put some (1.2) umm some shots of the children doing - see!, no, I do have some! So I'll try and show you <that> (2.5).

I: <AAH, Okay! fantastic!> So. Every students have the parallel line [K: yes] and have to move on it? OK. fant-, that's fantasic [K: yeah] I understand now. [K: it's difficult to explain that] Yeah, yeah, yeah, yeah, yeah.

K: <So we have this projecting and they're watching the next one come up and they have to jump to that spot>. And I'm trying reinforce, I guess, the words and the making again, it's, to me it comes down to "can you make this big? Can you make it big enough to walk on, stand on, jump around on?" Like, like I just, yeah, so. So when I do area, umm, I had a Year 6 class a couple of years ago. We made a big newspaper square meter and we took it outside and we tried it out. How many of these connected on the ping pong table, or how many? So that's a simple thing, but, again (3.2), you've got to pick it up. You feel how big it is, you feel how wide it is, and long it is, and then you've got to try it out on the shape you're measuring and see, and I got them to estimate this, of course, and then. But, umm, a lot of this is very targeted, very directed, and it's not as open ended as I would <like>. It's usually about a specific curriculum. But my first thought is: can I make it big, can I make it outside, can we get out of the classroom, or at the very least, can we be standing up, moving? Yeah.

I: Of course, and, and what, what, do, do you believe that you could reach some formative outcomes with those activities?

K: Umm.

I: Do you notice err, some …

K: Yeah, I haven't, I haven't done it that way. It's more about the, the learning along the way. Umm, yeah, I would have to give that some thought, because we, we seem to be very locked in to pen and paper formative testing. Umm, and of course, that always disadvantages some students, yes. Umm, yeah, I could think about that a bit more, yeah. Yeah.

I: And, and do you believe that - what are the, the, the main difficulties that you experience during these activities?

J: <So> (5.2), one of them is just <running them>, getting, getting the kids to listen enough to know the instructions and do it. Umm that's why I borrowed Year 9 to help with Year 7. So they could just keep explaining, (1.4) so I … that was really helpful but I can't do that all the time, because they have their own lessons to go to. Umm. So just having enough adult, or or direct (0.9) like, you know - just running it so there's not kids just going off because we're outside. Umm. But obviously, the more you do it, the more they're used to this is what is expected. Umm (4.2). I think, like everything, so, for this and for other - like I'd like to do more open ended questioning and I'd like to do more problem solving, I would like to do more exactly what we're talking about. I'm always under time pressure <to get through the content>. It's, it's really hard <to cover the content and not rush kids on when they're just getting learning and exploring>, yeah.

I: And do you implement some strategies to overcome these difficulties? And to include these activities?

J: Well, I obviously do include them, because I think they are important. So I, I make time where I've seen that they add value to their learning, and create interest and excitement around something new. Umm. They're often, they're often either <introducing an idea or topic or consolidating it>. Umm (3.1). I, I would like there to be more exploration and like we talked about, more open endedness, but I haven't managed to fit that in. I'd, I'd love to collaborate with more teachers about what they're doing. Umm, I'm the only - mainly for the last year's been the only Maths teacher, our school's quite small. Umm, we've just got another person this year, and so, but again, there doesn't seem time to collaborate enough, yeah.

I: Of course. [J: yeah] And about, (2.5) the, the, the, your teaching strategies, what, what do you think it's the kind of instructional guidance that ensure the effectiveness of these activities? There are some strategies in particularly that are important to ensure the effectiveness of this implementation in your experience?

K: I guess, yes. I guess, umm each time I run an activity I learn from it. Like, I did a circumference activity that I thought they would really like, and it really didn't work well. But every time I do that I have to think "well, why didn't it? And would I use that again, or is there something better?". So, again, it was out of MCTP. It was one where they paced out the radius, then on a, holding on to a rope with someone at the middle. Then paced the (2.2) circumference, and then compared them. But I found that they weren't very good at pacing. Like, they made different sized steps, they didn't hold the rope taut. There was so much about just, ma- like, just like, we were like a big compass, right? [I: yes] And there was so much about that that they didn't get that I thought "I actually have to set up, I have to scaffold before this activity better" for it to work. So, umm, and the more I get to do something, the better I get at running it smoothly and explaining in - not too much explaining, but enough so it works out. But also letting them, (0.5) like that discovery where I say "we're going to go out and stand on the xy number plane, and I don't tell them that we're studying straight lines." I let them find out all these rules make straight lines. That's lovely, when they can discover something for themselves. I know that that's what they're going to notice, one of the things they're going to notice, but I don't say that. Whereas probably before I'd say, before when I first started using: we're doing this activity, this is what they look like, and then we're going … . Now I just try and (0.6) and the same with the parabola. Like "here's a post, here's a fence, everyone go to somewhere where you're half way between the post and the fence. It will be the same distance from the post to the fence." And they think about that for a while, and then they - this is Year 11 and 12 with the directrix and the focus, you know, of the parabola. And they think about it, and someone goes and >stands exactly between the post and the fence<. But then the others have nowhere else to stand. So, then they think, "I'm going where, where else would you be the same distance? Am I the same distance? I'm closer to the post. Where could I stand where I'd be the same distance?" And after a while they form a parabola and then they go "aha" again. Like, you know, that's the introduction to, you know focus and directrix of the parabola like …

I: Yeah, yeah, yeah

K: Yeah.

I: That's great. [K: yeah] Great. And, ah, what convinced you to propose these activity in the classroom? You, have ever proposed it, or, or, or there is something that convince you that is a good …

K: Usually, it's umm, usually it's umm talking with other teachers and being exposed to professional development that, that gives me <ideas and inspiration> and then tr-going away and >trying it out myself and going "wow that worked" or that didn't work. How could I do that again? How could we do that better?< So usually it umm it comes off the back of something I've encountered from, (1.2) you know, <just my own, umm reading or um, looking or go-, attending somewhere, yeah.>

I: And your school supports you in this umm …?

K: Umm, over the years yes. Not so much when I was a casual teacher, like you miss out on a lot of professional development. I had to find it for myself then, umm, but at various times, like when I first started teaching I was in a government system and I was at a Sydney school, and there was lots of access to professional development and I took a lot of opportunities to attend and I really valued that. Because that was my formative teaching years and I, I had a very encouraging head teacher, umm, we collaborated well as a staff, and, yeah. And this really (2.2), I guess maybe not everyone took to it like I did, some of these things. But I just loved it. Because I could, I guess I could see straight away it would have value, even if it wasn't everyone's favourite. I could see it had value, (2.3) like, straight away. Yeah.

I: Of course. So, I asked you all I want to ask you, and so [K: okay] And so I want to really thank you for, for your time and precious insights. I will contact you with the report of the result of the research if you are interested in. I have the email, so I

K: I would, I would like to see it, yes! It's, because I'm sort of curious how many teachers - I think, I think that a lot of the Math teachers I've meet are quite keen for the subject to be more accessible. We have quite a (4.2) high level of curriculum and, and, sometimes it's not everyone's favourite subject. So I think, especially, like since I've been teaching, umm making it understandable, making it accessible, most, (2.3) most teachers are quite keen to give something a go. I think if you have a bad experience, though, it puts you off, like if the class goes silly and crazy and you feel like - well, we just wasted a lesson and no-one learned anything, it would put you off. Umm. I've probably tend to think "well how could I have run that better" or I probably believed in it enough to persevere till I can make it work, yeah.

[…]

Insegnante O

31/05/2022

O: OK. (pause) All right, umm, so I work in Melbourne, at a Catholic school (4.0) umm, sorry, I'm just going to move the heaters, it's very cold here.

I: ((laugh))

O: Umm, and the heater's too loud. So, yeah, I work in a Catholic school. And, umm, (2.3) and I've been teaching for maybe <20 ff- 5> years? I think. Umm, and I teach just mathematics, so from Year 7 to Year 12. But this year I'm just teaching the VCE Year 11 and 12.

I: OK. [O: yeah, yeah]. Thank you. <And>, a first question to break the ice ((laugh)). Can you define what is mathematics for you, in a single word or in a sentence? ((laugh))

O: Oh! (1.2) Umm, (4.2) mathematics for <me> is a, (2.2) a language and a way of thinking. That's for me, but I don't think that's what my students think mathematics is ((I: laugh)). Yeah. So, to me I see a lot of beauty in mathematics, but, umm, (2.3) yeah. ((O: laugh))

I: It could be, it could be... ((laughing))

O: So, for me, it's a language that we can all speak, and it's a way of thinking about things … [I: Yes] ((4.2) and finding patterns and things like that.

I: Thank you. So, (3.0) ummm, mm, if you, if you, can remember the completion of the questionnaire, <and>.. It's about, mmm, active bodily experience activities. (O: mhmm) And, err, I, in particular I want to know – what do you think about this topic of the questionnaire? Did it seem familiar, or something that you, that is far removed from your school cont- reality as to school experience?

O: Umm. (2.2) Look, I've also taught in younger year levels, and in younger year levels you can do more, aah, physical things with students. Umm, (2.2), I have done ...(1.2) When I can, I always try and do physical things with the students, but I'm limited in the school that I work at, because we, umm, (1.0) I only see my students 3 times a week. So, (1.3), umm, (1.0) it, the time is limited that I see them, and I do find physic-, when I try to involve their bodies it does take <longer> (2.2). <Longer to set up, longer to, umm, (5.1) ohh, longer to c- longer to conduct the ex-, like an experiment>, umm, and it does rely on, aah, you need good behaviour from the students. (1.2) So, I'm limited by those things.

I: Of course. (O: mm) And, eh, about, <emm>, any observation, aah, about the topic covered in the questionnaire, did you find- if you can remember, did you find the questionnaire relevant, you notice something that is inconsistent, or something that you not expect to find in this questionnaire? Or some important aspects, for example, that you feel are not taken into consideration in the questionnaire?

O: (4.2) Is, is this in the survey, that …?

I: Yeah

O: ..the quest- Umm. (1.2) <No>, my, hmm, (3.0), umm, (1.2) no I, I suspect that if kids, students, are using their <body>, when we are learning about maths, that they will understand it more? So to me that's not surprising. But, umm, I don't think we do enough, we do much … err, many teachers, umm, do that, so …

I: Yeah.

O: Yeah. [I:And..] And I, I think … Wouldn't it be, umm, (3.0) that if you're using your body as well as your mind, that sort of reinforces again what you're trying to learn? Especially with some topics, like, umm, geometry, where students don't really understand angles very well. So if you, you try and (1.2) they think like (1.2) if the lines are really big, then the angles are bigger in between – but they don't understand the angle, the <term>. Umm, when you're learning trigonometry, sine, cos, tan – all those ideas – if you use, if you do a physical activity with them they'll be (1.5) much more- they'll understand it more better. Umm, what else? With, ahh, when we're learning about the earth, and <latitude, longitude> (1.1). Umm, usually I bring a ball into class, and we draw on the ball, umm. (2.0) Aah, I've brought Play-Doh to, umm. Do you have Play-Doh in Italy? It's like …

I: No.

O: Yeah, so, just – so then they can cut it out and see what's inside the earth, and try and look at the angles inside, but, yeah – it's, it's not easy.

I: Looking at 3D angles, in this way?

O: Yes

I: Yeah. Great. [O: mmm]. And (0.5) so, mmm, you have implemented this kind of, umm, activities, in, aah, in your school classroom?

O: I have, yeah.

I: (3.0) Great. And …

O: But, I d-, umm, I no, I (3.2) umm, (6.0) I don't find these, (2.2) umm, manipulatives or things to help me, umm. I find that they are hard to, umm, access. They might be expensive, umm, (0.6) for the school, umm. And sometimes there isn't one. Like I was looking for a, an earth, a globe, where you can cut it out, and look inside the angles. And I couldn't find one. I bought something where you could make the globe, and, ah, and you can cut it but you … It was (0.6), this, I find it, aah, not accessible. The …

I: Yeah, yeah, yeah. [O: yeah]. Affordable and accessible ((laugh)) [O: mhmm] at the same time [yeah]. (1.2) OK. And, and, and have you ever, for example, used technologies <to>, umm, to include some perceptual-motor aspects with the.. [Some..]

O: Yes, I <have>, umm, again, I don't find it very accessible. It would be very, (1.0) it would be lovely if we could have a, umm (5.5) – I'm not sure, like, some kind of (0.5), – you know, they have the concert, they have, umm, the person, the singer's died and they have like an image, (1.5) in, and, and … So I would love to have that, in the classroom. Umm, (2.0). Yeah, so, (0.3) I have access-, accessed technology, but (1.5), umm, it's, you know, it might, might take me one hour to find something good, (0.6) and then I only use it for 5 minute:s. Yeah. Err, and then sometimes, - err, I was using, umm, (1.0) one year, for bearings, umm, (1.5) an aeroplane, the most - and they were working out, umm, if the bearings don't, err, like if the aeroplane's going to crash, together, and it was a really good website but then, and I bookmarked it, but then, um, and, the year later it was gone. (2.0) So, umm, you know, I didn't have access to it (sound of bell ringing). Sorry.

I: No no, no problem.

O: (8.2) Sorry about that.

I: No, no, no, no (laugh). It, it's quite difficult to find some material that you can use, you can, umm, yes, access.

O: Mm. Mhm.

I: Do you think that carrying out the activities involving students' bodies and movement is important for learning mathematics in particular?

O: Yes, definitely …

I: And why?

O: So they get a, they get a sense of, umm, either number, measurement, (2.0) umm, (0.3) what these abstract things are – yes, I do.

I: Of course, thank you. And what kind of outcomes would you expect to obtain from such activities?

O: (3.0) Umm. (7.0) Well, I would hope they would understand the concepts <better>. So, ii- if they, for example, drew an angle and they, they turn, (1.0) you know, and they, they realise that the angle is a turn, it's not a (0.5)- it's the size of the turn, it's not being anything to do with the, huh, [I: yes] the, umm (0.5) the lines. They always think about the lines – as the lines are big and all that. So, I, I, hope that it gives them an understanding of the concept. <Initial (2.0) concept>, yeah.

I: Of course. And do you have some formative outcomes that, ah, umm, come ups when you implement that confirm that?

O: No, look I just get, umm, comments from students like (0.4), "Oh, Miss, I'll always remember that lesson." So, this, I, it's just- umm, what's it called? <Anecdotal comments>, you know. Just "I always remember that lesson, Miss!" Umm, <and> so I get a lot of positive things about that, or I get a lot of "Ohhh, is that what it is?!" You know, and I get "Oh, OK". So I think it's working, but you're right, I haven't (0.2), umm, (0.2) checked like one class, maybe, I do physical movement and another class I don't do it and see if there's any difference. That would be nice if we could do that. (3.5) But (1.0), anyway …

I: Yeah, of course, but you have a feedback in a certain sense, so, it's, it's all, it's OK. ((laugh))

O: Mmhm

I: And about limitation and difficulties, aah, you, you have (1.2) already said, ah, something a bit about this, aah, this downsides. And, ah, what difficulties do you experience when carrying out these activities? Then, (2.5) al-, also the difficulties experienced by students in, (0.5) in the implementation?

O: Umm. (6.0) One, aah, it's beca:use you're- it's not a structured, as structured a lesson as normal. Or it's not a common (2.0) way of learning. Some students get too excited, and, umm, they can misbeh:ave. And, you know, umm, (2.0), they (4.0) … yeah, that can be a problem. Like, at the school I'm at, there's a lot of difficult students, so, ah, their safety's an issue, like if we're outside (0.3) doing something. Umm, for some students, that already understand the concept, it's kind of a bit boring, maybe? [I: mm] if I'm doing this activity, because, you know, "I already know", you know? (0.5) Umm, but, the, the main problem is the access to the, umm, (1.2) I don't know – the limited time to look for the activities, they're not readily (1.0) available. And because Internet keeps changing, and, so maybe something will come and, and I don't know about it. So, that's (0.5) my problem. Ah, and, the cost is a problem, (2.0) yeah.

I: Of course. And that [O: mm]. Umm, what (3.0) are the, the strategies that you, (1.5) did you carry out (1.2) when you, aah, (2.5) want to overcome the difficulties of implementation (5.0)- the problems with implementation in your classroom? [O: mm]. Did, do you find some, some strategy that could help you in, umm (2.0) implementing them?

O: Umm. (16.0) aahh ((laugh))

I: Just think about an experience that you have that demonstrates someone who misbehave or be bored, that you, <you> mmm think about some strategy to overcome this difficulty during the activity.

O: Um, ((laugh)). I (10.0) ohh, I, maybe I do-, I can't, I haven't come … I remember one time we were doing Pythagoras, and I took them outside, and I said "it's easier to walk across, (1.1) diagonally across the oval than around the oval, err, aro:und the (2.5) the rectangle", <and> we did that, and we measured it and everything, and they said "but I already knew that Miss" ((laugh)) and I was just – it's, and they got bored and some ran away, and … But, umm, <I>, I probably only do it for a class that I can, I know will <be> (2.0) aah OK, they will be OK, not too (1.0) bad, yeah.

I: Of course

O: [Anyway] But yeah, I probably haven't got a strategy. Maybe.

I: ((laugh)) yeah, yeah, yeah. And, and about this, what do you think are the limitation of these activities? The downsides of bringing these activities into the school classroom?

O: (3.3) Umm. (3.5) I, I don't think there, there's a downside. (2.0) The, (3.0) maybe the downside is that we waste, (1.5) we wasted a whole lesson to do, umm, you know, maybe even trying to find pi, for example. You know, I've got a very good activity in finding pi, but it takes one whole lesson to do it. Eh, <or> I can just tell the kids "pi, is 3.14159" – and that's one minute! ((laugh)) So, (2.0) umm, that's, that's the problem. Just that it takes time, and we don't have – some schools don't do much maths (1.3). The school I'm at only does 200 minutes of maths per week. It's, and we only see them 3 times in that week. It's just not enough, yeah. Another school I was at we did 200 and (2.0) 70 minutes? Something like that, 250 minutes of maths a week, and I could do more activities in that class. Yep.

I: Of course. And, and, and, (5.0) this, this kind of, aah, school organisation could change from school to school in Australia?

O: Mmm. Yes, yes.

I: OK

O: So the minimum is, I think the Government has a minimum of 200 minutes (2.0) aah, per week, of maths. But some schools do 300, some schools (2.0), yeah, so … It- when you have minimum, minimum times, it's very hard. Yeah.

I: Of course. And, (1.2), what do you think it's important to observe, and to do as a teacher to during these activities?

O: (2.0), umm (5.0). Well, if, if I, umm, can identify a misconception from the start, like I do a pre-test, or something like that, and then I, I think "Oh, this person (3.0), these people don't know what a term is, what the bearings are", I will be watching them and hoping that this will help them. So, umm, (3.2) Sorry, what was the question again!? ((laugh))

I: What do you believe could be important to observe and to do as a teacher during these activities?

O: Well, I ((laugh)) so I (1.3) would be trying to help them ah con- with the concept of what, what it is I'm (1.3) trying to do. So for trigonometry for example, umm, why is sin 30s a half, no matter what, no matter what the lengths, no matter … So, umm, (1.2) I guess I'm (8.5), I would- (2.3) if after that activity maybe doing another test afterwards to see if they still have the same misconception. [I: yeah] or it's changed a little bit.

I: Yeah. And what is your, mmm, instructional guidance during these activities? Do you, umm, (3.0) for instance, aah, (4.0) leave time to explore, or, or <to> you, <you> try to umm (5.0) propose them a problem? Or …

O: Oh, I think it depends on the student. I would like to leave them to explore for themselves, but some students need <more> guidance and <more> (3.5) pushing to try and discover the, the idea. Yes. So, like with that trigonometry question, umm, (3.0), you know, measuring things or going outside and just (4.0), it's it doesn't matter what the lengths are, as long as they're in the same ratio. So what's ratio? So that's, umm, what I would be trying to (4.2) get across. Umm, but some students, it will take a long time, you have to do it again and again. So … (3.5).

I: Yeah, yeah. And, about <some>- your experience in particular. What convinced you to propose this activity in your classroom?

O: What, was, what, …?

I: What convinced you to propose these …

O: Ahm, just (2.5), well, umm, I think I've read some research that it helps ((laugh)). Umm, that's one thing, and number <2>, it's, (0.3) umm, (7.0). Well, just from, from students' comments. That, that, that, "That's really helped," umm, "That wasn't boring," "that's …" So, I've had positive feedback, but also research has said – I've read somewhere that it's, it does help them. (3.5) Yep.

I: Of course. And, and you (1.0) are you, umm, in a certain sense, supported in proposing and implementing these activities (0.4), <or>, umm, what kind of collaboration or support would you need to (1.3) implement more easily?

O: Umm. I definitely su- support more movement in maths classes. What I would need is, umm, (3.2) more time to plan (1.5) the activities, or to <find> the, the things to have access to the materials that I might need. (2.0) Umm. (2.0) So I need more time, (2.0) and (6.0) well, if I had more time or, or … I don't know, they pay for someone to come and show us (3.0), umm, some activities to do. Something. We need help, because, and we need more, aah, more class time. So less, content and more, umm, class time to get, get in deep into the problems. Yeah.

I: And do you have some colleagues, (1.2) aah, umm, (1.0) with which you can share your experience, (1.1) in the school classroom that also made some of these kinds of things?

O: Mm. (2.0) I, ah, I don't, (2.0) ooh, at the school I'm at I don't think we – none of us, I think all of us would like to do some <more>, but none of us, umm, have time, so, (2.0) yeah. I, I think teachers would like to do more, in general. Yes.

I: Yes. Of course. It's great ((laugh)), it's a, a, a direction that, I think could, could be (2.5) a good resource for the students. And, uh, (2.0) umm, sorry, one things about your school context. Eh, is the school in, in the city of Melbourne?

O: Mhmm (sounds like she's clearing her throat)

I: OK. [O: Yes] And, and, do you have, mmm, both boys and girls …

O: Yes, so, girls and boys school, Catholic, umm, <the> (3.0) most students come from non-English speaking backgrounds. <And>, low, umm, (2.0) <socio-economic>, umm, (2.0) yeah. So, not – it's not a, not a rich school. It's (soft laugh) at all. [I: Yes. Of course]

O: A lot of kids struggling, families struggling.

I: Yeah. And, and – (4.0) the very last question. Umm, (3.5) you have already mentioned it a lot, but, (2.0) if you can explicit all the constraints that, uhh, you think could limit you in proposing those activities in school practice, what they are?

O: (3.0) OK, <umm> (7.0). The time [I: yes], aah, (1.2) access, (1.3) umm, (1.3) cost, umm, (3.3) student management, (9.0) and, just even (2.0) knowledge, like some ac-, somethings <I>, even after 20 years I haven't thought of how I can include movement in it. So it's my own knowledge, so my umm, (2.0) aah, (4.0) professional development, I think we need a bit more. Yeah.

I: So, great, I think I, I have …

O: That's a lot! ((laugh))

I: A lot. Yes, but, but, also in Italy ((laugh)) There are quite the same situation! ((laugh)) So, I know, I know well! ((laugh)) (1.3) So, all that, I want to really thank you for your time, and your precious, umm, (2.0) aah, (2.0) glimpse on your experience, and your (2.4) great, aah, great work at school, and aah …

O: I try. (2.5) I try, I'm not sure it's great, but I try! ((I: laugh)) Yeah, so, umm, yeah, it's, it's sad when students don't like maths, but, (2.0) anyway.

I: Of course, we are, we are, we are here for studying this fact in particular, because (2.2) it's, umm, it's sad, it's a really sad for the subject, for maths. ((laugh))

O: So I'm not sure in Italy it's like this but in primary school, they do lots of – I would say they use lots of materials and movement in maths, but then when they get to high <school>, it just (1.3) stops, that's it. And it's just books, <writing, reading> …

I: Also in Italy.

O: Yeah. (4.0) Anyway, (2.0) we do the best we can.

I: Yeah, yeah. ((laugh) So, so, thank you, thank you …

O: But, umm, maybe if your research, umm, shows, the, err, that movement does really help, it's much more, (0.4) it helps understanding a lot, then maybe the principals will start listening and they'll give us some time, and money, and yeah.

I: Of course. I- umm, if you are interested, I, I could give you a report of the research, when I (1.2) have some, results [O: mhmm] <and> I have your email so I can [O: OK]

O: Sure, I'll be interested.

I: Yeah.

O: Thank you.

I: Thank you so much for your time and your precious (3.0) work.

O: Thank you. (3.0) Good luck!

I: Thank you.

O: Bye

I: Bye

End of recording

Insegnante R

22/04/2022

[..]

I: Sure.

R: OK, <so>, I might start at the end, if that's alright? So, I've been teaching <for> aah, approximately 25 years. Umm, in those 25 years I've been a Head of Department or a Head of Curriculum, in mathematics, for, approximately 20 of those years. Umm, currently I'm actually on secondment to the Queensland Curriculum and Assess- Assessment Authority, from my school, umm, so that's for term 1 and term 2. Umm, but, umm, I'm (1.8) full time employed at a school called Moreton Bay College, (1.0) in Brisbane. And that's an all-girls school, from aah, pre-prep right through till Year 12. (5.0)

I: Great

R: And, umm, yeah. So, and in terms of the school itself, umm, it would be considered in terms – if you were considering socio-economic, it would be considered sort of within a (2.3) middle <to umm> (1.5) upper, umm, <class> type school. So. Umm. We are not select entry, so if it's not select entry, it's open entry to students of any ability or any socio-economic background.

I: Thank you. And, to, to, to break the ice with some, more conceptual thing. Umm, I want to ask you if you can summarise in a sentence or in a word – what is mathematics for you?

R: (6.0) Oh, golly! Umm ((both: laugh)) (3.0) Oh, I could spend hours talking about that! Umm, so, for me, mathematics <is> about, umm, it's, it's the <language of science> and so many more disciplines, umm, including music, and, and a lot of the, umm, I don't know, I guess visual arts as well. Umm, so, for me, umm, (3.0) mathematics is the, the fo:undation, the <core> of much of what we understand as knowledge and understanding in the world that we live in.

I: Thank you so much. And, now I want to ask you some feelings about the questionnaire (0.4) you have completed. And, ahh, the first things is about the topic, that is the body, mm mm, the active, bodily experience learning activities in mathematics, and I want to ask you if, did it seem a topic, a topic familiar or something far removed from your school reality?

R: (4.2) I would say that it's quite removed >from my school reality<. Obviously, we do have hands on activities in class where students might use umm, concrete materials, particularly in areas like, ah, measurement. But, no, to be honest, it's it's not something that (0.5), that I would <utili:se> often. No.

I: And, umm, (3.4) talking about some, mm, topics covered in the, in the questionnaire. Did you find, any, mmmm, (2.0) ah, (3.5) question, any item, that you did not expect to <find>, or questions that you, mmm, some important aspects that you feel that are not covered in the questionnaire?

R: (7.2) Um, no I found that the, the – to be honest I, I found the questions quite intriguing. Umm, they sort of challenged my own ideas and beliefs about education and specifically maths education. I think what might have been missed, umm, whether that's from an Australian context, or a context that's more wide spreading, <is> about time, and the curriculum. Umm (3.0). Unfortunately, ah, well – I shouldn't say unfortunately, but … The experience here in Australia is that, in mathematics, certainly, we have a very <crowded curriculum>. It's very content heavy, (2.2) and (1.5) <there> are, in my experience, over the past 25 years, (2.0) there's little opportunity <for>, umm, (2.4) teachers and/or students to, (1.0) umm, have, err, (1.0) experiences, learning experiences, outside of what we might classify as, the, the regular, umm, sort of, err, explicit teaching model.

I: (5.2) Of course, thank you. <And>, umm, about (2.3) an example (2.5) of, err, an active bodily experience that you have implemented or that you have seen [R: uhuh] in, in your context. Could you give <me> some insight about it?

R: (4.0). Yes. Umm, I, I have a – oh, actually my, my school, we, we, (1.5) One of my colleagues, umm, introduced this to me and I, I really love it. Umm, with the work on umm, the cartesian plane and also graphing linear functions? Umm, we actually set up, umm, on one of our larger, umm, playing fields a set of axes. So a, a horizontal or an x axis and a vertical axis. Umm, and we actually, have the groundsmen actually, they, they come out, and they set up a scale along each axis for us as well, using some spray on chalk, and, we have the students then, you know, stand along the umm, (2.0) we have students who are st- standing along the sideline. <And> we get a student to plot a point, the other students, sort of, um, engage with that. And then, from there we move on to graphing a linear function, where each student is assigned an x value – so each student will stand along the horizontal axis, along the x axis, and then we give them a function, and then they have to figure out what their y value is going to be. [I: mm] So whether the move, sort of, in the positive or negative direction. And that, that's a really fun thing. The girls love it ((I: laugh)), they really do! And then, what we <do>, is, we have races. So, we, we, umm, we actually, sort of, have, it … because the girls are quite competitive. So, we'll have like a race to see how quickly they can actually do it. And we have a little competition between each <class>, umm, to see who gets, like a little box of chocolates or something like that. So, there is a little bit of extrinsic motivation, <but>, it works really well, the kids, the girls love it, they really, they do.

I: And it, it, umm …

R: Except (7.4) that I would still be very, very interested at least to promote that type of (1.6) physical learning, yeah, for our girls – most certainly.

I: (4.2) The, the activity you, have, described – are, mmm, (4.7) are conducted outside the classroom?

R: (5.8) Yes. Absolutely yes. We, we take the girls outside onto one of our large ovals, our large playing fields, yes.

I: OK, thank you. And, eh, about <the> hmm, the importance that you have already commented about the, the activities. Aah, why do you believe, could be important to include this kind of activity for learning mathematics?

R: (4.3) Umm ((cough)), because, I, I go back to the idea about, umm, experience, and experiential (1.1) learning. Umm. We, we talk a lot about muscle memory, and I think muscle memory is very important. And having, having students, umm, children actually writing solutions and things like that I think is, is vitally important. And I think that's fundamental to them learning. But I think also the experiential, umm, <aah>, learning experiences that kids have, umm, where it-, it's embedded in their memory, they re- they can recall it, and then the teacher at a later time can also then recall it, and, ((cough)) pardon me, umm, and talk about "well, remember when (2.1) we did this" or "remember when such and such did that" and so on. So, you're drawing on their personal account of their personal experience, and I think that's a very valuable learning experience for the kids.

I: And, and do you believe they have the, ah, formative (2.3) outcomes, in a certain sense? They are memorable, but there are some form- formative outcomes in particular that come from these activity?

R: Oh, certainly! Umm, yep, and particularly in the way that it's structured because … in, in particular when we move on to (2.2) the girls being <on> the playing field and we're plotting a linear function, (2.4) the teacher explicitly turns around to the girls and says <"have a look"> and, and they can see how they've all <lined up> in a straight line. And so then you reinforce that idea of, of they are part of a linear function. So, that, that's, you know a very concrete, and, and personal example of, of how they've been able to, umm, immerse, umm, into what is a linear function?

I: (3.8) Yes. Of course.

R: And that can be extended to, obviously, to when you start to talk about quadratic functions and, you know, other types of functions as well.

I: <And> (1.8) about some limitation or difficulties that you experienced when carry out these activities. What do you believe are the main difficulties experienced (3.9) for you, but also for students, during these activities?

R: (4.7) I think, umm, (2.4) <the> (1.6) I'm very fortunate, the school that I'm at, umm, we don't experience significant (2.7) umm, behavioural issues. Umm, or learning, ah, difficulty issues with students. <So>, our students, are, if you like, and it's not the right term, I agree, but they're very compliant and they will follow teacher instructions. Umm, the challenge that we have experienced with that is, <if> you just go into that activity (2.6), umm, without having set a foundation, umm, some students will struggle, (2.0) and so, prior to that we will, ah, talk about, umm, (1.5) err, substituting an x value into a linear function to get a y value? We also, umm, (3.7) ask the girls, or encourage the girls, that when we go out, even into the playing field, that they bring their calculator with them. So those girls who aren't very good with mental arithmetic can actually work it out on their calculator. And then they can determine, you know, where they go to. Umm. And the other thing that we've found is that, (3.7) when we initially started doing this activity, (2.8), umm, we didn't actually, umm, put a scale on the axes, and we didn't put values on the axes. And that was challenging, so what we did was – we set up, umm, we, we, we created a whole set of <cards>, umm, and we labelled each of those intervals with a numerical value, using one of the cards, so, 1, 2, 3, negative 1, negative 2, negative 3 and similarly on the y axis. And that way, (2.2) students would understand <where they needed to be and where they needed to go>, sort of thing. So, umm, when we first started this activity, it was a little bit clunky, ah, it wasn't perfect, but by putting some little strategies in place we found that it, it really worked quite well.

I: So, there are <some> (2.8) teaching strategies that you carry out to overcome the difficulties you, you encounter. And, <and> (5.8), mm, how is the process, err, that make you able to, umm (3.2), to comes up with this solution, (1.2) when you encounter the difficulties?

R: I would have to ad- … (3.1) Yes, yes. I, I, bet it was, it was very much a trial and error type situation! So, umm, in-, initially when we – because it was a f:antastic idea and we knew it was a f:antastic idea, umm, <but> (3.2), we sort of (1.0) jumped into it, ahh, and we hadn't considered necessarily all of the possible ways that it could go wrong. Umm. (1.4) We learnt very quickly! ((both: laugh)) So, what we then … Oh, I mean, we learnt from our mistakes, to be perfectly blunt. I mean, we, we realised, well, this didn't work because little Julie, she wasn't able to worksheet, you know, a particular girl might have an x value of negative 2, and she's not good with positive and negative numbers and we're expecting her to be able to, you know, to do <calculations in her head> (2.0), umm, involving negative numbers, umm, and so we overcame that by allowing the girls to bring their calculators. Umm, ((cough)) we also, then, umm, talked about the idea of, well, (3.6) they don't know (1.0) <where> the, you know, in terms of the cartesian plane, and where, you know, the negative values are f- for the vertical axis, the negative values are for the horizontal axis. And so we actually created that as an activity. Umm, we, we, we broke it down, and we said "well no, wait a sec, (1.2) before we even start getting the girls to plot points (1.3), umm, using themselves, well, let's actually introduce them to a cartesian plane, aahm, let's talk about preponderance, let's talk about, (1.3) you know, where the x value is negative and the y value is positive and which quadrant is that, and that sort of thing." So, umm, (3.0) you know, we, uh, we really sort of (3.2) brought it back <to> just developing, you know, from the ideas of, you know, um, René Descartes himself. You know, well, (3.8) here's, you know, here's a plane, let's, let's look at what it actually tells us. And what it can tell us. Having said that, umm, you know, with the … that, that does take time. I mean, (1.5) if we're doing that with, say a Year, a Year 7 maths class and then maybe a Year 8 maths class, (2.3) just doing, that (1.2), you know, that could take, you know, probably 3 or <4> weeks, 3 or 4 – umm not weeks, sorry, 3 or 4 lessons [I: lessons] umm, and in (2.0) and that's significant, yes.

I: So …

R: Umm, but we see that as a, as a valuable learning exercise.

I: It, it's great because you, you have (1.6) a failure, an initial failure, in a certain sense, more difficulties in the first time, and you, try to think about, ummm, (4.7) more define the activity, not to reject <the>, the possibility to do. And in, in some, in some case teachers prefer to, umm, reject. They are not, (3.3) aah, totally, umm, (5.6) aahm, agreed with the possibility to, aah, to modify. They, they think that, they don't work- this activity don't work, and it's all … I, I find it so interesting.

R: Yeah. (2.3) In that particular case, for that particular example, I would suggest to you that the vast majority of our teachers loved the idea of the activity. And it was about, "ok, now let's sit down together. How can we improve on this, how can we make this better. What did – when you did this with your class, what did you find, when you did this with your class what did you find? How can we do this better? What, what were the things that were lacking?" So, so (1.7), on the whole, teachers were, were (1.2) very much prepared to get involved with that particular activity. Because, what it was able to do was to, co-, to transfer the abstract, to the concrete, to the graphical, because (1.0) the kids were the point. So, they started with the linear function,(1.3) they became a part of that linear function, in terms of their x value, (1.2) and then they became (1.2) a part of the actual graph itself. And so, for us, that was a very valuable learning experience. The challenge that we had is that we c:an't do those sorts of (1.3) wonderfully rich learning experiences (2.8) in every situation. Because, one, it's not applicable (1.0) necessarily, and two, even if it was applicable there's always a time constraint in terms of being able to cover a very content-heavy curriculum.

I: So, the- the main, umm, limitation of this activity in a certain sense is the- (8.2) ah, they are two. I (1.3) I observe in your, in your, mm, sentence. The first is a time constraint, (3.2) and the second is about, (1.5) also (1.2), mmm, (6.0), the investment of energy of our teacher in a certain sense.

R: Oh. Yes, yes. Yes I would agree with that. Umm. And that's not to take away from the fact that ((cough)) umm, (1.3) the teacher is a great teacher or a very good teacher. It's the fact that, umm, as educators, you know, we, we, we are professionals, and so therefore certain teachers' approaches will be done different to other teachers' approaches, and as professionals you would expect that. And also, even within that particular classroom, <a teacher will be able to gauge>, umm, quite early on in their interactions with their class, whether they're, they are a class that on the whole <responds well to>, umm, (1.4) hands-on activities or whether they are more attuned to just: "Here's the algorithm, here's the technique, and here's how you do it". So, there's, umm, you know, there are a lot of other variables that are taking place, or, a lot of other, ah, things that are taking place, umm, and, and as you and I both know, education is something that happens in real time. Umm, so, a teacher might go through something like linear functions from a very abstract perspective <and> the class will understand it, they will, umm, be able to umm, then move on and, you know, umm, develop upon that. And then in other situations, for other classes, the class might not be able to, err, understand that in an abstract context, and so, therefore that's where an activity such as, you know, the outdoors activity, um, might come into its own. Or it might not.

I: Yeah, yeah, yeah. You are right. And it depends on <many>, many variables. The students are the first variable, in a certain sense, of course. And about (3.2) other (3.2), umm, factors that could, (2.8)

<emm>, (2.0) impact on, umm, on the proposal of these activities, what convinced you to propose this kind of activity, in the classroom?

R: Umm, well, actually, it was – I wouldn't say it was by chance, but it was quite simply that one of <my>... As the Head of Department I obviously, umm, am responsible for a number of teachers. I had a teacher come up to me and say "Hey, look, we'd love for you to come and, aah, visit our classroom, we're going to do this activity today." And I got to the classroom, and then no sooner did it get, did I get to the classroom but we were outside on the playing field, and I was going, okay, this is interesting, and what's going on here, and the teacher had already set up the, umm, the, the, the horizontal and vertical axes. And what they did was, was very interesting, actually. Is, they just got some, umm, measuring tapes, very large measuring tapes, I will say. So, you know, like your measuring tapes that you would use, umm, for throwing events at an athletics carnival. So they basically just stretched those out. Umm, yeah, aah, perpendicularly as possible to each other, and, umm, yeah, went ahead with the activity. And I thought, this is, this is wonderful. And the kids loved it. Aah, the girls just, you know they, they just had so much fun, umm, you know. And, at the end of it, you could see that every single girl had taken something out of it, and it was, and this was actually before the teacher had taught it in class. So, the teacher got the girls to plot the points, then their points, umm, (0.9) out on the oval, or on the, on the playing field, before they'd actually done it on graph paper or what have you in class. And so therefore, it was extremely concrete, and the girls, you know, they had experienced it, it was an experiential, umm, ah, (0.9) concept or experiential thing. And then when they went back to the classroom, umm, (2.0) for the remainder of the lesson, which I, I also, umm, went back to, and the teacher started talking about, you know, coordinates, and graphing things, and all that sort of thing, the girls could just >bang, bang, bang, bang, bang<. It was really wonderful.

I: They are smart, on the, on the, um, the (2.0) relation of the, of word, and (1.2) concrete things that they experience. (3.2). And, err, what …

R: Yes. Absolutely.

I: … what do you believe could support in proposing and implementing this activity? What, what kind of support needs teachers to, to implement this activity?

R: (5.9) Umm (3.4). I think, I think there are a number of issues. I think time is an issue, and we've already touched on that. Umm, but, you know – and, and time is the age old issue. I mean, umm, you know, we, we could spend, you know ((thinking noises!)) hours and hours each time but not necessarily have better outcomes. So, it's also how – so the extra time is great, but it's also how we use that time. (3.2) I think the other thing that, umm, (5.5) that needs to happen is that it needs to come at the policy level. So, (0.6) at the level where curriculum design occurs. (2.5) And that, at that stage, (1.2) their time allowances (1.4) are made <for> umm, you know, the, the, to, to allow for, umm, particular activities, or activities in general. I, I think, unfortunately, umm, you know, and – and the curriculum – >regardless of the country< – the curriculum is always written with the best of intentions, and it's well researched, across, you know, a variety of countries, in a variety of contexts. (2.3) But, it's, umm, we, we, we still operate as Sir Ken Robinson you know, has famously said: "we still operate very much in an industrial model". Umm, and that, it's it's pumping in and pumping out. Umm, (4.2) now, when I first started teaching, I wasn't opposed to that. I, I freely accepted it. But, in my (3.6) more mature years, it doesn't work. Umm. (4.1) It, it works <for> the middle core. It doesn't work for, umm, the students who struggle, and it doesn't work for the students who are gifted. Umm. So, I think it's a structural thing. I think as much as schools would love to be able to in- incorporate more hands-on activities and, umm, and e- experiential, umm, activities, err, in their classrooms, I think the fact of the matter is that, here in Australia, ah, given that we have a very driven con-, or very content driven curriculum, that is <extremely> challenging, and particularly in secondary. And it's almost imposs-, I would go so far as to say that in senior secondary, so in, in our, our Year 11 and our Year 12, umm, here in Queensland, it's virtually impossible to have <hands-on activities>, and, and, and, and sort of, you know, umm, <activity-type situations>. Because it's just, it's s- so heavily content driven.

I: And, about the, the, the inclusion of virtual, ah, or digital technology in this kind of activity. Do you ever <seen> things, aah, that, involve …?

R: Yep. I, I'd, I've, I've, umm, I've experienced some digital type technologies, I've – and used those myself. Things like Geogebra, for example. I've created a lot of apps, using Geogebra to, umm, to demonstrate, umm, geometric principles. You know, so, ah, looking at parallel lines, or angles in a triangle, or the like. Also trigonometry, and those sorts of things. Umm, and then, also, you know, obviously, providing those, ah, Geogebra apps to the students so they can actually play with them for themselves. Um, they love that. That, that's that's really lovely. Umm (1.3), also, things like, umm, where you get them to create – there's an app, and I <can't> think of the name of it, for the moment, but … Basically it's just little blocks and, and basically you, all they do is they just add these little blocks together to come up with a 3 dimensional shape and then they have to, umm, draw the, the front, side and, umm, top views (1.0) of those shapes. So they create a shape. Umm, so there's that, that sense of ownership, umm. And then from that they have to, then, umm, draw, you know, the various perspectives, of that particular 3 dimensional shape. And obviously, you're more cap- (0.6) you, your, your students who are still struggling, they might just keep, you know, the shapes they design >relatively simple<, so, but that's within their, their, their realm. Umm, but your more capable students, they're going to go for all sorts of things. And then you have the, you know, the kids, the, you know, the more capable kids will give it to – you know, they'll design 3D shape, (4.2) and then they'll give it to, you know, the person sitting next to them, you know ((I: laugh)), the capable person sitting next to them. You know, and "here, have a go at this one, see what you can do." So, look, in terms of the digital world, yes there are lots of things out there. Umm, yeah. I, I, I have, have played with some of those digital, umm, you know, those digital apps, like I said. So, Geogebra in particular, but, that, that, err, other one, where you, you build <trigonometrical shapes>. And, I, I've used that, that – the one where you build the 3 dimensional shapes, umm, initially. So, what th- what you do is, you, you put something up for the kids (1.9) on the, on the, aah, the data projector. And, and then, umm, you say, "OK, well, well let's, let's look at this, so this is the front view, this is the side view, this is the top view, the aerial view. And, OK, well, what, what's, what are those things? What are those faces that we're looking at, look like?" And so, you develop that, then you get the kids to play with it and so on. So, there are those sorts of opportunities.

I: I, I asked for, mm, digital technology because I, I know that in Australia there are, umm, a great, umm, focus on the digital, umm, emm, technology, so I, I believe that could be (2.3) ah, a space within the curriculum for developing this kind of activity in the digital <technology> (0.8) environment, in a certain sense.

R: Yeah. The, the, the one, <one> footnote that I would add to that, though, is that when you talk about (2.2) digital technology, like, you've obviously looked at the Australian curriculum and it says, and it will say, umm, ahh, add and subtract fractions with and without digital technology. All that really means is, with or without a calculator. So, it's not <really,> sort of, delving deeply into what y- you're referring to, or what I've just been referring to. It's really just saying, you know "take out your calculator and check your answer" type of thing. But I do agree with what your saying, I think there's wonderful opportunities out there in terms of the digital <world>, the digital <realm>, in terms of what we can be doing, umm, in, in, in, you know, the mathematics classroom. Umm, (2.6) again, it comes back <to> umm, (2.8) it, it, it does come back to time. But it also comes back to, umm, (4.2) educating teachers, umm, teachers want the very best for their kids. Every, every, every teacher worth their salt, wants the very best for their children. The, the challenge that teachers have is that they are time poor, umm, in terms of (2.2), aah, err, lesson preparation, >and being able to go out< and research for resources. Umm, a-, and, quite simply, they don't know what's out there. So it's, it's, ah, it's a bit of a case, in terms of digital technology is that they don't know what they don't know. ((I: laugh)). And I'm guilty of that, so, yeah.

I: Of course, thank you. So, the, the very last question is about, ah, [R: yes] the, the teaching strategies, ah, or, the, the instruction guidance that you believe could (2.7) ensure the effectiveness of these activity? In particular, what are, the, the role of the, of a teacher during the these activities?

R: Yeah, (3.8) umm, I think that would vary. Umm, I think, aah, in the case of (0.5) the (0.5) cartesian plane example that I talked about earlier, umm, you wouldn't just get kids to go out there on their own and, and, (2.9) you know, do their own thing. So there would need to be some teaching guidance. Umm, (3.1) however, you know, <as> umm, (2.4) time goes by you might be able to hand over some of that responsibility. I think in terms of digital technology, umm, and, eh, as I was mentioning before, ah, using Geogebra to investigate a, a, a series of geometric properties, such as, you know, the sum of the angles, the interior angles of a triangle. The sum of the interior angles of a (1.5) quadrilateral – the, the, <ahh> the alternate angles, and so on. ((cough)), I think, umm, you could have a variety of ways you approach that. The teacher could approach it just be simply having that up, on, you know, in Geogebra, having the app up and going through it, showing students, so it's just a demonstration. <Or>, that the teacher could actually umm, say to the students "OK, well, here's an activity. What I want you to do, here's the app, I want you to go in there and I want you to play around with these parallel lines and just move them around a bit, and see what happens, to, you know, to these alternate angles. Umm, so they-, so I, I, think in terms of digital technology you could go back to a, umm, I do, um, we do, and you do type approach. Umm, depending on, I guess the, umm, the teacher and their confidence. <Also> depending on the students that the teacher has in the classroom. Umm, because, umm, sometimes you'll have a mixed ability class, where you've got students who already know this right down to students who, unfortunately, probably never will know this. Umm. Or, you know … So, (1,8) I, I think that's part of the beauty of, part of the beauty of teaching but also part of its (1.7) great challenge <is> that, as a teacher, umm, it's not like being a doctor. When you're a doctor, a medical physician, you're meeting with one patient, they're telling you one set of symptoms, and you're making one diagnosis for those symptoms. When you're an educator, you've got anywhere between 20 and 30 or even more students. They're all trying to tell you their diagnosis, (2.5) or, or their symptoms. You've got to try and diagnose all of those students (2.5) at that time, in real time, and come up with some solution. And, unfortunately, because of (2.8) the way that our education system is, (3.2) <we don't have the same opportunities as the physician>, as the doctor. We have to come up with some sort of middle idea that's going to hit as many targets as we possibly can. So, it, it's like a doctor, or a physician having (1.4) 30 people in a, in a, in a consultation. All of them throwing their symptoms at the doctor, the doctor then making a diagnosis ((I: laugh)) and it's supposed … well, it, that's true, it's ma-, you know, and then trying to make a diagnosis that's going to cater for the vast majority of those people. And some of those people (2.8) are not going to be cured. And that, as a (0.9) teacher, is what we face <every single day>, with our students.

I: (5.4) Yeah, of course. I agree with you it's, it's a great struggle for, for teachers, <and>, and they need supportin it. I also ((sigh)) think about this fact. So (1.4), R., I, I asked you all the questions I have prepared, so, thank you so much for your time and your precious contribution.

[…]

Insegnante St

06/04/2022

[…]

I: Thank you.

St: OK. I'm (3.2) teaching at St Ursula's College Toowoomba, which is a girls school. (1.3) Ah, originally it went from Grade 8 to Grade <10> (0.9), <and> then in 1993 our numbers were going down, so we introduced Senior. So, it went from Year 8 to Year 12, a- and, it is a boarding school. Originally when I started there were (2.9) 250 boarders, and (1.2) 200 day girls. <And>, now there's probably, umm, (1.3) probably only 30 boarders, and (1.3) 400, 450 students. Umm, it's an Ursuline school, so Angela Merici is the patron saint, umm, and they, the school has done tours to Italy to visit, umm, Brescia and Garda and places like that. Uh, I haven't been on a tour, but I'd like to go on one. Umm. (1.0) Oh yeah, the school doesn't pay for it, you have to pay for yourself ((both: laugh)) so, it's a little bit, yeah, a little bit expensive. About $5,000 I think, so … [I: mm] Umm, I've (2.7) mainly been teaching maths, so, I've been there (0.8) 37 years. Mainly teaching maths. <I> (2.2) taught maths and science when I started. I really like science. <And>, I, I like to introduce, umm (1.1), I do astronomy, too, at, at home. [I: Wow] I like to introduce astronomy (0.9) at school and show students, ah, photos, or, or warn them about things that are upcoming, and that sort of thing. Umm, but yeah, I'm just teaching maths at the moment, but I'd like to have some more science, but, (2.0) umm, … Yeah, so at the moment I'm teaching (2.8) <Grade> 7 and 8 maths and then a Year 10, umm, (1.4) Methods Maths it's called. Which is maths for kids that are going to do the harder maths, in Grade 11 and 12, <and> (3.0) in <Grade> 11 and 12 I'm teaching a composite class of specialists. So, there's 2 Year 11s and 3 Year 12s doing the specialist maths – matrices and vectors, complex numbers, that sort of thing, so … Umm, (1.0), yeah. So it has been a composite for a while, that sort of specialist maths, because of the low numbers. So [I: yes] yeah.

I: Thanks, great.

St: And, I do a lot of, I do a lot of <soccer, footsal, football>. So, yeah, I, I (0.7) coach footsal and football. Yeah.

I: Fantastic! And many, many, many experience ((laugh))!

St: Yeah! ((laugh))

I: Thank you. So, mmm (2.4) to break the ice, I, I ask you to, umm, (3.0) to summarise, in a single word or a sentence what is mathematics for you?

St: (2.1) OK. For me, one word, it would all be about, umm, patterns.

I: (4.2) Wow! Thank.

St: That's the most important thing for me.

I: (3.0) Thank you. So, aah, and now I, I ask you some question about the questionnaire. [St: mhmm] <And>, the feeling in particular about, err, the questionnaire. [St: mhmm] And the first thing is, what do you think about the topic of the questionnaire? Did it seem familiar, or something that is far removed from your school reality, (1.5) for instance?

St: (1.3) Umm, yeah, I like the topic, I think I like using, umm, hands-on activities, and (2.0) the, the only problem is with the <time> constraints – getting through the content and all that too. So, it's very hard to (4.2) umm, do that, like, for example, we were doing, umm, (5.2) speed, distance, time the other day and I, I was using one of those (2.2) motion detectors, where [I: mmm] these, the graph was projected on the screen, and the students had to (1.2) either move towards it or back and (1.0) their graph would be projected over top, of the, over the top of the one on the screen. So, umm, they, they eventually get a feel for it, so you give them 3 goes, and see if they can get it. So they have, have like 6 seconds to.. (1.2) umm, the graph has three sections, so it might have a, (1.3) might have a section like that [I: yeah], a section like that [yeah], and a section like that so (0.8) they have to, time it in 3 seconds, so normally they're, they're too quick – so it's 6 seconds, normally they're too quick (1.2) and, umm – yeah, or they go the wrong way. And then you can do it as a velocity graph, too, so I like, like introducing that (0.8) when we're doing, umm, graphs in (2.0) Year 7, so I did that last week, so … And then they get a bit annoyed that they don't all get a turn, so, it's, yeah … So they want to keep doing it until they all have a go, so … (2.0) Yeah, I'll have to do that next term, because we didn't finish it ((laugh))! ((I: laugh)) That was our last, last lesson on, ah, last Thursday. Yep.

I: OK. And, <and>, about some question in the questionnaire. <You> have, (1.0) umm, the, (1.2) the, the impression that there is some, (1.5) mmm, inconsistencies, some aahm, question that <you> did not expect to <find> in, ah, in the questionnaire, or some (0.8) important aspects that are not taken in consideration, for instance?

St: (5.8) I, I think, umm, I thi-, umm – I'm not sure if this is what you mean, but I think (2.8) ah, yeah, the time constraints, and doing these sorts of activities, that's (0.5) that's the problem that puts a lot of teachers off – as they take time. But, I think they're really, umm, meaningful, and students, students get a lot out of it. So, (1.0) like when we're doing (0.8) trigonometry and angles, I like to go out and, (1.0) and get them to measure angles with, with the clinometer, and, and, you know, measure distances (2.0) to the base of a tree, because they're, they're not very good at <estimating distances>, so you ask them how wide's the classroom, and (3.2) you g-, you get some ridiculous answers, so – like 80 (0.8) 80 metres, and you think "what"!? Yeah, I don't know what (indistinct: 6:20) ((laugh)) whether, whether they're being serious, but some kids just, just have no idea on heights and things, and all that. And, when the space station goes over I'll say "that's" (if it's directly overhead) "that's about 400 kms you can see up into the sky", and (0.8) they don't even realise there's people in it, so, (0.7) they (1.2) yeah they …

I: So, so what, what do you believe (1.1) is the, mmm, (1.5) mmm, the importance (3.2) for learning mathematics of this kind of, of activities in particular? The, the, what are the, the main reasons why it's important?

St: (4.5) Well, (3.2), I, I don't think, I don't think it's a lot of, umm, (0.8) a lot of <rules> <and> a lot of right and wrong questions. I know a lot of students (2.4), umm, (0.6) they think mathematics is all just about <rules> and getting something right and wrong. (0.6) So, I, I like using (0.8) a little funny problems, too, where (0.8), umm, (1.0) they have to be within the ball park, but, so there's, there's no right answer, there's some answers are better than others. So, I think students are used to (1.2) loo-looking in the back of a text book and seeing if they've got it right or wrong, and then, (0.8) if they, if they get a lot of wrong answers, then that puts them off. But if you can, if you can get them thinking about (1.5) you know, estimating things, or you know, how many, how many pizzas are sold by, (2.1) aah, Domino's, in Australia. And if, if you could lay out all of those pizzas, what area would it make up. Or if you could stack them at, stack them up high, how big would it be – that sort of thing. So, if you can get them coming up with things like that, they start thinking about … So they're using their <rules> and, but they're applying it to, you know, a situation that's, sort of, umm, silly, ah, like "how high would you stack them", but it becomes a (1.0) a big problem with disposing of waste and garbage and all that sort of thing, so it has (0.5) a real world application, so, that's, that's the sort of thing I like using because, (0.3) umm, yeah, doing real world stuff and all that. Mm.

I: Yes. (0.5) Of course. <And> (0.7) wh-, what, what kind of outcomes, err, would you expect to obtain (1.8) from the implementation of an activity in which, ah, students are engaged with their body?

St: (4.5) Oh, I th-, I think they will, they will learn it a lot better, and (2.2), umm, basically rather than just writing something down, and (0.4) trying to learn it by rote, if they're actually involved in carrying out the activity, that they will actually (2.2) – it will have a lasting (1.0) imprint on their minds and all that makes you remember it a lot (1.3) more clearly. And, yeah, it should be more relevant, too.

I: (2.0) OK. [St: mm] (2.5) So, erm (3.0). Do you believe that are some difficulties, aah, that you (1.9), for instance, experience when carrying out this activity? (5.5) Of, aah, [St: aah]. … difficulties that could be for you, (0.2) ehh, of you, as a teacher, or of students, when, aah, (3.3) acting during this activity?

St: (2.8) Well, they, they can become, I think, some teachers might think, becau- because they're <noisy> that they're not, they're not on task. ((I: laugh)) umm, <So>, (2.5) and, and, and the groupings, too have to be ff- fairly important, too, so if you, if you group students (2.1) [I: hmm] they need to interact with each other. So, (2.0) I do have some girls that don't like, well, they like working alone, so they find that a bit difficult, umm, a bit hard to get them to (0.5) <interact with other students>, so (2.5), but very important, umm, for social skills too, if they're doing all >that sort of thing<, and (1.3), basically, (2.0), I think if they (2.5) if you allocate the groups correctly – like someone's a time keeper and someone's the chair person, >that sort of thing<. And they can hear what other people are coming up with, too, then, umm, (2.0) then they work better. So, (1.0) we, (0.8) we do have this in the <senior> school, in the modelling and problem solving tasks – they do an assessment task. And, (1.3), they can, they can work in groups, and, (1.6) <umm>, bounce ideas off each other – as long as they, (0.3) the assignment has to be their own work. So, (2.0) they, they, can't just copy the other person's and all that. So, you can, yeah, you have to check that they haven't ((small laugh)) done that, but it helps, it's quite helpful for them to work in groups, and, yeah.

I: Yeah

St So, that's, that's part of the (0.5) the Senior syllabus in Queensland, which is good. (1.5) Yeah.

I: (6.2) And <you>, think there are, mmm, (1.5) any limitation of this activity? Some (2.7) downsides of bringing this activity into the classroom?

St: (5.8) Umm, (3.9), I guess, umm, sometimes you think "<how could I> do that (2.1) activity differently?," Umm, (3.0) <like> for, for example, in, in our school there's a lot of (0.5) cancellations, and (2.0) umm, yeah, meaningless (1.3) ((laugh)) cancellations of a lot of things they don't, they don't really need in the senior school, but in the, in the junior school there's all these cancellations, index laws and everything like that. Umm, (1.7) so, that, that (1.5) becomes, (2.5) umm, well kids become <a bit>, umm, (2.8) <bored> with it, I guess, so [I: mmm] if you could turn it into some sort of <challenge>, umm, and, and use technology to (2.8) to look for a pattern. So, if you can do things like that with (1.8), umm, (08), yeah, making them into a problem solving-type activity. But, rather than just, yeah, cancelling things out all the time and the kids get (0.4) a bit bored with that, and it's very hard to turn that into a physical activity!

I: Yes. (2.2) Of course. <And> about <some> teaching strategies, ah, <or> eh, kind of (0.4) instruction or guidance, that, uh, you implement to ensure the effectiveness of this activity, there are.. (0.4) The grouping is, is one, one of, of them. But do you have any other strategies that, aah, implement to, err, to be effective with this kind of, ah, act- implementation?

St: (5.2) <Umm>, (2.0) I think, (3.6) <mainly> (2.0) to, to see if it's, it's effective, so (1.0), aah, for example, we were doing one on (3.2), you know, the catenary with the chain hanging down, so we had, umm, bits of (2.3), bits of string hanging down, the students had to measure that. <And>, they were working in, in groups of (0.3) <3>, collecting all the data. And then they had to use, umm, <Pythagoras>, (0.8) and, (3.2) umm, and that was one of their assignments. So they had to hand in (4.0), umm … their assignment was work on the catenary and, (3.0) umm, and just how well they went in that I thought was (0.5) that was quite effective. That, yeah, the students got into it and (2.0) … Some of, some of their data was wrong, at first. So they were measuring the sag wrong. You know, the sag (2.0) from the floor to the, to the string rather than from <the> (2.2) err, (0.7) from the top [I: yeah], from the top of the poles to the middle, they were going the other way. And using Pythagoras, but it was all wrong, because the sag wasn't right ((laugh)), so … But then, then they worked it out, so they were getting funny results, and, (1.5) yeah, because the (0.8) yeah, one side was longer than the other side – that quickly showed up and they were, when they were doing Pythagoras but they were (0.9) getting the square root of a negative number ((laugh)) and all that, so …

I: Yeah

St Yeah, so (1.0), so I think it, I think, yeah, doing physical things like that does, does help them. Umm, (2.0). Yeah, collecting, collecting data's very important, because they're not [I: hmm] not very good at it to start with, but they do get quite good.

I: (0.4) Of course. <And> do you think it's imp- (2.0) it's important to.. (1.8) What is important to observe and to do as a teacher during this kind of activity?

St: ((deep breath)) Yeah, it's (0.5) it's very hard, umm, because you want them, you want them to be successful and sometimes you want them to do it, (0.8) <be successful in a lesson>, so it's very hard not to give away, (0.5) [I: mmhmm] umm, give away the answer. So, the teacher [both: ((laugh))] – it's, you have to ask the right questions so you don't, yeah … "what about if you tried this" – that sort of thing, so that. That's very <hard>. And, I know, (2.0) umm, sometimes, sometimes I give too much away, and, yeah. And other times, I'm [I: It's difficult to] [St: give much away at all] [St:And other times..] [I: difficult to shut up ((laugh))]. Yes! (laugh)) Yeah, so it works out well when they're (0.6), when they're all on task, and you can see that they're (0.4) questioning one another and all that, so – yeah, that's good, so. But, yeah, sometimes they're just lost and yeah, you don't' have to help them too much ((laugh)), so, yeah.

I: Of course, a-, and, err, umm, (1.6) what convinced you to propose this activity in your classroom?

St: (5.0) Umm, (3.0) <well> I've, I've <been> a member of (2.0) of a few projects and all that, and I've, (2.0) I've worked in, umm (6.0), well I've <been> a member of the NCT and the National Council of Teachers of Mathematics and I've been following, I follow things on, (2.0) on the web and all that and I, I think it just, yeah – concrete models and all that when I was doing my teacher training. They were always big, and that's always stuck with me. So (4.2) yeah, trying to use real world data, that's really important. And I, I really like, yeah, the mathematical modelling, and I think that's (4.0), that's just amazing, so. (1.3) And trying to get kids into that, it's quite hard, because they're after a right answer all the time, and, (0.5) yeah. So, but I like the modelling tasks that we've got in the senior school now. I think that's (1.3) a big step forward. That's, umm, very helpful, for them. They, they seem to go quite well at their assignments, and, see, in the senior school, in Year 12, they (1.5) have a task worth, modelling task, worth 20 marks. And then they do (2.8) two 15 mark exams at the school. So that's 50% of (0.5) their marks at the <school>. And then outside the school they do the external exam, which is the other 50%. So, the, modelling task, <is> 20% of – well – 20% out of the 50%, ow!, well, 40% of the 50% at the school. So, it's a fairly big task, so (2.2), yeah, so they seem to like it, and it's meant to be timetabled, you're meant to give them 3 lessons, (1.2) in (1.0) the, umm, 3 weeks (0.9) period, so [I: oh] they can work on it with their peers, yeah. (3:4) So, (2.0) hmm.

I: <And>, a- another- Oh yeah, I, I, I think that (5.0) probably you simply tryied to, to propose these things in the <school>. And, umm, do you, encounter any constraints that limited you in the proposal? Or, for instance, you are supported in proposing and implementing these activities?

St: (4.8) Yeah, I think, umm, (0.9), the two – so we're doing, we're doing these sort of hands-on activities in the, in the junior school. <And> the teachers, the teachers are quite happy to, (2.6) aah – for example, the (4.2) the (3.3), originally when I did the catenary I had each group, I gave them a, a piece of string with a known length, and it had what the sag was on it, so they had to set that up. And getting it the distance between, you know, the 2 stands to get that sag. Umm, so, that did take them a while to do that. So the teachers, when they did it, did it this year, <they> (0.7) wanted to speed it up a bit, because it took quite a lo-, quite a while to do it last year. So they actually told them (2.5) the distance between the 2 posts and then they just had to measure the sag. So I had it the other way, so the other way took a lot longer, because they had to move the posts until they got the sag right, not the length. So, the teachers wanted to speed that up a bit, because it did take a bit of time, and, (1.2) umm. Yes, so the staff are pretty good, so they're after hands-on activities. I know (3.5), the, the transfer between things they do in maths and science – I always see that as a big problem. Because we're doing equations online, and everything, and they (2.5), they don't see that as, you know, the gradient in, in chemistry when there's a reaction rate, or something like that, they (3.0), they think it's (1.3) completely different, so (3.0) the symbols are different too, so, (1.5) yeah. [I: yeah]. So that's, that's one of my worries ((laugh)): the transfer of knowledge. (4.2) Yeah.

I: But is also the transfer between the knowledge that students have experiences, (3.0) during, during these activities, and, afterward, when they come back to a more formal (2.8) mathematics? (4.0) Is it an issue in <your> teaching, this point? The transfer of knowledge (2.3) between the two different <fields> in a certain sense. The first one, that is an hands-on activities, and the formal one that is, (1.2) traditional method of, of, doing maths. Could you encounter difficulties on this point, this transfer of knowledge in your students?

St: (6.0) Umm, well, yeah, I do, I do see it with (3.1) … So they're doing science, and they're, and they're graphing something with, you know, a spring, and a weight and the, and the force, and they're, they're graphing that. And, because they're using (1.4) ah, force equals (2.2) mass x acceleration or mass x weight, sorry, mass x acceleration mg and, and, we're using y = mx + c. They, they don't see that as, umm, as the same thing. Umm, (2.8) I was, a few years ago, we were teaching (2.8) umm, (2.6) in (1.8) – before it was called Specialist it used to be called Maths C. And there was a lot of, umm, (2.0) vectors in there, and (1.6) the kids were getting confused, because the physics teacher, (2.0) ahh, was using different symbols to me, so I tried to, (2.0) umm, (1.8), yeah, copy the physics teacher's symbols and say, these, these are the same things, we're just using ((both laugh)), they're just using different symbols, fiddle and tiddle instead of the vector and all that. So the kids were getting confused, so, (1.0) so I said they're all the same thing, but they still wanted me to do what the physics teacher was doing. So, (1.8) yeah, they just saw that as an extra thing to learn, so, (2.0) yeah.

I: Of course. And do you have collaboration with your colleague, or some external colleague not in your school, in, ah, doing and in designing those kinds of activities, for example?

St: Yes, so now we've, we do have a, um, (3.3) a lesson, it's called Professional Learning. So, it's with, umm, (2.0) <teachers> that's on a spare, so we get together. The only thing is, so, I'm with a (3.2) umm, another maths teacher, and then a French teacher and another, umm, design and technology teacher, so (1.8) it would be better if I was with (1.2) <more> science people, or things like that. So the way the timetable works, because I'm on spare then, they're obviously not on spares together. So it's <very> hard to (0.8) have the dialogue with, with the right people. So, (1.3) it probably works best when we have a student free day, at the, (1.3) at the start of the term. Umm, and if we're, if there is time, to do it then, >but normally what happens<, the, admin has all other plans – has it all mapped out for what's being done. So there might not be much time to do other things. So – >but it's gradually getting there, now<, so, (1.7) umm, yeah, so we've, we have this professional learning community thing, which is good, so, umm … And I'm on, I'm on another (1.5) committee the QAMT maths teachers association, so that's, umm, (2.6) that's once a month, and we have journals, so we, we send out information in journals and all that sort of thing. And then locally there's the Toowoomba Maths Teachers Association, so we, we have a meeting there once a month, so, yeah. Just helping with, umm, new teachers and other things in the, in the curriculum. Yeah.

I: Great

St We don't get many people to the meetings though, there's only ha-, the last one we had there was only about 8 people ((laugh))! So, Vince and Peter actually came up. Vince Geiger and Peter Galbraith [I: yeah] turned up and did, did the modelling. So, yeah, there was, aah, oh, (3.5) 9 people counting me, yep, so. But they enjoyed it, the people that were there, so that was good. And it was recorded too, so it'll be on the QAMT website, so, yeah.

I: Yes. Than you, you have a bit of support in your, in your work ((laugh)). Someone to dialogue with [St: yeah]. Yes, it's great. So, I, I want <to>, to thank you for your time and, ahh, your (4.5) participation in ahh in this project. I will inform you, ahh, about the, the result, if you are interested, because I have your mail, so I can [St: Yes] send you something!

St: Yeah, very int-, very interested, yep. That would be great.

I: Of course. We conducted this, ahh, this research in Italy and in Australia. [St: yeah] I can't <be> in, in Australia, I couldn't be in, in Australia for the pandemic emergency, so I [St: yep], it's, umm, something that really affect <my> research obviously, but these are, a good way to, to be connected to, to the Australian context, so …

St: Yeah, I think with the pandemic it's made, umm, people use Zoom more, and (1.4) yeah, so, I know, I, (1.2) I do, umm, oh, these talks through – I buy the Sky at Night magazine, and they have all these talks coming out from England and New Scientist has all these talks, too. And, umm, so you can, yeah, just log in to a webinar, I think that costs about um (3.2) £10 or something, but it's better than missing out. [I: yeah] so I think "oh". And, oh, they're recorded too. I can look at them 5 times, and there's handouts that go with them, so – yeah, it's good. I get a lot of knowledge from that. And I, actually, sometimes I think I was actually there! So ((laugh)) because it was early in the morning, normally about, umm, 4 o'clock in the morning, so [both: ((laugh))]. Sometimes I fall asleep, but.. Yes.

[…]

Insegnante Su

08/04/2022

Su: OK. <So>, umm, I have been teaching maths for <40> years [I: woah!]. This is my 40th year, (2.0) so that's exciting for me. <Umm>, and every year I love it more. Umm, I'm currently, ah, <the> Head of Faculty for mathematics at, um, a boys Catholic school. (3.2) So, my school has just over 1000 boys from Year 7 to Year 12. [I: hm]. Mmm. <So>, umm, I, ahh, this is only my second year in the school, (4.0) umm, 2 years before that I taught for 2 years in a girls school. (2.5) <Umm>, prior to that <I> (3.0) worked at, <umm>, a curriculum office for Queensland in Australia writing mathematic syllabus for Queensland. (2.1) <So>, writing a new course, ah, for the Senior students, which was (1.2) interesting. And, yes, I've taught primary and secondary, so I've had quite a range of experience.

I: And where is, your, your school?

Su: (2.0) My school is <in> Queensland, Australia.

I: (3.0) Fantastic! ((laugh)) So, umm, to.. A question to break the, the ice, heh. What, what is your (0.8), in a word, in a sentence, (3.8) mathematics for you, if you can summarise?

Su: (2.0) Mathematics is pattern and beauty. (4.2) <Umm>, (2.1) yeah! I, (1.2), my passion for mathematics, I'm not (1.2) a Ph.D. mathematician, umm, I'm just somebody who's always loved doing maths. I like the fact that there's a right answer, <umm>, when I've had to do English at school I found it a challenge, because you never know (0.7) what the audience is after. <In maths, you do> [I: yes]. Umm, (3.1) <and> I <like>, trying, <to turn students on> to doing mathematics, who are not interested in mathematics. <So>, at the start of the year, I will look at the results that students got the previous year and I do a big speech at the start of the year, (0.8) to all my classes, umm, whenever I have new students. And I always say "I don't care how many times you ask me a question" [I: haha] "I will <always> be patient, I will always answer, you can ask me 26 times the same question". And they say "what happens after 26"? And I say "nobody ever got to 26." [I: laugh] If they don't understand, I say to them, it's my fault and I have to find another way to explain it. I think too many maths teachers only have one way, (1.4) and you need to have a variety of ways. You might use patterns, you might use pictures, you might use blocks. You need to find a way that will suit that student. Umm, (4.2) [I: great] Yeah, and I think the main thing is <that> (0.8) anyone can be good at maths, if they take the time. [I: mm]. <So>, that's what I push with my students – and I like to show them (1.0) the real world implications. How it's going to be useful to them.

I: (4.0) Great! ((laugh)). So, <umm,> some question about the questionnaire. In particular, the first question is about, the, <mmm>, what do you think about the topic? The topic is active bodily experience learning, activities for learning mathematics in particular. [Su: mhm] <And> (2.0), I don't know. Did you, did it seem familiar or far removed from your (2.0) school reality, <or> (0.8), I don't know.

Su: Uhh (1.2), OK. I've only been in my school for one year. (2.1) So it's very <far> from the reality of what is happening in my school? I came into the school, umm, I didn't know when I was employed that I was employed for this reason, but I was employed because I think differently about maths, and I have a different approach, and over half the students were <failing> (1.5) in mathematics <and> when I met my staff I said "you love maths, you're passionate about maths, so why aren't your students? What are you … what can we do to get them to be as passionate as we are?" <And>, I think (0.4) this topic really appealed to me, because having taught primary, where you do a lot more of the physical side, (0.3) umm, in every kind of learning, <and>, I think, sometimes they get to high school and the teachers go "here's the text book. Turn to page 123, do the left hand column." And it's so boring. And so, I'm, I'm looking at exploring different approaches, and so this really appealed to me.

I: Mmm. Fantastic! (2.2) And, some observation about the, err, topics covered into the questionnaire. Did you <find> the question relevant, or did you notice any inconsistencies or something did you not expect to find? (4.3) <Or> there are some important aspects that you, ah, feel that (2.1) were not taken into consideration?

Su: (5.5) So, it was a little while ago, since I've done that [I: yeah] umm, looked at those questions, so I can't remember the exact questions. But I don't remember thinking (2.0) anything was left out, or, or anything was irrelevant. Umm, I just (1.2), I thought the whole (1.1) whole idea was exciting. [I: Oh! Fantastic!]. I'd like to see the, the, finished, umm, (2.3) ah, report.

I: Yes! Of course.

Su: Do I get a copy?

I: Yeah, yeah, yeah. I will send you.

Su: Fantastic.

I: Of course. <And> so, about <umm> this kind of activity. Can you give me examples in reference to active bodily experience mathematics learning activities you have implemented, <or> you have seen?

Su: (3.8) <So>, umm, ((sigh)), because I've taught primary and secondary (2.2), I've <seen> quite a variety of approaches, <and> (1.2), in the primary school, particularly with the younger students, when you're doing things like <counting> I might say "all right – everybody <move> into groups, and let's make 3", or "let's make 5, or let's make groups greater than 4". Or "let's make groups that are in even numbers", so all the maths concepts are very easy to do in a physical sense. When I'm teaching <secondary> (1.5) people generally don't do things like that. Umm, but I've taught maths and science and used a more physical approach. Umm, not <all> the time, but at times. Like, umm, particularly when I'm taking, umm, classes for the <lower> ability learners. Umm, (1.2) so one of the classes I taught for 2 years was a Year 12 class that were, (0.5) in (0.4) Queensland we have <4> levels, and this class was the bottom level. Now, usually the Head of Department doesn't take these classes. They like to take the higher ones. I like to take the low ones and make them excited about maths. So, we did things like, when we learnt ratio. <So>, like 5 as to 2. Umm, we would get blocks and make (2.8) umm, representations of <that> using maybe 5 red and 2 white. And then, I said "what happens if the ratio is not 5:2, but it's 2:5?" So, the other way round. <So>, this was in a girls school and, (1.3) all the girls started pulling blocks off, and putting other colours on this, and, and, one girl, who's the bottom in the class, just turned it over. (1.4) And everyone went "can she do that?" and I said "you tell me, can she do that?" And they all got very argumentative, which is fantastic! Because they're all arguing and trying to prove why they're right or why they're wrong. And, in the end, it was so good for her confidence too, because she was the only one who came up with the most obvious response. Then when we were doing different shapes. (2.0) Umm, I would get, umm, boxes. Like we have a chocolate box, I don't know if you – do you know Toblerone?

I: No.

Su: Have you heard of Tobler- [I: no] oh OK, so it's a chocolate, and it's in <a>, a box (0.6), [I: yes] the end is a triangle [I: OK] (0.7) yeah, and it's <long>. So I said "let's pull it <err, umm>, let's (2.0) <draw> around each side, (0.5) put it on a sheet of paper (0.5) and then do a cylinder and a square, a cube, and all the different shapes." Put all those pictures up on the, the <board> and then they had to try and match them up. So they were getting out of their seat and, (1.3) and (2.1) arguing again, matching, but those discuss-, (0.8) I say "argue" but really it's discussion about (0.8) why they are right, or why they are wrong (1.5). And it was good. And then even just looking at the, (1.2) the different shapes, and saying

(1.2) “let’s make that shape” so, in groups, “let’s make a triangle, let’s make a square. (1.8) Does the triangle – do all the sides have to be the same length, or can we do it a different way?” So, it w- they, they got very excited [I: yeah] about it. [both speaking: and..]. <endless> number of ways that you can involve physical, whether it’s small or your whole body.

I: Of course. And also, do you include sometimes, some activities with <technology> that involve the body?

Su: (4.7) Technology with the body.. (8.2) I can’t think of anything! (3.3) If you can suggest something I might, it might (4.5) give me more idea of what you mean?

I: <Umm>. For instance, ah, if <you> use some iPads with some <softer>, (1.4) like, err, <umm>, (4.2) <some> (5.0) games, say, which you, umm, (2.0) use your, umm, (4.2) the shape on the screen <to> [Su: oh, yeah, yes] compose something …

Su: So, I do actually use a l- (1.2) we don’t have iPads in my school, we have, aah, laptops. But, umm, I use a number of different websites with my students to play games to <really> cement their understanding of different concepts – measurement, or, umm, length, or whatever it is that we’re doing. Umm, yeah, so quite regularly I do that sort of thing. Yes. [I: So. Thank you] Also things like using, umm, (2.8), aah, like a, a <l:aser> [I: <aah>] like a surveyor would use, to measure distance (1.2) you know, how long [I: great] is the room. Those sort of things, so. The boys in particular really enjoy it. [I: Yeah, of course] And then I explain to them, (0.8) this equipment is the same thing that a surveyor will use to (1.1) make the road, or, umm, I had a man come to measure my house for carpet, and he used a laser instead of a tape measure to measure the length of my hallway. Yeah. [I: yeah] Then he had to use his tape measure, because the hallway was too long ((both: laugh))!

I: A-, and do you, umm, (3.2) Why do you think it’s important for (1.8) learning mathematics to involve the body movement of your students?

Su: I think the <more> senses and the more parts of your body you use, (0.6) the greater the, the retention of the knowledge, and the skills is going to be. Because, (1.3) even to the point of using <colours> in my classroom, (0.6) for cards or writing on the board if I’m teaching simultaneous equations. I’ll use 2 or 3 colours to show them – this coloured equation is substituted into this part of the other equation. And, I had a teacher who was struggling to teach that to her students. And I said “let me come and help you.” And I, I did this with her class! And the boys were all saying, “<ohhh> now I’ve understood,” you know. So, just using (0.8) as many different approaches as possible is going to help them improve their understanding.

I: Of course. And what kind of outcomes do you expect to obtain from such activity?

Su: Obviously you want them to have greater understanding of the content. And some students are going to really improve a lot, and some not quite as much. But my main focus <is> (1.3) improving their passion for the subject. Because I think if their, their attitude, (2.2) umm, to learning mathematics is more open and they’re more excited, they’re more like to engage in the subject.

I: Of course. Uh.

Su: So at the start of the year I will have (1.8), my Year 10 class, so those boys would be 15, 16 years old. At the start of the year I had quite a few who failed last year, with different teachers. And, for whatever reasons. I think teenage boys often are disengaged in learning (1.5) totally. Umm. And so, I said “all right, (2.0) we’re not boys any more, we’re men, and we’re going <to> learn lots of things. We made posters, we made (2.2) shapes and measured things, and we did a lot of physical things, like that. The more I think about it, the more I realise how much I am actually doing. I had one boy, he said he failed last year. He got 95% on his first test. And another one got 90. So these, these boys who previously were failing and had almost given up – I said “just give me a chance, and I can show you”. Now, the, one of them sent me an email in my holiday, because we're on Easter break now. He sent me an email, he said "thank you for making me love your subject." He said, "when I see it on my timetable for the day, I'm excited to come to school." And, (0.4) it's just those <small> things that you do that can make a big impact.

I: Of course. It's [Su: Yeah] I agree with you. So, a- and, do you, what difficulties did you experience when carry out these activities?

Su: (3.5) OK. The biggest difficulty I would <say> is that the lady who was in charge of maths before me, (3.2) and is actually younger than me – she's probably 8 to 10 years younger than me but very conservative approach to mathematics. Ahh. She was (4.2), how can I say (1.3) not – she didn't <say> anything, but she can see, with all my new approaches, her face was (6.2), like she didn't approve. [I: mm] <And> all the staff in my department (4.5) umm, were <trying> out these new things. Especially the second half of last year. And you can see her face like (1.2) and she would say things like "<why> are we doing this? Why, why are you changing everything?" (3.4) And, (1.3) but my staff, (1.3) the rest of them were excited, and they love her. So it wasn't that they were going against her, but – they could see that trying new things, and trying to make it more interesting for the students (1.2) was really making the students more engaged in the subject. So, yeah, the biggest difficulty was changing the attitude of (3.4) a couple of the older staff members. But my oldest staff member – he's 65 [I: oh!] <he's> so happy! He said "this is great, the students want to learn" and he takes a lot of the lower classes. And he said "ohh, it's so refreshing to come into class and …". Like, I bought a lot of equipment, umm, (2.8) even from primary <school> websites, <so> (1.8). You know, blocks, and cards and (1.8) dominos – do you know dominos? [I: yes] Yeah, dominos, but with fractions on one side and pictures of fractions. And they have to match it up, and all these different things. So teachers, (0.5) and I have it in a cupboard behind my desk, and the teachers can help themselves. So the teachers will come to me now, especially the ones with the low classes or the younger students. They say "we're doing volume, what have you got in the cupboard?" [I: ((laugh))]. And it's, so they're really getting engaged to them now, so, (1.2) it makes me happy. ((laugh)) [I: Yeah, of course!]

I: And, and …

Su: Yeah. So, you, you get those that get excited from day 1. (2.0) You get those that are negative (3.0) they'll be the last ones to change. And you get those in the middle that go "<I'll> just watch those ones. If it works, then I'll try it." [I: aa ((laugh))]. Now we've got the top ones (0.8) doing it from day 1, we've got the middle group, and now just got to get those <last few> to get excited.

I: Yeah. And, and, what convinced you to propose this kind of activities in schools?

Su: (5.5) I've always done this kind of thing ((laugh)). Umm (1.6), when I was in school I was not a top maths student, which is funny, because now I'm Head of Maths and I wrote a maths curriculum. <So> (3.3) I understand what it's like for students to struggle. A lot of the time the maths teacher is <the> top academic who has always found maths easy and exciting. So, I think it's good to have someone like me in this position, <because> I can change attitudes and I can change (0.5) the way people see maths. And that it's not only for these el- elite 5 or 10%, it's a thing for everybody. If you go to China, (1.2) people will never sit at a dinner party and say "Ohh, I, I can't do maths. I'm not good at maths." But in Australia, (2.3) and I don't know what it's like in Italy [I: yeah, yeah] (unclear: *18.3*) Australia – people say it all the time! "Oh, I'm not good at maths. [I: yeah, yeah] I can't do maths." You'll never say, "Oh, I can't do English,"(1.1) or "I can't do Italian." [I: Yes] No! You would be embarrassed to say that, but (3.8) yeah. [I: It's normal to, to …] and I can't change the whole country, but I can change the part I'm in ((laugh))!

I: Of course. [Su: Yeah] And, and what kind of, ah, (2.1) difficulties (4.2) experienced by students, aah, you observed during, aah, those kind of activities?

Su: (6.0) The <main> difficulty I think is, (0.3) umm, (0.5) their fear. Fearing of failing, because (1.2) some of them have failed for the last 3 or 4 years. (3.0) <So>, I like to find activities where <there> there's an entry point for everybody. (1.5) Every student can have some success at a certain level. And I like to do these activities in groups, of 2 or 3. Usually 3 in a group. I find that's the best group size, and I've done some research into it and, and read, you know, different reports and they say, around 3 is a good number. And if you form the groups appropriately, don't just say you can work with your mates. But, you can, you put the right students together. And then you give them a <task> where (3.5) it's not like "oh, here's the problem, can the group solve it" but it's (2.0) this student has this bit of information, student 2 has different information, student 3 has (2.7) maybe the equipment. Now how are you going to all contribute to come up with a solution? So, every person in the group has a job. And maybe the student that's not so strong at maths, but maybe they're better at English, hmm, they can read and unpack the question [I: yeah] (0.8) and then when the others start to suggest things, then their job can be to say "yeah, I think that'll work" or "no, how about we try something else." So they can be more a, a <critical> person within the, the situation?

I: (3.0) Of course. And, so I, I'm, I found in your, in your, (0.4) in your answer, <some> aspects that (1.2) what kind of, mmm, (0.8) teaching strategies (4.0) other teachers' strategies do you, <umm>, implement to ensure the effectiveness of these activities? What do you believe (0.7) is important to observe, and to do, as a teacher, during this kind of activities?

Su: (6.8) I guess I want to see engagement. (2.6) I want to see that every student is involved in the process, and not sitting back going "it's too hard, I can't do it" [I: mm]. Umm, but I also want to see that they actually understand. (3.0) <So,> (2.2), umm, I did a little project 2 years ago with a Year 7 group at my previous school, where we put in >problem-solving lessons once a, a fortnight<, once every 2 weeks. <And> they worked in <groups> that we formed, and, (2.2) it did, we did <surveys> of the students to see, <be:fore> and after, to see how their attitudes changed. And there was a very big improvement, like about a 15 or 18 per cent improvement in attitude towards coming to class! And towards doing maths. Umm. But I also want to see that their understanding, and their skills are improving. <So,> to do that, you can observe them in the groups, but I think it's still good to do it with pen and paper and problems. Let's have a try: how did they go <before> you brought all of this in, how did they go after? And to see that there is some kind of improvement. So, I like to <do> regular, informal (1.80) quizzes. So the students will come in, at the start of the lesson, and I'll just say, as they're walking in the door – a little piece of paper with 4, 5 questions – "It's quiz day!" And they all just laugh, it's no stress, because they know it doesn't count for the marks. And they do those quizzes, and it's on things that they've learnt, in those problem-solving sessions, as well as everything we've been doing those two weeks. So it's (2.4), you know, umm, revising, (1.2) constantly, what we're learning, so that when they get to their tests at the end of the term, (2.8) then they should have a, a deeper understand, because if they don't understand something I can pick it up early, and, and fix that problem.

I: Of course. And, [Su: mmm] and, <and,> umm, (4.0) what do you believe could be the <support> that a, that a teacher need when implement those kind of activities?

Su: (3.5) I think, it's good for teachers to work collaboratively together. (3.0) It, <ideally>, teachers would have maybe an hour once a week, where they can meet, (2.5) and have some time release so that they can plan these activities in a more structured way. And say: "Alright, now we're moving into Pythagoras and trigonometry, what's a good activity we can do for a lesson this (1.2) for this two weeks? How can we approach this?" And each teacher (2.2) either that or teachers just taking turns. So one fortnight you do it, the next fortnight I do, the next fortnight someone else. So that the work is not all on one person. But ideally, some time (3.2) ah, available to work, as a collaborative group. Because, I like <to> umm, listen to all my staff, and not just say you're the experienced one, I'll listen to you. (1.2) When you've got the loudest angry voice, I'd better listen. But, I like to also make sure that my younger

(0.8) and <more> maybe energetic, excited teachers – they get an equal say. (2.3) And I've done that with (3.9), you know, moderating for marking, and things like that, and some, some degree of planning, but not to this degree that we're looking at, umm, (1.2) more the active learning. (2.0) But I, I have (2.3) made my teachers actually (2.0) put once every two weeks, at least for one activity lesson, (1.1) so they can do things differently.

I: (3.3) Yes. <And> what … [Su: I talk too much, sorry] No, no, no, no, no, it's fantastic! [Su: ohh] <And,> (3.2) I'm, <I'm> interested in what do you believe could be, umm, constraints, for a teacher to implement. What kind of constraints could en- encounter in, in, in this context, or, or some internal factor? [S: I think …]

Su: I, I just think that the biggest constraint <is> older, more experienced teachers, not wanting to change. They'll say "I've done it like this for 30 years or 40 years. It's working, why do I need to change (4.6) And the thing is, (1.2) maybe it's not working. (1.3) But they are just accepting a certain number of students will not pass the subject. (2.0) And to me, (1.6) that means something has to change. If a student is working in class, and trying, they should be able to achieve.

I: Yes. (3.5) Of course. And, ah, [Su: yeah] and what could be a... In, in ah, in some case (2.5) there are teacher that try to implement this kind of activities, and they, and, and in a certain moment they perceive (1.5) a failure (4.2), that (2.7) this these activity <aah> don't, don't give, <<the, mm, the>> don't produce the outcomes they [Su: yes, yes] they expect. And what, what do you believe could be the problem …?

Su: <So,> I think it's important (2.4) <too> not just give up after trying once or twice. But to look at it and go: (3.4) what part worked and where did we think it's failed? And t- (0.8) for <me> particularly with doing group work, what I found when doing this with my Year 7 level experiment was (2.7) if <you> didn't form good groups, (3.5) then you had failure. If you just said, go with your friends, (1.5) it, it often led to problems, because >one group worked, one group didn't<, all the >smart kids were in this group, all the strugglers< were in a different group. So, it just didn't work. So, forming good groups, (1.5) <not having groups that were too big>, <and> (2.1) teachers really having a good <plan> (1.6) of what the structure of the lesson is going to be, and what the outcome is. What is their success criteria so that they know when they've achieved that, their learning goals at the end of the lesson. That they know they've been successful. And I think if <you> (3.5) when you first do this with students it can get noisy, (3.0) it can get, <umm> a bit cha:otic, and it also depends on the class size. Like, I've worked in schools with 33 students in a class. And I've worked in schools, I've had a class of, like, (1.7) probably my smallest class was15 or 16 students. And there's a big difference to the approach, (1.4) depending on the size of your class. So, I think, yeah, sometimes the noise factor, aah, teachers in the classrooms nearby. So how can we approach this, maybe having a classroom (1.2) <designated> for this, where (3.6) you can <have> some time al-, where you're away from the rest of <the> (4.2) the maths classrooms where the noise is not going to be an issue – next to the drama room, or something – dance room or whatever. So it's not a problem! [I: yeah, yeah, yeah] Just, (1.2) I think, there's a way to work these things out, if you really think about it. But, again, that (3.9) having time for the teachers to work together and pl:an can overcome some of those obstacles, because you can share those ideas.

I: Of course. [Su: mm] Be-, because I, I think about fact that, umm, (1.5) could be difficult for a teacher to have the, the knowledge, and the time to, to <plan> [Su: mmm] Mmm, it could be a constraint <to> umm, (4.5) to, (2.8) to decide to propose an acti-, on a, an activity that, could [Su: yeah] give you some that you don't expect, it, it, it's really -.

Su: So, umm, <I'm> bringing in a problem-solving group for my <high> academic students. Because my school has a lot of lower level students, and a lot is done for them. But those top students, there's not much happening for them. So, I want next (1.3) after the holiday, after Easter, I'm going to be bringing in for, for the middle school, Years 7, 8, 9, I'm bringing in a program for the top maybe 8 students from each. And, (1.2) we have to have planning time, but I also have (0.8) I'm not doing it all myself, I want my staff to be skilled, so I'm going to look after one year level and have two other teachers to look after year levels. But I'm, in my holiday break, I'm doing a lot of reading, (2.0) finding problems that are suitable for that age, so that I can give this to my staff so they don't go in (3.2) feeling overwhelmed and they don't know <where to start>. (2.6) And I think as a, as a <leader> I, that's part of my role, to enable my staff, and once they start and they get excited about it and they see the reaction of the students, <then> my theory is then the staff will then start coming with their ideas too. (2.5) But I want to give them something to get started.

I: (2.0) Of course. So [Su: yeah] really, thank you. You give me a lot of insights to [Su: Oh! OK] to, to analyse the, err, the Australian situation. I am, (4.6) I start this research, ah, and, err, after a few months (3.0) start also the pandemic emergency. So, I [Su: I know] so I couldn't be in Australia, and, ah, <I'm,> (2.3) it's something that's really, umm (5.3) make me really sad because I want to, to, to encounter teachers in, in Australia. [Su: yes] I want to see what, what, what could be a school in Australia. (2.2) It is probably (2.0) really different from (1.5) Italy, but.. (2.0) Eh, it's, it's a good way to, to have a glimpse from a teacher, as you give me …

Su: Yeah, well, if you come to Australia come and stay with me. [I: Yes, it is nice] I have a big house. ((both laughing)).

I: Thank you so much. [S: yeah.] So, I will inform you about the results of the research, obviously. [S: OK] And, err, em, (3.6) out of curiosity, simply out of curiosity. When, umm, <I> put the questionnaire in, err, I, err, I submitted the questionnaire in Italy, umm, the circulation is quite good. I, umm, put it in, in the mail address of schools and so on. In Australia, I receive, aah, less answer, really less answer, and I don't know (1.2) if, is <a> problem about the topic, or is aah …

Su: No. I don't think it's the topic. Umm, and I was hesitant to respond myself at first, because there's so <many> fake (3.0) [I: aah, OK] emails and fake, fake things and I was thinking "is this real, or is thing going to be – I'm going to get a lot of, err, spam emails or something?" Because … I wasn't sure, and then I though "no, no, I'm going to do it." And I'm glad I did, because it's been very interesting to talk to <you> and meet you. Umm, yeah, <so> do you need more people in Australia?

I: Yeah. I would like to, to have more people, because, aah, <I'm> (4.2) This is impossible to, to compare the two situations, [Su: of course] of course. But, it's, it's interesting if I can, have, umm, (2.5) quite (1.6) comparable number of, err, responses.

Su: Yeah. So, if you want, you could send me the link for people to complete your survey. Send it to my email, and I can send it to some maths teachers at other schools that I know.

I: Oh!

[…]

insegnante T

04/04/2022

[…]

T: OK – I don't know what the last (1.2) question was but, umm, ((I: laugh)) I'm at Somerville House, it's a independent girls school, it's, aah, umm (2.5) kindergarten through to Year 12, umm, girls school. And I teach, in, Years 11 and 12. Umm. (4.3) Sorry, what was your last question about?

I: The last is: (1.5) <err>, how many years you have been working as a teacher?

T: <Ohh> (3.0) a <long,> long time as a maths teacher ((I: laugh)) a l-, yeah, (1.2) we'll say a long, long time, OK. And I've been at the school for 8 (1.7) this is my 9th year at the school.

I: OK.

T: Mm. I've been a Head of Department for a very, very long time as well.

I: ((laugh)) Err, and, umm, (1.8), the other thing is, what is mathematics for you, in a word, or in a sentence?

T: (5.8) What is mathematics? Umm. (4.0) I guess is to, it's (1.2) umm, I find it enjoyable. I enjoy it, (1.3), umm, (4.5) I don't think my kids necessarily enjoy it, as much as I find ((I: laugh)), but I, I find it (3.2), I think it's, I think it's fun, it's.. (3.3) I like to work things out. I'm, I guess (5.3) there's things, like, you need to know procedures and that sort of stuff so you can apply it. But, it's about, you know, applying the mathematics to (1.7) different situations, interpreting those situations (2.0) using your mathematics. Umm. I like mathematical modelling. Umm, and I like being able to build (1.5) use the maths that I know to >try and build models and try and make some sense of things, maybe, sometimes<. (4.2) I'm not very good at any of it, (2.5) but I like doing it ((I: laugh)).

I: Well, (1.0) thank you. And, er, (3.6) the, err, the second question is about the questionnaire, your feeling about the questionnaire. So, umm, (3.2) if you remember (2.5) something about it. Ummm. (3.0) The, the questionnaire is about active, bodily experience learning activities in mathematics (3.2) in which <body (1.1) and movement> of students are, mmm, involved. So, what do you think, what did you think about the topic of the questionnaire when you complete it? (3.2) Seem, umm, familiar, or far removed of, mm, (2.0) from (1.2) your school reality, for instance?

T: Look, it's (2.3) horses, it's, it's horses for courses. You use activities when it will enhance the, the learning. Like, for instance, sometimes, (2.4) umm, we'll get the kids in, and we'll get them, umm, (3.8) measuring things, and, or drawing things. But, umm, like with technology now, umm, like, (2.4) we had a, an activity where, umm, they had to measure the area of the car park. So rather than, (1.3) like they still did some measuring, but they also <used> Google maps, and they, they got the area of the car park and the perimeter off Google maps. (2,0) Umm, (3.2) like, I know in the questionnaire you, you talked about lots of different things. But I mean, (2.2) the trouble I find with (4.8) activities is (2.2) they take up a lot of time (3.1) and maybe some kids don't get anything out of them, and some kids do get really some things out of it. Like, it's not, (2.4) it's not that everybody gets something out, out of the whole thing, and the amount of time that you spend on it, (3.5) doesn't necessarily equate to the kids actually knowing any more than, than, when they started. (2.6) Umm. (2.6) Sometimes they do, and, and, sometimes they don't. And sometimes it just becomes a nice little, umm, (2.9) interlude, inter-interlude for them to have a bit of a play. But (1.5) in terms of (2.8) outcomes, and (2.7) umm, meaningful outcomes, I don't know that they actually get, get those particular, get, get any out of it, you know? (I: mmm) And as you go through into Grade 11 and 12, (2.8), you get less time to do those sorts of things? Like, if we're talking about graphs and that sort of stuff, then I'll always do graphs on, on, on technology, so the kids can see the graphs, and manipulate the graphs, and, and, and work through those sorts of things. Because they need to have an understanding of that, of that sort of stuff. So, (1.2) 11 and 12 is not really so much measuring things, but actually, (2.0) using the technology, I guess, to develop an understanding of, (1.5) like, functions and relationships and, and that sort of things between variables.

I: Of course. And do you, umm, <observe> the gestures during, err, the activity, for instance?

T: (4.2) The ones who just muck around?

I: Students' gestures like "the graph of the function grow" ((trace in the air, with the right hand, a trajectory of a function that grow)). And, and they, err (4.2) interpret <the> action of growth ((laugh)).

T: Yeah, I mean, (2.5) yeah, they do, they do, sort of (3.0) it's the same sort of deal, like some kids will sort of understand it, and, and, go with it, and, and (2.5) it's, err, it's also a multiple, you know, you revisit those sorts of things, umm. But, (1.7) it's also a time factor in terms of being able to have, allocate the time. And I guess, and I don't know, I guess the same is over in Italy is (1.2) you've only got so much time, and you've got all the, so much content, and you've got to try and del, del- cover all of those sorts of things as well ((I: laugh)) so it becomes, really a balancing act I guess.

I: (4.2) Of course. And, (0.8) al- also in Italy, it's, it's a big matter, ((laugh)) the <time> and the, the, pressure o-, in the school. [T: mm] So, eh, about, mmm, the, the topics covered, eh, did you find <the> the questions (0.8) relevant, or you notice something that is, ah, inconsistent for you? Or, something which not expect to <find> in it? Or some important aspects that are not taken in consideration in the questionnaire?

T: (3.8) As I said to Vince, umm, (3.6) the questionnaire's black and white, like, you know, whereas I find that there's a sort of a grey area in there? Like, (1.6) umm, (2.2) like the questions sort of related to, you know, either you use it or you don't, or you do this or you don't do that. Whereas, in actual fact, (2.0) sometimes you do and sometimes you don't. And sometimes you make a decision to do it. So, (1.3) it's not a case of, umm, (4.4) you always do it or you don't always do it. It's, it's just that you, it is, ah, you know, you've got to decide what's the best way to <go>. And I guess it's that grey area that (1.5), you know, it's hard to do, ah, with a, with a survey because you've got to be specific about the sorts of things you ask. But then, as a consequence of that … (2.0) I mean, there was a couple of questions there was "other" there, and I, I wrote some comments in the "other" because of the fact that, umm, (1.3) what they a:sked, (1.2) umm, what the question asked it didn't seem to fit with where I was, where I was thinking, so, yeah, that's what I did.

I: (4.0) OK. (2.2) <So> yes, it, it's, the, the problem of the questionnaire that could be superficial over things. So, you are right, (0.7) obviously, so the other thing is that, (2.2) yes, you have to decide you do or don't do it in school, and, [T: mm] it's something hard to answer.. you are right.

T: (3.0) And <see>, sometimes, too, you mightn't start off that way, but then in a lesson something will happen. Like, particularly with (2.6) like a graphic calcula-, graphic technology or something like that, you can sort of jump in to it. <So,> you mightn't <plan> it, but it's just the way it <evolves>, that you might decide that that's the best way to go with it, on the spot, and just deal with it (3.2) then.

I: Yeah. So (2.3) mmm, (2.0) <you> (1.2) eh.. (1.0) In your opinion, do you think that carry out (3.2) activ-, the- this kind of activities, like, <to> to (1.0) introduce the graph, or (1.8) something like this, is important for learning mathematics (2.1) and why?

T: (9.6) I think it's yes. It is important the kids unders-, (2.1) umm, (3.8). When they're building their understanding of re-, of graphs and relationships – particularly if you're trying to, umm, (1.7) teach transformations of graphs, (0.9) and have an understanding of, umm, how the transformations behave.

And for the kids to realise that (1.7), umm, it doesn’t matter what function you have, that, you know, you’ve got to, umm, your transformations and.. and based on those transformations it’ll behave in a particular way. And they can then use that to predict what it is. But (2.3) the technology allows the kids to develop those sorts of understandings, umm, as they go along. And, I mean, like you’ve also got your statistical stuff, like, if you’re looking at, umm, regression and (1.3) you’ve got variable, two variables and you want to see if there’s a relationship between those variables, you can use statistical regression and that sort of stuff to be able to do that sort of thing as well. So, umm, (3.5), yeah, I think it, you know, it it, <certainly>, it had its place and it’s an, it’s important. Umm, it’s also, umm, (1.9) important that the kids, umm, are able to do the stuff, umm, (4.0) I don’t mean draw a graph as such, necessarily, although it’s funny, I’ve been doing this for a very, very long time. And when I first started teaching, we used to draw graphs. We used to look at the derivatives, and we used to (2.1), umm, (4.5) sketch it by hand and all that sort of stuff. And then along come graphics calculators, and we could do all of that sort of stuff on a graphics calculator, because the argument was, that why do you need to spend so much time drawing a graph when you could actually just do it on a graphics calculator and see what’s going on and then you can do some more stuff with it. Which is all <true> but now we’ve gone to drawing graphs again, by hand. Where you’ve got to look at, you know, the derivatives and the stationary points and all those other sorts of things. So, (1.1) umm, and you’ve also got the calculator, so, like, when we have assessment now, we’ve got (1.3) two assessments, one with technology and one without technology. So the kids need to be able to do it both ways, (1.1) umm. (1.7) And so there’s just, you know, this, there’s a lot more stuff that they’ve got to be able to do. (2.4) But, yeah, the answer to your question – I think it’s important. And, and the kids need to know how to do it. But there’s also, you know, lots of trade-offs along the way with all of that.

I: But, it, is it your (3.1) decision to make, aah, both, aah, technology evaluation and an assessment without technology, or is, aah, mmm, something that is required by some policy?

T: (2.2) It’s there, it’s required by policy. We have, a, an education authority. Umm, (3.8), yeah, we have the education authority in Queensland. Umm, and so, when they s-, we have an external exam. And within that external exam there’s two papers. <One paper has got technology, and the other paper doesn’t>. So to try and mirror that in our, in our teaching and also in our, umm, in our internal assessment, <we> have two focuses as well. One without technology [I: OK] and one with technology.

I: (4.2) OK, thank you. So, <umm> you, you already mention some of them, but could be that there are more. Umm, what (2.2) do you believe could be some, (1.3) some difficulty, difficulties when you, umm, carry out these activities in classroom? What are (0.6) the, also the, the difficulties experienced by students, in a certain sense, in those activities?

T: I think it’s, umm, first of all, it’s, it’s the time involved in doing it. It’s also the kids’ understanding (1.2), umm, what it is they’ve got to do. So, (1.2) they (3.2), it’s not like (4.2), like even with using a tape measure, or using a trundle wheel, or using a ruler, or using a compass, iii- (1.4), you know, ii, (0.5) they just don’t, kids don’t do those sorts of things, play with those sorts of things, or, or anything else like that. So every time you want to do something like that (1.8), you’ve got to sort of show them, you know – how to do this, and how to do that. And so it, it takes time. Like, using a compass, <or> (0.5) even with using the technology to be able to, you know, draw graphs, and all of those sorts of things. You’ve got to spend the time (0.5) to, a lot of time to do that, before you can actually get on with the investigation, and actually do the investigation or whatever it is you’re trying to do. And then, (2.5) at the end of it, the kids have spent so much time (1.5) trying to draw the graph, they’ve actually missed out on what the actual learning was supposed to be! So, i- in terms of (3.2) what you want is, you want the kids to have these sorts of understandings, but (0.6) they haven’t got the understanding that you want because (2.3) you had to spend so much time teaching them how to use the, the, the technology. And the trouble is, too, what I find with the kids is that, (3.0) they don’t transfer it, and they don’t, (0.5) they don’t recall it. They don’t seem to see it as being important. So, every time you want to do something like that you’ve got to go back and teach ((laugh)) how to do it again!

I: Yeah.

T: So, you know, it’s sort of a never ending cycle [I: ((laugh))] and so it becomes a, yeah a difficult, a difficult – it’s difficult sometimes, yeah.

I: And, and, do you, do you implement some strategies to overcome this kind of difficulty?

T: (3.8) Well, we have – all our, all our (0.8) teaching is done out of our class OneNotes. So we have a, a master OneNote, and then the teachers have their own individual OneNotes, and they download the resources out of the master into their own, umm, into individual class OneNotes. So in there, we have all the activities. So we have, like, resources (1.5) umm, about how to do particular things, like using the graphics calculator. We’ve got resources that the kids can refer to, and the teachers can refer to as well. [I: OK] So, we do have those sorts of, umm, and we have videos to do different things, umm, to different, like, particularly with the graphics calculators, or something like that, 11 and 12 we’ve got (0.5) videos that the kids can access and, that sort of stuff, mmm. (0.2) But, you know, it still doesn’t necessarily mean that they’ll know what they’re doing.

I: No! Of course. And, (0.6) for instance, for, (0.4) for transfer <the> the knowledge, the students’ knowledge, do <you> use <some> (2.8), some teaching strategies in particular? Some.. wh-, What is the (0.4) instructional guidance that you implement, to (2.2) ensure the effectiveness of this activity? Do you use something in particular like, discussion or (3.1) some, ahh (4.2), umm, (1.2) particular didactic material, some schema, of, aah, (1.2) of lesson, in particular? Or not, i- it’s important to observe and <to> (3.9) communicate.

T: Yeah, I, look (3.1) I guess I, I sort of think that, umm, of solving problem. I teach solving problems, I think (2.1), umm, (2.4) kids solve problems, so <you> set up problems that allow, that encourage (16:19 **there are several seconds here with no sound or distorted sound** restarts at 16:24) to be able to do that, so they have to – they transfer it that way. I mean, (3.2) I’ve, you would have groups, like, (4.3) we have collaboration spaces, where the kids can collaborate, and they can write, umm, [I: mm] notes and stuff like that. (1.2) Umm, and so the, you, and the teacher can refer to those, and, and look at those sorts, and look at those things and so they can pull the different ideas together. Umm, some teachers use that more than others, but, umm, yeah, in OneNote there’s that sort of collaboration space. But, I think it’s sort of <more> about, umm, (3.8) getting the kids to use what they’ve learnt, so, I guess setting problems is, is the way that I encourage (3.0) umm, the kids to try and transfer the stuff that they’ve learnt, umm, into, into different situations.

I: Of course, thank you. <And, then> another thing I would like to, to ask you is (2.0) what convinced you to propose this activity in classroom? (6.1) You simply [T: ohh] try, or there is something that convinced you that (0.9) could <be> fine?

T: (6.5) Ohh, I guess I’ve been doing it for a long time, so, you know, you decide what’s the best way to, to get the kids to understand what’s going on, so, (2.2), umm. If, if, if over, (0.4) I guess with experience if you, umm, you get, you get to know that this one works, and this one, <these> activities, don’t necessarily work particularly well, so … And with the time involved, like you always, you might try something new but, umm, (3.2) generally, um, yeah, you get an idea of what’s going to work and what’s not going to work, and you-. (2.4) But, you know, it also, (1.5), so different teachers have different (3.1) <ways> of doing things as well. So, umm, (2.2) not one way fits everybody. And just the same as not the one way of teaching something fits every kid, so, (0.8) you’ve sort of got to have a variety for, for teachers and also for students.

I: Of course. And, and you. (3.8) are there any <constraints> that limited you in the proposal of those activities? ahh, (2.0) Or (2.0) for instance, eh, are you supported in proposing these activities? (3.4) Some …

T: The biggest one, the big constraint we have, I gue-, <well>, there's a few of them. Time is obviously a big one. [I: yeah, yeah] But it's also, umm parents' and kids' views of what mathematics is, (0.6) as well. Umm, they have a particular view of what mathematics is and if what you do doesn't fit within that view, ((huh)) then (in our school anyway) they're very vocal about, you know, this, this is not what it should be. So, (2.8) there's a fine line that you've got to walk with, umm, (3.6) getting kids involved, and also making sure that, umm, see the other side of it is that, whatever I do, everybody's got to do it. So, if I've got, I've got 8 classes in, Grade, umm, 7. So everybody's got to do the same, the same sorts of things, at the same time. Otherwise, (0.2) the kids go home and say, well, some teacher's doing something different. It doesn't matter that they might be doing it a day different. They have to be doing it at the same time, pretty much, at the, at th- and, and doing the same sorts of thing. So, (0.8) that sort of <tends> <to>, to limit, umm, the sorts of things that you can do – a, a, single teacher can do. I mean, how teachers do it in their classroom, (0.8) is up to them. So, they can, you know, they, some, like you can do it as an activity-based thing, or you can do it as, aah, just a very, umm, traditional type. Operate in a very traditional type way, but (2.1) umm, (2.1) in terms of, (2.8) umm. It's also, I guess, teachers' perceptions of, of how things go, as well. So, there's a whole bunch of things that you've sort of got to take into account when you're doing, when you're trying to put some of that sort of stuff into place.

I: Of course. Eh, and (4.0) what do you believe, mmm.. What kind of, (2.3) collaboration or support do you need (3.3) to implement in (4.5) in an, in a better way, without (0.5) many (0.5) problems, for instance, in, in your classroom?

T: (4.2) Aah – I just need to do it! ((laugh)) [I: yeah] It's not, It's not, it's not, it's not much, yeah, in terms of … I, I don't need an-, like, I mean, (0.6) we sort of plan it (0.8), umm, (4.4), like I said, we've brought all our resources and all our work in our class OneNote, so (0.8), we just (1.2) add new resources. So it would be a new resource that we would add, add to the OneNote. I guess, in terms of <consistency>, it would be ensuring that everybody does it, that, umm, (4.2), umm, (3.3) … yeah. So, like, for instance, at the moment (1.4) we try to do, umm, (3.1) modelling and problem-solving task. I wanted to make them, (0.5), umm, so that the kids would, would actually do it, so I made it assessment. ((cleared throat)) But it hasn't worked out particularly well. So, we're going to try something new with that. Umm. But, with Covid and, umm, all the disruptions that we've had in term 1 this year, with, with everything else like that it's been (3.5) really difficult to, to do that. So we're going to try and do it in term 2. But, there'll be other disruptions in, in the school [I: yep] plan that impacts everything, you know.

I: Of course, and also impact my, the, the, the research I conduct, because ((laugh)) because I, I, want to go to Australia, and I'm, err, still [T: oh yes] in Italy! ((both: laugh))

T: Yeah, well, you've got to come over, haven't you! ((laugh))

I: Yes! Could be, could be, that I will come ((laugh)) Finally ((laugh)).

I: So, then, the final question is out of curiosity. That, err, is, in Italia, we had many more respondents <to>, aah, the questionnaire than in Australia. So, I could not come to Australia, err, because the research has been concurred with pandemic emergency. And, I, I don't know well the Australian daily context in the, in the school for this reason. <And> (3.0) so, I, I, was wondering if you could tell me something about the, the (0.7) the circulation of questionnaires in Australian context? If you, by chance usually receive many questionnaire, via mailing list, <or> (1.4) is it (1.5) usually provided (2.2) incentives, (2.2) such prize for participation? (1.5) <Or> otherwise could be only an issue (3.0) that is topic related, that it's not interest for teachers in Australia, (1.3) this kind of topic in particular. But do you.. ?

T: Well, the only reason I knew about your survey was because Vince emailed me and said "this is a survey." Aah. Who have you contacted in Australia to, to, to, umm, to do it? Because, I didn't even know anything about it, until, like I said, Vince emailed me and said, you know, can you have a look at this, and, (1.8) umm, be involved? So, umm, (2.0) I think probably you might find (4.3) (unclear *24:20-24:24) Like, you wouldn't get everybody involved, but, I mean, there might be more schools willing to be involved. But, (0.8) they just don't know about it. So, I don't … I guess, umm, (2.3) you, like, you could contact, I don't know, have you contacted the Maths Associations and stuff like that in Queen-, in Australia? ((I Nod with the head)) You have? OK. (3.8) So, I don't know, well, yeah. (3.4) I don't know. I, (2.8) it's a really interesting thing, like, I mean, umm …

I: (3.2) Yeah, yeah, for this reason I ask. It could be a culture of fact, in a certain sense ((laugh)).

T: Yeah, well, I mean, I think you will probably find that, people are (1.6) particularly for this term, term 1. Term 1 was a horrible term. (1.5) Umm, we didn't start for two, like most schools didn't start for the first, umm, two-, two or three weeks because of Covid – the place was locked down. And then it's just been, and we've had floods in Queensland. (2.0) Umm, I don't know about, like the rest of Australia, but we've had floods in Queensland, we've had, umm, closures for storms and all those sorts of things. So, it's just been (2.2) everybody I think has pretty much been on survival. So when did the survey come over to Australia?

I: (7.0) Of course, (3.5) you're right, (1.5) I think. Yeah.

T: Yeah. When did it come to Australia?

I: When?

T: Yeah, yeah, when did you put your survey out? Over here?

I: <I> I put it, (0.3) umm, at, (0.2) erm. The first, umm, <submission> (4.0) umm, (3.3) was in November.

T: OK. (2.0) All right.

I: The second submission is in, err, February.

T: Oh OK, February, February would b …

I: In the end of February, (1.2) I mean. [T: yeah yeah] And the third is, in, aah, (1.8) at, at the end of March.

T: OK.

I: They are the three periods.

T: OK. And what, did you send it to the, what, to the maths associations, did you, in each of the States and stuff like that, is that what you did?

I: I, I tried to contact the Maths Association, but <they> (2.2) didn't answer, to …

T: Didn't they? OK.

I: … to us. I, I don't know. Some, umm, Maths Association publish on the FaceBook pages, <the>, the questionnaire. But I don't know, could be, could be, emm, (1.2) an uninteresting ((laugh)) research.

T: Ohh no. [I: Why?] Yeah, look I don't know, I, umm, (6.0) yeah, I don't, I don't, I don't know. If you've gone to that sort of level, I, I, don't know what else you, does … I mean, there's different (2.1) assoc-, different, sort of, like FaceBook pages, and stuff like that, I guess, but, umm, it's really hard. Because, I guess, this is your PhD, isn't it? This is what, for your PhD? Yeah.

I: Yes.

T: So, you’re looking at, so, trying to compare what Australia with Italy are you?

I: Compare, juxtapose, mmm, notice if there are some, aah, variables that are similar or are really different, [T: OK] so I want <too> mmm, I want to (1.2) have a glimpse on the Australian part.

T: Mmm, mmm. (1.2) Mmm, mmm.

I: So, (8.2)

T: Yeah. (5.8) I don’t know. Umm, (5.0) so, do, is Vince one, well Vince is one of your, umm, your [I: supervisor, yes] Supervisors, yeah.

I: Yeah, yeah, yeah

T: He’s got a lot of contacts in Australia, so he should be able to help you with [I Yeah]

I: Yeah. But he say that he, he had a lot of (3.0) problem also in other questionnaires. Like, it, it’s a particular moment (2.4) <to>, for teachers. <They> [T: yeah] (4.2) They don’t answer <and>.. Too <many> activities, too many (0.5) they are not, not reacting in this period ((laugh)) [T: no, no] and, and could <be> and they have a reason to do it, obviously.

T: Well, look, if it wasn’t for Vince having asked me to have to have a look at it, I wouldn’t have looked at it either. So, I mean, (3.0) because he just doesn’t (5.3). You could <try>, honestly, you could try emailing individual schools. Like, rather than going through Associations, just Google, like schools, in Queensland and in New South Wales and, and, and email the Heads of Departments. I’m not saying you’re going to get anything, any more a better response, I don’t know, but (1.2) you could try, just (2.0) contacting individual schools and just sort of [both talking *29:28]

I: I, I’m search for the list of the school in the ACARA, ACARA site [T: Yeah]

T: Oh, ACARA, yeah

I: Yeah. Umm, but they don’t have a public list of school emails, and so, (9.2)

T: Email addresses?

I: Mmhm.

Long silence

T: No. Umm, (10.00) see most of the ones in Queensland, would be the school name, like ours is Somerville.qld.edu.au so most of the schools in Queensland would be their school name. Umm .qld.edu.au Umm. I don’t know what New South Wales …

I: Yeah, yeah, like in Italy, it’s, it’s the same ((laugh)). There is a, an index [T: yeah, yeah] that is associated with the institution and schools

I: So. I’ve asked all the questions I want to ask you.

[..]

Insegnante X

27/04/2022

X: I've been, aah, (3.2) teaching, aah, (3.2) over 20 years!

I: ((laugh))

X: So, (3.4), it's a, yeah, it's a lo-, a long time. ((I: laugh)) Aah, the school which I'm at, aah, I'm in, I'm in Canberra. (4.0) And we have, aah, high schools (1.4) and colleges (1.2) and so I- I'm in a, in a high school. So that's from, aah, Year 7 to Year 10. (2.2) Ah, the colleges <do> matriculation, Year 11 and Year 12. So, I've, ah, I've always just worked in high schools. <Umm,> (2.8) so that's first form to 4th, 4th form. Aahm, (2.0) the school which I'm currently at, aah, is one I would describe, (1.2) a traditional high school. Aahm, (3.0) aligned (1.2) with each subject area. So, umm, english, the arts, mathematics, science all separated. Umm, and all working (0.8) individually, to deliver the curriculum. Umm (5.8), but, aah, we, aah, we, we do, the Australian curriculum, (2.1) umm, as, as stipulated, as much as we can, ((I: laugh)) umm, umm. (3.2) <We> <do> have (1.6) a little bit of <string> umm, ah, so, ability levels. But that's more so only in Year 10, (1.4) umm, because it's stipulated in our curriculum. Umm, we have the, umm, the <core> Year 10 curriculum, and then the, ah, Advanced curriculum. Umm. (unclear: *1:42*) same time. Umm, we <do> have ah, (3:3) ah (2.2) an excellence program. (3.2) Ah, ah, that <starts> in (4.2) Year 7, and goes all the way through to Year 10. So that class is, has got your gifted and talented, umm, but that is, err, that class is also the same class for the humanities, aah, for English and for science. Umm, (1.8) so. Personally I wouldn't call it a <true> gifted and talented model, because not all students are achieving at that same level in all four different areas, but, that's what this school has. (3.2) <Umm,> there's <roughly> a thousand students, in the four years, so 200 odd. Umm, (4.2) <and> average class size is about 25 (1.2) to 30 students [voice notification "recording in progress"]

I: Oh, I have some problem with the recording, it's, it's

X: Is it all good? [I: yes, yes] Umm, yes, so it's what I have said, it's, it's sort of classed as a, as a traditional high school. Umm, it <is> it has a reputation, ah, in, in Canberra, of, of, music. So there's a, (4.4) very, umm, umm, (2.3) big music program, umm, band program. Aah, (3.4) and that has it's, own, issues, of course, with, aah, rehearsals and, and performances, aah, taking students away from class. But that's, (1.2) yeah.

I: Great. [X: that's the school]. ((laugh)), thank you, thank you so much. I, it, it's, it's really interesting to have ah, a specialisation in music. We, we don't have in Italy some (1.5), specific, aah, focus. Only in the few years come up, some, aah, [X: yes] some (1.6) experimental school in music. And, aah, to, to, mmm, to, to, mmm, break the ice a little bit, something that is more personal. What, what.. (2.2) Xan you summarise in a sentence or in a word, what is mathematics for you?

X: ((laugh)) Order! ((both laugh)) Umm, as I tell my students, there's only two answers: (1.0) the correct answer and everything else ((I: laugh)). Umm, it's, aah, it's structure, it's, umm, (2.2) patterns, aah, it's, it's, umm, (2.8) umm, (3.3), aah, efficient, <efficient thinking>, (2.2) umm. [I: thank you]. Umm, and, yeah. I think that sums it up. Yeah.

I: Do you want to add something? ((laugh))

X: Umm. (5.8) I, I think it's, it's also the.. (6.8) i-, it's the fundamental, aah, <basis of our society>. (3.8) Umm, of, throughout the world, because without mathematics, <we> (0.8) we wouldn't be having this communication, we wouldn't have trade, we wouldn't (0.4) have engineering, or, or building, or, (0.7) well, anything like that, where, ah, (1.2) you know it's, it's, it's the language of science, and, of (1.5) technology, [I: yes, of course] it's vital, umm, [I: of course. Thank you] So, yeah.

I: ((laugh)) <And>, some question about the questionnaire in particular. <Emm,> (1.3) <I> I want to ask some feeling about the general topic of the questionnaire. The topic is the active, bodily experience learning activities. And I, what I want to ask you is: (2.5) what did you think about the topic of the questionnaire when you complete it? Did it seem familiar, or something far removed from your school reality?

X: (5.2) ((laugh)) Umm ((I: laugh)). Far removed from my reality. Umm. (0.5) In the ideal world, (1.4) it would be wonderful, (0.5) aah, to be able <to,> to offer that. Umm, (2.1) but, (1.1) the reality is (0.8) <umm> (3.8). In my experience, there are, there are few topics that, (1.5) in high school, allow themselves, aah, (3.0) umm, (2.8) to be presented that way (2.2) <without> it becoming tokenistic. (3.0) Umm. (6.2) The, err, I, I think, in, in Australia (1.2) not sure about Italy, but definitely in Australia, there's a, there's this feeling that, (1.2) umm, (3.4) a lot of students <feel> that they are (1.5) not good at maths, (2.2) from an early age, and therefore are <reluctant> (1.3) learners. Umm, (2.1) and are hesitant to engage (4.2) to, to the best of their abilities, umm, to overcome that. And, and <so> any type of activity (3.3) err, like the, err, active body i-idea would be seen as an excuse or as a reason to (3.9) have, err, play up, and not actually think about it deeply <to>, to get, (2.0) to gain the full benefits of it. <Umm> (4.5) But, umm, and that's (1.6) <partly> because <of> the constraints that we have, umm. (1.2) The physical constraints, the number of students in our classroom, ah, the resources, umm, (2.4) the a- (2.8) and the application within covering the curriculum (2.4) <aah,> as it's been stipulated. Umm, (5.6) and, yeah, and then just, also, the, the variables of, of the students and, and their engagement and their behaviours.

I: Of course. And, and, (3.2), if you can remember (2.2) about the, the topic covered in the questionnaire, there are..(1.8) Do you, do you find <some>, did you find some question (3.6) mmm, particularly relevant, or something unexpected, or something (2.2), that.. (0.5) some, some important aspect that you, umm, feel were not, umm, taken into consideration in, in the questionnaire? (4.3) If you can remember.

X: Aah, OK, again, I think it's (1.4), it's not taking into consideration the reality of, (2.2) of, of (2.4) my experience of schooling. It's, it's not (0.4) static, it's (1.5) very dynamic. There are lots of working parts, there's lots of activities going on, aah, that impact on the students. Umm, (4.8). Err, lots of little things that interrupt (1.4) throughout. Ah, a- and you layer that with, you know, student absence because of the illness, or for whatever reason. Umm, and <then>, to try and gain, <aah,> momentum, in the topic, and to <use> that kind of (3.2) activity, which is (3.8) is not easy <to> i-, to develop or to run, (0.8) you only do it once or twice if you are going to do it. Aah, so, it becomes – it's too hard. <Umm,> when you're dealing with 20 odd (1.3) students [I: Yeah, of course] umm, (3.4) and, and the space to do that. Umm, you know, yes, we may have good weather, but, (2.0) the wind, <or,> (0.5) whatever, and moving things around, or interrupting other classes, (0.7) umm (2.6), and, and the, the time that we have allocated. You know, well, if, I, I keep (1.2) reminding people that <we> see our students (1.5) 3 and a half hours a week, so 3 hours one week, 4 hours the next. We're, we're at school for 40 weeks a year [I: mm] but, take away the first week, take away the last week, take away a week for illness, take away a week for, (1.2) aah, staff illness, take away a week for excursions, (0.4) aah, we're down to 35, 34 weeks. (3.6) [I: yes] Umm, (2.6) you know, how, how do we make it fit? And I keep asking that question and (4.2) there's no answer.

I: (3.0) But, d- d-, mmm, (2.4) do you think that (4.2) also, err, sporadically, mmm (2.8), involving some activities, in which body and movement (1.2) of students are engaged, in your (2.5) mm, practice-teaching practice is important? And, if it's important, why is important for learning mathematics?

X: (2.50) Umm, again, I'll bring it <too>, (2.5) it's only for some topics, (1.0) and for some aspects of those particular topics. Umm (7.8). Aah, i- it, it's important because it allows them to see the application of the theory, (1.8) by doing it. Umm, (2.1) but I would also say that, todays, unfortunately the learning experience (2.7), umm, is not as successful as it was, maybe 20? years ago. (1.3) Or even 10 years ago? < Because of (2.8), the mobile phone> ((I: laugh)) and all the apps. <So,> (2.0), they can just (1.5) download the app (0.5) that deals with (1.5) working out the angle, or working out (3.1), whatever, and they've got the answer there. Umm, (2.5) for most of them. There's a few that, yes, (1.2) can appreciate it, and can see it, but (1.5) this is where it becomes tricky, because the, err, that connection of deep understanding in (4.2) I think we, we seem to have lost it, for (1.2) a large proportion of the population. (2.6) [I: Of course] And information and, and, umm, technology has made that information easier to get to the final result (2.2), so the process (2.2) of getting it is no longer important, where, where mathematics plays a <huge role>.

I: (3.8) And not used to, to, to go deep on, on, err, the information, and on, on their thinking.

X: Yeah. That's right. Umm, (5.2) – yeah.

I: And, and, do you believe that, that, that this kind of activity couldn't help this particular feature? (7.2) Going deeper in, err, in, conceptualise more? For instance, (0.4) I, I don't know, it's, it's only …

X: No, no, not really, no. Umm, because the information a-, and the, err, the final result (1.2) umm, is so easily accessible. There's, there's (2.4) umm, I, I really feel that, umm, (3.8) the desire to have that deeper understanding of, of, (0.3) concepts has been <diminished>. Umm. My, my classic (1.3) example is, 20 years ago, <ahh,> teaching area and volume. (2.7) Aah, there was a really strong emphasis on the students remembering the formulas (3.2) and then applying them. Aah, in the last 10 years, (2.5) we've now focussed more on applying the formulas, not necessarily remembering them, because they can have access to them so quickly. Umm, there's no need to remember what a formula is, (0.3) just look it up. You know, thanks to Google, what's the formula for area of a square? Oh, there it is. Without understanding, umm, which is a pity, because I can understand that (0.5) formula, (0.5) that I've used for, let's say, area of a square, s squared s, where s is for the side length. Umm, (0.6) and a rectangle becomes length and width, or length and breadth. Umm, (1.2), and then we forget that the, you know, triangle – the base and the height is the relationship between the, (2.2) the, the vertic-, err, the, umm, the perpendicular (1.1) inter-, intercepts, but all of that has been lost. Umm, (2.5) umm, (3.3), so yeah, it, it, it, makes it – I, I really feel they are, are, are, at least not in the high school setting, that, err, umm, (1.3) the active, body idea really makes it tokenistic. It's, (3.0) umm, I think it's (1.2) more for early (1.8) conceptualisation of, of, basic ideas in, in the primary (0.2) years, umm, it's more valuable. Umm, and again they're being pushed faster than what I remember when I was, (0.5) young. ((laugh))

I: Of course. And, and (0.5), you, you, you, mm, think (0.8) talk about some, umm, some specific topic that you, you think could be (0.5), could fit, this, kind of, ah, (1.1) purpose. And, can you give me some ex- example of topics, or, (0.6) also, some activities related to this topic, that you have <seen,> or have experienced? I don't know.

X: (5.2) Hmm. Aam. (1.2) Not really! ((laugh)) Umm

I: It's an answer ((laugh))!

X: Yeah, it is – ahah!

I: ((laugh))]

X: I mean, if I go back and look at primary, umm, so it would be early, early primary. The use of, umm, (2.2) of the blocks, for place value (1.3), to me, that is, umm, (1.3) important, umm, because I'm seeing now, I've seen it in the last (0.8) 10 years, that students' understanding of place value (2.8) has diminished. Umm, (1.3) and that they don’t see that relationship, because I don’t think they have an understanding of (1.1) a unit, to a 10, to a, to a hundred, to a thousand, umm, (3.2), <umm,> and it’s the same with fractions, using the, I’m not sure if you’re familiar with the Cuisenaire rods? (1.5) Umm, the different coloured rods. Umm, (2.1) they’ve, they’ve gone out of fashion, umm, and so trying <to> to highlight we, we, unfortunately use a round pizza to try and explain fractions, which is so hard, because (3.2) how do you show (0.2) an 8 (1.2) evenly in a ((laugh)) round shape ((laugh))? Umm, (1.0) so (2.1) yeah, it, it’s really has gone <out> It’s – they’ve become (0.6) tokenistic. <U-umm> (6.2) umm, (1.6) but, there, that’s where it should be, (0.3) I believe, utilised a lot more, to get the fundamentals of, of those basics, (0.2) of the concepts. Umm, you know, (unsure: multiplying*18:16*) using counters, using the, those manipulables, umm, (0.4) you know, can then, can put that into (4.2) actually, umm, (1.8) sharing between people, and that’s when moving people around, would work. Umm, (1.7) but again, it comes down to having those resources, having that space, and that time to be able to show that stuff.

I: So, wh- what, do, do you believe could be some, umm, (6.4) some foster factors to implement these kinds of activities in school? What kind of support <or> err <also> mmm, (2.2) what are the, umm, the, the contextual factors also, to, umm, (2.0) to help you to, to, to try to implement <some> of these, umm, (3.2) activities? That could be effective for your teaching, obviously, not only an extra activity!

X: Umm, time. <Time is the, is the big one>. (1.5) Umm, I feel that (2.5) the, 3 and a half hours a week (3.2) in the, in the – is not enough. Umm (5.2) that’s the, the first <area>. Aah, the second one would be to have these activities, (0.5) umm, (3.2) available for all (3.2) <with> (2.2) a clear (2.0) instruction (0.5) of when and how (0.5) to use them. And so, then it becomes part, part of the, the culture (1.2) of the whole school, of the whole school system. The whole country. So that it becomes part and parcel, umm. (4.0) A- and, it’s got to be, it’s got to tie in with (3.8) with, with theoretical work the whole body practical work, so that it all becomes part and parcel of it. At the moment, (1.5) I believe the only type of activity like that becomes like a one off, <umm,> activity, (3.2) and it loses its, its impact. It becomes more of a novelty type thing. Umm (1.7) which means that those students who are reluctant learners see it as an opportunity to disengage further. And not to see it as, aah, a better way of (1.8) <engaging>. (2.2) But, yeah, time.

I: Of course. And, and, and do you think about some possibility to include some, (1.6) umm, (3.0) digital technology (1.2) <or> digital (2.0) apps to have some, err, (0.4) kind of, manipulation of students on, (3.3) I don’t know, (2.0) geometrical <thinking,> or, (2.0), umm..?

X: So, I make use of, umm, (3.2) <Desmos>, (3.1) I’m not sure if, if you’re familiar with that? But that’s aah, an online (0.2) graphing (0.4) program. (1.0) Umm. (4.0) Not, it’s not necessarily whole body movement, but at least it, it eliminates that step of trying to draw accurately the, ah, the cartesian plane and then to plot. And it allows the students to see instantly the effect of changing a variable in an equation. (1.2) Umm, (3.5) – so, I, I utilise, aah, in terms of the apps, that’s one of the most used ones. Umm, this particular school uses the online learning platform, Education Perfect (2.5). Umm, (0.8) and there’s others like that. (2.0) Umm, and, and, they seem to work. But (1.2) it doesn’t guarantee their understanding, (3.6) umm, (3.8) because they’re not able to <translate what they’ve done, on the screen> (0.4) to paper or in, in unfamiliar environments. Umm, (3.2) I think there’s something to be said with (4.1) I’ll use, it’s a dirty word, umm, rote learning, and (1.4) practice, (0.8) drill and practice, umm, to become <masters> of those skills, before moving on. Umm, (0.2) it keeps coming back to time. We don’t have time to ensure mastery of their skills, and so we’ll move on, we’ll say “we’ll catch up later.” (2.3) Later never happens, and so our students fall behind.

I: So, what, what do you (0.3) think could be (0.2) the teaching strategies, the instructional guidance that could (1.8) guarantee the effectivene-, effectiveness of these activity? (2.5) You, you, you, mmm, (2.5) you say that, umm, (3.2) they, they have low knowledge, the, the, (0.2) practical knowledge when they, (0.2), eh, implement such as activity on, <umm>, (0.6) on a graph, umm, (1.7) motion-app, or something like that. And, and, then, what do you think could be, the, the, mm, (0.7) the strategy that the teachers have to (1.5) implement to, aah, try to, to, to get these activity effective? If there is time to, to do something ((huhh))

X: (7.8) Good question, (1.2) I'm not sure! ((laugh)) (2.5) It's, umm, (11.3) I think, (4.5) I-, uh, (2.2) I think a big issue is the, ah, difference in understanding within a class. (3.5) Umm, (2.0) and so if there was some way of (3.0), of (4.0) grouping students, (2.5) <of similar abilities, (1.2) or similar skill levels>, umm, (2.0) I think that may be <beneficial>, because, the activities would, would, umm, engage all of those students that can be targeted at that one level. (1.2) Umm, you know, at the moment I have (4.2) the whole, the whole range, with students (1.3) who can barely read, (2.8) <to (2.2) self-actualised learners>, <who> (1.3) want more. Umm, in the same class. <So> that makes it really hard to, to come up with an activity (3.2) for everyone. I end up coming up with (2.7) multiple activities, and it just becomes unworkable. So, (1.2) if there was a mechanism, <or> the, the ability (1.8) to be able to (1.4) for each class, or each term, at least, to rearrange classes, so it wouldn't become too much of an imposition, (1.2) for anyone, (3.4) umm, (2.8) but that would be beneficial.

I: Of course. (3.5) And do you think that it's important- during this kind of activity, the teacher has to observe and to do something in particular during the implementation to, umm, to foster, <to> umm, (0.4) the learning during the activity?

X: (5.4) I think so. I think there needs to be some sort of direction, <umm> (7.5), yeah. (5.3) I think <self-guided learning>, (2.8) in this age group is (9.1) it's not efficient, (3.2) umm, in some areas, (2.5) umm, (3.1) and it's not valid for the whole population. (3.2) So, I think there needs to >some sort of< structure, and >some sort of<(1.2) ahh, (3.9) aah, concrete evidence that students need to produce, <or> to at least follow. Umm, (1.2) so then we can at least gauge, (3.2) their level of understanding and development in that topic, or in that activity.

I: (4.2) Of course. And (4.5) are you- do, do, do you think that are you supported in proposing this activity? Do you encounter some, mmm, eh, professional learning, umm, professional development courses that, its (2.2) <on> (3.5) implementation, that engage students in their learning with, aah, some manipulation? Or the presentation of some, <ehh> (1.8) tools that are imp-, mm, important to ? Or do you believe, also some colleague, that, err, sh-, aah, try to implement this kind of activity? Or (3.2) do you think that it's something that exists, but it's not real, present, aah, present in your experience, in a certain sense?

X: (5.4) Umm, (3.3) when it comes to mathematics, (2.5) my experience has been limited, in, in seeing these types of activities. Umm, a lot of professional development that talks about (2.2) whole body engagement, umm, (1.2) generally are in other subject areas, (2.2) and so the translation from one subject to doesn't quite follow. Umm, so it's not effective. Umm, (8.2) umm, (2.0) yeah. How to go forward, I'm not sure. Umm, because it's, it's, I keep coming back to that main issue, that's time, it's, until we have agreement of being given more time to cover what we're expected to cover, to allow us to run these activities, and make it part and parcel of (2.1) of our learning, umm (2.5) it's going to be very difficult, aah, to make it something that's (2.5) more than (1.8) tokenistic, or, or frivolous.

I: Of course, so, I think I asked you all the things I want to ask you.

[...]

APPENDICE 2.4: RISULTATI

ESEMPI INDICATI DAGLI ESPERTI ASUTRALIANI

FREQUENZE E TABELLE DI CONTINGENZA RELATIVE AI RISULTATI DEL QUESTIONARIO

ESEMPI INDICATI DAGLI ESPERTI AUSTRALIANI

LA RICERCA IN AUSTRALIA

Mathematics content area	Examples	Level-Sublevel	School level	Expert who quoted it
Unspecified	Mathematical games, Card games (Plain card games)	Level 1-Physical	Unspecified	Expert 3, 5
Geometry of shapes	Models for representing lengths or areas	Level 1-Physical	Primary School	Expert 1, 5
Algebra	Real scales for expressing and solving equations	Level 1-Physical	Primary School	Expert 1
Modelling	Representations of three-dimensional models through representations of solids, sections and graphs	Level 1-Physical	Primary School	Expert 1
Geometry	Geoboards	Level 1-Physical	Primary school	Expert 5
Geometry	Dice and spinning tops	Level 1-Physical	Primary School	Expert 1, 5
Probability	Number line, the number line for numerical progression and operations	Level 1-Physical	Primary School	Expert 6
Arithmetic	Dienes /MIB Blocks	Level 1-Physical	Primary School	Expert 1,5,6
Arithmetic (link between geometry and arithmetic)	-for positional notation	Level 1-Physical	Primary School	Expert 5
Arithmetic	-for doing subtraction with groupings (not good material for positional notation)	Level 1-Physical	Primary School	Expert 5
Arithmetic	Linear Arithmetic Blocks -for decimal notation	Level 1-Physical	Primary School	Expert 5
Arithmetic	Abacus	Level 1-Physical	Primary School	Expert 3
Algebra	Fraction wall for teaching fractions	Level 1-Physical	Primary School (Grade 7)	Expert 6
Arithmetic	Children's game with geometric shapes and a ball with holes in the corresponding shapes, to present the concept of variable	Level 1-Physical	Primary School	Expert 6

Combinatorics	Finger games, alternately shown and hidden behind the back, for calculating with fingers and the concept of part versus whole	Level 1-Physical	Secondary School	Expert 2
Statistics	Combinatorial calculus with pebbles	Level 1-Physical	Secondary School	Expert 3
	Origami frog jumps: frog-origami jump estimates to explore basic principles of statistics	Level 1- Virtual	Unspecified	Expert 1
Statistics	Dice and shooting simulations	Level 1- Virtual	Unspecified	Expert 4
Without a specific reference	Virtual transposition of physical manipulatives	Level 1- Virtual	Primary school	Expert 6
Without specific reference	Use of calculators and computers	Level 1-Virtual	Secondary school	Expert 5
Shape Geometry	Use of digital technologies to reassemble shapes	Level 2 -1	Unspecified	Expert 4
Geometry	Geometry software, such as Geogebra	Level 2 -1	Unspecified	Expert 2,4
Statistics	Exploring descriptive statistics with sample of students in the class: ask pupils to arrange themselves from highest to lowest and find mean, median etc.	Level 2 -2	Unspecified	Expert 4
Modelling and reality tasks	Determine capacity: how many students fit inside a classroom? The activity involves measuring walls, making estimates etc.	Level 2 -2	Unspecified	Expert 4
Geometry / modelling and reality tasks	These problems can also be conducted in spaces-others outside the classroom. Ex. How many people to let into the school auditorium for a concert? How to arrange chairs to maximize the number of participants?	Level 2 -2	Unspecified	Expert 4
Modelling and reality tasks	Establish the heights of trees or buildings you encounter going around: measurements and trigonometry	Level 2 -2	Primary School	Expert 2
Geometry	Measuring running speed, measuring times and distances travelled, and estimating pace	Level 2 -2	Secondary School	Expert 4
Representation and Cartesian plane	Recognize the math that is in the world, e.g., finding geometric figures in structures and objects one encounters while wandering around	Level 2 -2	Secondary School	Expert 3

	Construct maps of routes that students have actually taken: explore representation and properties of a good representation, alpha-numeric degrees etc.	Level 3	Unspecified	Expert 4
Mathematical modelling and reality tasks	Collecting data and making measurements	Level 3	Unspecified	Expert 1,4
Mathematical modelling and reality tasks	Physical education exercise, Burpees, is approached mathematically in connection with percentages	Level 3	Primary School	Expert 6
Geometry	Circle construction with a long rope attached to a pivot and rotated, to experience the characterizing property of the circle	Level 3	Primary School	Expert 6
Representation and Cartesian plane	Students moving in a Cartesian plane drawn on the floor representing points themselves	Level 3	Primary School	Expert 3,6
Arithmetic	Staging mathematical narratives using their own fingers (possibly using finger puppets, "finger puppets")	Level 3	Secondary School	Expert 3
Arithmetic	Walking along the number line with jumps of different amplitudes, for example, mimicking the movement of different animals	Level 3	Primary School	Expert 6
Arithmetic	Perform operations on the human number line	Level 3	Secondary School	Expert 3
Arithmetic	Workshop between music and dance, to explore number basics	Level 3	Secondary school	Expert 4

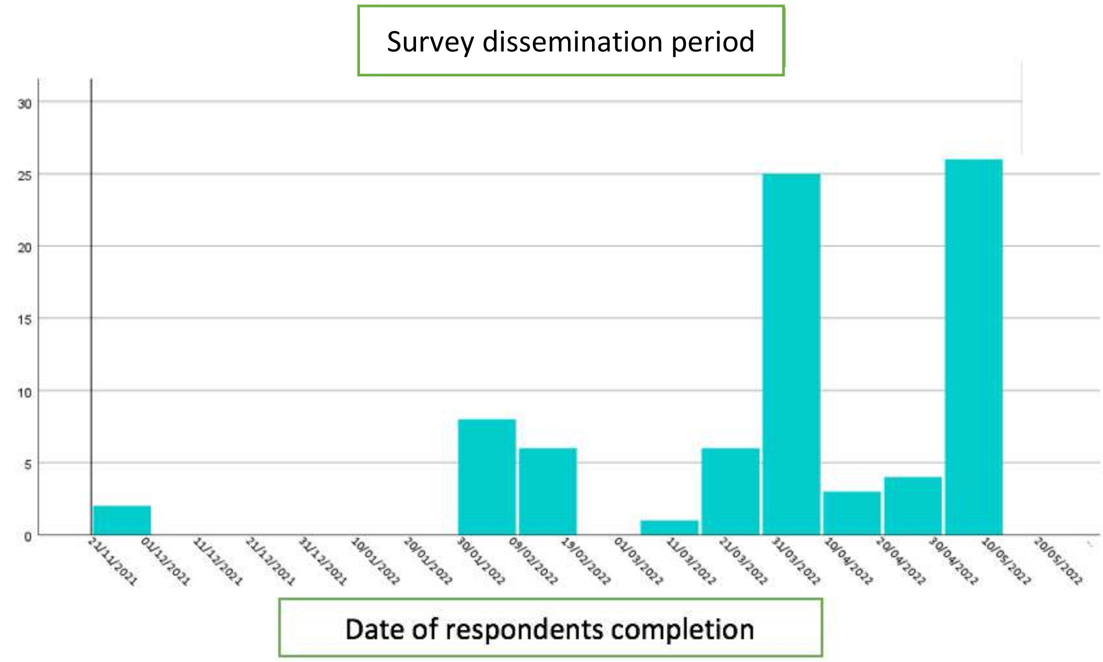
FREQUENZE E TABELLLE DI CONTINGENZA RELATIVI AI RISULTATI DEL QUESTIONARIO

LA RICERCA IN AUSTRALIA

FREQUENZE E TABELLLE DI CONTINGENZA RELATIVI AI RISULTATI DEL QUESTIONARIO

Distribution

Figure 1. Bar chart of the survey circulation



Section 0: Consent and school level

Q1_ Please, select one of the following:

Table 2. Q_1 Frequencies

		Frquencies	Valid Percentage
Valid	I'm a Primary school teacher	15	19,0
	I'm a Secondary school teacher	64	81,0
	Total	79	100,0
Missing	(System)	2	
Total		81	

Section 1: The school

Q2_ In the current school year, which year level(s) are you teaching?

Select one or more alternatives from the following ones.

Table 3. Q_2 Frequencies

Primary school		Secondary (High) school	
Pre-Year 1 (Foundation year)	6	Year 7	26

Year 1	4	Year 8	28
Year 2	4	Year 9	24
Year 3	4	Year 10	35
Year 4	4	(Senior) Upper Secondary School	
Year 5	7	Year 11	35
Year 6	8	Year 12	35

Q3_ Which best describe your current school?

Select one alternative from the following ones.

Table 4. Q_3 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Government (Public) school	29	39,2
	Non-government (Private school): Catholic or Independent	45	60,8
	Total	74	100,0
Missing	(System)	7	
Total		81	

Q4_ Referring to class formation, which best describes your current school?

Select one alternative from the following ones.

Table 5. Q_4 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Comprehensive (Open)	58	78,4
	Selective	1	1,4
	Special	1	1,4
	Specialist	2	2,7
	International	1	1,4
	School with streamed classes into attainment groupings	11	14,9
	Total	74	100,0
Missing	(System)	7	
Total		81	

Q5_ Referring to inspiring principles, which best describes your current school?

Select one alternative from the following ones.

Table 6.Q_5 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Traditional School	71	95,9

	School based on a specific educational method (e.g., Montessori method school, Steiner school)	3	4,1
	Total	74	100,0
Missing	(System)	7	
Total		81	

Q5BIS_Which typology?

Write down your answer.

Table 7. Q_5BIS Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid		78	96,3
	Alternate pathways for senior students, transitioning into the workdforce at the same time as studying to achieve the QCE	1	1,2
	Montessori	1	1,2
	PYP	1	1,2
	Total	81	100,0

Q6 (Secondary school teachers)_ What subject(s) are you teaching for the majority of hours per week in this school during the current school year?

If you teach more than one subject for the same hours, please select up to two alternatives.

Tables 7. Q_6 Frequencies - Only Secondary school teachers

Mathematics		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Mathematics	58	100,0
Missing	(System)	23	
Total		81	

Sciences		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Sciences	5	100,0
Missing	System	76	
Total		81	

Physics		Frequencies	Valid Percentage
Missing	System	81	100,0

Technology		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Technology	1	100,0

Missing	System	80	
Total		81	

Economy		Frequencies	Valid Percentage
Missing	System	81	100,0

Biology		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Biology	1	100,0
Missing	System	80	
Total		81	

Other (Please Specify)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Other (Please Specify)	4	100,0
Missing	System	77	
Total		81	

Other (Please Specify) TEXT		Frequencies	Valid Percentage
Valid		77	95,1
	English	2	2,5
	HPE	1	1,2
	Scaling Test preparation	1	1,2
	Total	81	100,0

Section 2: General

Q 7 (Primary school teachers)_ What is the highest level of formal education you have completed?
Select one alternative from the following ones.

Table 8. Q7P Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Graduate Diploma (Diploma of Education / Diploma of Teaching)	1	6,7
	Bachelor's Degree	5	33,3
	Master's Degree or professional degree (MD, DDS, lawyer, minister)	9	60,0
	Total	15	100,0
Missing	System	66	
Total		81	

Q 7 (Secondary school teachers)_ What is the highest level of formal education you have completed?
Select one alternative from the following ones.

Table 9. Q7S Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Bachelor's Degree	36	61,0
	Master's Degree or professional degree (MD, DDS, lawyer, minister)	17	28,8
	Other (Please Specify)	6	10,2
	Total	59	100,0
Missing	System	22	
Total		81	

Other (Please Specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valid		75	92,6
	B Sc Dip Ed	1	1,2
	Gd	1	1,2
	Graduate Diploma in Education	1	1,2
	Graduate Diploma of Education	1	1,2
	PGCE UK	1	1,2
	Post graduate degree	1	1,2
	Total	81	100,0

Q8 During your college or university education, what was the major discipline knowledge?

Select one alternative from the following ones.

Table 10. Q8 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Mathematics (e.g. Geometry, Algebra, Probability and Statistics, Numerical Analysis)	23	31,5
	Mathematics Education (You took specific Mathematics Education courses)	12	16,4
	Other (Please Specify)	38	52,1
	Total	73	100,0
Missing	System	8	
Total		81	

Other (Please Specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valido		44	54,3
	Accounting	1	1,2

	Art	1	1,2
	Biology	2	2,5
	Biology and Chemistry	1	1,2
	Bsc Food and Nutrition	1	1,2
	Children's literature	1	1,2
	Computer degree post grad cert in science to up maths subjects followed by master of teaching	1	1,2
	Computer Science	1	1,2
	Dance	1	1,2
	Double degree… 1 in mathematics, the other in education.	1	1,2
	Economics	1	1,2
	Education with a specialisation in mathematics	1	1,2
	Engineering	1	1,2
	English literature	1	1,2
	English Literature	1	1,2
	Environmental science	1	1,2
	Geography	2	2,5
	Geological Science	1	1,2
	Gifted and talented education	1	1,2
	Linguistics	1	1,2
	Metallurgical Engineering	1	1,2
	Non specialist	1	1,2
	Physic	1	1,2
	Physical Education	1	1,2
	Physics	1	1,2
	Primary	1	1,2
	Primary education	2	2,5
	Primary teaching	1	1,2
	primary, leadership	1	1,2
	Psychology	1	1,2
	Science	3	3,7
	Upper primary	1	1,2
	Total	81	100,0

Q9 At the end of this school year, how many years have you been working as a mathematics teacher?

Select one alternative from the following ones.

Table 11. Q9 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	from 1 to 3 years	15	20,5
	from 4 to 10 years	15	20,5
	more than 10 years	43	58,9

	Total	73	100,0
Missing	System	8	
Total		81	

Section 3: Beliefs (a)

Q10 In your opinion, to what extent do the following factors play a significant role in students' mathematical development?

For each row, select one alternative.

Table 12. Q_10 Frequencies

	To a large extent		*To a moderate extent*		*To a small extent*		*Not at all*	*I don't know*
a)**Teacher**'s role	56	10 Primary 46 Secondary	14	2 Primary 12 Secondary	0		0	0
b)**Peer**'s role	15	4 Primary 11 Secondary	34	2 Primary 32 Secondary	19	5 Primary 14 Secondary	0	1 Secondary
c)**Student**'s role	57	7 Primary 50 Secondary	11	4 Primary 7 Secondary	0		0	0

Q11 What is the teacher's role in supporting mathematical development?

Select one alternative from the following ones.

Table 13. Q_11 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Instructor	8	11,1
	Explainer	20	27,8
	Facilitator	41	56,9
	None of the previous	1	1,4
	Total	73	100,0
Missing	System	8	
Total		81	

Figure 2. Bar chart corresponding the Cross Tab between the major subject of University education (Q_8) and on teacher's role (Q_11)

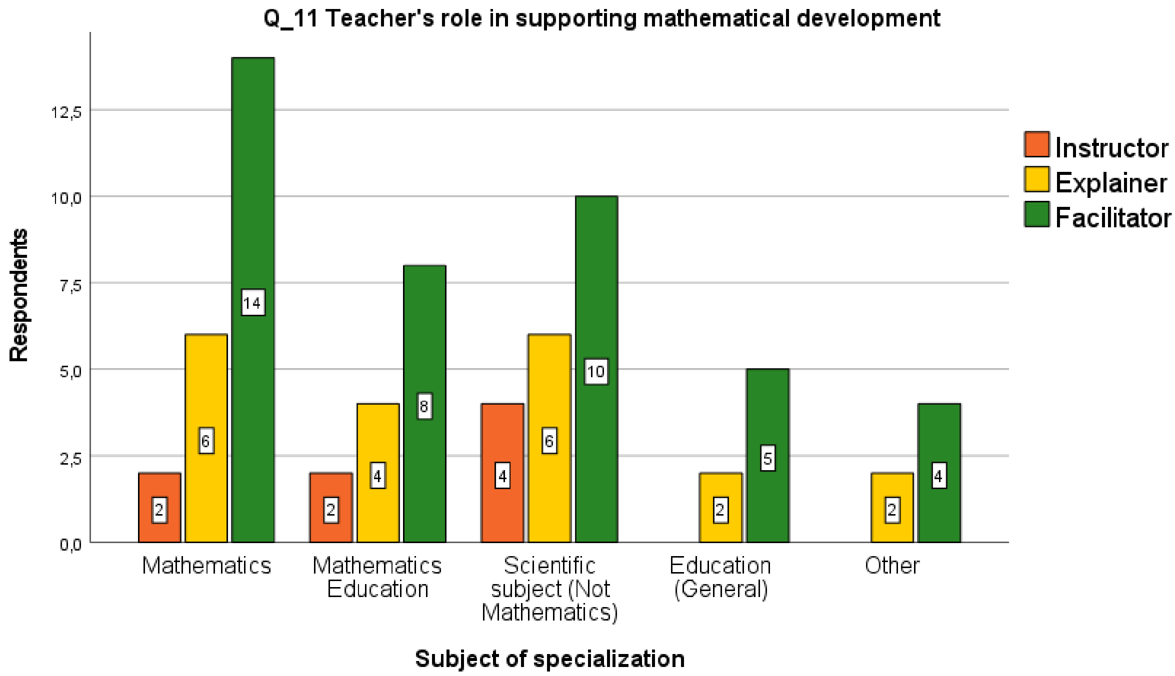


Table 14. Cross Tab between the major subject of University education (Q_8) and beliefs that expository style is the best to present Mathematics(Q_12e)

Subj. Of specialization	Q12_e From Moderate to Large extent	Q12_e From nothing to a small extent	Total
Math	16	5	21
Math Education	6	6	12
Scientific subj. (No Math.)	17	1	18
Total	39	12	51

(Chi-Squared=7.906, *p=0.019<0.05)

Q12 To what extent do you agree or disagree with the following statements?

For each sentence, select one alternative.

Tables 14. Q_12 Frequencies

Q12_a)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	23	31,9
	To a moderate extent	30	41,7
	To a small extent	16	22,2
	Not at all	1	1,4
	Total	72	100,0
Missing	System	9	
Total		81	

Q12_b)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	44	63,8
	To a moderate extent	21	30,4
	To a small extent	4	5,8
	Total	69	100,0
Missing	System	12	
Total		81	

Q12_c)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	21	31,8
	To a moderate extent	26	39,4
	To a small extent	17	25,8
	Not at all	2	3,0
	Total	66	100,0
Missing	System	15	
Total		81	

Q12_d)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	7	10,0
	To a moderate extent	37	52,9
	To a small extent	20	28,6
	Not at all	6	8,6
	Total	70	100,0
Missing	System	11	
Total		81	

Q12_e)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	12	17,6
	To a moderate extent	37	54,4
	To a small extent	17	25,0
	Not at all	2	2,9
	Total	68	100,0
Missing	System	13	
Total		81	

Q12_f)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	19	27,9
	To a moderate extent	18	26,5
	To a small extent	20	29,4
	Not at all	11	16,2

	Total	68	100,0
Missing	System	13	
Total		81	

Section 4: Beliefs (b)

Q13 To what extent do you believe it is important to propose active learning activities involving student' body and movement in mathematics teaching practice?

Table 15. Q_13 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	To a large extent	20	31,7
	To a moderate extent	34	54,0
	To a small extent	8	12,7
	Not at all	1	1,6
	Total	63	100,0
Missing	System	20	
Total		81	

Table 16. Q_13 Cross Table (Q_1, Q_13)

		To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all
	Primary school teacher	5	2	2	0
	Secondary school teacher	15	32	6	1
Total		20	34	8	1

Figure 3. Bar chart of the CrossTab (Q_13, Q_6)

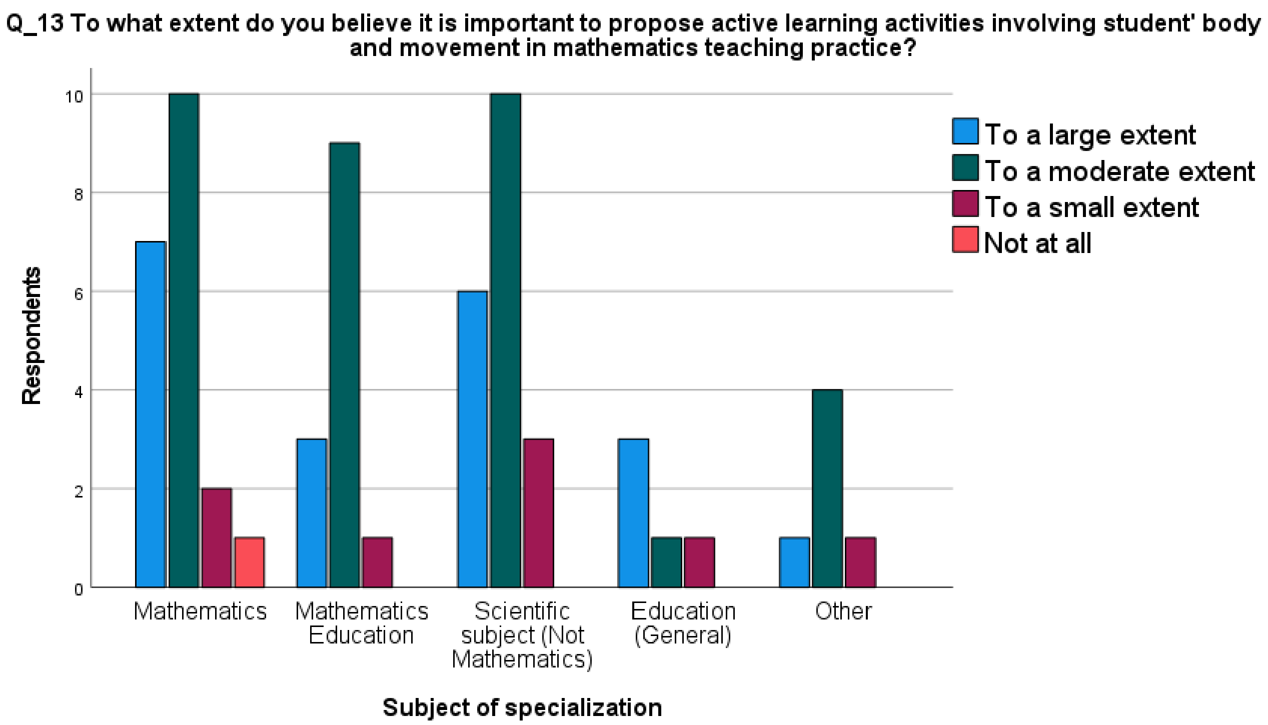


Table 17. Cross Table (Q_13, Q12_f)

	Q12_f From Moderate to Large extent	Q12_f From nothing to a small extent	Total
Q13 From Moderate to Large extent	32	20	52
Q13 From nothing to a small extent	2	7	9
Total	34	27	61

(Chi_Squared=4.807, *p=0.028<0.05)

Q14 For which schools levels do you believe active, bodily experience mathematics learning activities are appropriate?

Write down your answer.

Table 18. Q_14 Levels indicated by respondents

	Levels	Frequencies
Valid		16
	T-9	1
	-99	3
	1-6	1
	7-10	1
	all	3
	All	13

	ALL	1
	All bar maths methods and specialist maths in year 11/12 due to time constraints and topics covered	1
	All but not for every topic	1
	All levels	2
	All levels - including senior mathematics.	1
	All levels but especially in younger students - Primary, early Secondary	1
	All levels that I'm aware of	1
	All of them	1
	all school leavers	1
	All schools	1
	All to Year 10	1
	All year levels	3
	All year levels and beyond (university courses)	1
	all years	1
	All years	1
	All years, but particularly in lower school	1
	All, but at varying amounts	1
	All, but decreasing as mathematical knowledge increases.	1
	Basic levels	1
	Early to mid secondary	1
	For any level.	1
	kindy to year 9	1
	Lower and middle primary	1
	Mainly middle school as senior school are syllabus driven	1
	More depends on the level of the student I find. Lower kids usually need the hands on experience. More able children usually do well with expository stuff	1
	P-10	1
	P-12	1
	Prep - year 12	1
	Preschool to Year 12 and beyond	1
	Primary	1
	Primary, smaller extent in high school	1
	There are opportunities to experiment with active, bodily experience mathematics learning activities in all year and age levels.	1
	Up to 10	1
	Up to grade 12 - depends on the learner.	1
	Up to grade 8 is easier to incorporate, but after then it is still beneficial	1
	Y7 to 12	1
	Year7-10	1
	Years 7 and 8	1
	Years 7-9 (but also most levels in junior school)	1
	years 8-12	1
	Total	81

Table 19. Cross Table (Q_14, Q_1)

		Primary, Basic Class	(To) Middle School	(To) High School (Senior excluded)	All	Totale
Primary school teacher	7	0	0	0	8	15
Secondary school teacher	12	4	8	4	36	64
Totale	19	4	8	4	44	79

Table 20. . Cross Table (Q_14, Q_1): The ALL category

		(To) Secondary School and Senior	Mainly for lower classes, but also beyond	For all school levels but not in the same ways	All years (without limitations)	Totale
Primary school teacher	7	0	0	0	8	15
Secondary school teacher	28	2	3	4	27	64
Totale	35	2	3	4	35	79

Q15 (Secondary school teachers) Which topic(s)/content(s) do you believe should be taught with this type of learning activity?

Write down 1-3 examples.

Tables 21. Q_15 Examples provided by Secondary School Teachers

EXAMPLE 1		Frequencies
Valid		26
	-99	4
	3D shapes	1
	Add	1
	algebra	1
	Algebra	1
	Algebra and patterns	1
	Any	1
	Degrees	1
	Fractions-decimal-percent	1
	Fractions, decimals	1
	Geometry	9
	Graphing Functions	1
	Graphing should be done with technology such as motion detectors	1
	Linear graphing	1
	Maths	1
	Measurement	9
	Measurement - areas, perimeter etc	1
	Measurement - exploring units of measurement	1
	Mensuration & Geometry	1
	Multiplying by 10,100 and 1000	1
	number	1
	Number	2
	Number work	1
	Number/Algebra	1
	Numeracy .e.g lifesize number lines/number plane	1

	Operations	1
	Pascal Triangle	1
	place value	1
	Pythagoras	1
	Ratio	1
	Statistics	2
	The value of pi	1
	Trig	1
	Trigonometry	1
	Totale	81

EXAMPLE 2

		Frequencies
Valid		26
	-99	5
	Algebra	4
	Angle of depression	1
	Any	1
	Chance	1
	Financial maths - percentages, tax	1
	Fractions, decimal, percentages	1
	Fractions/decimal/percentages	1
	functions	1
	geometry	2
	Geometry	3
	Geometry - e.g bearings, shapes and angles in our environment	1
	Graphs	1
	Integers	1
	measurement	1
	Measurement	5
	Measurement and geometry	1
	measurement/space	1
	Measurment	1
	Multiply	1
	Number & Algebra	1
	Number Skills	1
	Parabolas	1
	Pattern	1
	Pigeonhole problem	1
	Probability	1
	Ratio	1
	Ratios, scales	1
	Science	1
	Shape	1
	Space	1
	Statistical variation	1
	Statistics	2
	Statistics - Use of physical materials while collecting/collating data	1

	Statistics/probability	1
	Trigonometry	3
	Trigonometry should be done using clinometers, tape measures etc	1
	Volume	1
	Totale	81

EXAMPLE 3

		Frequencies
Valid		26
	-99	12
	algebra	1
	Algebra	3
	Algebra - Use of digital tools to link algebraic ideas graphically, numerically and algebraic representations.	1
	Algebra intro	1
	Any	1
	Any device which collects real world data should always be used.	1
	arithmetic	1
	Calculations	1
	conics	1
	Data- any form of statistical collection, collation and analysis	1
	Divide	1
	Financial	1
	Financial maths	1
	Fractions	4
	Geometry	2
	Geometry/measurement	1
	Graphing	1
	Introductory algebra (gathering like terms)	1
	Measurement and geometry	1
	Nets	1
	Polynomial	1
	Pre-algebra	1
	Pre-Algebra	1
	Probability	2
	Rates/linear algebra	1
	Ratios - I use cooking as a starter for this topic	1
	Scale	1
	Statistics	1
	Statistics & Probability	1
	Statistics/Probability	1
	stats	1
	Stats	1
	Technology	1
	trigonometry	1
	Trigonometry	2
	Totale	81

Q15 (Primary school teachers) Which topic(s)/content(s) do you believe should be taught with this type of learning activity?

Write down 1-3 examples.

Tables 22. Q_15 Examples provided by Prindary School Teachers

EXAMPLE 1		Frequencies
Valido		71
	-99	2
	All	1
	all topics	1
	Division/multiplication	1
	Fractions	1
	Number and algebra	1
	Number and Algebra	2
	time	1
	Totale	81

EXAMPLE 2		Frequencies
Valido		71
	-99	5
	Addition/subtraction	1
	Geometry	1
	Measurement and Geometry	1
	Measurenent	1
	Space and measurement	1
	Totale	81

EXAMPLE 3		Frequencies
Valid		71
	-99	5
	Chance and data	1
	Fractions	1
	Problem solving	1
	Statistics and probability	1
	Statistics and Probability	1
	Totale	81

Table 23. Cross Ttable (Q_1, Q_15 Results cathegorized in content areas)

Areas of the topics/contents to be taught with ABM activities		*Secondary school*	*Primary school*	*Total*
▪ Number and Algebra		28	7	35
▪ Geometry and Measurement	Geometry	17	1	34

Measurement	12	4	
▪ Statistics and Probability	13	3	16
▪ Percentages, ratio, scales and Financial Maths	5	0	5
▪ Functions and graphics	4	0	4
▪ Computational thinking and algorithms	2	0	2
▪ Problem solving	1	1	2
▪ All	5	2	7

Q16 Do you believe this type of learning activities could have a positive influence on students' ...

For each row, select an alternative.

Table 24 Q_16 Frequencies

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
Deep understanding	35	25	2	0	1
Achievement in standard tests	13	34	11	4	2
Reasoning skills	33	24	5	0	1
Mathematics visualization capabilities	48	13	3	0	0
Problem solving skills, critical thinking and creativity	36	19	8	0	0
Interest and motivation	41	18	3	1	1
Attitudes toward mathematics (affect/self-efficacy)	26	31	4	2	1

Q17 Do you believe this type of learning activities could impact on ...

For each row, select an alternative.

Table25. Q_17 Frequencies

	To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
Supportive classroom environment	26	27	7	3	1
Environment conducive to the expression of opinions	25	27	11	1	0
The inclusion of special educational needs students	27	20	12	4	0
The inclusion of students with a different cultural/economic backgrounds	30	17	9	5	2
Teacher's knowledge of students'learning processes	31	26	6	1	0

Q18 In your experience, what are the most relevant limitations for this type of learning activities' implementation?

Select up to three alternatives.

Tables 26. Q_18 Frequencies

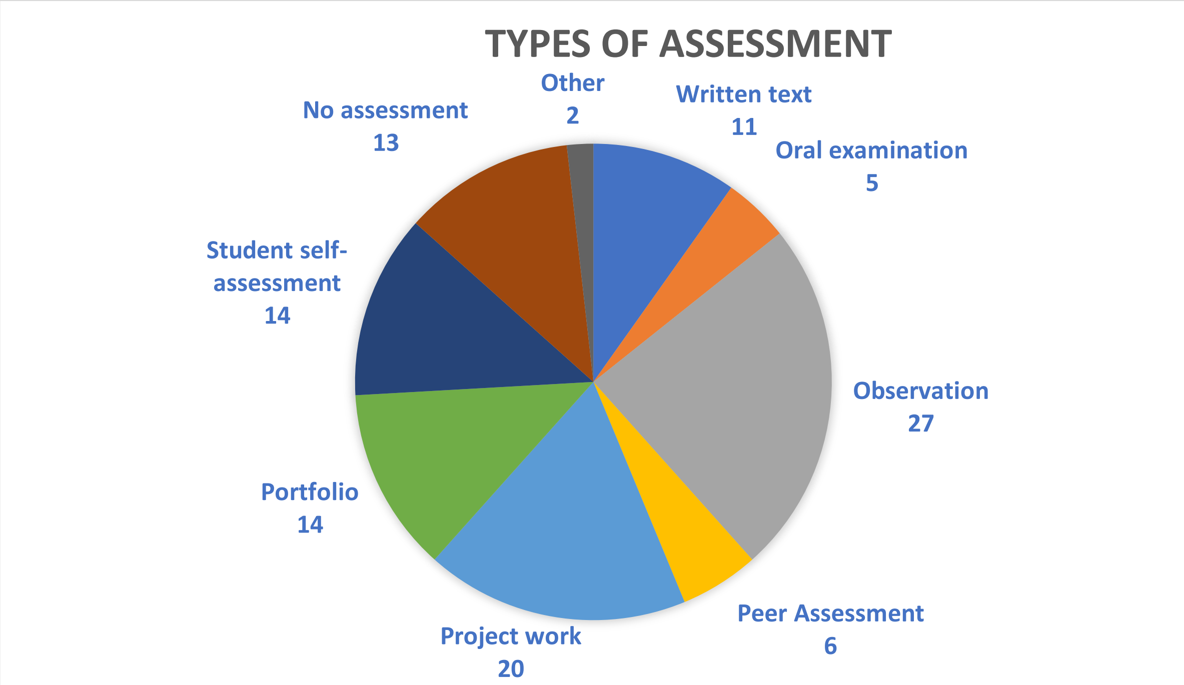
Limitations	Frequencies
Classroom management	42
Students'assessment	3
Suit only low achievers	3
Suit only high achievers	4
Not inclusive for students with a different cultural background	2
Not inclusive for special needs students	4
Time factors	41
Availability of space and resources	36
Not effective as an instructional strategy	6
Only few topics can be taught with these	8
Appropriate only for childhood primary	4
Other	10

Other (Please Specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valid		70	86,4
	Attitude of high schoolers thinking it would be babyish.	1	1,2
	Effective and efficient for some topics more than others	1	1,2
	Like most things they can be useful for some of the students. Some students will not engage or take them seriously. They can take up a lot of time that does not result in any sort of meaningful outcomes.	1	1,2
	Needs clear alignment	1	1,2
	Parent inability to see the value	1	1,2
	Specific Archdiocese pedagogical programs	1	1,2
	Students with special needs are often "lost" in these tasks even with peer and teacher support. They benefit more from direct instruction and explaining.	1	1,2
	teacher knowledge of how to teach all topics using these models of instruction	1	1,2
	Teachers not trained in effective pedagogy	1	1,2
	The curriculum is too restrictive	1	1,2
	The necessity to cover the curriculum.	1	1,2
	Total	81	100,0

Q19 What kind of assessment strategy or instrument do you believe is most appropriate for this type of learning activities?

Select up to two alternatives.

Figure 4. Chart of Q_19 Frequencies.



Other (Please Specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valid		16	19,8
	-99	63	77,8
	Assessing students working in groups is a problem. You will alowas get one student who does not make the same level of contribution to the task. Hence they may be useful for learning but not for assessment.	1	1,2
	formative analysis (i.e LAF, SENA), PROJECT WORK	1	1,2
	Totale	81	100,0

Q20 Think about Monica's story, please express to what extent do you agree or disagree with the following statements:

For each of the following 4 sentences, select one alternative.

Table 27. Q_20 Frequencies

		To a large extent	To a moderate extent	To a small extent	Not at all	I don't know
a) The activity was in fact effective, as students got to know an alternative way	Primary	2	3	2	0	0

of representing distributive properties/algebraic problems. It doesn't matter if they solved the tasks with the already known solving strategies.	Secondary	11	21	11	2	1
b) This type of activity takes a long time before students become familiar with a new way of working and become aware of how experience with wooden shapes can help them solve arithmetic/algebraic problems.	Primary	0	2	1	3	0
	Secondary	18	15	7	1	0
c) Proposing exploratory tasks and open-ended problems make this type of learning activity more effective than solving predefined tasks in scheduled timing.	Primary	3	3	0	0	0
	Secondary	12	13	7	6	3
d) A high level of student interaction with the teacher and peers during the activity would have stimulated the use of wooden shapes to solve arithmetical/algebraic problems.	Primary	2	3	1	0	0
	Secondary	10	18	9	2	1
e) The reason for Monica's failure is that she failed to convey to the students the goal of the activity: to explore and become familiar with geometric interpretations of distributive properties/algebraic problems.	Primary	2	0	3	2	0
	Secondary	8	11	13	8	1

Section 5 - Filter question

Q21 Do you include active, bodily experience mathematics learning activities in your instructional practice?

Select one alternative from the following ones.

Tables 28. Q_21 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Yes	41	71,9
	No	16	28,1
	Total	57	100,0
Missing	System	24	
Total		81	

Section 5 – No : Why not implementing

Q22 Why do you not include these types of activities in your daily practice?

Select up to two alternatives from the following ones.

Table 29. Q_22 Frequencies and Q_22 Frequencies among the respondents who indicate in Q_13 from a moderate to a large extent

Reasons for not implementing these activities in schools	Number of respondents	Respondents who express in Q_13 From moderate to a large extent
Insufficient confidence with these approaches / lack of guidance	2	2
Difficulty with classroom management	5	4
These activites are not appropriate for my student's school level	5	4
Unsuccessful previous experiences	1	1
These activities are not effective	1	0
Lack of time	6	4
Lack of availability of resources, tools, materials	5	4
Lack of adequate spaces/ Too many students in classrooms	1	1
Other	0	0

Q23 What other kind of instructional strategy of your daily practice do you believe is particularly effective?

Select up to three alternatives from the following ones.

Table 30. Q_23 Frequencies

Other instructional strategies implemented	Number of respondents
Relate the lesson to students' daily lives	10
Apply what students have learned to new problem situations on their own	1
Link new content to student's prior knowledge	10
Ask students to explain their ideas in class	5
Listen to me explain how to solve problems	1
Encourage classroom discussions among students	5
Ask students to select their own problem solving strategies	0
Work problems together in the whole class with direct guidance from teacher	4
Work in mixed ability group	2
Work in same ability group	2
Other (Please Specify)	0

Section 5 – YES : Implementation

Q22 How often do you implement an active, bodily experience mathematics learning activity in your instructional practice?

Select one alternative from the following ones.

Tables 31. Q_22 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Once a week or more	15	36,6
	1-3 times a month	10	24,4

	5-10 times every year	8	19,5
	Less than 4 times every year	5	12,2
	Other (Please specify)	3	7,3
	Total	41	100,0
Missing	System	40	
Total		81	

Other (Please specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valid		78	96,3
	Always as students have access to manipulativen all the ti e	1	1,2
	When it is a suitable way to use it.	1	1,2
	When suitable by topic	1	1,2
	Total	81	100,0

Q23 On average, how much time do you spend implementing a learning activity of this type?

Select one alternative from the following ones.

Tables 32. Q_23 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Less than a lesson	16	40,0
	From 1 to 3 lesson	22	55,0
	More than 3 lessons	2	5,0
	Total	40	100,0
Missing	System	41	
Total		81	

Q24 During your classes, you mainly implement this type of learning activities:

Select one or more alternatives from the following ones.

Tables 33. Q_24 Frequencies

to introduce new topics		Frequencies	Valid Percentage
Valid	to introduce new topics	32	100,0
Missing	System	49	
Total		81	

as consolidation activities (to exercise)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	as consolidation activities (to exercise)	28	100,0
Missing	System	53	
Total		81	

to revise topics		Frequencies	Valid Percentage
Valid	to revise topics	10	100,0
Missing	System	71	
Total		81	

as remedial activitie		Frequencies	Valid Percentage
Valid	as remedial activities	10	100,0
Missing	System	71	
Total		81	

as advanced (enrichment) activities		Frequencies	Valid Percentage
Valid	as advanced (enrichment) activities	15	100,0
Missing	System	66	
Total		81	

to enhance student's motivation		Frequencies	Valid Percentage
Valid	to enhance student's motivation	28	100,0
Missing	System	53	
Total		81	

Other		Frequencies	Valid Percentage
Valid		80	98,8
	So they can see what they are doing visually	1	1,2
	Totale	81	100,0

Q25 (Primary school teachers) What types of materials/ tools are involved in your instructional practice when you implement a learning activity of this type?

Select one or more alternatives from the following ones.

Tables 34. Q_25P Frequencies

mechanical tools (e.g. drawing tools like compass, etch-a-sketch, perspective tools)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	mechanical tools (e.g. drawing tools like compass, etch-a-sketch, perspective tools)	3	100,0
Missing	System	78	
Total		81	

computational devices (e.g., abacus, pascaline)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	computational devices (e.g., abacus, pascaline)	2	100,0
Missing	System	79	
Total		81	

physical manipulatives(e.g., tangram, Montessori’s materials, origami, wooden geometrical shapes, base-ten Dienes blocks)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	physical manipulatives (e.g., tangram, Montessori’s materials, origami, wooden geometrical shapes, base-ten Dienes blocks)	7	100,0
Missing	System	73	
Total		81	

daily life objects (e.g., straws, cardboard boxes)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	daily life objects (e.g., straws, cardboard boxes)	7	100,0
Missing	System	73	
Total		81	

gym equipment (e.g., ropes, hula-hoop, rods, psychomotor blocks)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	gym equipment (e.g., ropes, hula-hoop, rods, psychomotor blocks)	4	100,0
Missing	System	77	
Total		81	

interactive digital tools (e.g., interactive apps like Geogebra applets, Fingu, TouchCounts, on multitouch devices - iPads)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	interactive digital tools (e.g., interactive apps like Geogebra applets, Fingu, TouchCounts, on multitouch devices - iPads)	5	100,0
Missing	System	76	
Total		81	

only students’ body (or also usual stuff such as pencil and paper)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	only students’ body (or also usual stuff such as pencil and paper)	4	100,0

Missing	System	77	
Total		81	

Q25 (Secondary school teachers) What types of materials/ tools are involved in your instructional practice when you implement a learning activity of this type?

Select one or more alternatives from the following ones.

Tables 35. Q_25S Frequencies

mechanical tools (e.g. drawing tools like compass, etch-a-sketch, perspective tools)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	mechanical tools (e.g. drawing tools like compass, etch-a-sketch, perspective tools)	22	100,0
Missing	System	59	
Total		81	

computational devices (e.g., Position Detector, Calculator Based Laboratory)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	computational devices (e.g., Position Detector, Calculator Based Laboratory)	13	100,0
Missing	System	68	
Total		81	

physical manipulatives (e.g., origami, wooden geometrical shapes)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	physical manipulatives (e.g., origami, wooden geometrical shapes)	23	100,0
Missing	System	58	
Total		81	

daily life objects (e.g. straws, cardboard boxes)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	daily life objects (e.g. straws, cardboard boxes)	18	100,0
Missing	System	63	
Total		81	

gym equipment (e.g. ropes, hula-hoop, rods, psychomotor blocks)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	gym equipment (e.g. ropes, hula-hoop, rods, psychomotor blocks)	6	100,0
Missing	System	75	
Total		81	

interactive digital tools(e.g. interactive apps like Geogebra applets on multitouch devices - iPads)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	interactive digital tools (e.g. interactive apps like Geogebra applets on multitouch devices - iPads)	25	100,0
Missing	System	56	
Total		81	

only students' body (or also usual stuff such as pencil and paper)		Frequencies	Valid Percentage
Valid	only students' body (or also usual stuff such as pencil and paper)	16	100,0
Missing	System	65	
Total		81	

Other (Please Specify) - Text		Frequenza	Percentuale valida
Valid		77	95,1
	Anything else I can lay my hands on :-).	1	1,2
	Chalk, playground or school environment, sometimes rope/string. I try to make a replica of a paper task lifesize to being with. E.g drawing a circle/number line	1	1,2
	Dice, playing cards, puzzles,	1	1,2
	Food	1	1,2
	Total	81	100,0

Q26 When you implement activities of this type in your classroom, do you usually...

Select one or more alternatives from the following ones.

Tables 35. Q_26 Frequencies

use commercially developed materials, tools		Frequencies	Valid Percentage
Valid	use commercially developed materials, tools	17	100,0
Missing	System	64	
Total		81	

adapt commercially developed materials, tools		Frequencies	Valid Percentage
Valid	adapt commercially developed materials, tools	28	100,0
Missing	System	53	
Total		81	

design and construct materials, tools from scratch		Frequencies	Valid Percentage
Valid	design and construct materials, tools from scratch	24	100,0
Missing	System	57	
Total		81	

Q27 Which of the following ones is/are the major/main criteria that determine your choices in selecting and designing active, bodily experience mathematics learning activities?

Select up to two alternatives from the following ones.

Tables 36. Q_27 Frequencies

	Number of respondents
Colleagues suggestions and information about their own experiences	13
Your own personal experience (as a teacher or as a student)	23
Specific contextual student's needs	7
Specific instructional goals you would like to achieve	10
Availability / accessibility/ affordability of resources	15
Other	2

Other (Please Specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valido		79	97,5
	My own experience of the workforce	1	1,2
	specific contextual student's needs, specific instructional goals you would like to achieve	1	1,2
	Total	81	100,0

Q28 In your opinion, what are the main difficulties experienced by students (in learning effectively) during a learning activity of this type?

Select up to two alternatives from the following ones.

Tables 37. Q_28 Frequencies

	Number of respondents
Understand the task	6
Explain their own ideas in class	4
Maintain interest during the activity	5
Physically handling objects and tools	2
Take part in a discussion among peers	6
Apply their mathematical knowledge in the activity	14
Transfer in new contexts what they have learned	15
Formalize what they have learned using mathematical language	15
Simultaneously handling different representations of mathematical concepts (e.g. concrete, figurative, symbolic))	4
Other	4

Other (Please Specify) - Text		Frequencies	Valid Percentage
Valid		77	95,1
	Elaborating on mathematical conjectures.	1	1,2
	Getting distracted by the novelty of the tool and so not making effective connections with the mathematical concepts.	1	1,2
	If they've never encounted these types of tasks they will often look for the "correct" way of doing it and be nervous about failing	1	1,2
	Willingness to try a new way of doing things.	1	1,2
	Total	81	100,0

Q29 [Vignette Tina/ Robert] Overall, which of the two teachers do you most identify with?

Select one alternative from the following ones.

Tables 38. Q_29 Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Robert	11	27,5
	Tina	29	72,5
	Total	40	100,0
Missing	System	41	
Total		81	

Q30 [ROB] Select from the following list one thing, that Robert did, that you believe is the most important for supporting an effective learning activity:

Select one alternative from the following ones.

Tables 39. Q_30R Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Make explicit the content knowledge at the beginning of the activity	4	40,0
	Design the activity as a step-by-step procedures with scheduled timing	3	30,0
	Divide the class into mixed ability groups	1	10,0
	Guide the whole class when drawing conclusions from the activity	2	20,0
	Totale	10	100,0
Missing	System	71	
Total		81	

Q31 [ROB] Is there anything you would have done differently than Robert to support more effective learning?

Write down your answer.

Tables 40. Q_31R Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid		75	92,6
	Depends on where they are in a topic. I would expect more student direction if we have seen similar problems before.	1	1,2
	Individual work rather than groups if possible.	1	1,2
	Link activity with student's own context	1	1,2
	Not that I can think of right now.	1	1,2
	Offer rewards as motivation	1	1,2
	Remove the high structured with timing and apply more Tina (self exploration of strategy) with self/ specific grouping	1	1,2
	Total	81	100,0

Q30 [TINA] Select from the following list one thing, that Robert did, that you believe is the most important for supporting an effective learning activity:

Select one alternative from the following ones.

Tables 41. Q_30T Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid	Introduce manipulatives and left students time to be confident with them at the beginning	6	20,7
	Introduce a problem and allow students to self-direct the activity, approaching it with their own strategy	11	37,9
	Walk among students to scaffold their understanding and problem solving strategies	10	34,5
	Allow time for students to discuss and share conclusions with the whole class at the end	2	6,9
	Total	29	100,0
Missing	System	52	
Total		81	

Q31[TINA] Is there anything you would have done differently than Robert to support more effective learning?

Write down your answer.

Tables 42. Q_31T Frequencies

		Frequencies	Valid Percentage
Valid		65	80,2
	Happened the students as a class with different questions as they moved through the activity - particularly if they are all finding the same conclusions or arriving at the same location. I'd also encourage every student to work with at least one other as this leads to them learning to work with others and discuss different perspectives.	1	1,2
	Or self selecting groups	1	1,2
	Ask probing questions while walking amongst groups.	1	1,2
	Get members from each group to share their assumptions and strategies with other groups.	1	1,2
	I really like all the things she did. In reality I don't always work like this, mostly due to time constraints in the program and also finding good problems to solve.	1	1,2
	I will sometimes link the problem to a topic they've done before or refresh	1	1,2

	about things they've just learnt that might be helpful after some initial thinking time		
	I would probably have a lesson after that and pick the different ideas and discuss the different approaches students took,	1	1,2
	If needed, give guided practice on how to use the manipulative before beginning the problem	1	1,2
	It needs to be a mixture of Tina and Robert. There is only a finite amount of time. Students can't be left to solve problems on their own as most won't. There needs to be structure and there needs to be time for the students to try it out.	1	1,2
	No	3	3,7
	No, it is great	1	1,2
	Repeat the task with a variety of different materials	1	1,2
	Select specifuc students/strategies to share/duscuss at the end. Ask students to explain/reword other strategies	1	1,2
	She pretty much nailed it I reckon	1	1,2
	Total	81	100,0

LA RICERCA IN AUSTRALIA